УДК 693.546

В.Й. Сівко, д-р, техн. наук, проф. КНУБА,
О.О. Омельченко, пошукувач КНУБА

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ГНУЧКИХ РОБОЧИХ ОРГАНІВ З УЩІЛЬНЮЮЧОЮ СУМІШШЮ

Постановка задач досліджень.

Гнучкі робочі органи на відміну від традиційних органів (типу віброплощадок) діють на середовище завдяки згинаючим коливанням плоскої поверхні. Плоска поверхня при цьому в процесі згинання має певну форму коливань, яке строго відповідає частоті її власних коливань. При цьому форма коливань крім частоти залежить також від фізико-механічних властивостей матеріалу робочого органа, її маси. На форму коливань впливає також середовище, в якому находиться робочій орган. В даній роботі досліджується вплив середовища на форму коливань гнучких робочих органів.

Методика досліджень та рівняння руху

Розглянемо робочій орган у вигляді пластини. Розмірами *а* і *в*, товщиною *h* (рис. 1), яка защемлена по трьох сторонах (на прикладі роздільних листів касетних установок).

Рівняння власних коливань такої пластини [1], як сума потенціальної кінетичної енергії має вигляд

$$\frac{D}{2}\iint\left[\left(\frac{d^2W_0}{dx^2}+\frac{d^2W_0}{dy^2}\right)-2(1-\sigma)\left\{\frac{d^2W_0}{dx^2}\cdot\frac{d^2W_0}{dy^2}-\left(\frac{d^2W^0}{dxdy}\right)^2\right\}\right]dxdy+$$
$$+\iint\sigma_0(x,,y,t)W_0dxdy-\frac{\rho hp^2}{2}\iint\left(\frac{dW_0}{dt}\right)^2dxdy=0. \qquad (1)$$

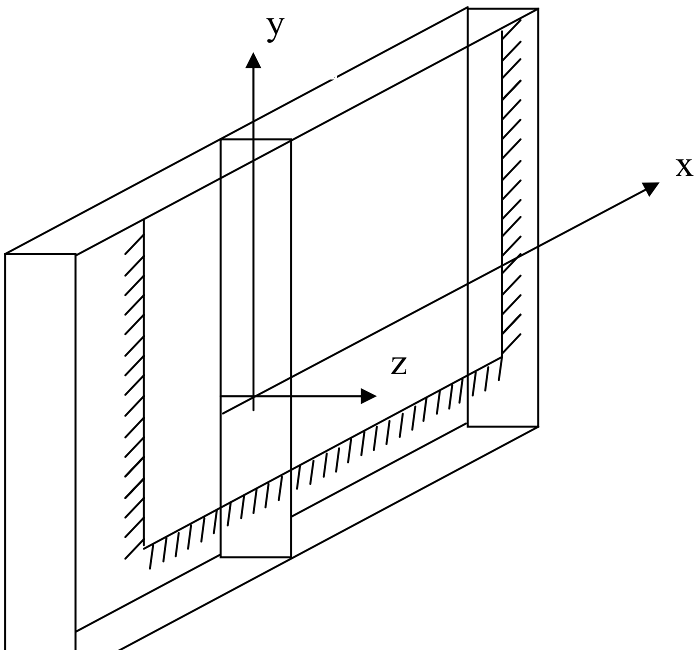

Рис. 1. Розрахункова схема пластини

Перший член разом із другим у цьому рівнянні виражає повну потенціальну енергію пластини ($2U$), а третій – кінетичну енергію (T).

Тут: $D=\dfrac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)}$ - так звана циліндрична жорсткість на згинання; W_0 - прогин пластинки; σ - число Пуасона; φ - щільність матеріалу пластини, кг/м^3; $\sigma_0(x,y,t)$ - напруження в середовищі на контакті з робочим органом (опір середовища на одиницю поверхні); E - модуль пружності, Па.

Рівняння (1) вирішується відомими способами [1] при визначеному опорі середовища.

Динамічне деформування елемента середовища описується рівнянням

$$\rho_0\frac{d^2\varphi}{dt^2}=\frac{d\sigma}{dx}. \tag{2}$$

Замість рівняння (2) розглянемо еквівалентну систему двох диференційних рівнянь першого порядку

$$\frac{dv}{dt}=c^2\frac{d\varepsilon}{dx},\quad \frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{dv}{dx},$$

де ε - відносна деформація, V - швидкість деформування.

Ці рівняння мають два сімейства характеристик.

Перше сімейство: $\dfrac{dv}{d\varepsilon}=c, \qquad dx=c\cdot dt;$

Друге сімейство: $\dfrac{dv}{d\varepsilon}=-c, \qquad dx=-c\cdot dt.$

Вони характеризують розповсюдження прямих і зворотних хвиль у середовищі.

Після заміни характеристик кусочно-лінійних функцій стає можливим рішення нелінійних рівнянь (2) наближеним методом при заданому законі деформування.

Закони деформування задає робочий орган. Рівняння (1) і (2) повинні вирішуватись спільно, тому що на закон деформування оказує вплив середовище і при цьому міняється характер руху робочого органа.

Основна умова спільного вирішення рівнянь

$$U(0,t)=W_0; \quad \text{при} \quad x=0.$$

Ідея метода знаходження опору середовища полягає в тому, що береться ділянка робочого органу, обмежена однією формою коливань і для неї у декількох точках знаходиться опір. Після чого будується епюра розподілу опору.

Після заміни диференціалів сімейств характеристик на конечні величини маємо

$$(x-x_1)+C(\varepsilon_1)(t-t_1)=0;$$

$$(x-x_2)-C(\varepsilon_2)(t-t_2)=0;$$

$$(V-V_1)+C(\varepsilon_1)(\varepsilon-\varepsilon_1)=0;$$

$$(V-V_2)-C(\varepsilon_2)(\varepsilon-\varepsilon_2)=0,$$

де x і t – координати (положення, час), в яких шукається значення параметрів; ε і V – параметри напруженого стану середовища.

Для вирішення задачі опору потрібні дві початкові і дві граничні умови:

A – початкові умови:

при $t = 0$

1) $\varepsilon=\varepsilon_0=\varepsilon(x,0);$

2) $V=V_0=V(x,0).$

- закони розподілу відносної деформації й модуля вектора швидкості вздовж ущільнюючої маси (товщини виробу) у початковий момент часу:

В – граничні умови:

1) при $x=x_0\ (t)$, $V[x_0(t),t]=0,$

2) при $x = h$, $F[\varepsilon(h,t);V(h,t)] = 0.$

Смисл першої граничної умови – рівність нулю V на протилежній стороні опалубки. Смисл другої граничної умови – наявність певної залежності між функціями.

ε і V у місці контакту робочого органа й середовища (визначається прогином і частотою власних коливань).

Задамо рівняння прогину параболою в межах однієї форми (більш точно прогин визначається методами опору матеріалу - $\frac{dy}{dx} = \frac{M}{EI}$).

Задамо також величину прогину (тобто амплітуда коливань) у т. 0, 1, 2, 3 – відповідно 0,0005; 0,0004; 0,0003; 0 м.

Частота коливань, скажімо, f = 25 Гц.

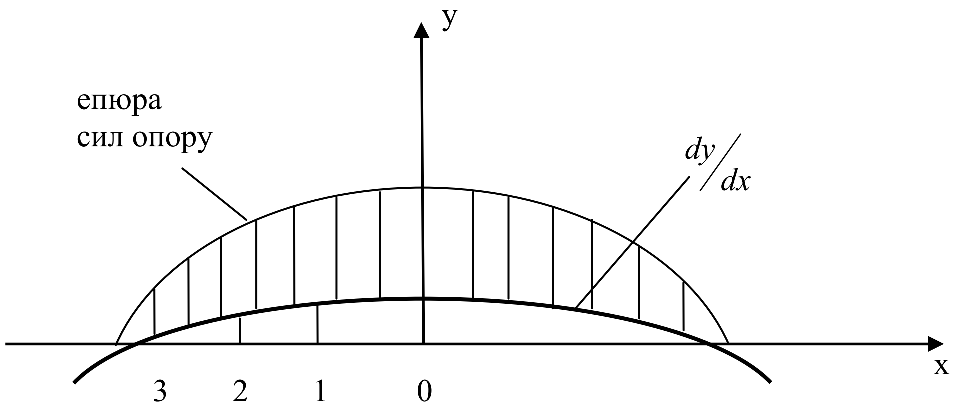

Рис. 2. Ферма прогину

Визначимо величину опору середовища спочатку в т. 2.

Розділимо ліню ОВ (лінію початкових умов) на n відрізків і задамо в точках 0, 1, 6, 3 - ε = 0 і V = 0, тобто середовище нерухоме і не завантажене. Користуючись експериментальними графіками, находимо значення C_0, відповідне $p = p_0$ і $V = 0$. В площині x-t проводимо пряму ОС із нахилом, що відповідає розрахованій швидкості хвилі $C_0 = h/t$.

Для точки 2 системи рівнянь

$$x_2 = W_0 \cdot \sin\omega t_2;$$
$$(x_2 - x_1) + C_2(t_2 - t_1) = 0;$$
$$V_2 = W_0 \cdot \omega \cdot \cos\omega t;$$
$$(V_2 - V_1) - C_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = 0.$$

Тут W_0 =0,0003 м. Товщина виробу 0,16 м; $C_2 = 63 \,{}^{м}\!/_{c}$ (при ρ = 2400 кг/м^3 для суміші помірно-жорсткої [3]).

$$t_1 = \frac{0{,}16}{88 \cdot 3} = 0{,}000606\,\text{с}.$$
$$x_2 = 0{,}0003 \cdot \sin\omega t_2;$$
$$\left(x_2 \cdot \frac{0{,}16}{3}\right) + 88(t_2 - t_1) = 0;$$
$$x_2 + 88t_2 - 0{,}053 - 0{,}003 = 0;$$
$$x_2 = 0{,}106 - 88t_2.$$

$0{,}106 - 88t_2 = 0{,}0003 \cdot 157t_2;$

$88{,}0471t_2 = 0{,}106;$

$t_2 = 0{,}012$ с;

$x_2 = 0{,}0003 \cdot \sin 10{,}80 = 0{,}000057$ м.

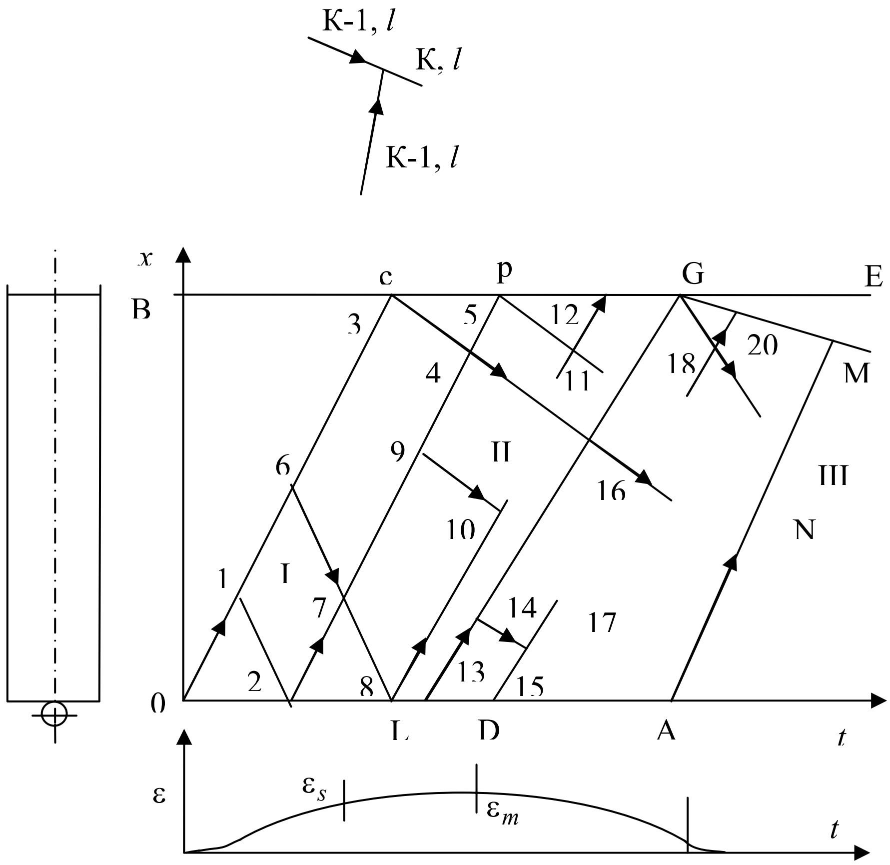

Рис. 3. Схема розрахунку сил опору в середовищі

Кут $\beta = \omega t_2$ розрахуємо так

$$\beta = \frac{t_2}{T} \cdot 2\pi; \; T = \frac{1}{f} = \frac{1}{25} = 0{,}04 \text{ с};$$

$$\beta = \frac{t_2}{0{,}04} \cdot 2\pi = 157t_2; \quad Sin\beta = \beta - \frac{\beta^3}{3!} + \frac{\beta^3}{5!} - \frac{\beta^7}{7!};$$

$$\beta = \frac{0{,}0012}{0{,}04} \cdot 360^0 = 10{,}8^0;$$

$$V_2 = 0{,}0003 \cdot 157 \cdot 0{,}9833 = 0{,}046313 \text{ м}/\text{с};$$

$$V_2 - 88\varepsilon_2 = 0; \; \varepsilon_2 = \frac{0{,}046313}{88} = 0{,}000526;$$

$$\sigma_2 = E_1 \varepsilon_2 [3]; \quad \sigma_2 = 650 \cdot 10 \cdot 0{,}000562 = 3419 \text{ Па}.$$

Процес визначення опору повинен бути продовжений доти, поки $\beta = 90^0$, тобто до амплітуди значення прогину в т. 2 (рис. 2). Для знаходження опору в т. 8 (рис. 3) необхідно розрахувати напруження в т. 7. Використовується наступна система

$$(x_7 - x_2) - C_2(t_7 - t_2) = 0;$$
$$(x_7 - x_6) + C_6(t_7 - t_6) = 0;$$
$$(V_7 - V_2) - C_2(\varepsilon_7 - \varepsilon_2) = 0;$$
$$(V_7 - V_6) + C_6(\varepsilon_7 - \varepsilon_6) = 0.$$

Оскільки $\varepsilon_2 = 0{,}000526 > \varepsilon_2 = 0{,}00001$ [3, табл. 1], в приведених вище формулах C_2 необхідно брати швидкість пластичної хвилі ($C_2 = 63\, {}^{м}\!/_{с}$).

Результати та аналіз досліджень

Амплітуда значення опору для т. 2. (рис. 2) складає $\sigma_0 = 51{,}6 \cdot 10^{-4}$ МПа. Відповідно, для т. 0 опір складає $62{,}0 \cdot 10^{4}$, $73{,}1 \cdot 10^{-4}$ МПа

Представимо опір середовища у функції прогину

$$\sigma = E_1 \varepsilon = E_1 \frac{W_0}{h} = \frac{650 \cdot 10^{-2}}{0{,}16} \cdot W_0 = 4062{,}5 \cdot 10^{-2} W_0 \text{ МПа.}$$

Як бачимо з рис. 4 всі точки залежності прогину від опору середовища розміщується на одній прямій. Тому що залежність можна представити формулою:

$$\sigma = K W_0,$$

де $K = \dfrac{E_1}{h}$.

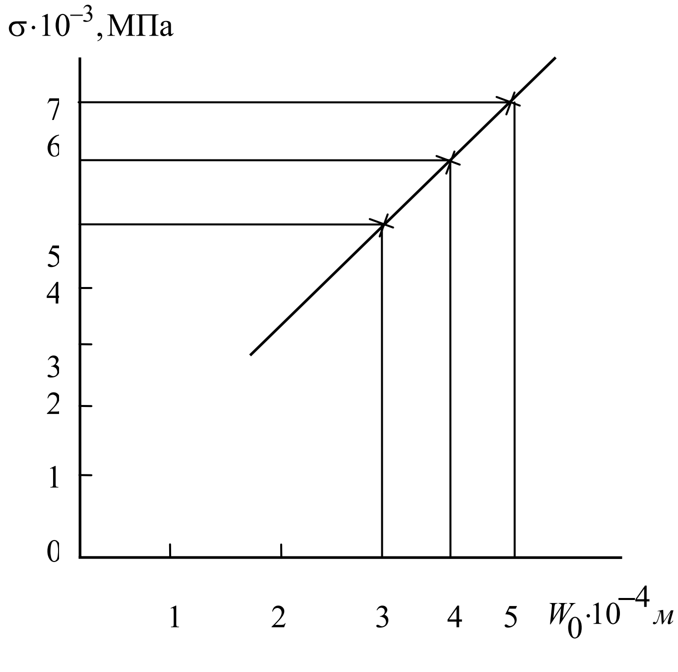

Рис. 4. Залежність опору середовища від прогину робочого органу

Модуль пластичної деформації E_1, визначається як дотична рівняння стану середовища в пластичній зоні деформацій (рис. 5).

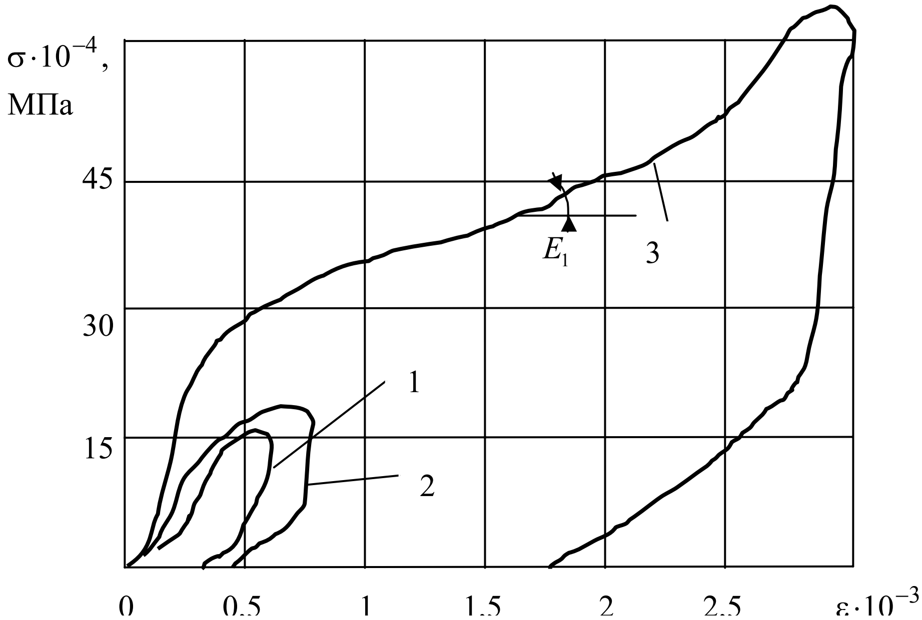

Рис. 5. Схема визначення модуля деформацій E_1 в опорі середовища

Рівняння стану береться з [3] для досліджених середовищ, а для інших матеріалів може бути установлено згідно запропонованої методики. В рівнянні коливань пластини після цього опор може бути представлений як

$$\iint \sigma(x, y, t) \cdot W_0 \cdot dxdy = KW_0^2 dxdy = K \int_{-a/2}^{a/2} X_1^2 dx \int_{-b/2}^{b/2} Y_1^2 dy,$$

де X_1 і Y_1 - балочні функції Крилова

Висновки:

1. Запропонована математична модель руху суміші в умовах взаємодії з вертикально вібруючою пластиною.
2. Сформовані основні положення деформованого стану бетонної суміші при динамічному навантаженні.
3. Визначенні раціональні режими ущільнення бетонної суміші.

Література

1. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. – М.: Техника, 1958. – 628с.
2. *Сивко В.И.* Основы механики вибрируемой бетонной смеси. – К.: Вища школа, 1988. – 168с.
3. *Сивко В.И.* Расчёт параметров процесса воздействия среды на рабочие органы вибрационных машин. – К.: КИСИ, 1986. – 43с.