

G21.6  
A13

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

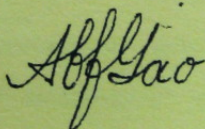
АБДУЛЛАЄВ ФАРХАД ЯДУЛЛА ОГЛИ

УДК 539.3/6:517.977

ДИНАМІЧНА СТІЙКІСТЬ ПРЯМОЛІНІЙНИХ  
ТРУБ ІЗ ВНУТРІШНІМИ ПОТОКАМИ  
НЕОДНОРІДНОЇ РІДИНИ

05.23.17 – Будівельна механіка

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук



КИЇВ - 2000

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Проблеми теоретичного моделювання динаміки і стійкості трубчастих систем, що взаємодіють із внутрішніми неоднорідними потоками рідини і газу, виникають у багатьох галузях техніки: на транспорті, в авіаційній і космічній техніці, у нафтовій і газовій промисловості, в енергетиці. За допомогою трубчастих конструкцій є можливість організувати передачу рідинних фракцій корисних копалин на великі відстані, виконати перетворення теплової енергії у механічну енергію стиснутої пари, що рухається, здійснити підйом кускових конкрецій з морського дна та інше.

Актуальність теми. У процесі експлуатації таких систем в результаті механічної взаємодії поперечних коливань трубчастого елемента з рухомими масами внутрішніх потоків рідини, газів або їх суміші генеруються зовнішні дії позиційних неконсервативних (циркуляційних та дисипативних) і гіроскопічних сил. Перші з них приводять до статичного випучення труби, другі – до самозбурення нестійких періодичних рухів та їх подавлення. Дія гіроскопічних сил виявляється в істотному ускладненні форм коливань труби. Не дивлячись на те, що потужність цих сил дорівнює нулю, вони приводять до порушення синхронності коливань, у результаті чого кожний елемент трубки коливається своєю фазою, і на її осовій лінії з'являються вузлові точки, які при коливаннях зміщуються вздовж осі.

Питанням дослідження статичної і динамічної втрати стійкості прямолінійних труб, що вміщують внутрішні потоки рідини, присвячена велика кількість наукових робіт у країнах СНД, Західної Європи, США та Канади.

В основному ці дослідження пов'язані з вивченнями механічної поведінки труб, що вміщують однорідні потоки рідини або газу, і практично відсутні роботи, пов'язані з аналізом впливу неоднорідності потоку на стійкість рівноваги труби і її коливання. Саме з такими задачами частіше всього доводиться зустрічатися в техніці.

У зв'язку зі сказаним можна зробити висновок, що задача теоретичного самозбурення поперечних коливань трубчастих стержнів, що вміщують внутрішні потоки неоднорідної рухомої рідини, є актуальною.

### Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Методика і програмний комплекс дослідження коливань і динамічної стійкості трубчастих стержнів з внутрішніми неоднорідними потоками рідини розроблялись у відповідності з координаційним планом Міністерства освіти

України по темі 12 ДБ-92 “Динаміка тонкостінних просторових конструкцій, що взаємодіють із силовими полями складної структури “ (номер держресстрації UA 01013443P). Автором поставлена задача, розроблена методика і програмний комплекс чисельного дослідження коливань і динамічної стійкості трубчастих стержнів із внутрішніми неоднорідними потоками рідини.

**Мета і задачі дослідження.** Метою роботи є теоретичне дослідження динаміки консольних і шарнірно закріплених трубчастих стержнів під дією сил їх взаємодії з неоднорідними внутрішніми потоками рідини і визначення критичних режимів їх рухів. Задачі дослідження полягають у наступному:

- постановка і розв’язання задачі про поперечні коливання і динамічну стійкість консольних трубчастих стержнів, що вміщують внутрішні неоднорідні нерозривні потоки рідини;
- постановка і розв’язання задачі про коливання і динамічну стійкість шарнірно закріплених труб, що вміщують внутрішні рухомі поля тиску, які змінюються за гармонійним законом;
- постановка і розв’язання задач про коливання і динамічну стійкість шарнірно закріплених труб, що вміщують внутрішні рухомі періодичні системи згустків рідини, розділених порожнинами.

**Об’єкт дослідження.** Об’єктом дослідження є трубчасті системи на транспорті, авіації, в космічній техніці, нафтовій і газовій промисловості, в енергетиці, трубчасті конструкції для передачі рідинних фракцій корисних копалин.

**Предметом дослідження** є динаміка прямолінійних труб, що взаємодіють із внутрішніми потоками рідини, визначення критичних швидкостей цих потоків і побудова форм коливань у докритичних, критичних та закритичних станах.

**Методи дослідження.** В основу розробленої методики чисельного дослідження динаміки і стійкості коливань труб з внутрішніми неоднорідними потоками покладені моделі динаміки стержнів типу Ейлера-Бернуллі і типу С.П. Тимошенка, методи теоретичної механіки, теорії Флоке стійкості періодичних процесів, а також методи Хуболта, початкових параметрів, дискретної ортогоналізації і Рунге-Кутта четвертого порядку.

Достовірність результатів виконаних досліджень підтверджується обґрунтуванням прийнятих механічних моделей і методів теоретичного і чисельного аналізу, тестуванням результатів обчислень і зіставленням їх із результатами інших авторів. Збіжність чисельних розв’язків виявлялася шляхом зміни кроків чисельного інтегрування по часовій та просторовій координатах.

**Наукова новизна одержаних результатів.** Наукова новизна і теоретичне значення результатів роботи полягає в постановці нових задач про коливання і динамічну стійкість прямолінійних трубчатих стержнів, що вміщують неоднорідні потоки рідини з неперервними і розривними функціями розподілення їх параметрів уздовж осьової координати. Досліджено вплив позиційних, циркуляційних і гіроскопічних сил, що генеруються внутрішнім потоком, на коливальні процеси.

**Практичне значення одержаних результатів.** Практична цінність результатів обумовлена розповсюдженням поставлених задач в техніці при проектуванні трубопроводів теплоенергетичних установок, а також нафто- і газопроводів. Результати досліджень використані Науково-дослідним інститутом будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури.

**Особистий внесок здобувача** полягає в наступному:

- поставлені задачі динаміки прямолінійних трубчастих стержнів із внутрішніми неоднорідними потоками рідини;
- побудовані диференціальні рівняння з частинними похідними, що описують коливання стержнів під дією позиційних і неконсервативних (циркуляційних і дисипативних) сил;
- запропонована методика, розроблені чисельні алгоритми і програмний комплекс для комп'ютерного моделювання динаміки і стійкості трубчастих стержнів з внутрішніми неоднорідними потоками рідини. Виконано дослідження коливань і стійкості труб, що вміщують неперервні і розривні потоки. Проведений аналіз одержаних результатів.

**Апробація результатів дисертації.** Отримані результати доповідались на 57-60 наукових конференціях КНУБА (Київ, 1996-99 р.р.), на Загальних зборах Національного комітету України з теоретичної та прикладної механіки (Київ, 1996 р.).

**Публікації.** Основний зміст дисертації викладений у восьми публікаціях: одна робота в науковому журналі, три роботи в збірниках, три депонованих роботи та одна робота в доповідях наукової конференції

**Структура і обсяг роботи.** Дисертація складається з вступу, 4 розділів, висновків і бібліографічного списку. Вона викладена на 189 сторінках, зокрема, охоплює 136 сторінок друкарського тексту, 62 рисунки, 18 таблиць та містить бібліографію з 146 найменувань на 13 сторінках та один додаток.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У ВСТУПІ наведена загальна характеристика роботи.

У ПЕРШОМУ РОЗДІЛІ викладений аналіз стану теоретичних робіт у галузі трубчастих систем та найтипівіших явищ, властивих їм.

Задачі дослідження механічної поведінки труб, які містять внутрішні рухомі маси і рухомі поля внутрішнього тиску, часто зустрічаються в техніці. У нафтовій та газовій промисловості це магістральні трубопроводи, на танкерному флоті, в авіації і космічній техніці - шланги для перекачування рідких фракцій нафти і палива при дозаправці літаючих апаратів у польоті; в машинобудуванні - трубопроводи гідроприводів, в атомній і тепловій енергетиці - трубчасті контури теплообмінних апаратів із прямолінійними та криволінійними елементами. Існують численні проекти використання вертикальних трубопроводів для подачі за допомогою ефекту підйомної сили повітряно-водяної суміші конкрецій корисних копалин із глибини світового океану. Прикладом таких систем можуть бути трубопроводи пневмопошти і трубного гідротранспорту, а також гарматні дула, в яких рухаються снаряди і рухоме поле підвищеного внутрішнього тиску.

Функціонування цих механічних систем може супроводжуватись складними динамічними ефектами, які обумовлюють можливість участі тієї системи в декількох видах руху одночасно, складною взаємодією цих рухів і гіроскопічним зв'язком між ними, можливістю статичної (дивергентної) втрати стійкості стаціонарного руху, виникненням нестійких коливальних рухів (типу флатер) і параметричними резонансами.

Проблема вивчення механіки систем, що розглядаються, має більш ніж сторічну історію. До перших робіт цього напрямку можна віднести дослідження Айткена, Бенджаміна, Бриллоена, Бурриера, Лонга, Ніордсона, Тсуна, Хандельмана, Хейнрика, Ху та інших вчених. У другій половині теперішнього сторіччя ці питання вивчали В.Л.Бідерман, В.В.Болотін, В.В.Гайдайчук, В.І.Гуляєв, В.П.Козлов, А.А.Мовчан, Я.Г.Пановко, В.О.Свєтлицький, В.І.Феодосьєв, Андерсон, Вівер Грегорі, Дексіс, Деніс, Іссіт, Немат-Нассер, Пайдуссіс, Прасад, Уні, Херрман, Чен та інші вчені.

Огляд виконаних досліджень показує, що в більшості робіт вивчався рух труб і сплавів, що взаємодіють із внутрішнім потоком однорідної рідини, коли її густина залишалася сталою вздовж повздовжньої осі симетрії. Одночасно найбільш складні та цікаві явища виявляються у випадках, коли параметри потоку міняються з його рухом у каналі труби чи шланга. Задачі дослідження таких систем виникають у змійовиках теплообмінних апаратів

атомних та теплових енергетичних установок, у яких рідина, що є робочим телом, у міру руху нагрівається та закипає. При цьому її об'ємна густина зменшується, об'єм збільшується та зростає швидкість руху. Подібні явища виникають і в ежекторних установках для підйому ґрунту та корисних копалин з дна морів та океанів, де підйомна сила в трубі, установленій вертикально в водяному середовищі, створюється за рахунок подачі в її нижній кінець повітря. Тоді при підйомі всередині труби повітря потрапляє в зони все нижчого тиску, його об'єм та швидкість зростають, а густина повітряно-водяної суміші зменшується. Особливий тип неоднорідності виникає також при розповсюдженні у внутрішньому потоці рідини або газу акустичних хвиль внутрішнього тиску, викликаних циклічною роботою компресорів, котрі нагнітають рідину чи газову суміш. Перелічені задачі лише починають вивчатись і досі розглядаються, як правило, в спрощених постановках. Так, наприклад, у дисертаційних роботах В.В.Гайдайчука, Ю.М.Дяденчука, в статтях та в монографії В.І.Гуляєва та співробітників досліджені питання руху неоднорідних стаціонарних ідеальних рідин усередині спіральних трубок, коли при русі по криволінійних траєкторіях породжуються стаціонарні «статичні» відцентрові сили інерції, що викликають додаткові деформації та викривлення осьових ліній змійовика. Питанням розрахунку динаміки гідротранспортних трубопроводів з потоками, яким властиві випадкові неоднорідності, присвячені публікації В.О.Светлицького та В.П.Козлова.

Проведений огляд теоретичних робіт у галузі динаміки і стійкості труб з неоднорідними внутрішніми потоками рідини дозволяє зробити висновок, що до цього часу вони вивчені недостатньо. Дослідженню цих питань присвячується ця дисертаційна робота.

**У ДРУГОМУ РОЗДІЛІ** поставлена задача про динамічну стійкість консольної труби, що містить внутрішній безперервний (стаціонарний) потік неоднорідної ідеальної рідини, запропонована методика її чисельного розв'язку, виконане комп'ютерне моделювання коливань труб у докритичному, критичному та закритичному станах. При постановці задачі взято до уваги, що елементи рідини, рухаючись із змінною швидкістю вздовж поздовжньої осі  $Ox$  труби, яка коливається, потрапляють до її точки зміненими кінематичними характеристиками і тому здійснюють складний рух. Використовуючи з цієї нагоди поняття субстаціонарної похідної по часу і конвекційну зміну польової величини, уявимо швидкість та прискорення елемента рідини в напрямку осі  $Oy$  відношенням

$$\frac{\partial^2 y_r}{\partial t^2} = \ddot{y} + y' \cdot v \cdot \frac{\partial^2 y_r}{\partial t^2} = \ddot{y} + 2\dot{y}'v + y''v^2 + y'v' \quad (1)$$

де  $y_r$  - переміщення елемента рідини разом з трубою вздовж осі Oy,  $y$  - переміщення елемента труби в поперечному напрямку (крапкою позначена частина похідна по часу  $t$ , штрихом - по просторовій змінній  $x$ ),  $v$  - швидкість рідини.

Враховуючи ці залежності, побудовано рівняння поперечних коливань труби із застосуванням блочної моделі типу Ейлера-Бернуллі

$$EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right] + \rho_m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \rho_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2\rho_r v \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + \rho_r \frac{\partial v}{\partial x} v \frac{\partial y}{\partial x} + \rho_r \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial x} + \rho_r v' \frac{\partial y}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

де  $EJ$  - жорсткість труби при згинанні,  $T(x)$  - сила натягу труби,  $\rho_r$  - лінійна густина труби,  $\rho_r$  - лінійна густина потоку рідини.

Для визначення основної відмінності динамічних процесів, які мають місце в трубах із потоками рідини, досліджені їх поперечні коливання. Показано, що наявність у рівняннях руху складової  $2\rho_r v \partial^2 y / \partial x \partial t$ , пов'язаної з гіроскопічними силами, виключає можливість коливання труби по стоячих модах та обумовлює існування лише рухомих гармонічних згинних хвиль вигляду  $y(x,t) = y_r \sin(kx - \omega t)$ . Причому в цьому випадку кожному значенню хвильового числа  $k$  відповідає два різних значення частоти  $\omega_1, \omega_2$  та дві різні фазові швидкості хвиль

$$v_{\phi 1,2} = \frac{\rho_r \cdot v \pm \sqrt{\rho_r^2 \cdot v^2 + (\rho_r + \rho_r) \left\{ EJk^2 + (T - \rho_r v^2 - \rho_r F) \right\}}}{(\rho_r + \rho_r)} \quad (3)$$

Ця обставина визначає відмінність трубопроводу з рухомим потоком рідини від трубопроводу з нерухомою рідиною, для якого при  $v=0$

$$v_{\phi 1} = -v_{\phi 2} = \frac{\sqrt{EJk^2 + (T - \rho_r F)}}{\rho_r + \rho_r} \quad (4)$$

Таким чином, якщо рідина рухома, то швидкість хвилі, що біжить,  $v_{\phi 1}$  вздовж потоку завжди перевищує швидкість хвилі  $v_{\phi 2}$  навпроти потоку.

Використовуючи побудовані рівняння, досліджені вільні коливання хвилі, що біжить, розповсюджуючись у трубі на пружній основі.

Якщо один з кінців труби вільний, то при витіканні з нього рідини, або її нагнітанні всередину труби, через цей кінець генеруються динамічні впливи, аналогічні дії відслідковуючих (циркулюючих) сил на вільний кінець консольного стержня. В роботі створена методика комп'ютерного

моделювання динамічної стійкості труби для випадків, коли лінійна густина і швидкість руху рідини в трубі залежать від поздовжньої координати  $x$ .

Покрокове інтегрування по часу рівняння коливань труби виконувалось за допомогою неявної скінченно-різницевої схеми Хуболта, з використанням якої похідні по часу апроксимувались скінченними різницями в формі

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_t &= \frac{1}{6\Delta t} [11y_t(x) - 18y_{t-1}(x) + 9y_{t-2}(x) - 2y_{t-3}(x)] , \\ \left. \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right|_t &= \frac{1}{\Delta t^2} [2y_t(x) - 5y_{t-1}(x) + 4y_{t-2}(x) - y_{t-3}(x)] . \end{aligned} \quad (5)$$

За їх допомогою рівняння з частинними похідними редукуються до системи звичайних диференціальних рівнянь, для яких формується двухточкова крайова задача. Розв'язок задачі знаходиться методом початкових параметрів, для побудови частинних розв'язків застосовується метод Рунге-Кутта. Оскільки в знаменниках деяких коефіцієнтів диференціальних рівнянь міститься співмножник  $\Delta t^2$ , із зменшенням кроку інтегрування  $\Delta t$  з метою досягнення необхідної точності обчислень ці коефіцієнти збільшуються. Тому відповідна система диференціальних рівнянь першого порядку стає жорсткою, і серед її частинних розв'язків з'являються швидко зростаючі функції. Для подолання обчислювальних труднощів, які виникають при чисельній побудові таких розв'язків, використовується метод ортогоналізації.

Для дослідження процесів збудження автоколивань консольної труби, яка містить внутрішній потік неоднорідної рідини, створений обчислювальний комплекс, що дозволяє моделювати динаміку консольних труб на персональних комп'ютерах.

При проведенні досліджень для вибраного закону розподілення по довжині труби лінійної густини (повітряно-водяної суміші) та зміні швидкості її течії задавались початкові відхилення труби від прямолінійної форми її стану рівноваги, а потім за описаною раніше схемою здійснювалось інтегрування рівнянь руху труби на досить великому інтервалі часу. Якщо при коливанні труби їх амплітуда зменшувалась, вихідний стан рівноваги труби вибраним потоком вважався стійким, якщо в результаті заданого початкового збурення амплітуда коливань, що самозбурюються, безмежно зростала, вихідний стан вважався нестійким. Параметри внутрішнього потоку і стан труби вважались критичними, якщо на підслідному інтервалі часу встановлювались періодичні коливання. У процесі обчислень кроки

інтегрування по часу ( $\Delta t$ ), по просторовій координаті ( $\Delta x$ ) і число  $\rho$  точок ортогоналізації добирались за умов збіжності розрахунку.

При розрахунках приймалося, що рух водяного потоку всередині зануреної в воду вертикальної трубчатої консолі з верхнім жорстко закріпленим кінцем може бути викликаний подачею до її нижнього вільного кінця або на певній відстані від нього деякого об'єму повітря. У зв'язку з тим, що усереднена густина утвореної таким чином повітряно-водяної суміші всередині труби виявляється меншою за густину води зовні труби, тиск у воді біля нижнього отвору труби перевищує тиск стовпа суміші в трубі, що і приводить до підйому цієї суміші в трубі. В міру підйому суміші повітряні кульки, що містяться в ній, потрапляють в зону з усе меншим і меншим тиском, тому їх об'єм зменшується, усереднена густина суміші падає, а швидкість її руху зростає. Оскільки визначення параметрів динаміки такого потоку є самостійною задачею, була розроблена модель цього процесу, в якому вважалося, що витрати суміші на вході та виході труби однакові, між цими перерізами параметри потоку змінюються лінійно та процес руху суміші є постійним.

Обчислення проводились для випадків різних значень  $l$  довжин труб, відстаней  $l_n$  від верхнього кінця труби до місця подачі повітря ( $l_n=l$ ,  $l_n=0,75l$ ,  $l_n=0,5l$ ,  $l_n=0,25l$ ), значень коефіцієнта  $k_d$ , який визначає міру зростання швидкості  $v$  потоку і зменшення густини  $\rho_p$  суміші ( $k_d=1, 5, 10, 15, 20$ ). Приймалося, що труба може бути напруженою внутрішньою поздовжньою силою (обумовленою, наприклад, силами тяжіння) або ця сила може бути відсутньою. Вважалося, що при коливаннях можуть виникати або не виникати сили зовнішнього тертя (труби та навколишнього середовища). Дослідження показали, що в режимі докритичних коливань внутрішній потік визначає демпфуючий вплив на коливальний процес, і викликані початковим відхиленням труби коливання швидко гасяться (Рис.1,а). У критичному стані підтримуються гармонійні коливання всіх точок труби (Рис.1,б), котрі, однак, здійснюються в різних фазах. В закритичному стані амплітуда коливань необмежено зростає (Рис.1,в). Цікаво відзначити, що період сталих автоколивань у критичному випадку виявляється значно меншим за умовні періоди автоколивань у докритичних та закритичних станах.

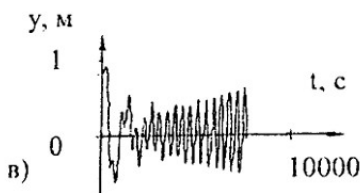
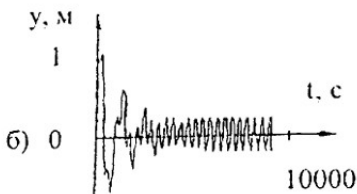
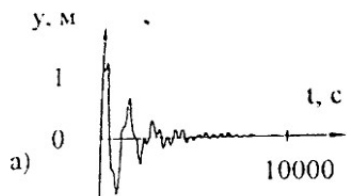


Рис.1. Графіки коливань вільного кінця консольної труби.

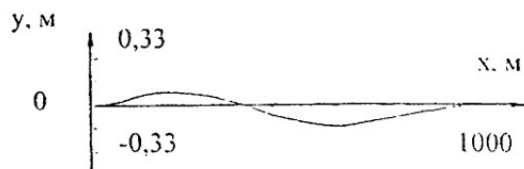
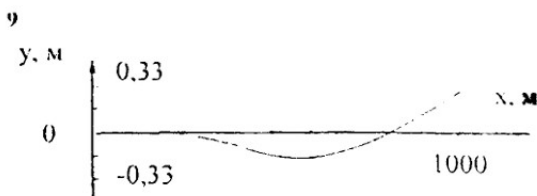


Рис.2. Форми руху консольної труби.

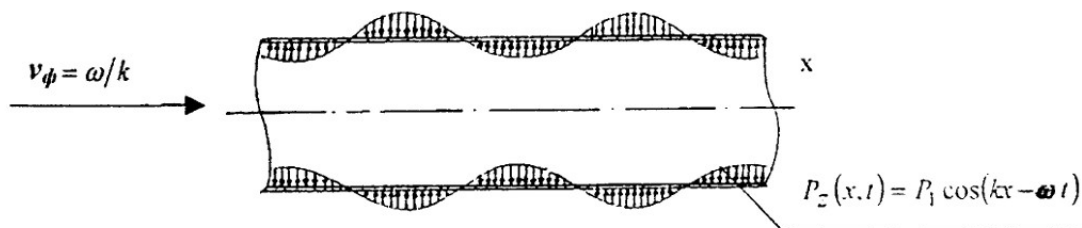


Рис.3. Схема труби з рухомим полем внутрішнього тиску.

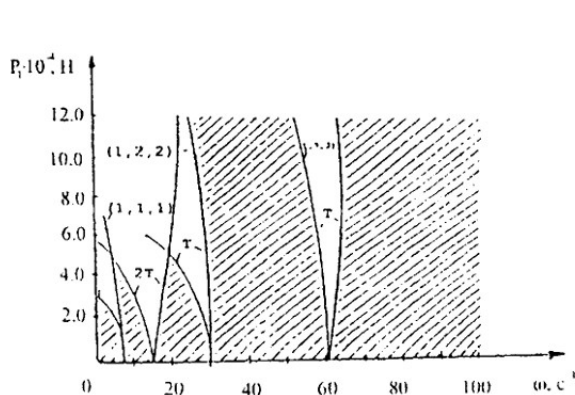


Рис.4. Діаграма стійкості труби без попереднього стиску.

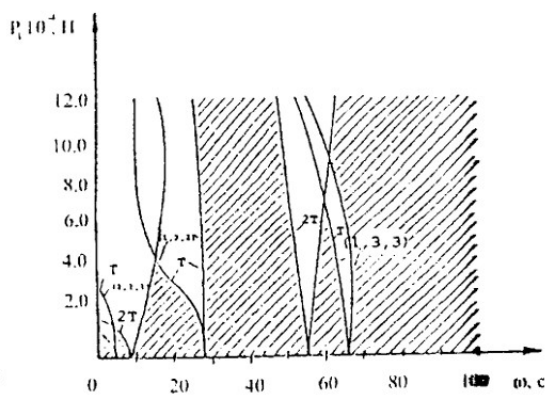


Рис.5. Діаграма стійкості попередньо стиснутої труби.

Аналіз форм автоколивань труби з потоком показав, що вони істотно відрізняються від форм вільних коливань еквівалентного консольного стержня перш за все відсутністю однієї загальної фази і появою однієї або рідше двох вузлових точок, котрі при коливаннях переміщуються вздовж осьової лінії (Рис.2). Виявлено також, що знайдені форми автоколивань є суперпозицією декількох перших мод вільних коливань труби. Відзначена особливість більш помітна при зменшенні ділянки  $l_0$  труби, на якій швидкість потоку і густина рідини змінюється.

Аналіз впливу параметра неоднорідності потоку на значення його критичної швидкості показав, що із збільшенням неоднорідності критичне значення швидкості на вході труби падає, а на виході - збільшується.

Розрахунок труб, напружених і ненапружених поздовжньою силою, показав, що введення поздовжньої сили в трубі приводить до збільшення критичних швидкостей потоку та зростання частоти автоколивань.

**У ТРЕТЬОМУ РОЗДІЛІ** проведено дослідження стійкості поперечних коливань шарнірно закріпленої труби під дією сил внутрішнього рухомого поля тиску, що періодично змінюється. Розглянуті постановки задач можуть виникати при дослідженні динаміки магістральних нафто- та газопроводів, трубчатих елементів енергетичних установок, трубопроводів компресорних установок і інших. В результаті дії імпульсних збурень трубки від працюючих компресорів при передачі тіла всередині трубі породжується періодична рухома хвиля тиску, яка розповсюджується зі швидкістю руху звуку в потоці. Акустична хвиля, передаючи нормальний тиск на внутрішню стінку труби, приводить до виникнення в трубі осьових і кільцевих періодичних рухомих хвиль напружень, які за певних умов супроводжуються поперечними коливаннями труби, що самозбурюються. Оскільки частота автоколивань, які генеруються таким чином, як правило, не збігається з частотами власних коливань системи, обумовлені ними параметричні коливання важко прогнозувати. У зв'язку з цим вони виникають у непередбачуваних випадках і тому становлять найбільшу небезпеку.

Математичне моделювання автоколивань, що збурюються таким чином, базується на основних положеннях теорії стійкості лінійних звичайних диференціальних рівнянь із періодичними коефіцієнтами, розробленої Ляпуновим і Флоке. При аналізі методами теорії стійкості руху самозбурення поперечних коливань трубопроводу під дією внутрішнього рухомого поля тиску спочатку визначається викликана періодичною зміною внутрішнього акустичного тиску періодична поздовжня сила в трубі, а потім досліджується під дією цієї сили її динамічна поперечна нестійкість узагалі. Прийнято, що навантаженням на трубу є періодична по поздовжній координаті та в часі

гармонічна хвиля тиску  $P_z(x,t) = P_1 \cos(kx - \omega t)$ , яка рухається вздовж труби зі швидкістю  $v_\phi = \omega/k$  (Рис.3). Для визначення поздовжньої сили в трубі використані рівняння теорії циліндричних оболонок типу С.П.Тимошенка в формі

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} - \frac{\gamma}{g} h \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{N_y}{R} + \frac{\partial}{\partial x} \left( N_x \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) - \frac{\gamma}{g} h \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + P_z &= 0, \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x - \frac{\gamma}{g} \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

де  $u_x$ ,  $u_z$  - поздовжнє та нормальне переміщення;  $N_x$ ,  $N_y$  - зусилля в оболонці в поздовжньому та в круговому напрямках відповідно;  $M_x$ ,  $Q_x$  - згинаючий момент та перерізуюча сила;  $\gamma$  - питома вага матеріалу оболонки;  $h$  - її товщина;  $g$  - прискорення вільного падіння;  $R$  - радіус кривизни;  $\gamma_x$  - повний кут повороту нормалі.

За їх допомогою побудовані вирази для поздовжньої сили в трубі

$$T(x,t) = 2\pi R N_x = \frac{2\pi R E h}{1 - \mu^2} \left( k U_x^S + \frac{\mu}{R} U_z^C \right) \cos(kx - \omega t) \quad (7)$$

Тут  $U_x^S$ ,  $U_z^C$  - знайдені аналітично амплітудні значення переміщень  $u_x$ ,  $u_z$ .

Загальна характеристика стійкості труби досліджується на основі рівнянь теорії стержнів С.П.Тимошенка

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + T(x,t) \frac{\partial^2}{\partial x^2} (Y + y) - \rho l \left( 1 + \frac{E}{\eta G} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2 \cdot \partial t^2} = 0, \quad (8)$$

де  $y$  - прогин;  $Y(x)$  - функція початкового прогину;  $E, G$  - параметри пружності;  $l$  - момент інерції перерізу.

На відміну від випадку, коли збурення нестійких параметричних коливань стержня здійснюється гармонійно змінними з часом силами, прикладеними до його країв, при розповсюдженні акустичної хвилі поздовжня сила  $T(x,t)$  є також періодичною функцією просторової координати  $x$ . Тому при аналізі динаміки труби не можна обмежуватись представленням функції поперечних коливань  $y(x)$  у вигляді однієї півхвилі синусоїди, як звичайно це робиться, її шукати її в загальному вигляді.

Чисельна реалізація дослідження стійкості розв'язків рівняння (3) ґрунтується на його редукції із застосуванням проєкційного методу, представлення розв'язку у вигляді ряду Фур'є по змінній  $t$  та утриманні обмеженої кількості його членів. Функція  $y(x,t)$  формується у вигляді

$$y(x, t) = y(x) + y'(x) \sin \omega t + y''(x) \cos \omega t + y^{(3)}(x) \sin \frac{\omega}{2} t + y^{(4)}(x) \cos \frac{\omega}{2} t \quad (9)$$

Таке представлення періодичного режиму обумовлюється тим, що прийняте в постановці задачі зовнішнє навантаження є параметричним. Тому у цьому випадку на межах, що відділяють зони стійкості від зон нестійкості, система може мати період коливань як  $T = 2\pi / \omega$ , так і  $2T = 4\pi / \omega$ .

Для визначення невідомих  $y(x), y'(x), y''(x), y^{(3)}(x), y^{(4)}(x)$  побудована система п'яти звичайних диференціальних рівнянь, загальний порядок якої дорівнює двадцяти. При значеннях  $k = 2m/l$ , ( $m = 1, 2, \dots$ ),  $l$  - довжина труби, її коефіцієнти періодичності по  $k$  з періодом  $l/n$  в межах  $0 \leq x \leq l$ .

При відсутності початкового прогину  $Y(x)$  сформульована система рівнянь є однорідною. Вона має нетривіальний розв'язок лише при таких значеннях  $k$  і  $\omega$ , для яких матриця коефіцієнтів відповідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь, побудованих за умов задовільнення системи фундаментальних розв'язків крайових рівнянь задачі, вироджується. Ці значення параметрів відповідають критичному стану динамічної системи, оскільки в ній можуть генеруватись періодичні коливання з довільною амплітудою.

Для перевірки достовірності розробленої методики розв'язана тестова задача при граничних значеннях деяких параметрів, завдяки чому побудована задача могла бути розв'язана аналітично. Приймалося, що хвильове число  $k$  дуже мале і внутрішній тиск в трубі залежав лише від часу  $P_2 = P_0 \cos \omega t$ . Для цього випадку поздовжня сила в трубі визначається рівнянням

$$T(t) = T_0 + T_1 \cos \omega t = T_0 + \frac{2\mu g E R^2}{Eg - \gamma R^2 \omega^2 (1 - \mu^2)} P_1 \cos \omega t \quad (10)$$

де  $T_0$  - сила попереднього стиснення (розтягу) труби.

Використовуючи співвідношення згину балки типу Ейлера-Клебша, які допускають за прийнятих умов розв'язок  $y(x, t) = \sin(n\pi x/l) v(t)$ , отримано рівняння її динамічної стійкості в формі рівняння Мат'є

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + (a - 2q \sin 2\tau) v = 0, \quad (11)$$

де  $2\tau = \omega t$ ,  $a = 4\pi^2 (EI\pi^2 / l^2 - T_0) / \omega^2 \rho l^2$ ,  $2q = 4\pi^2 T_1 / \rho \omega^2 l^2$ .

Результати розв'язку рівняння (11) представлені у вигляді діаграми Лінса-Стретта, на якій виділені ділянки стійкого та нестійкого стану.

У роботі діаграма стійкості на площині  $a$ - $q$  побудована за допомогою двох підходів: шляхом формулювання системи п'яти рівнянь та шляхом

розв'язання рівняння (11). Оскільки в першому випадку прийнято, що рух із плином часу здійснюється за гармонійним законом, порівняння розв'язків можна проводити лише при великій довжині хвилі з малою глибиною пульсації тиску, тобто невеликим  $q$  в (11). Порівняння розв'язків за двома різними методиками при маленькому  $q$  показало, що вони практично співпадають.

Використовуючи викладену раніше методику, яка ґрунтується на рівняннях динаміки балки типу С.П.Тимошенка, розглянуто три випадки: 1)  $T_0 = 0, k = 0$ ; 2)  $T_0 = 0, k \neq 0$ ; 3)  $T_0 \neq 0, k \neq 0$ . У просторі зміни параметрів  $T_0, \omega$  побудовані межі, що розділяють стійкі зони від нестійких. На рис.4 представлена діаграма, що відображає залежність між  $T_1$  і  $\omega$ , для яких рівняння (8) має нетривіальний розв'язок, а тому трубчаста система перебуває в критичному стані. З кожної точки на осі  $T_1 = 0$ , яка відповідає частоті  $\omega$ , відповідних коливань, виходять дві криві, які ділять область, що розглядається, на стійку (заштриховану) та нестійку зони. Порівняння результатів розв'язку для випадків 1 і 2 показало, що в другому випадку зони нестійкості при збільшенні  $k$  стають вузчі, тобто під дією хвилі, що біжить, система більш стійка.

Якщо труба попередньо напружена стискаючою силою  $T_0$ , (рис. 5) то область динамічної стійкості зміщується вліво (оскільки зменшується значення частот коливань) та зменшується ширина зон динамічної стійкості.

**У ЧЕТВЕРТОМУ РОЗДІЛІ** поставлена задача динаміки трубопроводу з неоднорідним потоком рідини і газу для випадку, коли розміри частинок рідини, газових порожнин і перерізу труби такі, що властивості суміші не можна усереднювати і її слід розглядати як неоднорідну структуру з однаковими параметрами. Цікавий приклад вияву описаного випадку є так званий снарядний рух рідини, що закипає, в трубчастих апаратах енергетичних установок. У реальних трубчастих теплообмінних системах можливі також режими закипання рідини в трубі, при яких утворена пароводяна суміш не є гомогенною, а виявляється утвореною з ділянок рідини і пару, що по чергово рухаються з великою швидкістю. В міру руху процес нагрівання та закипання продовжується, тому довжини ділянок, заповнені рідиною (які називають рідинними пробками) зменшуються, а довжини порожнин, заповнених паром (газові снаряди), і їх швидкість збільшуються.

Як показують спостереження в експериментах із скляними трубками, довжини рідинних пробок можуть змінюватися приблизно від десяти внутрішніх діаметрів трубки при її утворенні до нуля при повному випаровуванні.

Розглянуто два підходи до розв'язку поставленої задачі. Перший підхід базується на безпосередньому чисельному моделюванні динаміки трубопроводу при малих початкових збуреннях за допомогою методики, яка описана в другому розділі. Другий підхід придатний для дослідження трубопроводів лише з періодичними внутрішніми розривними потоками. Він аналогічний методиці, викладеній в третьому розділі при дослідженні стійкості труби з внутрішнім рухомим полем тиску акустичних хвиль.

На основі першого підходу чисельно розв'язані задачі для випадків, коли довжина  $l_1$  рідинного згустку набагато більше довжини  $l_2$  газової порожнини. Показано, що при таких параметрах потоку шарнірно закріплена труба має тенденцію до дивергентної втрати стійкості, яка супроводжується стрибками на кривих руху її точок в моменти проходження їх через газові порожнини. Розглянутий граничний випадок руху однорідного потоку. За умови нехтування гіроскопічними ефектами отримано вираз для нижньої частоти власних коливань

$$k_1 \approx \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{EJ\pi^2}{(\rho_l + \rho_r)^2} - \frac{\rho_r v^2}{(\rho_l + \rho_r)}} \quad (12)$$

що визначає критичний стан труби і критичну швидкість потоку  $v_{кр} = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{EJ}{\rho_r}}$ , яка співпадає з  $v_{кр}$ , визначеною В.І.Феодосєєвим статичним методом. Її значення було підтверджено також чисельним методом при  $l_1 \gg l_2$ .

Другий підхід використаний для випадку, коли рух рідинних пробок у каналі труби є періодичним і довжина пробок  $l_1$  і газових порожнин  $l_2$  однакові, тобто трубчаста система є такою, що параметрично збурюється. Для його реалізації періодичні функції параметрів потоку наближено представляють у вигляді суми перших доданків ряду Фур'є і вихідне рівняння, що розв'язується, з розривними періодичними коефіцієнтами приводиться до системи диференційних рівнянь із гладенькими періодичними коефіцієнтами, стійкість яких може бути досліджена методами теорії Ляпунова і Флоке.

Обчислення показали, що коли частота надходження рідинних згустків у трубі співставна з нижчими частотами коливань труби, заповненої усередненим потоком, то реалізується її динамічна (параметрична) нестійкість. Із збільшенням швидкості  $v$  і частоти надходження згустків виявляється тенденція до статичного (дивергентного) режиму втрати стійкості.

## ВИСНОВКИ

Основні результати проведених досліджень полягають у наступному:

Сформульована задача і побудовані рівняння поперечних коливань трубчастих стержнів із внутрішніми потоками неоднорідної рідини. Розглянуті випадки консольних і шарнірно закріплених стержнів, неперервних та розривних функцій розподілення густини рухомої рідини, газу і газо-водяної суміші, також руху частинок потоку з постійною швидкістю та з прискоренням. Узято до уваги, що в результаті механічної взаємодії руху труби і рухомих мас рідини можуть виникати позиційні, циркуляційні та гіроскопічні сили, які сприяють статичній та динамічній втраті стійкості труби й ускладненню форм її руху.

1. Розроблена методика чисельного дослідження динаміки консольних трубчастих стержнів для прийнятих моделей неоднорідних нерозривних внутрішніх потоків рідини, яка базується на сумісному застосуванні неявних скінченно-різницевих схем покрокового інтегрування по часу, побудові розв'язків методами чисельного інтегрування по просторовій змінній та методу ортогоналізації.

2. За допомогою розробленого підходу виконане теоретичне дослідження динаміки консольних труб для прийнятих моделей неоднорідності потоку, визначені критичні значення швидкостей потоку і форми коливань труби в докритичних, критичних і закритичних режимах, досліджено вплив дисипативних сил і параметрів системи на її поведінку.

3. Сформульована задача на параметричну стійкість шарнірно закріпленої труби під дією рухомого поля внутрішнього тиску, який змінюється за гармонійним законом. На основі методів теорії Ляпунова і Флоке, теорії циліндричних оболонок (у докритичному стані) і теорії стержнів С.П.Тимошенка (в критичному стані) побудовані зони стійкого та нестійкого станів системи.

4. Поставлена задача про параметричну нестійкість шарнірно закріплених труб для прийнятих моделей розривного потоку періодичної системи згустків рідини. За допомогою розкладання параметрів потоку в тригонометричний ряд та утримання обмеженої кількості його членів вихідне рівняння з частинними похідними приведено до системи звичайних диференціальних рівнянь з періодичними коефіцієнтами. На основі розробленої методики досліджена стійкість їх розв'язків, знайдені критичні значення швидкостей потоку та форми втрати стійкості, що їм відповідають.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ

1. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Абдуллаев Ф.Я. Самовозбуждение неустойчивых колебаний в трубчатых системах с подвижными массами // Прикладная механика. – 1997-Т.33.-№3.-С.84-90.
  2. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Толбатов Е.Ю., Абдуллаев Ф.Я. Вынужденные и самовозбуждаемые колебания труб с подвижными жидкостными пробками // Сб. Сопротивление материалов и теория сооружений.-Вып.63.-Киев, КГТУСА-1997.-С.48-58.
  3. Абдуллаев Ф.Я. О механизме самовозбуждения поперечных колебаний трубопровода с внутренним потоком неоднородной жидкости. // Зб. Системні методи керування, технологія та організація виробництва, ремонту і експлуатації автомобілів.-Вип.5.-Київ, Укр. трансп. ун-т., Трансп. Акад. Укр. 1998. С.122-126.
  4. Абдуллаев Ф.Я. Постановка задачі о поперечних коливаннях трубопровода с внутренним потоком неоднородной жидкости. // Зб. Науково-практичні проблеми моделювання та прогнозування надзвичайних ситуацій. – Вип.2. – Київ: МНС України, КНУБА, 1999. С.139-142.
  5. Гуляев В.И., Абдуллаев Ф.Я. Чисельне моделювання динаміки консольного трубопроводу з внутрішніми потоками неоднорідної речовини // Укр. трансп. ун-т.-Київ, 1996.-13С.-Рос.-Деп. в УкрІНТЕІ 04.10.96, №16.- Ук96.
  6. Гуляев В.И., Абдуллаев Ф.Я. Постановка задачі про поперечні коливання трубопроводу з внутрішнім потоком неоднорідної рідини // Укр. трансп. ун-т.-Київ, 1996.-13С.-Рос.-Деп в УкрІНТЕІ 04.10.96, №17- Ук96.
  7. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Абдуллаев Ф.Я. Параметричний резонанс поперечних коливань труби при дії внутрішніх акустичних хвиль // Укр. трансп. ун-т.-Київ, 1996.-16С.-Рос.-Деп в УкрІНТЕІ 04.10.96, №18.- Ук96.
  8. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Абдуллаев Ф.Я. Нестійкі автоколивання у трубчастих системах з рухомими масами // Доповіді 57-ї наук.-практ. конф. Київ. держ. техн. ун-та буд-ва і арх-ри.-Київ, 1996.-С.62-63.
- В публікаціях [1,2] автору належать поставлені задачі динаміки прямолінійних трубчастих стержнів із внутрішніми неоднорідними потоками рідини, побудовані диференціальні рівняння з частинними похідними, що описують коливання стержнів під дією позиційних і неконсервативних (циркуляційних і дисипативних) сил.
- В публікаціях [5,6,7,8] автором запропонована методика, розроблені чисельні алгоритми і програмний комплекс для комп'ютерного моделювання динаміки і стійкості трубчастих стержнів з внутрішніми неоднорідними потоками рідини. Виконано дослідження коливань і стійкості труб, що вміщують неперервні і розривні потоки. Проведений аналіз одержаних результатів.

## АНОТАЦІЯ

**Абдуллаєв Ф.Я. Динамічна стійкість прямолінійних труб із внутрішніми потоками неоднорідної рідини. - Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук по спеціальності 05.23.17 - будівельна механіка. - Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, 2000.

Поставлена задача, що виникає в транспорті, в авіаційній і космічній техніці, в нафтовій і газовій промисловості та в енергомашинобудуванні, на пружні коливання і динамічну стійкість трубчатих стержнів, що містять внутрішні потоки неоднорідної рідини. Розглянуті моделі, в яких неоднорідність стаціонарного потоку може бути обумовлена змінами в процесі руху його агрегатного стану (наприклад, зміною тиску в повітряно-водяних або паро-водяних сумішах, її усередненої густини та швидкості) і його параметри являються неперервними функціями осьової координати; випадок руху внутрішньої акустичної хвилі, яка моделюється рухомим полем внутрішнього тиску, що змінюється за гармонійним законом, а також моделі потоку з розривними параметрами, які складаються з дискретних мас рідинних згустків, розділених порожнинами та заповнених газом (паром).

Для дослідження динамічної стійкості використовуються методи безпосереднього комп'ютерного моделювання і методи теорії Ляпунова і Флоке. Вивчена поведінка консольних та шарнірно закріплених труб в докритичному, критичному та закритичному станах.

**Ключові слова:** труби, внутрішні потоки, неперервні та розривні неоднорідності, динамічна стійкість, комп'ютерне моделювання, теорія Ляпунова-Флоке.

## АННОТАЦИЯ

**Абдуллаев Ф.Я. Динамическая устойчивость прямолинейных труб с внутренними потоками неоднородной жидкости. - Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 – строительная механика. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, 2000.

Поставлена возникающая на транспорте, в авиационной и космической технике, в нефтяной и газовой промышленности и в энергомашиностроении задача об упругих колебаниях и динамической устойчивости трубчатых стержней, содержащих внутренние потоки неоднородной жидкости.

Рассмотрены модели, в которых неоднородность стационарного потока может быть обусловлена изменением в процессе движения его агрегатного состояния (например, изменением давления в воздушно-водяной или паро-водяной смеси, ее усредненной плотности и скорости) и его параметры являются непрерывными функциями осевой координаты; случай движения внутренней акустической волны, моделируемой подвижным полем внутреннего гармонически изменяющегося давления, а также модели потоков с разрывными параметрами, состоящих из дискретных масс жидкостных сгустков, разделенных полостями, заполненными газом (паром).

Принято во внимание, что в результате механического взаимодействия движения трубы и подвижных масс жидкости могут возникать позиционные, циркуляционные и гироскопические силы, способствующие статической и динамической потере устойчивости трубы и усложнению форм её движения.

Для установления основного отличия динамических процессов, протекающих в трубах с потоками жидкости, исследованы их поперечные свободные колебания. Показано, что наличие в уравнении движения слагаемого, связанного с гироскопическими силами, исключает возможность колебания трубы по стоячим модам и обуславливает существование только бегущих гармонических волн. Причем в этом случае каждому значению волнового числа соответствуют два различных значения частоты и две различные фазовые скорости движения волн.

Для трубы, один из концов которой свободен, при истечении из него жидкости или конкреции её внутрь трубы через этот конец генерируются динамические воздействия, аналогичные действию следящих (циркуляционных) сил на свободный конец консольного стержня. В работе создана методика компьютерного моделирования динамической устойчивости трубы для случаев, когда погонная плотность и скорость движения жидкости в трубе зависят от продольной координаты.

С помощью разработанного подхода выполнено теоретическое исследование динамики консольных труб при принятых моделях неоднородности потока, найдены критические значения скоростей потока и формы колебаний трубы в предкритических, критических и закритических режимах, исследовано влияния характера сил и параметров системы на её поведение.

Сформулирована задача о параметрической устойчивости шарнирно-опертых труб под действием подвижного поля внутреннего давления, изменяющегося по гармоническому закону. В результате воздействия

периодического нормального давления на внутреннюю поверхность трубы, в ней возникают осевые и кольцевые периодические бегущие волны напряжений, которые при некоторых условиях могут сопровождаться самовозбуждением поперечных колебаний трубы. Математическое моделирование таких авгоколебаний выполнено на базе основных положений теорий устойчивости линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами, разработанной Ляпуновым и Флоке. При таком подходе вначале на базе теории цилиндрических оболочек типа С.П. Тимошенко определяется поле продольных сил в трубе, затем общая динамическая устойчивость трубы в поперечном направлении исследуется на базе уравнения теории стержней С.П. Тимошенко, периодические коэффициенты которого определены на первом этапе.

Численная реализация исследования устойчивости построенного уравнения основана на его редукции с использованием проекционного метода представления решения в виде ряда Фурье по времени и удержании ограниченного числа его членов. С использованием изложенной методики построены диаграммы устойчивости, разделяющие области устойчивых и неустойчивых состояний.

Поставлена задача динамики трубопровода с неоднородным потоком жидкости и газа для случая, когда размеры частиц жидкости, газовых полостей и сечения трубы таковы, что свойства смеси нельзя усреднять и её следует рассматривать как неоднородную структуру с разрывными параметрами. С помощью разложения параметров потока в тригонометрический ряд и удержания ограниченного числа его членов исходное уравнение с частными производными приведено к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. На основе разработанной методики исследования устойчивости их решений найдены критические значения скоростей потока и соответствующие им формы потери устойчивости.

**Ключевые слова:** трубы, внутренние потоки, непрерывные и разрывные неоднородности, динамическая устойчивость, компьютерное моделирование, теория Ляпунова-Флоке.

## THE SUMMARY

**Abdullaev F.Ya.o. Dynamical stability of rectilinear tubes with internal flows of non-homogeneous fluids-Manuscript.**

Dissertation for competition of scientific degree of the Candidate of Technical Sciences by the speciality 05. 23. 17- Structural Mechanics – The Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, 2000.

The problem on elastic vibration and dynamical stability of tube beams with internal flows of non-homogeneous fluids, arising at transport, aerospace technology, oil and gas industry and power machinery, is set up. The models are considered, where the flow non-homogeneity may be caused by the fluid aggregate state change in motion and its parameters are continuous functions of the axial coordinate; the case of motion of internal acoustic wave modelled as a moving field of internal pressure harmonically changing, as well as models of the flows with discontinuous parameters consisting from discrete masses of fluid clots divided by cavities filled by gas (vapour).

To investigate the tube dynamical stability the methods of direct computer simulation and the Liapunov and Floquet method are used. The dynamical behaviour of cantilever and freely supported tubes in the precritical, critical and postcritical states is studied.

**Key words:** tubes, internal flows, continuous and discontinuous non-homogeneities, dynamical stability, computer simulation, Liapunov's and Floquet's theory.