

1. Жигилій С.М. Динаміка дебалансного вала керованого віброзбуджувача УВВ-02 / С.М. Жигилій, К.С. Дяченко // Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – Вип. 1(31). – С. 186 – 193.
2. Жигилій С.М. Дослідження динаміки дебалансного вала керованого віброзбуджувача УВВ-03 / К.С. Дяченко, С.М. Жигилій // Збірник наукових праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – Вип. 2(32). – С. 159 – 164.
3. Жигилій С.М. Основы оптимального синтеза управляемых вибрационных машин / С.М. Жигилій, Л.И. Сердюк, А.И. Касьянов // Тезисы докл. Всесоюзн. н.-т. семинара “Механизация финишно-зачистных и отделочных работ в машиностроении”. – М.: Минстанкопром, 1990. – С.35-37.
4. Сердюк Л.И. Увеличение интенсивности нестационарных режимов вибрационной технологии / Л.И. Сердюк, С.М. Жигилій, П.Н. Костенко // Вопросы вибрационной технологии. – Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2005. – С. 28-34.
5. Сердюк Л.И. Збуджувач гвинтових коливань. Декларат. патент України, 9094, B06B1/16 / Л.И. Сердюк, С.М. Жигилій, П.М. Костенко // Заявлено 28.12.04, опубл. 15.09.2005, – Бюл. №9.
6. Жигилій С.М. Принцип роботи керованих механічних відцентрових дебалансних збуджувачів коливань / С.М. Жигилій, В.М. Бровко // Збірник наукових праць Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми розвитку дорожньо-транспортного і будівельного комплексів». – Кіровоград: КНТУ, 2013. – С. 28 – 31.
7. Жигилій С.М. Управляемая вибрационная машина для подготовки металлической фибры: автореф. дис. канд. техн. наук / С.М. Жигилій / Полтавский государственный технический университет. – Полтава, 1997. – 16 с.
8. Вибрационный станок объемной финишной обработки ВИО-8 / Л.И. Сердюк, А.И. Касьянов, С.М. Жигилій. – Полтава: ПО «Знамя», 1988. – 4 с.

УДК 530.1:523

Клапченко В. І.¹

ПРО МАТЕРІАЛЬНІСТЬ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ, ПРИНЦИП МАХА ТА ТЕМНУ МАТЕРІЮ

АНОТАЦІЯ. На основі принципу Маха та уявлень про матеріальність гравітаційного поля розглянуто фізичну обґрунтованість введення максвеллоподібних теорій гравітації. Показана нелінійність гравітаційної взаємодії з ефектом нелінійного приросту маси скупчень зірок, який поводить себе аналогічно темній матерії.

Вступ. При аналізі гравітаційної взаємодії, зокрема при спробах побудувати максвеллоподібні теорії гравітації [1-5], здається неможливим обійтись без подібності її з електростатичною взаємодією зарядів. На це вперше звернув увагу О. Хевісайд [1,2], на проведенні цієї аналогії продовжують базуватись і нинішні спроби [3-5]. В значній мірі «максвеллізація» гравітації притаманна і загальній теорії відносності (ЗТВ) Ейнштейна [6].

Проте здається, що наше розуміння гравітації поліпшиться, якщо ми перестанемо акцентувати увагу на схожості цих взаємодій, а перенесемо акцент на їх відмінності. Саме таку задачу поставлено в даній роботі. Зокрема конкретною задачею буде спроба пояснити темну матерію [7] як ефект нелінійності гравітаційної взаємодії.

Матеріальність гравітаційного поля. На перший погляд, формування максвеллоподібних теорій (тобто, перехід від описання гравітації як взаємодії матеріальних точок до польового описання такої взаємодії), є простою заміною одного математичного

формалізму іншим. Для цього досить скористатись аналогією з електростатикою. Проте, як тільки ми не формально сприйmemo тезу про матеріальність гравітаційного, як і будь-якого іншого, поля, то відразу стане ясно, що аналогія не буде повною. Енергія електростатичного поля навколо заряду впливає на розподіл мас, зосереджених в тілі заряду та за його межами, але залишає незмінним сам електричний заряд, який формує поле. Натомість матеріальність гравітаційного поля означає аналогічний перерозподіл мас, а в той же час маса і є тим зарядом, що формує гравітаційне поле.

Тобто, в випадку гравітаційного поля повинна проявитись себе відмінність від електростатики. Необхідно лише ще раз застерегти від формального відношення до матеріальності гравітаційного поля: об'ємна густина енергії гравітаційного поля не може бути від'ємною, як, наприклад, в [8-10]. Здається, повну аналогію гравітації та електростатики можна побачити в ідентичності законів всесвітнього тяжіння та закону Кулона для вакууму, тобто, базуючись на

еквівалентності $\gamma = 1/4\pi\epsilon_0$. Проте і в цьому випадку не обійтись від застережень. Електростатика завжди видаватиметься «багатшою» за гравітацію на явище електростатичної індукції, яке, при появі матеріальних середовищ, призводить до перерозподілу електричного заряду та впливає на силу взаємодії, що вдається враховувати через діелектричну проникність середовища ϵ . Прямі аналогії такому явищу в гравітації безпосередньо не видно.

А тому прямий перенос математичного формалізму, розвиненого в електродинаміці, на гравітацію, без аналізу та виділення особливостей гравітаційної та електромагнітної взаємодій, вважаємо на виправданім. Доцільніше проводити аналогію поступово, аналізуючи результати на кожному кроці. Почнемо наш розгляд з того, що єдиним припущенням, своєрідною аксіомою при розгляді гравітаційної взаємодії, є *закон взаємодії*, встановлений Ньютоном. Тобто, модуль сили гравітаційної взаємодії двох нерухомих точкових тіл з масами M_∞ та m_∞ в системі відліку, прив'язаній до гравітаційного центру M_∞ , має вигляд:

$$F_G = \gamma \frac{M_\infty m_\infty}{r^2}. \quad (1)$$

Введемо характеристики гравітаційного поля навколо одиночного масивного центру M_∞ . Зокрема модуль напруженості поля:

$$|\vec{G}^{(0)}(r)| = G^{(0)} = \frac{F_G}{m_\infty} = \gamma \frac{M_\infty}{r^2}, \quad (2)$$

та потенціал (також приведено модуль):

$$\Phi_G^{(0)} = \left| \frac{W_G(r)}{m_\infty} \right| = \frac{A_{r\infty}}{m_\infty} = \gamma \frac{M_\infty}{r}. \quad (3)$$

Важливо, що модулі напруженості (2) та потенціалу (3) однозначно визначаються масою гравітаційного центру та відстанню до нього. Дещо не традиційним виглядає використання індексів. Зокрема індекс « ∞ » у маси центру означає, що її величина визначена при максимальній віддаленості гравітаційного центру від будь-яких інших тіл у всесвіті. За звичай, в цих випадках використовувався індекс «0». Тепер символ «0» ми використали в якості верхнього індексу, взятого в дужки, який вказує на порядок наближення введених характеристик. Зокрема введені двома попередніми формулами характеристики вважаються нульовим наближенням (або наближенням одиночного масивного центру).

Зауважимо, що потенціал гравітаційного поля є скоріше інтегральною а не локальною характеристикою, тому що потенціальна енергія гравітаційної взаємодії завжди розраховується через роботу по переміщенню пробного тіла маси m_∞ з даної точки поля в нескінченність. Без сумніву, локальною характеристикою завжди є напруженість поля.

Матеріальність гравітаційного поля означає, що повинна набувати реального фізичного змісту об'ємна густина енергії цього поля:

$$w_V = g \frac{(\vec{G}^{(0)})^2}{8\pi\gamma}. \quad (4)$$

Тобто, повна маса тіла M_∞ (проявлена маса цього тіла у всесвіті) є сумою мас власне основи тіла (керна тіла – маси M_0 , зосередженої в межах фізичної поверхні тіла) та тієї частини маси, що зосереджена в оточуючому його гравітаційному полі. До речі, аналогічний зміст ми вкладали і в електростатичну енергію поля навколо електрона. Звертаємо увагу, що в формулі (4) вже закладено очікування особливостей гравітаційного поля порівняно з електростатичним. Воно виражено числовим множником g , який може відрізнятися від одиниці.

Зробимо наступний крок – врахуємо матеріальність гравітаційного поля. Для цього скористаємось рис. 1, де приведено одиночний гравітаційний центр повною масою M_∞ та масою керна M_0 .

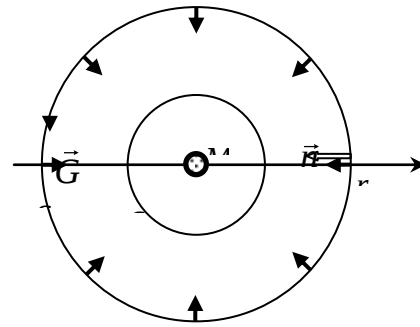


Рис. 1. Матеріальність гравітаційного поля та аналог теореми Гауса-Остроградського.

Визначимо ту масу гравітаційного центру, яка попадає в сферу S радіуса r навколо керна цього тіла. Зовнішня поверхня, фактично, знаходиться на нескінченності для виділеного тіла, що має масу керна M_0 . В той же час для всесвіту вона є надзвичайно малою. Звертаємо увагу, що вектор нормалі до поверхні $\vec{n}$ завжди орієнтований всередину поверхні.

$$M_r = M_\infty - \int_V w_V dV, \quad (5)$$

де об'єм інтегрування V – весь об'єм за межами сфери S . Тоді ця маса рівна:

$$M_r = M_\infty - \frac{g}{2\gamma c_0^2} \int_r^\infty (G^{(0)})^2 r^2 dr = M_\infty \left(1 - \frac{g\Phi_G^{(0)}}{2c_0^2} \right). \quad (6)$$

Якщо пробна маса m_∞ , гравітаційним полем якої можна знехтувати порівняно з полем самого центру, потрапить в поле тяжіння гравітаційного центру на відстані r від нього, то в сферу взаємодії з

нею попадатиме лише ця маса гравітаційного центру M_r , яка менша, ніж M_∞ . Проте, відповідно до закону всесвітнього тяжіння (1), сила взаємодії залишиться пропорційною добутку повних мас тіл M_∞ і m_∞ , а це означає, що маса пробного тіла в гравітаційному полі центру повинна збільшитись:

$$m_G = \frac{m_\infty}{1 - g\Phi_G^{(0)} / 2c_0^2} > m_\infty. \quad (7)$$

Отриманий результат є несподіваним і вимагає максимально повного осмислення. В першу чергу цей результат означає, що в точці перебування пробного тіла величина напруженості гравітаційного поля центру M_∞ змінилась. Надалі ми покажемо, що фактор g слід обирати рівним 2 ($g \equiv 2$), а тому масу пробного тіла в гравітаційному полі визначатимемо як

$$m_G = \frac{m_\infty}{1 - \Phi_G^{(0)} / c_0^2}. \quad (8)$$

Тоді, відповідно до (2) та враховуючи (8), для напруженості гравітаційного поля в області перебування пробної маси отримаємо:

$$G^{(1)} = G^{(0)} \left(1 - \Phi_G^{(0)} / c_0^2 \right). \quad (9)$$

Цю величину можна називати напруженістю гравітаційного поля в першому наближенні або напруженістю поля в наближенні пробної маси.

По друге, результат (7,8) означає, що насправді *гравістатична індукція* існує. Причому, на відміну від електростатики, існує *завжди* при внесенні матеріальних тіл в гравітаційне поле, навіть пробних мас. В електростатиці ми розділяли випадки, коли в вакуумі в область електростатичного поля вноситься пробний заряд, а коли матеріальне середовище. При внесенні дуже малого пробного заряду в вакуумі залишаються незмінними як величини зарядів, так і напруженість електростатичного поля. При внесенні матеріального середовища (або пробного заряду в середовищі) за рахунок явища електростатичної індукції напруженість електричного поля падала в ϵ раз, що еквівалентно зменшенню ефективного заряду.

А для гравітаційного поля внесення пробної маси еквівалентно внесенню і пробного заряду (бо зарядом у гравітаційному полі є маса), і матеріального середовища (тому що цим середовищем є також маса). Тому зміна ефективного заряду-маси повинна сприйматись як об'єктивний результат. Назвемо, за аналогією з електростатикою, відношення

$$\frac{G^{(0)}}{G^{(1)}} = \frac{1}{1 - \Phi_G^{(0)} / c_0^2} = \epsilon_G, \quad (10)$$

гравістатичною проникністю даної точки поля. Зауважимо, що на відміну від електростатики, гравіта-

ційний аналог проникності не є постійним числом, а є функцією координат поля. А зростання маси (7,8) в гравітаційному полі буде аналогічним зростанню гравістатичної ємності тіла при попаданні його в середовище з більшою проникністю.

Принцип Маха і аналог теореми Гауса-Остроградського. Евристичну значимість принципу Маха неодноразово підкреслював Ейнштейн [6]. Ми також погоджуємось з тим, що правильні уявлення про гравітацію неможливі, якщо вони не узгоджені з принципом Маха. В такому разі отриманий результат (7, 8) можна розглядати як підтвердження справедливості цього принципу. Тобто, якщо дійсно проявлена маса тіла m_∞ визначається її взаємодією з віддаленими масами всесвіту, то внесок в цю масу від взаємодії з найближчими тілами повинен бути найвідчутнішим та піддаватись безпосередньому врахуванню.

Спробуємо подібному тлумаченню принципу Маха надати адекватну математичну форму. Зокрема масу пробного тіла, максимально віддаленого від інших мас всесвіту, визначатиме результуюча гравітаційна взаємодія з усіма тілами всесвіту W_G^{univ} , що можна представити так:

$$m_\infty = -\frac{W_G^{univ}}{c_0^2} = -\frac{m_\infty \Phi_G^{univ}}{c_0^2}. \quad (11)$$

Це визначає усереднений ефективний потенціал фізичного вакууму нашого всесвіту рівним $\Phi_G^{univ} = -c_0^2$, який за звичай ми приймаємо за «0». Якщо ж поряд з пробним тілом знаходиться близько розташований гравітаційний центр M_∞ , додаткова взаємодія з ним збільшує масу пробного тіла на величину:

$$\Delta m = -\frac{W_G(r)}{c_0^2} = \frac{m_\infty \Phi_G^{(0)}}{c_0^2}, \quad (12)$$

де $\Phi_G^{(0)}$ є модулем потенціалу, сформованим гравітаційним центром в точці перебування пробного тіла, розрахованим відносно потенціалу простору, прийнятого за «0».

Така інтерпретація принципу Маха буде справедливою лише при безсумнівній адитивності гравітаційного потенціалу. Якщо ж впевненості в адитивності гравітаційного потенціалу немає, то такий розгляд застосовний лише до слабких полів. Тобто, в випадку слабких полів принцип Маха дає:

$$m_G = m_\infty \left(1 + \Phi_G^{(0)} / c_0^2 \right). \quad (13)$$

Врахування матеріальності гравітаційного поля (7) для випадку слабких полів може бути записане так:

$$m_G = \frac{m_\infty}{1 - \Phi_G^{(0)} / c_0^2} \square m_\infty \left(1 + g \Phi_G^{(0)} / 2c_0^2 \right), \quad (14)$$

Порівнюючи (13) та (14), отримуємо:

$$g \equiv 2. \quad (15)$$

Адекватність математичної форми врахування принципу Маха повинна проявитись і при формуванні теореми Гауса-Остроградського для гравітаційних полів. Введемо, за аналогією з електростатикою, вектор гравістатичного зміщення $\vec{D}_G$:

$$\vec{D}_G = \varepsilon_0 \vec{G}^{(1)} = \vec{G}^{(1)} / 4\pi\gamma. \quad (16)$$

Тоді поверхневий інтеграл:

$$\int_S (\vec{D}_G \cdot d\vec{S}) = \int_S \left(\frac{\vec{G}^{(1)} \cdot d\vec{S}}{4\pi\gamma} \right)$$

для виділеної поверхні S (рис. 1) матиме позитивне значення лише в тому випадку, коли одиничний вектор нормалі до поверхні інтегрування обирати орієнтованим всередину поверхні, як це показано на рис. 1.

Якраз ця обставина і свідчить про відповідність принципу Маха: джерелом маси виступає весь Всесвіт, а це означає, що потік вектора гравістатичного зміщення потрібно розраховувати не за межі виділеної поверхні S рис. 1, а всередину неї. Легко бачити, що в цьому разі ми матимемо тожність

$$\int_S (\vec{D}_G \cdot d\vec{S}) = M_r = M_\infty - \int_V w_V dV, \quad (17)$$

яку можна розглядати як аналог теореми Гауса-Остроградського для гравітаційних полів. Підкреслимо, що при розрахунках по (17) скрізь використовується напруженість гравітаційного поля $\vec{G}^{(1)}$ (9), а тому співвідношення (17) залишається справедливим тільки для слабких полів.

Насамкінець, зауважимо наступне. Зростання маси спокою тіла (8) при попаданні його в певну точку гравітаційного поля (незалежно від способу попа-

дання, стану руху тіла і т.п.) ми будемо називати *статичною* або *потенціальною* дією гравітаційного поля. Про таку окрему дію поля ми ніколи не знали, безпосередньо не враховували, хоч і могли здогадуватись про її існування. Зокрема користуючись термодинамічною аналогією: повна зміна в системі взаємодіючих тіл складається зі зміни стану системи (аналог зміни внутрішньої енергії) та виконаної роботи. Тобто, мова йде про існування подвійного впливу гравітаційного поля. Така подвійна дія гравітаційного поля заслуговує окремої уваги і їй варто присвятити окрему роботу. Зокрема тому, що її наявність пояснює появу всіх чотирьох гравітаційних ефектів ЗТВ [6] без залучення додаткових уявлень та гіпотез.

Моделі та еквівалентні схеми гравітацій.

Схожість та відмінність між гравітаційною та електростатичною взаємодіями найкраще продемонструвати з допомогою схем та моделей, широко вживаних в електростатиці. Найпростішою моделлю за-

рядженого тіла є сферична кулька радіуса r_0 , найпростішим способом формування заряду на такому модельному тілі є використання батареї з електроіскриюною силою U . Базовим поняттям при розгляді систем зарядів є електроємність окремих тіл та взаємна ємність найпростіших систем заряджених тіл (конденсаторів).

Нагадаємо, що в електростатиці існують два рівноправних способи визначення електричної ємності окремих тіл (рис. 2а, б). За схемою рис. 2а під'єднана електрична батарея назначає потенціал поверхні тіла, після чого, через електричний опір R_E , на це тіло перетікає відповідна кількість (за величиною і знаком) електричних зарядів. Якщо тепер від'єднати вказану батарею, то залишиться ізольоване тіло з принесеним на нього (формально - з нескінченності) надлишковим електричним зарядом (рис. 2б). Але означення електроємності в електростатиці ми даємо за способом рис. 2б, стверджуючи, що принесений на тіло заряд формує відповідний потенціал його поверхні, хоч, насправді, все було навпаки. Тобто:

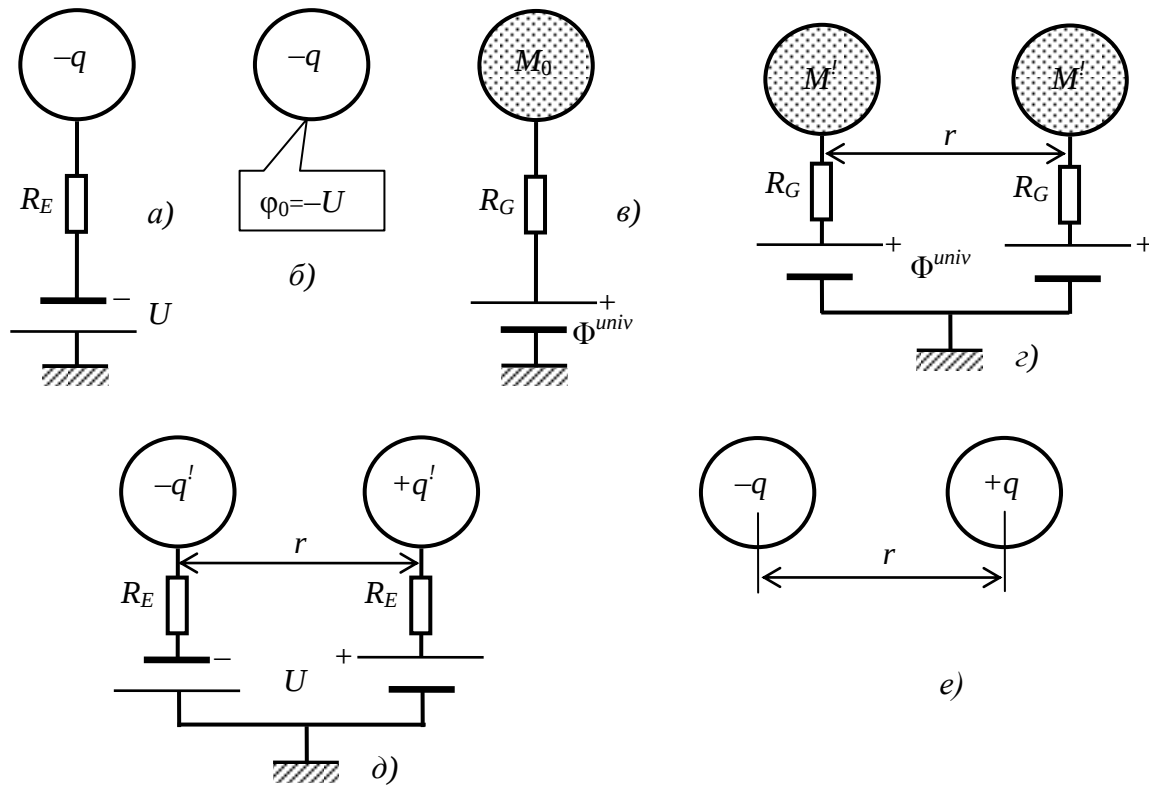


Рис. 2. Порівняння еквівалентних схем електростатики та гравістатики. а) – накопичення заряду на тілі з допомогою електричної батареї з ЕРС U ; б) – такий же за величиною заряд, принесений з нескінченності, формує той же потенціал поверхні тіла $-U$; в) – формування заряду-маси тіла всесвітнім потенціалом; г) – гравітаційна схема взаємодії двох тіл; д) – електростатична взаємодія двох заряджених тіл, постійно з'єднаних з батареями; е) – електростатична взаємодія двох ізольованих зарядів.

$$C_E = \frac{q}{U} = \frac{q}{\Phi_0} = 4\pi\epsilon_0 r_0. \quad (18)$$

Покажемо, що подібні поняття та моделі допустимі і в гравітації. По перше, виходячи з принципу Маха (11), роль всесвіту в цілому в формуванні маси тіл можна звести до еквівалентної гравітаційної батареї з різницею потенціалів $U_G = 0 - \Phi_G^{univ} = c_0^2$, тобто, рівного модулю Φ_G^{univ} . Це різниця між потенціалом безмасового всесвіту, тотожно рівного нулеві, та усередненим потенціалом нашого всесвіту. Відповідно можна ввести і еквівалентний гравітаційний опір R_G такої батареї, при цьому завжди з тілом з'єднаний «позитивний» полюс батареї Φ_G^{univ} (рис. 2в).

По друге, по аналогії з (18) можна ввести поняття гравітаційної ємності окремого тіла, віддаленого від інших тіл всесвіту:

$$C_G = \frac{M_\infty}{\Phi_G^{univ}} = \frac{r_0}{\gamma}, \quad (19)$$

де радіус r_0 відповідає специфічній моделі маси. Легко бачити, що для такої польової моделі маси модуль гравітаційного потенціалу її поверхні $\Phi_G^{(0)} = \gamma M_\infty / r_0 = c_0^2$. Ця модель має електростатичний аналог – так вводиться класичний радіус електрона, що відповідає ситуації, коли вся маса належить відповідному полю (6). Таку модель маси можна ще називати класичною гравітаційною чорною дірою.

Власне тепер є нагода підкреслити найсуттєвішу відмінність гравітаційної взаємодії порівняно з електростатичною. У всіх гравітаційних взаємодіях, де приймають участь кілька тіл, кожне з них є, фактично, цілою схемою, знаходячись весь час під'єднаними до всесвіту (рис. 2г). На рис. 2г два масивних тіла можна лише умовно назвати ізольованими, тому що вони не мають інших сусідів, проте від всесвіту в цілому вони не можуть бути ізольованими

ніколи. На відміну від гравітаційної взаємодії, взаємодію двох заряджених тіл можна розглядати і за схемою рис. 2д при наявності гальванічного зв'язку цих тіл з батареями, що їх заряджають, та при повній ізоляції цих заряджених тіл, коли заряди на тілах змінитись не можуть ніяким чином (рис. 2е). На відмінностях взаємодій за трьома приведеними схемами рис. 2г- 2е зупинимось детальніше.

Для початку нагадаємо, що при зближенні двох тіл, заряджених протилежними за знаком зарядами, виникає система електричного конденсатора. Електрична ємність такої системи (взаємна ємність), як і ємність кожного з тіл в системі, зростають. Це обумовлено взаємним зниженням потенціалів поверхні тіл. Для ізолюваного сферичного тіла радіусом r_0 (рис. 2б) ємність визначалась формулою (18). Відповідно, в системі рис. 2д електроємність цього ж тіла зростає:

$$C'_E = \frac{q}{U\left(1 - \frac{\varphi(r)}{U}\right)} = \frac{C_E}{\left(1 - \frac{\varphi(r)}{U}\right)} = \frac{C_E}{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}, \quad (19)$$

де $\varphi(r)$ - потенціал, який створює позитивний заряд в точці, де знаходився негативний заряд.

Привернемо увагу на той факт, що приріст електроємності є виключно конфігураційним ефектом, який не залежить ні від величини заряду, ні від його наявності. Тобто, цей ефект присутній не тільки в схемі рис. 2д, а й в схемі рис. 2е, тільки для випадку е це не змінює величини зарядів на тілах (вони ізолювані), а у випадку д приводить до їх зростання:

$$q' = q \frac{C'_E}{C_E} = \frac{q}{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}. \quad (20)$$

Аналогічно, подібний конфігураційний ефект зростання гравітаційної ємності в системі масивних тіл повинен існувати і для гравітаційної взаємодії рис. 2г. А це, враховуючи постійну під'єднаність до гравітаційного потенціалу всесвіту, повинно приводити до зростання маси тіла в гравітаційному полі іншого тіла:

$$M_G = M \frac{C'_G}{C_G} = \frac{M_\infty}{\left(1 - \frac{\Phi_G^{(0)}}{\Phi_G^{univ}}\right)}. \quad (21)$$

Такий результат ми отримали іншим чином (8). Порівнюючи (21) та (8), ще раз впевнимось, що модуль $\Phi_G^{univ} = C_0^2$.

Легко бачити, що сила взаємодії між електричними зарядами за схемою рис. 2е, якщо вважати

заряди точковими, точно відповідає закону Кулона (приведено її модуль):

$$F_K = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (22)$$

А от взаємодія заряджених тіл за схемою рис. 2д, при постійному під'єднанні їх до електричних батарей, приводить до відхилення від закону Кулона і за величиною і за функціональною залежністю:

$$F'_K = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 \left(1 - r_0/r\right)^2} = \frac{\text{const}}{(r - r_0)^2} > F_K. \quad (23)$$

В той же час гравітаційна взаємодія за схемою рис. 2г, яка аналогічна схемі 2д, приводить якраз до закону всесвітнього тяжіння (1), аналогічному закону Кулона (22). Тому що разом зі зростанням мас в гравітаційному полі при зближенні тіл (21), зменшуються заряди-маси, що попадають в сферу притягання радіуса r (6). Тобто, там де схеми схожі, закони взаємодії відмінні, а там де схеми відмінні, закони взаємодії схожі.

Ще на дві відмінності між гравітацією та електростатикою вказує розгляд енергетичних питань при формуванні зарядів. Зокрема енергія, запасена в схемі рис. 2а окремим зарядженим тілом визначається в електростатиці так:

$$W_E = \frac{q\varphi_0}{2} = \frac{qU}{2}, \quad (24)$$

причому, затрати енергії батареєю, що здійснювала зарядку, вдвічі більші $W_\Sigma = qU$. Це пояснюється тим, що завжди половину енергії розсіює електричний опір схеми зарядки R_E . Якщо застосовувати подібний підхід до гравітаційного поля, то, відповідно до (24), можна було б очікувати, що при створенні гравітаційного заряду-маси M енергія буде

$$W_G = \frac{M\Phi_G^{univ}}{2}. \quad (25)$$

Проте – ні. Прямий розрахунок за формулою Ейнштейна зв'язку енергії-маси дає:

$$W_G = Mc_0^2 = M\Phi_G^{univ}, \quad (26)$$

тобто, вдвічі більше, ніж по (24). Рівно стільки ж енергії витрачає і еквівалентна гравітаційна батарея – всесвіт.

Тоді перша відмінність: енергія, запасена в гравітаційному полі (а, відповідно, і густина енергії (4)) завжди вдвічі більша, ніж для полів іншої природи. Тому в (4) фактор $g \equiv 2$. А звідси і друга відмінність. Відсутність втрат при формуванні гравітаційного заряду-маси означає своєрідну *гравітаційну надпровідність*, тобто $R_G \equiv 0$. Розуміючи, що насправді ми говоримо про модельні речі і, можливо, ніякого перетікання маси не існує, цю відмінність прокоментуємо інакше. Процес зарядки

електричного конденсатора визначається характерним часом релаксації $\tau_E = R_E C_E > 0$. Тоді аналогічний характерний час для релаксації гравітаційної взаємодії тотожно рівний нулеві. Це означає, що розповсюдження гравітації не має обмежень по швидкості.

Ефект насичення гравітаційного потенціалу. З допомогою еквівалентних схем гравітаційної взаємодії легко показати, що *принцип суперпозиції для гравітаційного поля несправедливий*. Дійсно, підносячи до системи двох масивних тіл рис. 2г якесь третє тіло, за рахунок створеного ним потенціалу в точках перебування двох попередніх тіл, ми збільшимо маси спокою обох цих тіл (21). В результаті сила взаємодії між ними зросте. Тоді під підозру підпадає і принцип адитивності гравітаційного потенціалу. Більше того, легко показати, що для гравітаційного потенціалу спостерігається суттєва нелінійність та ефект насичення. Покажемо це наступним чином.

Утворення скупчення багатьох масивних тіл розглядатимемо як послідовне піднесення до виділеного нами i -того тіла масою $M_{i\infty}$ (наприклад, ліва маса на рис. 2г) інших масивних тіл. Якщо першим таким тілом $M_{1\infty}$ вважати масу, зображену справа на рис. 2г, то це приведе до відповідного зростання маси спокою виділеного тіла:

$$M_{iG} = \frac{M_{i\infty}}{1 - \Phi_{i1G}^{(0)} / c_0^2}. \quad (27)$$

В формулі (27) $\Phi_{i1G}^{(0)}$ означає модуль потенціалу, створеного в точці перебування i -ого тіла принесеною масою з номером 1. Зауважимо, що (27) справедлива в припущенні слабких полів, а тому в модулі потенціалу $\Phi_{i1G}^{(0)}$ поки не враховано те, що і маса M_1 , яка формує даний потенціал, зросла за рахунок впливу на неї гравітаційного поля i -ого тіла. Після піднесення тіла з номером 1 встановиться нова конфігурація всесвіту з певним ефективним потенціалом в точці перебування виділеного тіла та з певною його масою (27).

Повторюючи процедуру піднесення різних мас N разів, отримаємо остаточну конфігурацію всесвіту, в якому виникла окрема сукупність з N тіл. З кожним таким піднесенням буде змінюватись маса тіла аналогічно (27) та, відповідним чином, ефективний потенціал в точці перебування виділеної маси. Тоді маса виділеного тіла в сукупності стане рівною:

$$M_{iG} = \frac{M_{i\infty}}{\prod_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N (1 - \Phi_{ijG}^{(0)} \Theta_j / c_0^2)} = \frac{M_{i\infty}}{1 - \Phi_{iG}^{(ef)} / c_0^2} = M_{i\infty} \Theta_i. \quad (28)$$

Зауважимо, що аналогічно (28) змінюватиметься маса будь-якого тіла в сукупності, так що індекс « i » можна

розглядати як номер вибраного в ній тіла. Тоді в (28) ми вже вимушені враховувати відповідне зростання мас кожного з тіл, що впливає і на величину створюваних ними потенціалів $\Phi_{ijG}^{(0)}$ в точці перебування виділеного тіла.

В формулу (28) введено ефективний потенціал гравітаційного поля $\Phi_{iG}^{(ef)}$ в точці перебування виділеної маси. В цьому ефективному потенціалі прихована найбільш важлива сторона нелінійності гравітаційної взаємодії – *ефект насичення гравітаційного потенціалу*. Цей ефект особливо помітний, коли сума приведених гравітаційних потенціалів в області скупчення наближається до одиниці $\sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \Phi_{ijG}^{(0)} \Theta_j / c_0^2 \rightarrow 1$. При цьому ефективний по-

тенціал гравітаційного поля задовольняє умову $\Phi_{iG}^{(ef)} < c_0^2$, ніколи не перевищує c_0^2 , наближаючись до нього асимптотично.

Очевидно, що в області скупчення зростає не тільки маса виділеного тіла в Θ_i разів, а й сумарна маса всього скупчення в Θ раз:

$$M_{\Sigma G} = \sum_{i=1}^N M_{i\infty} \Theta_i = M_{\Sigma\infty} < \Theta_i > = M_{\Sigma\infty} \Theta = \frac{M_{\Sigma\infty}}{1 - \Phi_G^{(ef)} / c_0^2}. \quad (29)$$

В формулі (29) величиною Θ позначено середній коефіцієнт відносного приросту маси сукупності гравітаційних центрів. Крім того, в (29) введено усереднений ефективний потенціал $\Phi_G^{(ef)}$, який характеризує результуюче зниження гравітаційного потенціалу в області перебування скупчення.

Легко бачити, що при виконанні умови слабкості гравітаційних полів для кожного окремо взятого гравітаційного центру $\Phi_{ijG}^{(0)} \Theta_j / c_0^2 \ll 1$ справедливо наступне наближення:

$$\ln(\Theta_i) \approx \ln \Theta = -\ln \left(\prod_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N (1 - \Phi_{ijG}^{(0)} \Theta_j / c_0^2) \right) = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \Phi_{ijG}^{(0)} \Theta_j / c_0^2, \quad (30)$$

а тоді усереднений ефективний приведений гравітаційний потенціал в області скупчення при великих значеннях Θ :

$$\Phi_G^{(ef)} / c_0^2 = 1 - \exp \left\{ - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \Phi_{ijG}^{(0)} \Theta_j / c_0^2 \right\} = \left(1 - \frac{1}{\Theta} \right) \rightarrow 1. \quad (31)$$

І навіть за межами скупчення усереднений ефективний приведений гравітаційний потенціал залишатиметься близьким до одиниці на значних відстанях:

$$\Phi_G^{(ef)}(R)/c_0^2 = 1 - \exp\left\{-\frac{R_0}{R} \sum_{j=1, j \neq i}^N \Phi_{ijG}^{(0)} \Theta_j / c_0^2\right\} = \left(1 - \Theta \frac{R_0}{R}\right), \quad (32)$$

де R_0 - радіус скупчення.

А тоді напруженість поля навколо скупчення гравітаційних центрів:

$$G^{(1)} = G^{(0)} \left(1 - \frac{\Phi_G^{(ef)}}{c_0^2}\right) = \frac{\gamma M_{\Sigma\infty}}{R^2} \Theta^{1-\frac{R_0}{R}}. \quad (33)$$

Тепер, коли ми звели задачу скупчення багатьох тіл до одного тіла з масою $\Theta M_{\Sigma\infty}$ та радіусом R_0 можна скористатись моделлю рис. 1 та розраховувати всі інші величини. Варто лише зауважити, що для скупчення $M_{\Sigma\infty}$ є якраз масою ядра M_0 (рис. 1), в той час як повна маса скупчення набагато більша і рівна $\Theta M_{\Sigma\infty}$. Крім того, ми вважаємо, що це зауваження підходить і для розглянутої ідеалізованої польової моделі маси. Тобто, всередині сфери з радіусом чорної діри r_0 завжди знаходиться ненульова маса ядра.

Нелінійний приріст маси чи темна матерія? Спочатку покажемо, що закон всесвітнього тяжіння (1) при взаємодії скупчення з пробною масою залишиться в силі. Застосувавши аналог теореми Гауса-Остроградського, знайдемо масу скупчення, що попадає в сферу взаємодії довільного радіуса R :

$$M_R = \frac{1}{4\pi\gamma} \oint_S (\vec{G}^{(1)} \cdot d\vec{S}) = M_{\Sigma\infty} \Theta^{1-\frac{R_0}{R}}. \quad (34)$$

Пробне тіло масою m_∞ , перебуваючи в точці на відстані R від центру скупчення, матиме масу:

$$m_G = \frac{m_\infty}{1 - \Phi_G^{(ef)} / c_0^2} = m_\infty \Theta^{\frac{R_0}{R}}. \quad (35)$$

Підставляючи (34), (35) в (1), отримаємо:

$$F_G = \gamma \frac{M_{\Sigma\infty} \Theta^{1-\frac{R_0}{R}} m_\infty \Theta^{\frac{R_0}{R}}}{R^2} = \gamma \frac{\Theta M_{\Sigma\infty} m_\infty}{R^2}, \quad (36)$$

тобто, сила гравітаційної взаємодії пропорційна добутку повних мас та обернено пропорційна квадрату відстані між ними.

В (36) привертає увагу те, що сила гравітаційної взаємодії може бути значно більшою, ніж цього можна очікувати, враховуючи лише масу скупчен-

ня, розраховану як сума рознесених мас $M_{\Sigma\infty}$. Як видно з (34) така маса відповідає тій, що попадає в сферу радіуса R_0 . При цьому повна маса скупчення, включаючи і масу гравітаційного поля навколо скупчення, співпадає з (34) при $R \rightarrow \infty$ і рівна $M_{\Sigma\infty} \Theta$. Тобто, значна (а іноді – переважна) частина маси скупчення $(\Theta - 1)M_{\Sigma\infty}$ знаходиться за його межами. На сьогодні наявність такої маси експериментально підтверджена і отримала назву темної матерії [7].

Виходячи з розглянутого вище, можна припустити, що так звана темна матерія є не що інше, як нелінійний приріст маси скупчення, зосереджений в гравітаційному полі навколо нього. Для підтвердження цього можна привести залежності швидкостей руху об'єктів, як в межах скупчення так і за його межами, основані на законах динаміки та всесвітнього тяжіння (36). Наприклад, за межами скупчення рух окремих тіл по коловим траєкторіям описується так:

$$F_G = \gamma \frac{M_{\Sigma\infty} \Theta^{1-\frac{R_0}{R}} m_\infty \Theta^{\frac{R_0}{R}}}{R^2} = \frac{m_\infty \Theta^{\frac{R_0}{R}} v^2}{R}, \quad (37)$$

тобто, їх швидкість залежить від відстані R та інших параметрів скупчення:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M_{\Sigma\infty}}{R_0}} \sqrt{\frac{R_0}{R} \Theta^{1-\frac{R_0}{R}}}.$$

Тоді, вводячи відносні координати для швидкостей та відстаней

$$y = \frac{v}{\sqrt{\gamma \frac{M_{\Sigma\infty}}{R_0}}}; x = \frac{R}{R_0}, \quad (38)$$

матимемо:

$$\begin{cases} y = x & 0 \leq x \leq 1; \\ y = \sqrt{\frac{\Theta^{1-\frac{1}{x}}}{x}} & x \geq 1 \end{cases}, \quad (39)$$

Побудовані по (39) залежності при різних значеннях Θ представлені на рис. 3.

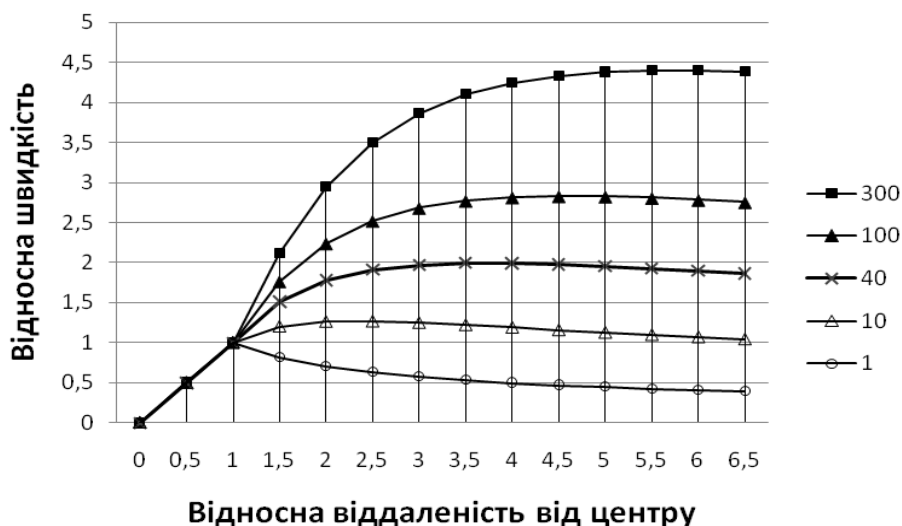


Рис. 3. Залежність відносної швидкості колового руху окремих об'єктів від віддаленості відносно центру зоряного скупчення. Параметром кривих є величина Θ .

Подібні залежності спостерігаються для спіральних галактик, які найбільш близькі до моделі компактних сферичних галактик NGC 3198, NGC 3672, NGC 801, NGC 753 тощо [7].

Та обставина, що нелінійний приріст маси розміщується просторово на окраїнах чи за межами однорідного модельного скупчення, обумовлює зміну способу врахування приросту маси на гравітаційні потенціали $\Phi_{ijG}^{(0)}$ та на кінцеве значення Θ (28).

Розрахунок середнього значення Θ в цьому випадку значно ускладнюється та суттєво залежатиме від конкретного розподілу мас в області скупчення. Ключовим моментом для отримання значного приросту

маси $(\Theta - 1)$ є наявність сильного згущення в центрі скупчення. Зокрема там може бути чорна діра. Як показують попередні розрахунки, за наявності в скупченні області, де $\sum_{j=1, j \neq i}^N \Phi_{ijG}^{(0)} \Theta_j / c_0^2 \rightarrow 1$, ефект

насичення гравітаційного потенціалу $\Phi_G^{(ef)} \rightarrow c_0^2$ починається з неї і може накрити скупчення цілком. Аналіз конкретних ситуацій вимагає додаткового дослідження та окремої розмови.

Висновки

Таким чином, проведений порівняльний розгляд гравітації та електростатики на основі уявлень про матеріальність гравітаційного поля та справедливості принципу Маха, продемонстрував принципову відмінність їх природи при співпадінні математичної форми законів взаємодії. Зокрема це дало можливість інтерпретувати темну матерію як нелінійний приріст маси скупчення зірок, яка зосереджена виключно в гравітаційному полі скупчення.

Література

1. Heaviside O. Electromagnetic Theory ("The Electrician" Printing and Publishing Co., London, 1894) pp. 455-465.
2. Heaviside O. A gravitational and electromagnetic analogy. Part I, The Electrician, 1893, Vol. 31, p. 281-282.
3. V. de Sabbata and M. Gasperini, Introduction to Gravitation (World Scientific, Singapore, 1985).
4. Evans M.W. Gravitational Poynting theorem: interaction of gravitation and electromagnetism. Journal of Foundations of Physics and Chemistry, 2011, vol. 1 (4) 433-440.
5. Fedosin S.G. Mass, Momentum and Energy of Gravitational Field, Journal of Vectorial Relativity, Vol. 3, No. 3, September 2008, p. 30-35.
6. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – М.: Наука, 1965-1967. – т. 1-4.
7. Лукаш В.Н., Михеева Е.В. Темная материя: от начальных условий до образования структуры Вселенной. – УФН, т. 177, № 10, 2007. – с. 1023 - 1028.
8. Бриллюэн Л. Новый взгляд на теорию относительности. – М.: Мир, 1972. – 142 с.
9. Дикке Р. Гравитация и вселенная. – М.: Мир, 1972. – 103 с.
10. Боулер М. Гравитация и относительность. – М.: Мир, 1979. – 216 с.