

Використання штучного інтелекту при вивченні дискретної математики

Наталія Єгорова, студентка ¹(ORCID: 0009-0007-5172-7196)
 Ольга Серпінська, ст. викладач ¹ (ORCID: 0000-0003-3589-2267)
 Олена Баліна, канд. техн. наук, доц. ¹ (ORCID: 0000-0001-6925-0794)

¹ Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна

АНОТАЦІЯ

Штучний інтелект є технологією, що зробила прорив і має великий потенціал в освітній галузі. В тезах розглянуті приклади прикладного використання штучного інтелекту, які можуть бути застосовані при вивченні дискретної математики студентами Київського національного університету будівництва і архітектури. Можливості штучного інтелекту доцільно використовувати як сучасний засіб навчання студентів в технічному університеті: від особисто-орієнтованого навчання до аналізу даних і інтелектуального навчання.

Ключові слова: штучний інтелект, машинне навчання, нейронні мережі, дискретна математика, генетичні алгоритми, графові структури, аналіз і обробка даних, задача пакування рюкзака.

1. ВСТУП

Тема штучного інтелекту (Artificial Intelligence), машинного навчання (Machine learning), глибокого навчання (Deep learning), великих даних (Big Data), нейронних мереж (Neural networks) актуальна в сучасному світі завдяки швидкому розвитку ІТ-сфери, новим сучасним досягненням, прагненню вдосконаливати, модернізувати та автоматизувати наше життя. Про такі технології ще 30 років назад можна було прочитати лише в футуристичних творах. Але сьогодні вони широко застосовуються в повсякденному житті.

В галузі освіти інтеграція технологій зробила революцію в традиційних методах навчання. Однією з таких перетворюючих технологій є штучний інтелект (далі – ШІ), що має величезний педагогічний потенціал, який здатний покращати досвід навчання студентів технічних університетів в галузі математики. Штучний інтелект в 21 сторіччі безумовно є невід'ємною складовою будь-якої сфери діяльності ШІ відкриває абсолютно нові можливості у вивченні і дослідженні будь-якої предметної області. Дискретна математика представляє основу (фундамент) для багатьох областей науки і техніки, в тому числі і інформатики, криптографії, теорії графів, логіки і багатьох інших. Використання методів штучного інтелекту (ШІ) при вивченні дискретної математики відкриває нові можливості для вирішення складних задач і розвитку нових підходів до аналізу і обробки дискретних структур [1].

2. МЕТОДИ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ЯК ЗАСОБИ РОЗВ'ЯЗАННЯ СКЛАДНИХ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ

В наш час під штучним інтелектом розуміють можливість програмного забезпечення виконувати маніпуляції, які схожі з діями, що реалізуються під керуванням людського мозку. З іншого боку, ШІ можна розглядати як інформаційно-комп'ютерне середовище, що побудоване на перспективній діяльності людини, яка здатна сприймати оточуюче середовище і реагувати на зовнішні фактори, імітуючи дії людини [2]. Штучний інтелект – це достатньо широка галузь, яка в свою чергу охоплює і машинне, і глибоке навчання.

Методи штучного інтелекту, такі як генетичні алгоритми або алгоритми машинного навчання, можуть

застосовуватися для вирішення комбінаторних задач, таких як задача комівояжера і задача про пакування рюкзака. Дані методи дозволяють знаходити наближені або точні розв'язки складних комбінаторних задач за розумний час.

Розглянемо задачу про пакування рюкзака. Класична постановка задачі така: Нехай існує набір предметів, кожний з яких має два параметри – вага і цінність. Також існує рюкзак визначеної вантажопідйомності. Задача полягає в тому, щоб запакувати рюкзак з максимальною цінністю предметів всередині, враховуючи при цьому обмеження рюкзака на сумарну вагу. Ця задача має декілька варіантів постановки задачі. Авторами розглянутий найрозповсюдженіший варіант: нелінійна задача про пакування рюкзака. Вона формулюється наступним чином: Нехай вектор $(x_1 \dots x_n)$ належить R визначає кількість екземплярів кожного предмету. Тоді задача полягає в знаходженні мінімуму функції $f(x)$, де x належить множині S . В цій формулі множина S не порожня, і передбачається, що $f(x)$ – безперервна функція і така, що диференційована на R в степені n . Існує декілька методів розв'язання даної задачі: метод повного перебору і метод гілок та меж.

3. МЕТОДИ ПОВНОГО ПЕРЕБОРУ ТА ГІЛОК І МЕЖ

За умовою задачі існують предмети, які потрібно запакувати в рюкзак, причому сумарна цінність предметів максимальна, а сумарна вага не перевищує вантажопідйомність рюкзака. Існують два варіанти: або предмет пакується в рюкзак, або ні. Цей метод відомий також як брутфорс, має часову складність $O(2^n)$, де n – кількість предметів, що робить його дуже повільним, але гарантує знаходження точного розв'язку для невеликих наборів предметів. Час виконання методу повного перебору зростає експоненціально зі збільшенням кількості предметів. Для великої кількості предметів цей метод стає практично неможливим для розв'язання за прийнятний час через величезну кількість комбінацій. На рисунку представлено дерево перебору для трьох предметів. Кожний лист відповідає деякій підмножині предметів. Необхідно знайти лист з максимальною цінністю серед тих, вантажопідйомність яких не перевищує вантажопідйомність рюкзака.

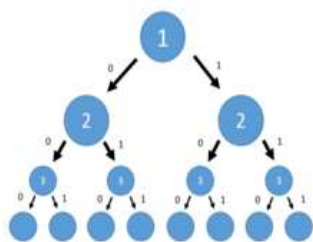


Рисунок 1. Дерево повного перебору, що відповідає пошуку розв'язку для трьох предметів

Метод гілок та меж є варіацією методу повного перебору з тією лише різницею, що виключаються неоптимальні гілки повного перебору, які відомі заздалегідь. В процесі побудови для кожного вузла оцінюється верхня межа цінності розв'язку, і продовжується побудова дерева тільки для вузла з максимальною оцінкою. Коли максимальна верхня межа виявляється в листі дерева, алгоритм закінчує свою роботу.

Властивість методу гілок та меж зменшувати кількість варіантів перебору сильно опирається на вхідні дані. Його доцільно застосовувати тільки у випадку, коли питомі цінності предметів сильно відрізняються.

4. ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ПРИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ ПРО ПАКУВАННЯ РЮКЗАКА

Методи штучного інтелекту, такі як генетичні алгоритми або алгоритми машинного навчання, також можуть бути застосовані для розв'язку комбінаторних задач, таких як задача про пакування рюкзака.

В задачі про пакування рюкзака простір пошуку обмежується дискретною множиною всіх допустимих варіантів пакування рюкзака, число яких може досягати величини 2^n , де n - кількість предметів. Всі ці особливості задачі, що розглядається, дозволяють застосувати для її розв'язку генетичний алгоритм. Такий алгоритм при розумному кодуванні допустимих рішень, як відомо, може виявитися цілком ефективним. Однак його слід віднести до класу наближених алгоритмів, оскільки він не завжди дає оптимальний варіант пакування рюкзака. Одна з основних причин отримання неправильної відповіді в результаті роботи генетичного алгоритму полягає в можливій першасній збіжності алгоритму. Це відбувається, коли всі особини, що створюють чергову популяцію, виявляються згрупованими в межах локального екстремуму цільової функції, і при цьому жодні зусилля операторів схрещування, мутації і відбору не призводять до "зміщення" найбільш пристосованих особин в "напряму" шуканого оптимального розв'язку. Збільшення числа популяцій також не дає очікуваного ефекту, а суттєве збільшення їх числа мало буде відрізнитися від методу повного перебору варіантів. При розробці генетичного алгоритму для розв'язку задачі про пакування рюкзака необхідно відповісти на наступні питання:

1. Яким чином в хромосомі буде закодований допустимий розв'язок?
2. Як обчислити функцію пристосованості особини?
3. Як реалізувати генетичні оператори схрещування і мутації, щоб отримані в результаті їх застосування особини були допустимими розв'язками?

4. На якій підставі відбуватиметься формування нової популяції?

5. Яка умова завершення роботи алгоритму?

Застосуємо наступний спосіб кодування розв'язку. По-перше всі предмети пронумеровані деяким чином. Кожна хромосома буде представляти собою булевий вектор $(x_1 \dots x_n)$, в якому i -й ген (тобто елемент x_i) дорівнює одиниці, якщо i -й предмет поклали в рюкзак, і дорівнює нулю в протилежному випадку. Вочевидь, що не кожний булевий вектор $(x_1 \dots x_n)$ указанного виду буде кодувати допустимий розв'язок, оскільки існує обмеження на набір предметів, запакованих в рюкзак, що обумовлене його вантажопідйомністю. Функція пристосованості (фітнес-функція) особини характеризує степінь "наближення" цієї особини до точного розв'язку задачі. Чим більше значення функції пристосованості особини, тим ближчий відповідний розв'язок задачі до шуканого максимуму. Пристосованість особини $(x_1 \dots x_n)$ будемо обчислювати за формулою

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad (1)$$

тобто пристосованість особини - це сумарна цінність предметів, запакованих в рюкзак. При такому способі кодування допустимих розв'язків виникає проблема, що пов'язана з застосуванням стандартних генетичних операторів схрещування (кроссовера) і мутації. При застосуванні одноточкового оператора схрещування з допустимих хромосом батьків може з'явитися нащадок, що кодує недопустимий розв'язок, тобто такий булевий вектор, для якого сумарна вага обраних предметів перевищує вантажопідйомність рюкзака. При застосуванні звичайного оператора мутації з допустимої хромосоми також може з'явитися хромосома, що кодує недопустимий розв'язок. Щоб запобігти цим складнощам автори пропонують застосовувати стандартні оператори одноточкового або рівномірного кроссоверу з наступною корекцією отриманих хромосом, якщо це буде необхідним. Корекція полягає в тому, що в отриманій недопустимій хромосомі випадковим чином обираються одиничні гени і замінюються нульовими генами до тих пір, доки не отримано допустиму хромосому. Аналогічно поступаємо і для недопустимих хромосом, що отримані в результаті мутації. Роботу генетичного алгоритму можна завершити в двох випадках. По-перше, коли значення фітнес-функції, що відповідає найбільш пристосованій особині, в декількох послідовних популяціях виявилися достатньо близькими. По-друге, роботу алгоритму можна зупинити при досягненні заздалегідь обраної кількості поколінь.

Штучні нейронні мережі і генетичні алгоритми можуть застосовуватися для генерації випадкових дискретних структур з заданими властивостями. Це може бути корисним для дослідження випадкових графів, послідовностей або інших дискретних об'єктів, а також для створення тестових наборів даних для алгоритмів дослідження.

Список літератури

- [1] Goodfellow I., Bengio Y., Courville A: Deep learning: The MIT Press, 2016, 800 pp, ISBN: 0262035618. DOI: [10.1007/s10710-017-9314-z](https://doi.org/10.1007/s10710-017-9314-z).
- [2] Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. Pearson, pp. 1151, 2016. DOI:10.26565/2227-8877-.2016-89-08