Автоматизація та моделювання технологічних процесів

УДК 623.413

А.Г. Зухба, ст. н. с. НИИ СДИТ

ОБ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ РАБОТЫ ТРАНШЕЕКОПАТЕЛЯ ВО ВРЕМЕННЫХ И ФАЗОВЫХ КООРДИНАТАХ В СВЯЗИ СО СЛОЖНОСТРУКТУРНЫМ ЗАБОЕМ

Ключевой задачей теории и практики землеройных машин непрерывного действия с фрезерными рабочими органами является определение закономерностей развития сопротивления грунтов. Множество экспериментальных и теоретических работ, посвященных тем или иным образцам фрезерной техники, выполнены Ветровым Ю.А., Беляковым Ю.И., Подерни Р.Ю., Владимировым В.М., Власовым В.В. и др. учеными. Они убедительно показали, что (помимо конструктивных параметров рабочего органа и других элементов машины) неоднородность физико-механических характеристик грунта в забое определяет значительную вариацию суммарных сопротивлений его разрушению. В частности, в работах [1, 2] и др., посвященных роторным экскаваторам, продемонстрировано, что наиболее существенными факторами являются слоистость грунта и наличие отрицательного температурного поля в зимний период. Вообще говоря, такие условия являются естественными на территории стран СНГ. Поэтому их учет при создании фрезерных машин, например – траншеекопателей, предназначенных для работы и зимой, является необходимым.

Ранее выполненный автором анализ существующих принципиальных методов математического описания нагрузок на элементы траншеекопателей, среди которых чисто аналитический, графоаналитический, статистической динамики, показал, что эти методы обладают рядом существенных недостатков, а имитационное моделирование является перспективной альтернативой [3, 4, 5].

Рассматривая схему работы траншеекопателя (рис. 1), в данном случае – пальцефрезерного, легко прийти к выводу, что компоненты сопротивления разрушению грунта R_{xi}, R_{yi}, R_{zi} каждого из резцов фрезы, определяются его мгновенным положением в анизотропном сложноструктурном забое. Иначе говоря, выполняется условие вида:

$$\left(R_{xi}, R_{yi}, R_{zi}\right) = f\left(H_{\text{Т}i}; (l - L_{\text{КЗ}} - L_{\text{К}i})\right), \quad (1)$$

где $H_{\text{Т}i}$ - текущая глубина заложения резца относительно дневной поверхности; l - координата машины относительно некоторой выбранной неподвижной точки отсчета (например – начала движения); $L_{\text{КЗ}}$ - расстояние от заднего колеса машины до поворотного шарнира К, $L_{\text{К}}$ - вылет резца относительно поворотного шарнира; i - подстрочный индекс, обозначающий порядковый номер резца.

Аналитические выражения для определения величин $H_{\text{Т}i}$ и $L_{\text{К}i}$ найдены автором в [3]. Они имеют следующий вид:

$$H_{\text{Т}i} = (L_Z(X) + L_{\text{НР}}) \cdot \sin\beta - (L_{SV} - R_{\text{ФР}} \cdot \sin\varphi_i) \cdot \cos\beta - H_{\text{КЛ}}, \quad (2)$$

$$L_{\text{К}i} = \left(L_{SV} - R_{\text{ФРР}} \cdot \sin\varphi_i\right) \cdot \sin\beta + \left(L_{\text{НР}} + L_Z\left(X\right)\right) \cdot \cos\beta. \quad (3)$$

Изменение границ раздела слоев грунта по ходу движения машины могут быть представлены в виде функций:

$$Hc_k = f_k(l), \text{ при } k = \left(\overline{1; s}\right), \quad (4)$$

где Hc - текущее положение границы раздела слоев, k - подстрочный индекс,

обозначающий порядковый номер границы раздела, s - количество слоев в пределах забоя. Такие функции могут быть получены, например, в результате натурных замеров на отдельных участках трассы и дальнейшим применением сплайнов или иными методам.

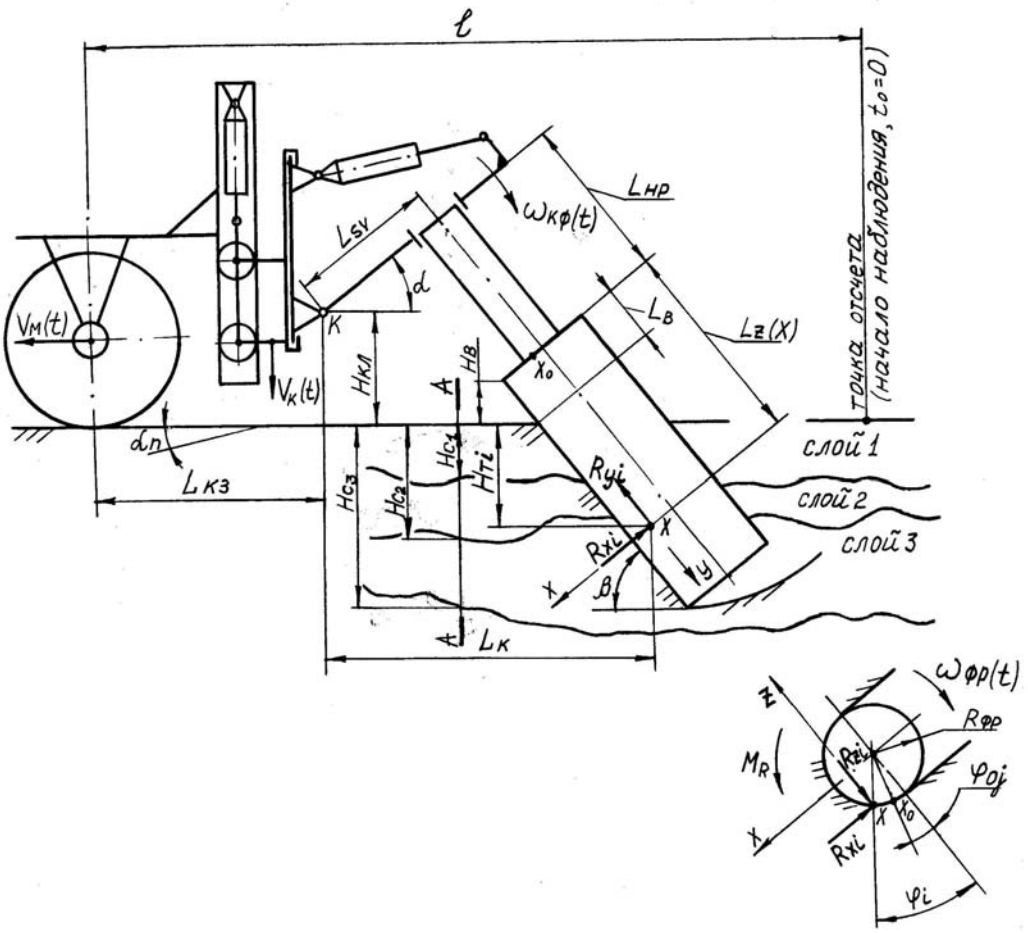


Рис. 1. Расчетная схема для определения компонент сопротивления грунта разрушению резцом траншеекопателя в условиях слоистого анизотропного грунта в забое

Ранее задача имитационного моделирования в форме (1), по крайней мере, применительно к траншеекопателям, не ставилась, так как расчетные схемы не учитывали ни анизотропности грунта, ни изменчивости параметров слоистости по ходу движения машины, потому и не были сформулированы условия (2)…(4).

Очевидно, что определение в имитационной модели компонент сопротивлений грунта разрушению (1) через условия (2)…(4) означает необходимость учета одновременности протекающих процессов управления. Это требует математической формулировки изменения параметров управления во взаимосвязи друг с другом. В классических работах по имитационному моделированию рекомендовано синхронизировать события введением так называемых модельных временных координат или фазовых, которые являются функциями модельного времени [6, 7]. Последний прием, вообще говоря, в похожем виде применяется в теории механизмов и машин и ряде смежных дисциплин. Сравнительному анализу этих методов с точки зрения построения алгоритмов применительно к поставленной задаче посвящена эта статья.

Представим себе, например, что рассматривается режим работы машины, при котором изменяются все параметры управления. За один и тот же промежуток времени Δt они одновременно изменят свои значения на некоторые приращения, которые можно представить в виде следующих выражений:

$$\Delta\varphi_{0j} = \int_{t_j}^{t_j+\Delta t} \omega_{\text{ФР}}(t)dt,$$

$$\Delta l_j = \int_{t_j}^{t_j+\Delta t} V_{\text{М}}(t)dt,$$

$$\Delta H_{\text{КЛ}j} = \int_{t_j}^{t_j+\Delta t} V_{\text{К}}(t)dt, \qquad (5)$$

$$\Delta\alpha_j = \int_{t_j}^{t_j+\Delta t} \omega_{\text{КФ}}(t)dt.$$

где Δ - функционал приращений параметров управления; $\omega_{\text{ФР}}$ и $\omega_{\text{КФ}}$ - угловая скорость вращения фрезы вокруг своей оси и поворота плиты вместе с фрезой вокруг шарнира (соответственно), $V_{\text{М}}$ и $V_{\text{К}}$ - линейная скорость перемещения машины и каретки навески (соответственно), t - текущее время, Δt - периодичность наблюдения за работой системы с начала функционирования, t_j - момент наблюдения (модельное время), j - подстрочный индекс, обозначающий порядковый номер наблюдения.

Обратим внимание, что кинематические параметры являются функциями текущего времени, что, вообще говоря, является наиболее общей формой представления и позволяет отражать их вибрационный характер, переходные режимы и т.д.

Дополнительно на (19) накладываются следующие условия:

$$\Delta t = const,$$

$$t_j = j \cdot \Delta t, \text{ где } j = \overline{[0;n]},\ n = \frac{T}{\Delta t}. \qquad (6)$$

где n - общее количество наблюдений, T - продолжительность реального функционирования системы, которое моделируется.

Легко представить себе, что в каждые последующие моменты наблюдения абсолютные значения параметров управления будут равны:

$$\varphi_{0j+1} = \varphi_{0j} + \Delta\varphi_{0j},$$

$$l_{j+1} = l_j + \Delta l_j,$$

$$H_{\text{КЛ}j+1} = H_{\text{КЛ}j} + \Delta H_{\text{КЛ}j}, \qquad (7)$$

$$\alpha_{j+1} = \alpha_j + \Delta\alpha_j.$$

Фактически, последовательность формул (5), (6), (7) является итеративным вычислительным алгоритмом определения параметров управления в имитационной модели в зависимости от изменения модельного времени, наращиваемого с постоянным шагом. Так как позиционные и иные параметры взаимодействия элементов системы зависят от управляющих, то, выражаясь языком программирования, это не что иное, как алгоритм управляющей программы, которая организует вычисления их текущих значений в подчиненных программах в каждые моменты наблюдения с учетом параллелизма протекающих в системе процессов.

В ряде случаев (например, при решении задач критериального синтеза) имеет смысл получать динамику изменения позиционных, силовых и иных параметров взаимодействия элементов системы не в координатах времени, а в координатах одного из параметров управления, который называют фазовой координатой. Таким образом, в этом случае в имитационной модели не текущее время, а фазовая координата должна наращиваться с некоторым постоянным шагом и, следовательно, учет параллелизма в функционировании элементов системы должен быть основан на несколько иной логике, чем при использовании в качестве аргумента модельного времени.

Представим себе, что фазовой координатой является угол наклона поворотной плиты, на которой установлена фреза, т.е. α. Такой выбор тем более обоснован, так как известно, что угловая скорость ее поворота $\omega_{КФ}(t)$ является существенно нелинейной функцией времени (даже при постоянной скорости движения штоков гидроцилиндров, осуществляющих поворот) из-за идентичности механизмов наклона и кулисных механизмов. Итеративную процедуру изменения фазовой координаты можно представить в виде:

$$\alpha_{j+1} = \alpha_j + \Delta\alpha . \tag{8}$$

При этом соблюдаются следующие условия:

$$\Delta\alpha = const ,$$

$$\alpha_j = \alpha_{\min} + j \cdot \Delta\alpha , \text{ где } j = \overline{[0;n]},\ n = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{\Delta\alpha}, \tag{9}$$

где $\alpha_{\min}$ и $\alpha_{\max}$ - минимальное и максимальное значения фазовой координаты α.

Так как кинематика наклона плиты нам известна, то есть, известна функция $\omega_{КФ}(t)$, то можно связать фазовую координату с текущим временем. Из (8) и (9) вытекают два уравнения вида:

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \alpha_{\min} + \int_0^{t_j} \omega_{КФ}(t)dt , \\ \alpha_{j+1} &= \alpha_{\min} + \int_0^{t_{j+1}} \omega_{КФ}(t)dt . \end{aligned} \tag{10}$$

Решение уравнений (10) позволяет определить две неизвестные – текущее время t_j и t_{j+1}, при которых фазовая координата α достигает значений α_j и α_{j+1} соответственно.

Так как в соответствии с (8) и (9) процесс изменения α итеративный, то это дает возможность построить сначала точечные функции и далее на их основе сплайны вида:

$$\begin{aligned} t_j &= f(\alpha_j), \\ \Delta t_j &= f(\alpha_j), \end{aligned} \tag{11}$$

где t_j и Δt_j - в постановке (11) суть функции для определения модельного времени и его приращения (соответственно) в зависимости от значения фазовой координаты на каждом шаге итерации в имитационной модели.

По сути, выражение (11) раскрывает отличие моделирования по времени от моделирования по фазовой координате.

Формулы (11) позволяют по аналогии с (5) определить приращения прочих параметров управления на каждом шаге изменения координаты α в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{0j} &= \int_{t_j}^{t_j+\Delta t_j} \omega_{ФР}(t)dt , \\ \Delta l_j &= \int_{t_j}^{t_j+\Delta t_j} V_{М}(t)dt , \\ \Delta H_{КЛj} &= \int_{t_j}^{t_j+\Delta t_j} V_{К}(t)dt . \end{aligned} \tag{12}$$

Видно, что если в формулах (5) приращение модельного времени есть величина постоянная, то в (12) оно меняется с каждым шагом в зависимости от значения фазовой координаты α в соответствии с (11).

Далее не представляет труда определить конкретные значения параметров управления φ_0, l и $H_{КЛ}$ в каждой итерации по аналогии с (7).

Таким образом, формулы (7), (8)...(12) являются частью вычислительного алгоритма, с помощью которого в имитационной модели можно получить зависимость позиционных, силовых и иных параметров взаимодействия элементов системы "базовая машина – навеска – пальцевая фреза – грунт" не от времени, а от выбранного нами одного из параметров управления. В данном случае это угол наклона поворотной плиты α, на которой установлена фреза. Можно легко догадаться, что такой подход будет оправданным, например, при моделировании процесса погружения фрезы в грунт.

Отметим, что по аналогии всегда можно построить вычислительный алгоритм имитационной модели в зависимости от любого из рассматриваемых параметров управления, который может быть принят в качестве фазовой координаты в соответствии со спецификой решаемой задачи.

Желание получить зависимость между собой тех или иных параметров взаимодействия элементов системы во временных или фазовых координатах отражает различные подходы в моделировании. Тем не менее, это отнюдь не означает, что они взаимно исключают друг друга.

Так как при обоих подходах считается, что кинематические законы движения элементов системы заданы (или, например, определяются в одном из блоков имитационной модели), то это означает, что конкретному значению модельного времени всегда однозначно соответствует одно и только одно значение фазовой координаты и наоборот. Этот закономерный факт дает возможность преобразовывать графики зависимости параметров взаимодействия элементов системы из временных координат в фазовые при моделировании по времени и наоборот - при моделировании по фазовой координате. Такое преобразование подразумевает, например, при первом подходе следующие действия:

- определение и запоминание в каждой итерации одновременно с модельным временем и соответствующего ему значения фазовой координаты,
- построение точечных графиков параметра (параметров) взаимодействия и фазовой координаты в зависимости от этого времени,
- перевод графика изменения параметра взаимодействия из временной координаты в фазовую (тоже точечный),
- построение непрерывного графика изменения параметра взаимодействия в фазовой координате с использованием сплайна или аппроксимации для получения равномерно изменяемой шкалы.

При втором подходе преобразование из фазовых координат во временные осуществляется содержательно идентичными действиями.

Слабым местом преобразования параметров взаимодействия из одних координат в другие справедливо можно считать погрешность, вносимую применением сплайнов или аппроксимации. При этом, как известно, погрешность будет тем больше, чем более нелинейны одни координаты, выраженные в других.

Тем не менее, есть частные случаи, когда временные или фазовые координаты идентично отражают моделируемые процессы.

Представим себе, что из возможных движений системы "базовая машина – навеска – пальцевая фреза – грунт" исключен поворот фрезы, который, как отмечалось, отличается нелинейностью угла ее наклона во времени. Тогда для установившегося режима копания траншеекопателя (без переходных процессов) можно обоснованно считать, что линейные скорости базовой машины и каретки, а так же угловая скорость вращения фрезы вокруг своей оси весьма близки к постоянным. Это позволяет в имитационной модели принять ограничения на кинематику их движений вида:

$$\begin{aligned} &\omega_{\text{ФР}}(t) = \omega_{\text{ФР}} = const, \\ &V_{\text{М}}(t) = V_{\text{М}} = const, \\ &V_{\text{К}}(t) = V_{\text{К}} = const. \end{aligned} \qquad (13)$$

Подставив ограничения (13) в первые три равенства (5), получим соотношения между приращениями параметров управления при моделировании по времени:

$$\Delta\varphi_0 = \omega_{\text{ФР}} \cdot \Delta t = const,$$
$$\Delta l_{\text{М}} = V_{\text{М}} \cdot \Delta t = const, \quad (14)$$
$$\Delta H_{\text{КЛ}} = V_{\text{К}} \cdot \Delta t = const.$$

В соответствии с (14) алгоритм для определения текущих значений параметров управления (7) в зависимости от времени приобретает вид:

$$\varphi_{0\,j+1} = \varphi_{0\,j} + \omega_{\text{ФР}} \cdot \Delta t,$$
$$l_{j+1} = l_j + V_{\text{М}} \cdot \Delta t, \quad (15)$$
$$H_{\text{КЛ}j+1} = H_{\text{КЛ}j} + V_{\text{К}} \cdot \Delta t.$$

В этой формуле моменты наблюдений определяются по (6).

Обратим внимание, что приращения (14) в отличии от (5) не зависят от текущего времени из-за условий (13), а являются величинами постоянными в связи с тем, что периодичность наблюдения Δt так же постоянна. Эти два качества позволяют напрямую перейти в имитационной модели от временных координат к фазовым. Для этого представим величину Δt, например, через $\Delta\varphi_0$ и $\omega_{\text{ФР}}$, что следует из первого равенства (14):

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi_0}{\omega_{\text{ФР}}}. \quad (16)$$

Подставив (16) в (15), получим:

$$\varphi_{0\,j+1} = \varphi_{0\,j} + \Delta\varphi_0,$$
$$l_{j+1} = l_j + \Delta\varphi_0 \cdot \frac{V_{\text{м}}}{\omega_{\text{ФР}}}, \quad (17)$$
$$H_{\text{КЛ}\,j+1} = H_{\text{КЛ}j} + \Delta\varphi_0 \cdot \frac{V_{\text{К}}}{\omega_{\text{фр}}}.$$

Легко заметить, что (17) представляет собой алгоритм определения параметров управления l и $H_{\text{КЛ}}$ в зависимости от фазовой координаты φ_0.

Формулы (17), являясь линейными преобразованиями через (16) формул (15), дают абсолютно идентичные с ними соответствующие результаты. Поэтому для рассматриваемого случая в имитационной модели возможен однозначный переход из временных координат в фазовые и наоборот. И действительно, если перед (17) записать по порядку условия (6) и (16), то получим переход уже из фазовых координат во временные. На практике это означает, что на графике изменения какого-либо параметра взаимодействия элементов системы (например, силы) имеющаяся шкала заменяется через преобразование (16) на другую.

Если алгоритм (15) и (17) использовать независимо друг от друга для составления имитационных моделей одного и того же объекта, то идентичные результаты могут быть получены, если приняты одинаковые начальные условия.

Пожалуй, скрытой особенностью рассматриваемого перехода из одних координат в другие является тот факт, что, задавая закономерности кинематики движения элементов системы (13), мы связываем их между собой через понятие "приращение модельного времени" (14). Продемонстрируем это.

Из равенств (14) следует соотношение:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi_0}{\omega_{\text{ФР}}} = \frac{\Delta l}{V_{\text{М}}} = \frac{\Delta H_{\text{КЛ}}}{\text{V}_{\text{К}}} = const. \quad (18)$$

Формула (18) отражает параллелизм процессов изменения параметров управления за один и тот же промежуток времени Δt при установившихся режимах движения.

Если принять за фазовую координату параметр управления φ_0, то приращения остальных параметров в соответствии с (18) можно выразить в виде:

$$\Delta l = \frac{V_{\text{М}} \cdot \Delta\varphi_0}{\omega_{\text{ФР}}},$$

$$\Delta H_{\text{КЛ}} = \frac{V_{\text{К}} \cdot \Delta\varphi_0}{\omega_{\text{ФР}}}. \qquad 19)$$

Формулы (19) определяют какие приращения величин l и $H_{\text{КЛ}}$ вызовет при установившихся режимах движения приращение величины φ_0. Как видно, они зависят не от текущего времени, а от промежутка времени, в течение которого происходят (16). Аналогичный с (19) вывод можно получить из анализа (17).

Если в (19) выбрать первое равенство и принять, что:

$$\Delta\varphi_0 = 2 \cdot \pi,$$

$$\omega_{\text{ФР}} = \pi \cdot \frac{n_{\text{ФР}}}{30}, \qquad (20)$$

где $n_{\text{ФР}}$ - частота оборотов фрезы [об/мин], то получим соотношение:

$$\Delta l = \frac{V_{\text{М}}}{60 \cdot n_{\text{ФР}}} = C_{\text{М}}, \text{ [м/об], при } V_{\text{М}} = \text{[м/ч]}, \qquad (21)$$

где $C_{\text{М}}$ - подача машины за один оборот фрезы. Таким образом, мы пришли к выражению, с помощью которого практически во всех учебниках и многих научных статьях, определяется в итоге толщина стружки, снимаемая резцами фрезерных машин, а впоследствии - и нагрузка. Отметим, что предлагаемые в этих источниках выкладки корректны в той мере, в какой модели близки к реальным процессам.

Проведенный анализ и математические выкладки позволяют сказать:

- моделирование по временной или фазовой координатам отражают поведение объектов исследования с нелинейными характеристиками по разному;
- видимо, моделирование во временных координатах предпочтительно для уточненных расчетов силового нагружения элементов машины с учетом их возможных колебаний, при синтезе оперативного управления скоростью движения машины и др. быстро протекающих процессов, а в фазовых координатах – для решения задач критериального геометрического синтеза, анализа процессов погружения рабочего оборудования в грунт и др. сопутствующих основному режиму копания операций;
- в силу первого вывода по возможности предпочтительна комбинация методов, что позволит расширить знания о поведении объекта исследования;
- для установившегося основного режима копания без выраженных колебаний позиционных и кинематических параметров вполне приемлемо применение любого из методов ввиду их равнозначности. В частности, испытания пальцефрезерного траншеекопателя, проведенные автором на мерзлых грунтах, показали стабильность позиционных и кинематических параметров, что связано с высокой скоростью резания, жесткостью самого рабочего органа, применением современных аксиально-поршневых гидромоторов типа РМНА с низким коэффициентом пульсации подачи и др.[8]. С учетом этого в работах автора было отдано предпочтение моделированию в фазовых координатах из-за наглядности результатов кинематического и силового анализов, в связи с решением задач критериального геометрического синтеза, из-за удобства программирования стохастических процессов разрушения и ряда других причин.

Результаты вычислений по модели (1)…(4) и их анализ будут приведены в следующей статье.

Литература

1. *Власов В.В.* Внешние нагрузки на рабочем органе роторного экскаватора при разработке массива горизонтально-слоистой структуры// Горн., строит. и дор. машины: Респ. межвед. научно-техн. сб. – 1977. – Вып. 24. – С. 15-21 .
2. *Беляков Ю.И.* Применение роторных экскаваторов в зимнее время. – М.: Гос. научно-техн. изд-во лит. по горн. делу. 1962. – 95 с.
3. *Зухба А.Г.* Определение позиционных параметров взаимодействия элементов системы "базовая машина – навеска – пальцевая фреза – грунт" для целей имитационного моделирования// Горн., строит. и дор. машины: Респ. межвед. научно-техн. сб. – 1998. – Вып. 52. – С. 49-58.
4. *Зухба А.Г.* Определение нагрузок на элементы навесок при проектировании пальцефрезерных траншеекопателей// Гірн., буд., дор. та меліорат. машини: Респ. міжвід. наук.-техн. зб. – 2000. – Вип. 55. – С. 95-101.
5. *Зухба А.Г.* Синтез параметров фрезерного траншеекопателя, минимизирующих неравномерность нагружения привода рабочего органа (Постановка задачи. Методика решения)// Техніка будівництва: Наук.-техн. журнал АБ України. – 2002. – Вип. 11. – С. 61-66.
6. *Шеннон Р.* Имитационное моделирование систем. – Искусство и наука. – М.: Мир. – 1978. – 417 с.
7. *Максимей И.В.* Имитационное моделирование на ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. – 232 с.
8. Создание скоростного навесного оборудования непрерывного действия на сельскохозяйственные трактора для отрывки и засыпки траншей при газификации сел Украины: Отчет//НИИ СДИТ: Научн. рук. Баладинский В.Л., отв. исп. Зухба А.Г. – N ГР ИАО1О13439Р. – 1994. – 105 с.