

УДК 539.3

Легостаєв А.Д.
Гречух Н.А.

СТВОРЕННЯ ЗАСОБІВ ПРОЕКТУВАННЯ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

Інструментальна база досліджень. Один з найбільш загальних методів проектування конструкцій ґрунтується на досвіді та інтуїції проектувальника. У той же час він повинен мати надійні засоби оцінки варіантів проектів, що надають можливість швидко виконувати багатоваріантні розрахунки на комп'ютерах, оснащених діалоговими засобами візуалізації отриманих результатів. На сьогодні створені потужні обчислювальні комплекси, які забезпечують розв'язок складних інженерних задач. До їх числа слід віднести обчислювальну систему ДІСТОС (Динаміка і статика оболонкових систем), створену в НДІ будівельної механіки, яка має незамкнену структуру і постійно розвивається. Обчислювальний блок системи базуються на співвідношеннях тривимірного скінченного елемента. Це пов'язано з тим, що на початку створення обчислювальна система була зорієнтована на розрахунки різнорідних пластин і оболонок змінної товщини. Побудова універсального скінченного елемента стала можливою тому, що при інтегруванні рівнянь теорії оболонок на основі метода скінчених елементів практично відсутня межа між двома підходами у дослідженні оболонок: з позицій спеціальних теорій (типа С.П. Тимошенко) або тривимірної теорії пружності. Ще більш обґрунтованим є використання універсальних тривимірних СЕ у задачах динаміки оболонок, які дають можливість природно враховувати сили інерції зсуву і повороту. Визначення частот і форм власних коливань континуальних об'єктів є важливою складовою частиною створеної обчислювальної системи. Дані розв'язку задачі про власні коливання дають інформацію щодо уникнення резонансу при розрахунку на змушені коливання. До цього слід додати, що загальні прийоми розрахунку пластин і оболонок на дію вібраційних і ударних навантажень ґрунтуються на розкладанні розв'язків у ряди по формам власних коливань (розв'язок у "стоячих хвилях"). У той же час, у разі усталеного руху, що відповідає дії гармонічного, чи періодичного навантаження більш сприйнятливими є дещо інші підходи. Розв'язок задачі на дію гармонічного навантаження при відсутності резонансу виконується у квазістатичній постановці для амплітудних значень переміщень. У випадку дії періодичного навантаження виконується його

гармонічний аналіз, що надає можливість проводити визначення періодичного руху суперпозицією гармонік. Обчислювальні алгоритми розв'язку динамічних задач забезпечують визначення найбільш несприятливого стану конструкції у процесі її руху (поява найбільших переміщень і напружень), шляхом проведення аналізу значень названих величин для багатьох моментів часу.

Для деталізації розподілу напружень в оболонках та для більш точної апроксимації геометричних і фізично-механічних характеристик в мажах скінченного елемента доводиться використовувати густі сітки в скінченноелементних моделях (СЕМ) пластин і оболонок. Число ступенів вільності таких моделей досягає сотень тисяч. В той же час практичний інтерес має тільки нижня частина спектру власних частот і відповідних їм форм власних коливань. В ДІСТОС алгоритми розв'язку задачі про власні коливання оболонок ґрунтуються на перетворенні рівнянь руху дискретної моделі з великим числом ступенів динамічної вільності до системи нових узагальнених координат значно меншої розмірності.

Перехід до нової системи узагальнених координат виконується без спрощення просторової апроксимації області оболонки. Виконання цієї умови досягається у алгоритмі одночасних ітерацій з необхідним числом власних векторів узагальненої проблеми про власні значення матриць. Потрібне число власних векторів призначається заздалегідь. Досвід використання алгоритму одночасних ітерацій показує, що число початкового набору векторів приймається дещо збільшеним (приблизно на 20%) у порівнянні з очікуваним набором точних значень. Суть цього алгоритму повно викладена в монографії [1]. Важливою особливістю ітераційного процесу є те, що він реалізується в автоматичному режимі і забезпечує щільність нижчої ділянки спектру частот власних коливань. Цей алгоритм зарекомендував себе як один з найбільш ефективних прийомів при розв'язанні задач про власні коливання системи з великим числом ступенів вільності для яких необхідно визначати до сорока власних частот і форм. Однією з переваг цього методу є можливість визначення модальних координат з бажаною точністю.

Вхідна інформація для конкретної задачі готується у формі, сприятливій для інженера і групується по категоріям, які характеризують геометрію поверхні оболонки, граничні умови, фізико-механічні властивості матеріалу, топологію дискретної моделі конструкції. Інформація про геометрію поверхні подається точковим каркасом – координатами вузлів скінченних елементів у декартовій системі координат. У випадку неканонічної поверхні оболонки, наприклад, лопатки парової турбіни або газового компресора побудова точкового каркаса є досить складною самостійною проблемою. Успішний розв'язок

цієї проблеми став можливим завдяки використанню математичного апарата сплайнових апроксимацій, який дав змогу по мінімальному числу теоретичних перерізів пера лопатки будувати з великою точністю необхідну кількість проміжних перерізів. Блок геометричних розрахунків включає набір програмних модулів, які забезпечують побудову сітки скінченних елементів для різних поверхонь у автоматичному режимі. Отримані результати – точкові каркаси поверхонь зберігаються у файлах і використовуються як вхідна інформація для розв’язання задач механіки.

Сітка скінченних елементів дискретної моделі оболонки має регулярну структуру, що суттєво спрощує підготовку вхідної інформації, для забезпечення автоматизації процесу побудови глобальних матриць жорсткості і мас цієї моделі. Нерегулярності типа вирізів, включень фрагментів тіла оболонки, виконаних із матеріалу з іншими характеристиками, ступінчата зміна товщини оболонки усуваються за допомогою введення особливих скінченних елементів “пустий елемент” – для вирізу, “включення” – для області з особливими характеристиками матеріалу, “ребро” – для ділянки із ступінчатою зміною товщини оболонки.

Інформація про зовнішні в’язі, характеристики матеріалу, зовнішні навантаження, топологію розрахункової моделі формується в діалоговому режимі і зберігається в файлах даних на магнітних носіях. Обчислювальна програма реалізується в автоматичному режимі. При багатоваріантних розрахунках конструкції у процесі проектування доводиться вносити зміни в файл даних задачі. Для цього використовується редактор файлів системного блоку комп’ютера.

До складу обчислювальної системи включено блок – після процесор, який оснащений засобами візуалізації результатів, отриманих для конкретного варіанту даних. Візуальна інформація також записується у спеціальні файли і зберігається на магнітних носіях.

Розрахунок конструкцій нерегулярної структури виконується методом підконструкцій. При цьому об’єкт розділяється на фрагменти простої форми, в межах яких будується регулярна сітка скінченних елементів. Побудова глобальних матриць жорсткості і мас моделі складної конструкції виконується для узагальнених координат віднесених до області стиковки фрагментів. У якості узагальнених координат приймаються можливі конфігурації границь фрагментів. Шляхом накладення додаткових в’язей на стиковочних границях фрагментів будується основна система метода переміщень. Далі виконується розрахунок кожного фрагмента на змушені переміщення границь, що відповідають їх конфігурації, тобто новим узагальненим координатам. Апроксимацію конфігурацій стиковочних границь можливо виконувати, наприклад, набором синусоїд, амплітудні значення яких розглядаються як узагальнені координати. До

однієї границі може бути віднесено декілька узагальнених координат. Повне ж їх число для усієї моделі метода підконструкцій визначає число ступенів вільності редукованої моделі. Узагальненим координатам присвоюються номери. Далі формується матриця базисних векторів як результат розрахунку кожного фрагмента основної системи на змушені зміщення границь від кожної узагальненої координати.

Складовими базисного вектора є переміщення вузлів СЕМ фрагмента від змушеного зміщення стиковочної границі для відповідної узагальненої координати. Тобто розмірність базисного вектора співпадає з числом ступенів вільності фрагмента.

Задача обчислення базисних векторів зведена до розв'язку системи рівнянь МСЕ для кожного фрагмента

$$[K][U] = [P]. \quad (1)$$

Тут $[K]$ – матриця жорсткості фрагмента побудована з урахуванням накладених в'язей на границях стиковки з іншими фрагментами; $[P]$ – матриця, складена із стовпчиків матриці жорсткості фрагмента, які відповідають переміщенням вузлів на стиковочній границі фрагмента. Число таких стовпчиків відповідає кількості узагальнених координат моделі фрагмента, що розглядається. Результатом розв'язку задачі (1) є матриця $[U]$ складена із базисних векторів, що визначають конфігурацію фрагмента від зміщення границі по кожній із узагальнених координат. Базисний вектор – це по суті свій структурний спінінг. Таким чином можна сказати, що матриця $[U]$ утворена із базисних векторів які характеризують реакцію фрагмента на зміщення стиковочних границь.

Система базисних векторів являє собою систему фундаментальних векторів, лінійна комбінація яких дає змогу реалізувати варіанти стану фрагмента. Матриця $[U]$ формується для кожного фрагмента моделі метода підконструкцій. Базисні вектори повинні відповідати умовам лінійної незалежності. Забезпечення цієї вимоги досягається шляхом введення узагальнених координат для фрагмента таким чином, щоб вони обмежували рух основної системи фрагмента як жорсткого цілого.

Для побудови рівняння руху редукованої моделі фрагмента скористаємось варіаційним рівнянням руху його скінченнелементної моделі

$$\sum_e \delta\{v\}_e^T [K]_e \{v\}_e + \sum_e \delta\{v\}_e^T [M]_e \{\ddot{v}\}_e = \sum_e \delta\{v\}_e^T [Q(t)]_e. \quad (2)$$

де $\{v\}_e, \{\ddot{v}\}_e$ – вектори переміщень і прискорень вузлів скінченних елементів (СЕ); $[K]_e, [M]_e \{Q(t)\}_e$ – відповідно матриці жорсткості, мас і вектор зведених до вузлів сил СЕ; символ \sum_e – означає суму по всіх елементах моделі фрагмента; індексом “ T ” відмічені транспоновані вектори.

Якщо компонентами вектора $\{v\}$ є переміщення вузлів СЕМ фрагмента, а переміщення вузлів одного СЕ визначаємо рівністю

$$\{v\}_e = [I]_e \{V\}, \quad (3)$$

де $[I]_e$ – матриця інциденцій, яка забезпечує вибірку переміщень стосовно одного СЕ з повного набору переміщень, то співвідношення (2) з урахуванням (3) набуває вигляду

$$\sum_e \delta\{v\}^T [I]_e^T [K]_e [I]_e \{v\} + \sum_e \delta\{v\}_e [I]^T [I]_e^T [M]_e [I]_e \{\ddot{v}\}_e - \sum_e \delta\{v\}^T [I]_e^T [Q(t)]_e = 0, \quad (4)$$

$$\delta\{v\}^T [K]_e^* \{v\} + \delta\{v\}^T [M]_e^* \{\ddot{v}\}_e - \delta\{v\} \{Q\}^* = 0, \quad (5)$$

де $[K]_e^* = \sum_e [I]_e^T [K]_e [I]_e$ – матриця жорсткості СЕМ фрагмента;

$[M]_e^* = \sum_e [I]_e^T [M]_e [I]_e$ – матриця мас фрагмента; $\{Q(t)\}_e^* = \sum_e [I]_e^T \{Q(t)\}_e$ –

вектор зведених до вузлів сил фрагмента; $\{v\}, \{\ddot{v}\}$ – N -вимірні вектори переміщень і прискорень вузлів дискретної моделі фрагмента.

Для перетворення рівнянь руху фрагменту до нових узагальнених координат, запишемо співвідношення між узагальненими координатами СЕМ фрагмента і його розрахункової моделі

$$\{v\} = [U] \{q\}. \quad (6)$$

Підставимо (6) в (4) і виконаємо аналогічні перетворення. Остаточно отримаємо:

$$\delta\{q\}^T ([A] \{q\} + [B] \{\ddot{q}\} - \{q(t)\}) = 0, \quad (7)$$

де

$$[A] = [U]^T [K]_e^* [U], \quad (8)$$

$$[B] = [U]^T [M^*] [U], \quad (9)$$

$$\{q(t)\} = [U]^T \{Q^*(t)\}, \quad (10)$$

відповідно матриці жорсткості, мас і вектор узагальнених сил, які характеризують рух редукованої моделі фрагмента.

Побудова рівняння руху моделі складеної оболонки метода під конструкцій виконується за схемою (3) – (5).

Якщо ввести співвідношення

$$\{q\} = [I]_F \{p\}, \quad (11)$$

де $\{P\}$ – вектор узагальнених координат повної редукованої моделі оболонки метода підконструкцій; $\{q\}$ – вектор узагальнених переміщень редукованої моделі фрагмента; $[I]_F$ – матриця інцидентії фрагмента, яка забезпечує вибірку з $\{P\}$ узагальнених переміщень, що стосуються конкретного фрагмента в складі повної редукованої моделі конструкції.

Остаточно рівняння руху редукованої моделі, по аналогії з (7), і з урахуванням того, що вектор варіації можливих переміщень $\delta\{q\} \neq 0$ набуває вигляду

$$[\dot{A}^*] \{p\} + [\dot{B}^*] \{\ddot{p}\} = \{\dot{q}^*(t)\}. \quad (12)$$

Задача про власні коливання допускає розв'язок матричного рівняння (12) у вигляді

$$\{p\} = \{r\} \sin(\omega t + \alpha)$$

зводиться до розв'язку узагальненої проблеми про власні значення

$$([\dot{A}^*] - \lambda [\dot{B}^*]) \{r\} = 0, \quad (13)$$

Матричне рівняння (13) має нетривіальний розв'язок за умови

$$\det \left| [\dot{A}^*] - \lambda [\dot{B}^*] \right| = 0, \quad (14)$$

яке зображає характеристичне рівняння системи.

Корні λ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) і відповідні їм вектори розв'язку системи (14) $\{r\}^{(i)}$ називаються власними значеннями і власними векторами матриці $[\dot{B}^*]^{-1} [\dot{A}^*]$. Підстановка їх у (13) приводить до рівності

$$[\dot{A}][R] = [\Lambda][B][R], \quad (15)$$

де $[R]$ – модальна матриця, стовпцями якої є вектори $\{r\}^{(i)}$; $[\Lambda]$ – діагональна матриця складена із власних значень λ_i .

Окрім самостійного використання при оцінюванні частот і форм власних коливань конструкції, що важливо при прогнозуванні резонансних явищ в конструкціях і спорудах, розв'язок проблеми (13) грає фундаментальну роль в теорії малих коливань, а також в методах розв'язку нелінійних задач, таких як метод малого параметра, методи теорії стійкості руху, задачі біфуркації і т.п.

Розв'язок узагальненої проблеми про власні значення (13) надає можливість реалізувати перетворення системи рівнянь руху до головного (нормального) базису простору. Для нормованих власних векторів, які взаємно ортогональні отримаємо важливі співвідношення

$$[R]^T [B][R] = [E], \quad [R]^T [A][R] = [\Lambda]. \quad (16)$$

Якщо в (2) зробити заміну $\{v\} = [R]\{p\}$, то отримаємо

$$\delta\{p\}^T ([R]^T [K][R]\{p\} + [R]^T [M][R]\{\ddot{p}\}) - [R]^T \{Q(t)\} = 0.$$

З урахуванням (16), за умов довільної варіації вектора $\{p\}$, маємо

$$\{\ddot{p}\} + [\Lambda]\{p\} = \{f\}, \quad (17)$$

де $\{f\} = [R]^T \{Q(t)\}$.

Якщо матриця $[\Lambda]$ – діагональна, то розв'язок (17) зводиться до розв'язку N незалежних рівнянь що мають вигляд

$$\ddot{p}_i + \lambda_{(i)} p_i = f_i(t), \quad (18)$$

розв'язок якого визначається інтегралом Дюамеля [1].

Проектування оболонкової конструкції. Розглядається циліндрична оболонка з двома фланцями на торцях підсилена кільцевими ребрами жорсткості (шпангоутами). Конструкція закріплена на частині направляючої циліндра у двох перерізах вздовж лінії контакту оболонки і шпангоутів (рис. 1).

Проектом передбачено обмеження щодо перших двох частот власних коливань: перша власна частота не повинна перевищувати 63 Гц.

Скінченноелементна модель оболонки має розмірність 35×28 скінченних елементів, відповідно по напрямку направляючої і утворюючої поверхні. Задача про власні коливання конструкції реалізована у обчислювальному середовищі ДІСТОС по алгоритму одночасних ітерацій у підпросторі, розмір якого – 25 ступенів вільності. Частоти і форми власних коливань щодо перших двох форм приведені на рисунках 2 і 3. Коригування частот власних коливань виконувалось шляхом додавання приєднаних мас до одного із фланців.

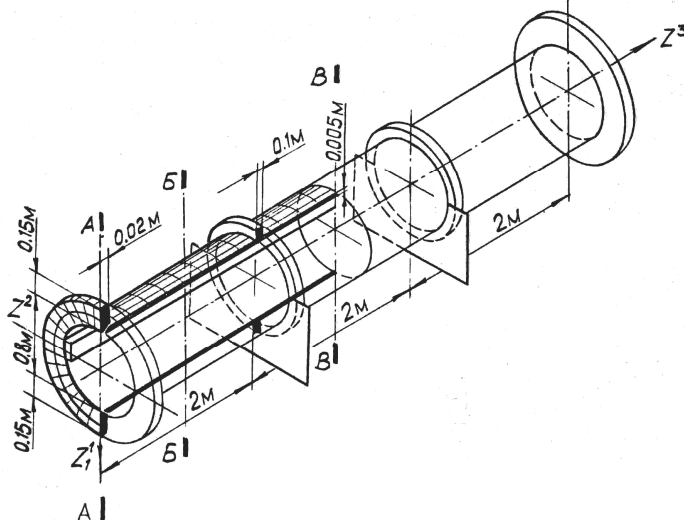


Рис. 1. Загальний вигляд оболонки

На рисунках 4 і 5 приведені частоти і форми власних коливань отримані для приєднаної маси, що відповідає збільшенню щільності одного фланця у два рази. По формі коливань видно, що відхилення цього фланця значно перевищує відхилення фланця, маса якого не коригувалась. Виконано розрахунок оболонки шляхом коригування щільності приєднаних мас у межах обох фланців (рис. 6, 7).

Значення частот для обох власних форм задовольняють умовам проекту оболонки.

Для отримання сприйнятливого результату довелося провести декілька пробних розрахунків.

В процесі розв'язання задач використані дані, приведені нижче.

ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ 15
 Тип matr.масс(диаг.-1101111, соглас.-1110111) 1110111
 УЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ КОНСТРУКЦИИ F
 МАСШТАБ ВЕКТОРОВ ФОРМ КОЛЕБАНИЙ - M:1; M= 5.000000000000000

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ МАТЕРИАЛА

МОДУЛЬ УПРУГОСТИ $e= 2100000.0000000000000000$ КОЭФФИЦИЕНТ ПУАССОНА $\nu= 3.0000000000000000E-001$ ОБЪЕМНЫЙ ВЕС $\text{rom}= 7.849999999999999E-003$ УСКОРЕНИЕ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ $g= 981.0000000000000000$

ОПРЕДЕЛИТЕ НАЛОЖЕННЫЕ СВЯЗИ(по плоскости)

УКАЖИТЕ КОЛИЧЕСТВО УЧАСТКОВ ЗАКРЕПЛЕНИЯ

Введите типы связи на участках	3	3	1	1
Введите начало участков закрепления по X2	1	1	10	19
Введите начало участков закрепления по X3	1	17	17	17
Введите конец участков закрепления по X2	29	29	11	20
Введите конец участков закрепления по X3	1	17	17	17
Введите признаки связей по Z1	0	0	1	1
Введите признаки связей по Z2	1	1	0	0
Введите признаки связей по Z3	0	0	1	1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОСТЕЙ: число полостей = 0

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕБЕР: число ребер = 0

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВКЛЮЧЕНИЙ: число включений = 0

Выдать на печать начальные перемещения: t-да; f-нет - F

Выдать на печать начальные напряжения: t-да; f-нет - F

Режим работы (onludn): T-Контроль данных; F-Счет - F

Укажите какие данные Вы будете просматривать:

Поле признаков: t - да; f - нет. - F

Поле координат: t - да; f - нет. - F

Поле масс: t-диагональная; f-согласованная - F

Управляющий параметр NRPC= 10110

Управляющий параметр NRPL= 0

Число распечатываемых собствен. векторов NPFK=0

Управляющий параметр prk=10000000

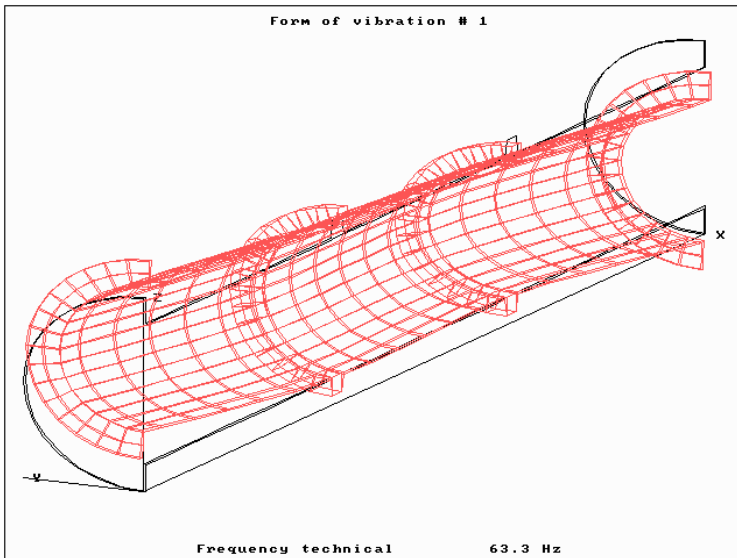


Рис. 2

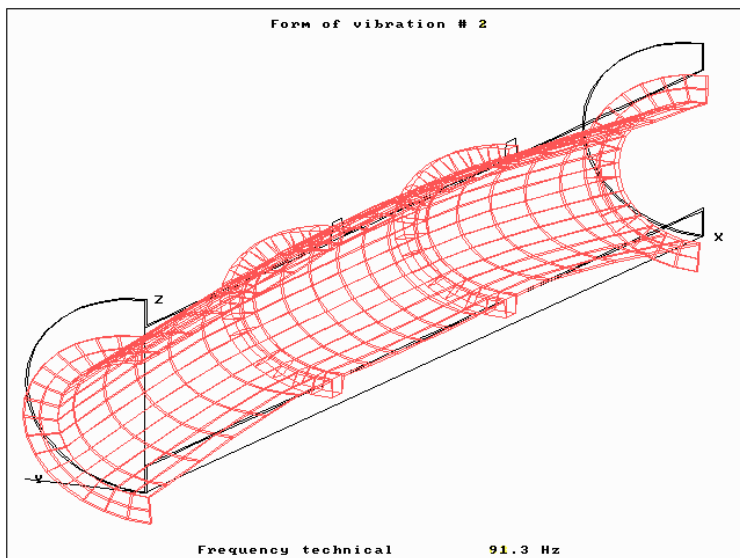


Рис. 3

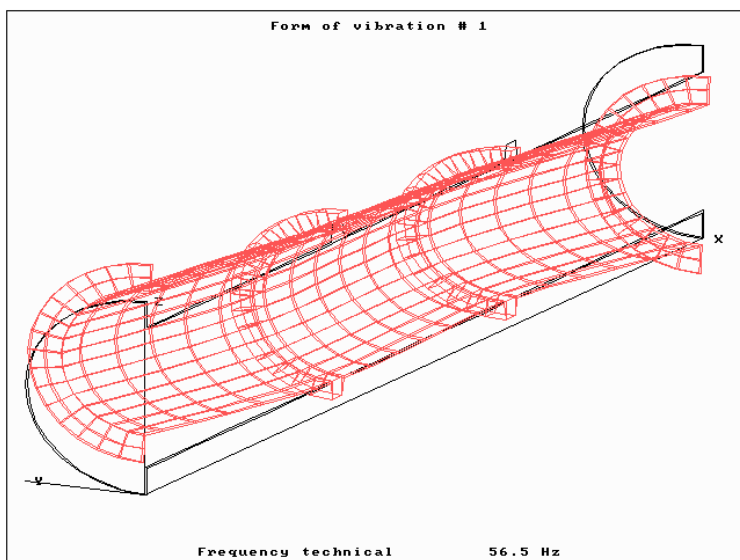


Рис. 4

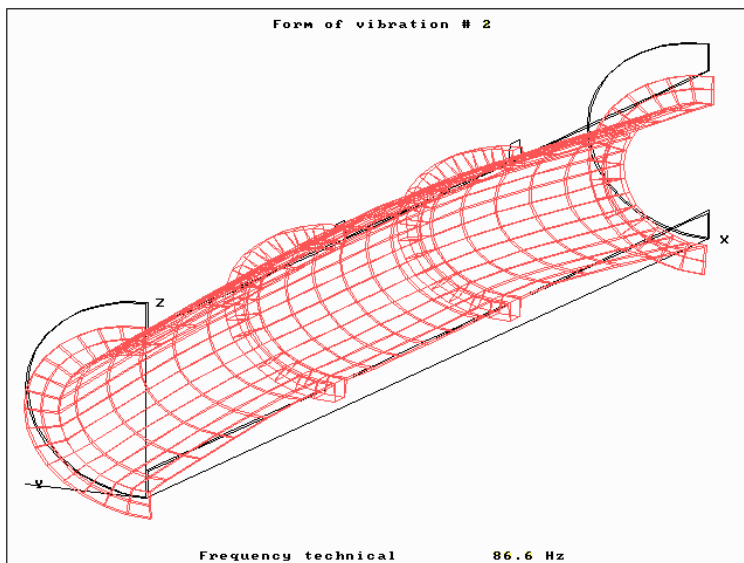


Рис. 5

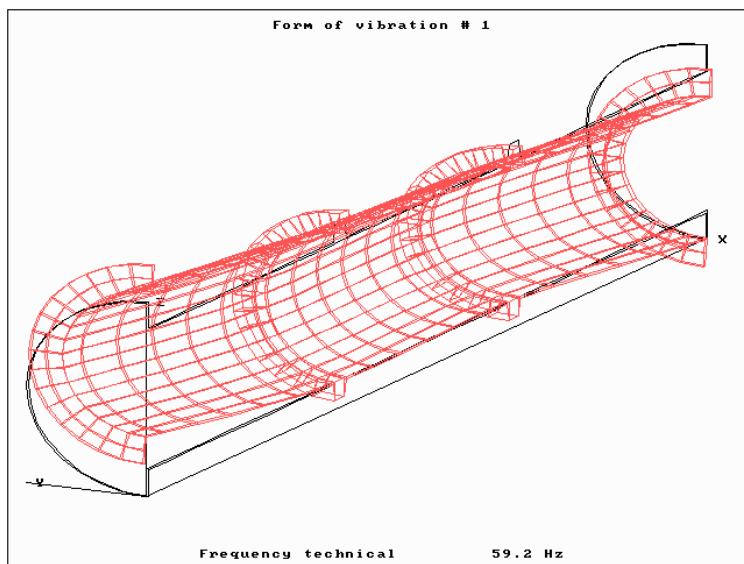


Рис. 6

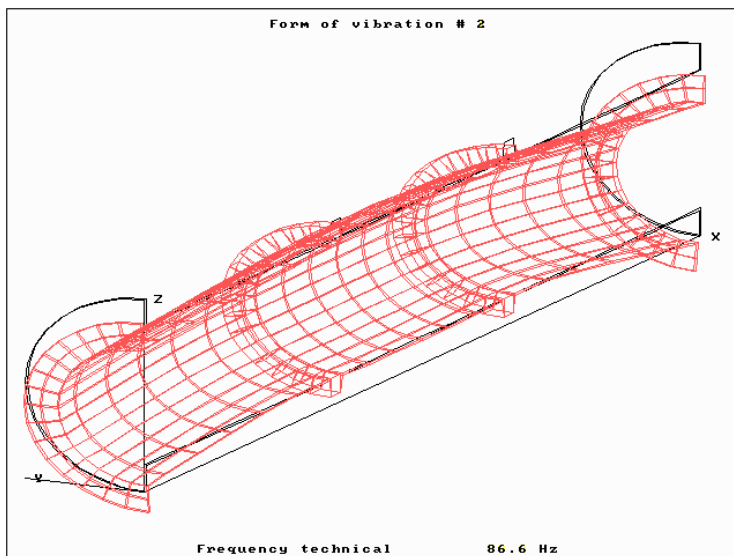


Рис. 7

1. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. Пер. с англ. – М.: Стройиздат, 1979. – 320с.
2. Циглер Г. Основы теории устойчивости конструкций. – М.: Мир, 1971. – С. 192.
3. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1967. – 237 с.
4. Тондл А. Динамика роторов турбогенераторов. – Л.: Энергия, 1971. – 388 с.
5. Гуляев В.И., Гром А.А., Снежко Н.А. Прецессионные колебания конических оболочек при сложном вращении // Изв. РАН. МТТ. – 1999. № 2. – С. 156-163.
6. Gulyayev V.I, Solovjov I.L., Lugovyy P.Z. Analysis of precession vibrations of thin-wall elastic shells in compound rotation. // J. Sound and Vibrat. – 2001. V. 246., № 3, – pp. 491-504.
7. Gulyayev V.I., Solovjov I.L., Belova M.A. Critical states of thin ellipsoidal shells in simple and compound rotations. // J. Sound and Vibrat. – 2004. – Vol. 270. – P. 323-339.
8. Gulyayev V.I., Solovjov I.L., Belova M.A. Interconnection of critical states of parabolic shells in simple and compound rotations with values of their natural precession vibration frequencies. // International Journal of Solids and Structures. – 2004. – Vol. 41. – P. 3565-3583.
9. Sivadas K.R. Vibration analysis of prestressed rotating thick circular conical shell // J. Sound and Vibrat. – 1995. – V. 186. №1. – P. 99-109.
10. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.

Надійшло до редакції 04.12.2006 р.