УДК 514.182

Ботвіновська С. І.,
доктор технічних наук, доцент
botvinovska@ua.fm, ORCID: 0000-0002-1832-1342
Золотова А. В.,
кандидат технічних наук, доцент
zolotovaav1@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2454-1675,
Київський національний університет будівництва і архітектури

МОДЕЛЮВАННЯ ДИСКРЕТНИХ АНАЛОГІВ ЄДИНИХ ГЛАДКИХ КРИВОЛІНІЙНИХ ПОВЕРХОНЬ

Анотація: пропонується методика моделювання дискретних аналогів єдиних (не складених) гладких криволінійних поверхонь, координати вузлів дискретного каркаса яких розраховуються за допомогою статико-геометричного методу. Проведено аналіз впливу заданих вихідних умов на форму модельованої криволінійної поверхні. Проаналізовано можливість включення у каркас поверхні заданих вузлів або дискретних аналогів кривих ліній.

Виведено властивість, що при формотворенні дискретних каркасі поверхонь число внутрішніх заданих вузлів сітки не може бути довільним. Це обумовлено тим, що число додаткових рівнянь для інтерполяції зовнішніх зусиль між вузлами, які будуть додаватись у загальну системи рівнянь рівноваги вузлів, буде залежати від розмірності обраних однакових шаблонів, якими буде покриватись вся сітка, з урахуванням контурних вузлів. Остаточна форма дискретно представленої поверхні, змодельованої за допомогою узагальненого статико-геометричного методу, суттєво залежить від розмірності лінійно-різницевого оператора, який задає закон розподілу зовнішнього навантаження між вузлами, та від його коефіцієнтів.

Ключові слова: дискретний аналог, єдина гладка поверхня, конструювання оболонки, дискретний каркас, включення у каркас ліній, обчислювальний шаблон.

Постановка проблеми. Оболонки різноманітних геометричних форми в останні десятиліття знайшли широке застосування в архітектурі. З розвитком сучасних комп’ютерних систем з’явилась можливість щодо моделювання різноманітних криволінійних форм для дизайн-об’єктів в архітектурі або об’єктів промислового дизайну з урахуванням заданих вимог та властивостей.

Як правило геометрія таких криволінійних об’єктів може бути представлена як у дискретній так і в неперервній формі. Остання описуються диференціальними рівняннями. З геометричної точки зору диференціальному рівнянню відповідає безліч геометричних образів. Тому, одним з недоліків неперервної інтерполяції для дискретного геометричного моделювання є неможливість отримати єдине рішення у процесі моделювання дискретного каркаса поверхню. Для того, щоб з множини рішень обрати одне необхідно задати початкові або крайові умови, серед яких може бути опорний контур майбутньої поверхні, точки, лінії, дотичні площини тощо.

Дискретне моделювання дозволяє уникнути багатьох недоліків і отримати гладку єдину поверхню на будь-якому опорному контурі. Задаючи як вихідні дані додаткові вузли сітки або криві лінії, які повинні бути включеними у дискретний каркас, можна змоделювати дискретний аналог єдиної (нескладеної) гладкої поверхні.

Формулювання цілей і задач. Загально відомо, що від правильно обраної геометричної форми оболонки залежить її несуча спроможність, а також робота всіх її конструктивних елементів. При моделюванні дискретних каркасів криволінійних оболонок як правило перевагу віддають дискретним аналогам гладких нескладених єдиних поверхонь. Це обумовлено багатьма різноманітними чинниками, які впливають на роботу оболонки у процесі її подальшої експлуатації.

Основною задачею даної публікації є демонстрація розширених можливостей узагальненого статико-геометричного методу для формотворення дискретних аналогів єдиних гладких криволінійних поверхонь. А також, надати приклади моделювання нескладених єдиних поверхонь з різними опорними контурами. Основна мета – продемонструвати методику геометричного моделювання дискретних аналогів гладких криволінійних поверхонь із заданими вузлами та лініями, які необхідно включити у дискретні каркаси модельованих геометричних об'єктів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В основі моделювання дискретних каркасів статико-геометричним методом (СГМ) лежить постулат, що число рівнянь рівноваги, які складаються для всіх вузлів, повинно дорівнювати числу незалежних для дискретної сітки параметрів, тобто числу невідомих параметрів [1]. Саме тому найважливішим питанням стає задача управляння цими параметрами, вміння зв'язувати їх між собою, а також звільнення їх для управління формою модельованої поверхні.

У роботі [2] автор доводить, що СГМ дозволяє визначити координати внутрішніх вузлів дискретного каркаса, якщо задано координати граничних та контурних вузлів. І показує, що СГМ є наочною інтерпретацією методу скінчених різниць, в основі якого лежить скінчено-різницева апроксимація диференціальних рівнянь. Основним інструментарієм СГМ виступають системами скінчено-різницевих лінійних та нелінійних рівнянь. Інформація про коефіцієнти, при невідомих у цих рівняннях може представлятись у вигляді обчислювальних шаблонів [2], які виступають діаграмами, що засвідчують часткову участь тих або інших вузлів сітки у рівняннях, які пов'язують між собою координати вузлів однієї зірки сітки.

Багато задач виникає при роботі з поверхнею, каркас якої вже відомий. Координати вузлів дискретної сітки можуть обчислюватись за аналітичними розрахунками, кінематичними побудовами, або дискретно. Так, наприклад, у роботі [3] пропонується вирізати частину каркаса по заданій криволінійній лінії. Але на каркас у такій задачі накладаються обмеження. Каркас повинен бути регулярним, топологічним, а задана лінія повинна починатись і закінчуватись на границі каркаса або бути замкненою. Спосіб, запропонований автором пов'язаний з перезаданням вузлів сітки, що призводить до нерівномірності вузлів на заданій криволінійній лінії вирізання каркаса.

Теоретичні основи формування дискретних образів статико-геометричним методом, які було закладено у роботах С. М. Ковальова [2] отримали подальший розвиток у роботах його учнів [4, 6, 7, 8, 10, 12]. Існує багато способів формотворення дискретних каркасів поверхонь.

Існує безліч методів моделювання дискретних каркасів. Один з них СГМ, який можна використовувати коли неможливо отримати аналітичне рівняння поверхні. В основі цього способу лежить дискретна інтерполяція точок на площині або на поверхні. Дискретну інтерполяцію точок на поверхні представлено у роботах [4-8]. Однак, різницева інтерполяція лінійними операторами при моделюванні дискретних точкових каркасів криволінійних геометричних образів має і свої недоліки [5]. Основний – це неможливість побудувати дискретний каркас поверхні з вертикальними дотичними площинами. За рахунок використання нелінійних різницевих операторів автор доводить, що є можливість уникнути цього недоліку. Застосування нелінійних різницевих операторів забезпечує багатоваріантність у розв'язанні задач і дозволяє обирати більш привабливі варіанти з точки зору геометричної форми. У деяких роботах автори пропонують формувати дискретні каркаси поверхонь з окремих частин та порцій [6] або використовують загущення вузлів дискретної сітки при моделюванні [7], останнє призводить до погладшення поверхні. Однак, незважаючи на недоліки такого підходу багато дослідників продовжують використовувати дискретні методи і займаються задачами варіювання параметрами та управління формою модельованої поверхні. Так у роботі [8] управління формою дискретно представленої поверхні відбувається за рахунок включення у каркас ламаної лінії. Отримана поверхня є складеною, а за рахунок симетрії вона сприймається як єдина.

До параметрів форми модельованого дискретного каркаса поверхні можуть бути віднесені координати вузлів опорного контура, задані лінії на поверхні, закріплені вузлі та інші вихідні умови. Визначенню залежностей між параметрами модельованої сітки, використанню вільних параметрів навантаження СГМ, а також задачам параметричного аналізу присвячено роботу [9]. Саме у цій роботі автори пропонують додати до загальної системи рівнянь рівноваги вузлів додаткові рівняння, що описують задані додаткові вихідні умови. Наприклад, умови проходження через задані точки, дотику до дотичних площин тощо. Також, пропонується включати рівняння ліній контура поверхні і рівняння розподілу зовнішнього навантаження на вузли, що дозволить враховувати незалежні параметри сітки.

Питанням точності побудови дискретних каркасів, яка залежить від кроку дискретизації, присвячено роботи [10-12]. Запропоновано загальне загущення каркаса для криволінійних поверхонь з чотирикутними клітинами, яке виконується за допомогою різних обчислювальних шаблонів. Знайдено нові шаблони для локального загущення вузлів приконтурної смуги дискретної сітки.

Розширенню можливостей використання СГМ при моделюванні дискретних каркасів поверхонь із заданими вихідними умовами присвячено роботи [13-17]. Але, у всіх роботах в процесі моделювання дискретних каркасів поверхонь з великою кількістю вихідних умов пропонується моделювати складені криволінійні поверхні.

Дискретно представлені поверхні мають певні переваги перед неперервно представленими. Так, наприклад, дискретні моделі оболонок великопрогонних покриттів архітектурних споруд є основою для розміщення збірних об'єктів, вантових покриттів, структурних конструкції. Дискретна інформація про форму поверхні є необхідною для розрахунків покриття на міцність і стійкість. Розширенню можливостей класичного методу скінчених різниць і статико-геометричного методу шляхом застосування геометричного апарату суперпозицій присвячено роботу [18]. Описаний підхід дозволяє формувати дискретні каркаси поверхонь без складання і розв'язання великих систем лінійних рівнянь. Спосіб, описаний та розроблений у [19] дозволяє формувати покриття будівельних споруд у вигляді дискретних каркасів поверхонь паралельного переносу.

Дослідження, описані у роботі [20] підтверджують, що методи дискретного моделювання дозволяють оперувати величезною кількістю вихідних умов для забезпечення необхідної точності моделі. Представлено моделювання складчастих поверхонь на основі використання нелінійних рівнянь у частинних похідних. Показано можливості конструювання складених поверхонь, дискретні каркаси яких створюються на основі операторів дискретної диференціальної геометрії.

Проведений аналіз останніх досліджень та публікацій підтвердив необхідність виконання досліджень по вивченню можливостей моделювання дискретних аналогів єдиних (нескладених) гладких поверхонь. Це дозволить уникнути недоліків, притаманних складеним поверхням, таких як: ускладнень конструкції у місцях стикування порцій та появи там небажаних напруг; облаштування додаткових ребер жорсткості; уникнути недоліків пов'язаних з тим, що частини складеної поверхні можуть бути описані різними аналітичними рівняннями. Крім того, для складених поверхонь характерні: поява зламів у місцях стикування частин, які можуть збільшуватись з кроком дискретизації; різні закони зміни кривизни у частин поверхні; порушення естетичного сприйняття поверхні, оскільки може бути різка зміна кривини на різних частинах. Складені поверхні є менш деформованими та гнучкими до зміни геометричної форми, тому і будівельна висота у архітектурних оболонок такого типу буде меншою ніж у гладких поверхонь. А це означає, що ці поверхні можуть перекривати менші об'єми ніж оболонки, виконані з геометричної точки зору як гладкі єдині поверхні.

У представлених дослідженнях всі розрахунки координат вузлів дискретних каркасів передбачається виконувати на основі узагальненого статико-геометричного методу.

Актуальність та новизна представлених досліджень. Актуальність дослідження пов'язана з принциповою можливістю моделювання статико-геометричним методом дискретних каркасів єдиних нескладених гладких поверхонь. Новизна досліджень полягає у можливості подальшого узагальнення статико-геометричного методу за рахунок використання нового підходу у виборі обчислювальних шаблонів, та у розробці нових алгоритмів при складанні рівнянь рівноваги вузлів.

Результати досліджень та їх обґрунтування. При моделюванні криволінійних поверхонь дуже важливо забезпечити виконання вихідних умов і створити поверхню неповторного дизайну. При цьому слід врахувати естетичні, структурні та конструктивні умови та виконати поставлені вимоги. Використання статико-геометричного методу дозволить реально оцінити геометричну форму модельованої поверхні та її естетичне сприйняття за рахунок простого визначення координат вузлів сітки, а також додаткового включення у дискретний каркас заданих елементів у вигляді вузлів та ламаних ліній.

Як було описано вище, в основі СГМ лежить необхідність складання системи рівнянь рівноваги вузлів при чому так, щоб число рівнянь дорівнювало числу невідомих параметрів. Рівняння рівноваги необхідно складати для всіх незакріплених внутрішніх вузлів сітки з урахуванням заданих вузлів або ліній. Такі рівняння зручно схематично представляти у вигляді обчислювальних шаблонів. На рис. 1 представлено класичний вигляд рівняння рівноваги вузла дискретної сітки у СГМ.

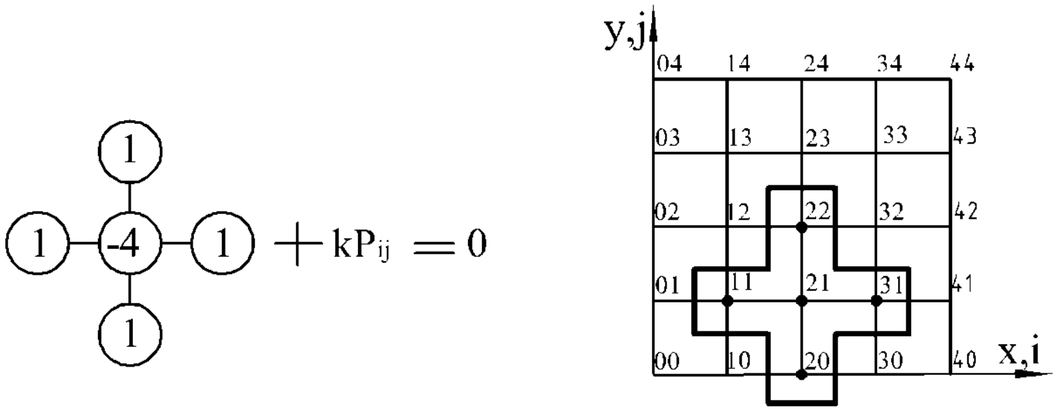


Рис. 1

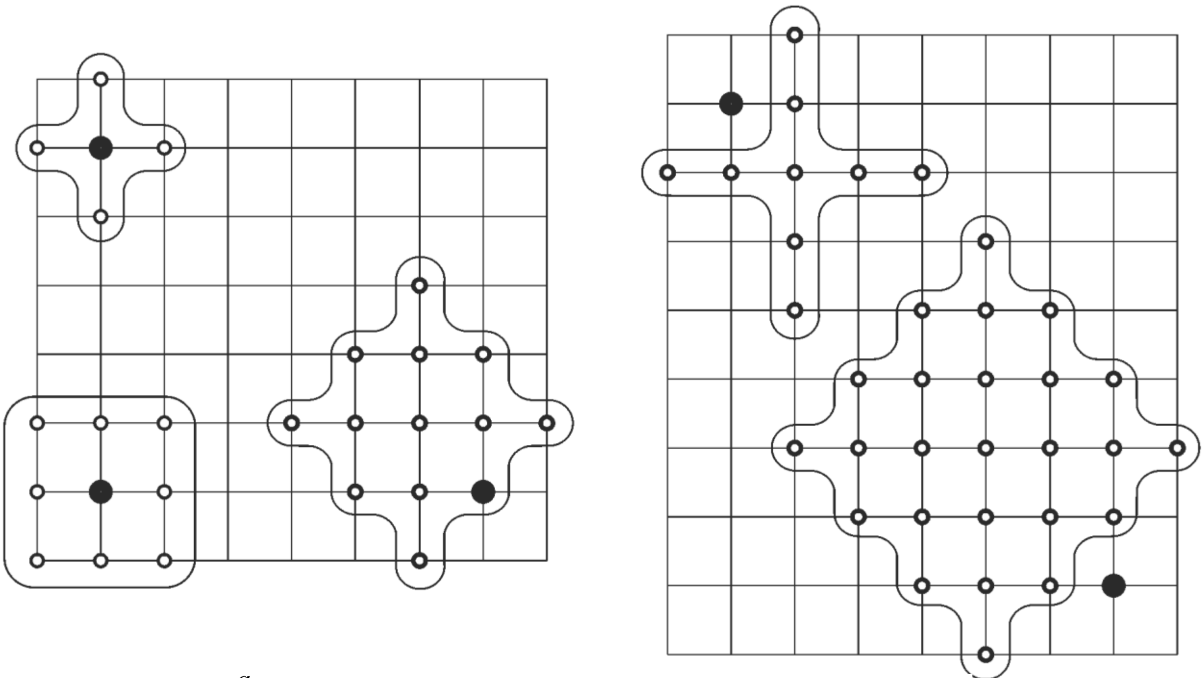
У кружечках шаблону наведено коефіцієнти рівняння, а взаємне положення кружечків у шаблоні відповідає числу вузлів сітки, що включаються у зірку і пов’язані між собою. Представлений шаблон може використовуватись для сіток з чотирикутними клітинами.

Запропонований новий спосіб моделювання дискретних аналогів єдиних нескладених гладких поверхонь передбачає розширити систему рівнянь рівноваги вузлів СГМ за рахунок додавання у систему додаткових рівнянь, які будуть враховувати функціональний розподіл зовнішніх зусиль, прикладених до вузлів сітки, для збереження її рівноваги у процесі включення у дискретний каркас заданих вузлів або ліній. Пропонується використовувати додаткові обчислювальні шаблони для інтерполяції зусиль.

Для інтерполяції зусиль у вузлах сіток з чотирикутними клітинами можемо використовувати шаблони різних форм, які при переміщенні накривають всі незакріплені вузли, включаючи кутові (рис. 2, *а*). Можливості використання шаблонів, які не будуть покривати кутові вузли (рис. 2, *б*) потребує подальшого дослідження.

Кожний шаблон, який використовується має розмірність $a \times b$, де a – число елементів скінчено-різницевого оператора у горизонтальному напрямку; b – число елементів шаблона у вертикальному напрямку. Наприклад, представлений на рис.1 шаблон має розмірність 3×3.

При формотворенні дискретних каркасів поверхонь слід враховувати геометричні параметри сітки (форму сітки: квадратні, прямокутні; форму опорного контура і т. ін.); топологію сіток (різні типи клітин квадратні, трикутні, число в’язей у вузлах). Крім того, необхідно враховувати форму шаблона і його розмірність. Можна використовувати і лінійні шаблони. Тоді, кожна пара суміжних шаблонів розмірністю a повинна мати $a-1$ загальну точку. Тобто, шаблон повинен зміщатись по сітці на один крок. Число заданих вузлів ℓ не може бути задано довільно, оскільки цей параметр знаходиться у залежності від дискретних параметрів заданої сітки (області) $m \times n$, а також розмірності $a \times b$ шаблона.



а *б*

Рис. 2

Для визначення можливого числа ℓ наперед заданих внутрішніх вузлів необхідно встановити залежність між чисельними параметрами сітки $m \times n$, де m – число число в'язей сітки у горизонтальному напрямку, n – число в'язей сітки у вертикальному напрямку, чисельними параметрами шаблона $a \times b$ та числом ℓ заданих незакріплених внутрішніх вузлів сітки.

Шляхом складання найпростіших скінчено-різницевих операторів можна отримати шаблони самих різних конфігурацій (різних розмірностей), які забезпечать можливість задання різного числа незакріплених вузлів (рис. 3, *а*, *б*, *в*): шляхом складання двох однакових шаблонів (рис. 3, *а*); додаванням двох шаблонів різних напрямків, як це показано на рис. 3, *в*. Або, сполучаючи відразу чотири елементарні шаблона (оператори Лапласа) можна отримати бігармонічний оператор (рис. 3, *б*).

Лінійні скінчено-різницеві оператори вищих порядків можна так само утворювати додаванням двох елементарних (рис.3, *г*).

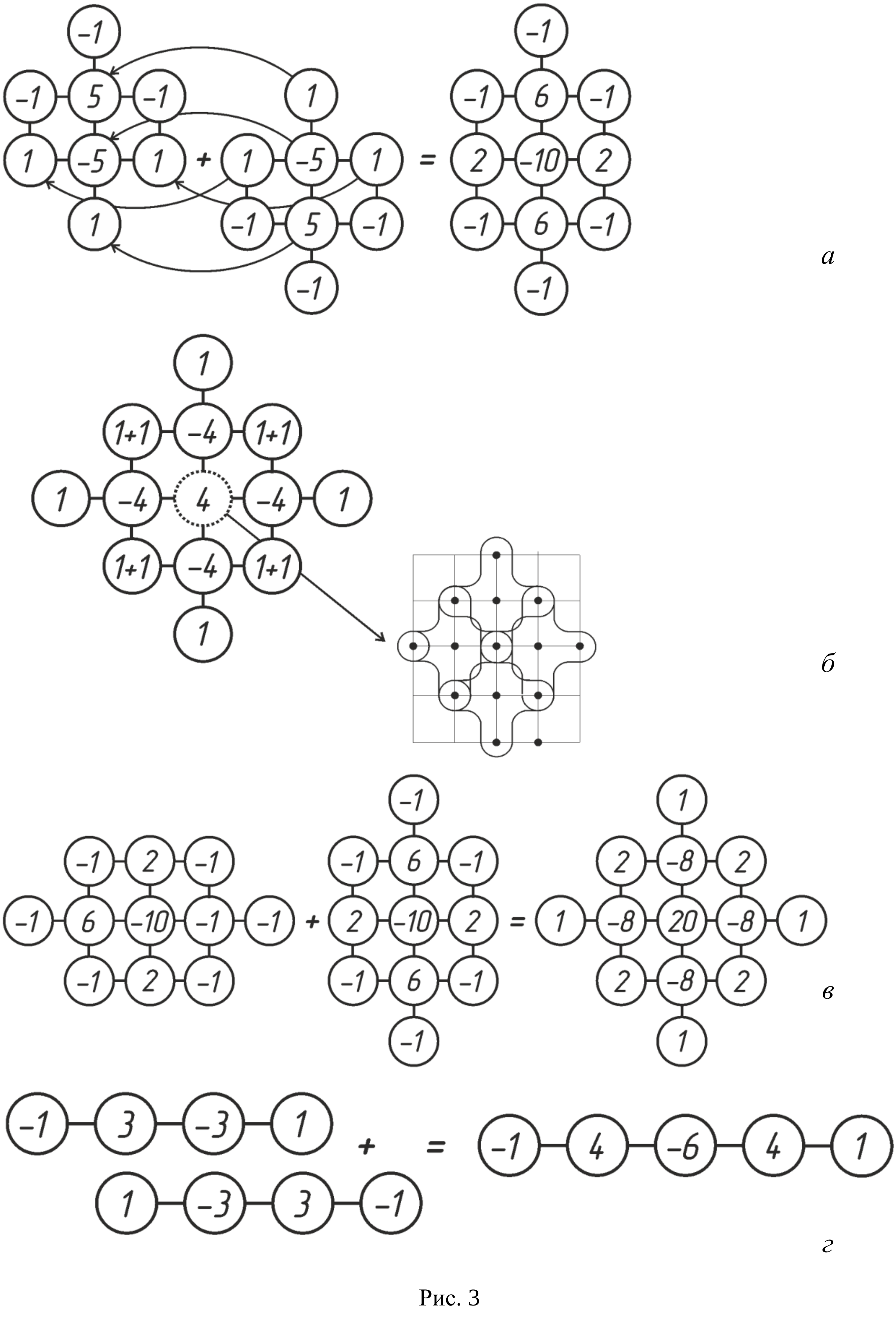


Рис. 3

Моделювання дискретних каркасів поверхонь можна проводити і одновимірними лінійними шаблонами, наприклад (рис. 4). Але тільки за однієї умов, яку можна представити у вигляді властивості:

Властивість. При моделюванні дискретних каркасів поверхонь за допомогою лінійних шаблонів, вони повинні зміщуватись на один крок в одному напрямку і на один вузол в іншому, а також повинні залишатись однаковими для всіх вузлів у горизонтальних або вертикальних рядках. Крім того, крім створення нових обчислювальних шаблонів слід враховувати відомі з літератури геометричні та статичні інтерпретації скінчено-різницевих операторів [10, 11, 15]. Використання тих або інших шаблонів, які мають визначені властивості, для моделювання дискретних каркасів або отримання нових більш складних шаблонів може суттєво вплинути на форму модельованої поверхні, змінити її локальні характеристики та дозволить керувати формами модельованих поверхонь. Умови формотворення поверхонь [21], яким відповідають найбільш відомі шаблони параболічної інтерпретації, занесено у табл. 1

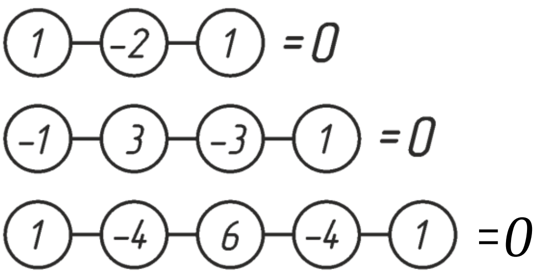


Рис. 4

Для простоти використання та більш детального пояснення описаного вище підходу для моделювання гладких єдиних поверхонь, будемо розглядати лише сітки з рівномірним кроком h вздовж двох напрямків. У цьому випадку зусилля зовнішнього навантаження на вузли завжди будуть вертикальними і відповідатимуть власній вазі майбутньої конструкції.

На сітках з нерівномірним кроком зусилля не будуть вертикальними. Тоді система рівнянь рівноваги вузлів з додатковими рівняннями розподілу навантаження між вузлами буде розпадатись на три однакові системи – для знаходження абсцис, ординат та аплікат вузлів шуканої поверхні.

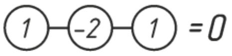
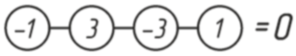
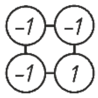
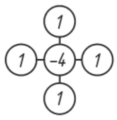
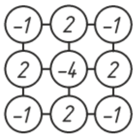
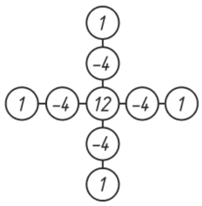
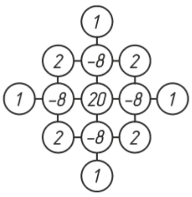
Для більшої наочності управління форми модельованої поверхні за рахунок завдання різного числа внутрішніх вузлів розглянемо приклади з різними формами сіток на квадратному, прямокутному та круглому планах. Всі координати вузлів приводяться в абстрактних лінійних одиницях.

Оскільки неможливо задавати довільну кількість додаткових вузлів, розглянемо можливість їх підрахунку на конкретному прикладі.

Приклад 1. Змоделюємо дискретну сітку поверхні, що проходить через ℓ заданих вузлів. Задано сітку $m \times n$ прямокутну в плані, де $m = n$ та координати всіх закріплених контурних вузлів.

Таблиця 1

Властивості обчислювальних шаблонів
для моделювання дискретних каркасів поверхонь

1	2	3
1		Забезпечує належність приконтурного, контурного і позаконтурного вузлів
2		Забезпечує належність відповідних вузлів дискретного каркаса лінії параболі другого порядку
3		Задає відхилення P_i по координатній осі просторової чотирьохкутньої клітини від площини. Відображає прагнення клітин до сплощення
4		Відповідає умові формування розтягнутої сітки під впливом зовнішнього навантаження P_i
5		Відповідає умові формування сітки клітини якої прагнуть до сплощення
6		Відповідає умові формування сітки пружної у двох взаємно перпендикулярних напрямках (забезпечення пружності)
7		Відповідає умові формування сітки надає пружність у діагональних напрямках, а також пружність та крутіння у двох взаємно перпендикулярних напрямках

Крок вузлів залишається однаковим $h=1$ лін. од. в обох напрямках по осі Ox та Oy. Задано топологічну схему сітки – з квадратними клітинами.

Моделювання починаємо з параметричного аналізу всіх заданих умов, який представлено у табл. 2. Цей аналіз включає підрахунок заданих вихідних умов та невідомих параметрів сітки. Далі розраховуємо число вузлів сітки, які можна задати для моделювання дискретного аналога гладкої єдиної поверхні статико-геометричним методом, при відомій розмірності шаблонів і з урахуванням того, що зовнішні зусилля прикладені до вузлів сітки будуть залишатись вертикальними і відповідати власній вазі конструкції.

Таблиця 2

Параметричний аналіз всіх заданих умов для моделювання дискретного аналога єдиної поверхні

Задані параметри сітки	Невідомі параметри сітки
Сітка – $(m \times n)$, $m = n$; Загальне число внутрішніх вузлів – $(m-1)(m-1) = (m-1)^2$; Число всіх вузлів сітки – m^2; Число додаткових заданих внутрішніх вузлів сітки – ℓ; Число рівнянь рівноваги для всіх внутрішніх вузлів сітки – $(m-1)^2$; Число додаткових рівнянь для інтерполяції величин векторів зовнішніх зусиль – $(m-1)^2 - \ell$; Розмірність шаблона – a^2;	Число невідомих координат сітки – $(m-1)^2 - \ell$; Число невідомих зусиль, прикладених до вузлів сітки – $(m-1)^2$;

Враховуючи залежність числа заданих додаткових вузлів сітки від її геометричних параметрів та розмірності шаблона можемо отримати формулу для розрахунку числа ℓ заданих вузлів:

$$\ell = -a^2 + 2a(m+2) - 6m - 3 \qquad (1)$$

Результати розрахунків для $m = n = 6$ занесено у табл. 3.

Таблиця 3

Число ℓ заданих внутрішніх вузлів сітки $m \times n$, коли $m = n = 6$

$a \setminus b$	2	3	4	5	6
2	-11	-5	1	7	13
3	-5	0	5	10	15
4	1	5	9	13	17
5	7	10	13	16	19
6	13	15	17	19	21

Число додаткових рівнянь інтерполяції зусиль, прикладених до вузлів сітки, а саме число шаблонів розмірністю $a \times b$ можна підрахувати за формулою $(m-1)^2 - \ell$. Результати занесено у табл. 4.

Таблиця 4

Число додаткових рівнянь інтерполяції зусиль (число шаблонів) для сітки $m \times n$, коли $m = n = 6$

$a \setminus b$	2	3	4	5	6
2	-	-	24	18	12
3	-	25	20	15	10
4	24	20	16	12	18
5	18	15	12	9	6
6	12	10	8	6	4

Виконавши такий саме параметричний аналіз вихідних даних для сітки $m \times n$ (на прямокутному плані), з розмірністю шаблона a^2 отримуємо формулу для підрахунку можливого числа заданих вузлів ℓ:

$$\ell = -a^2 + a(m+n+4) - 3(m+n+1) \qquad (2)$$

Результати розрахунків для $m = 6,\ \ n = 7$ занесено у табл. 5.

Таблиця 5

Число ℓ заданих внутрішніх вузлів сітки $m \times n$

$a \setminus b$	2	3	4	5	6	7
2	-14	-6	0	6	12	18
3	-5	0	5	10	15	20
4	2	6	10	14	18	22
5	9	12	15	18	21	24
6	16	18	20	22	24	26

Число додаткових рівнянь інтерполяції зусиль, прикладених до вузлів сітки, а саме число шаблонів розмірністю $a \times b$ можна підрахувати за формулою $(m-1)(n-1) - \ell$. Результати занесено у табл. 6.

Приклади формотворення покриттів в архітектурі з умовою включення у дискретні каркаси модельованих поверхонь ламаних ліній або вузлів представлено на рис. 5, *а*, *б*. Там же представлено додаткові обчислювальні шаблони, що описують функціональний розподіл навантаження на вузли.

Таблиця 6

Число додаткових рівнянь інтерполяції зусиль (число шаблонів) для сітки $m \times n$, коли $m = 6,\ n = 7$

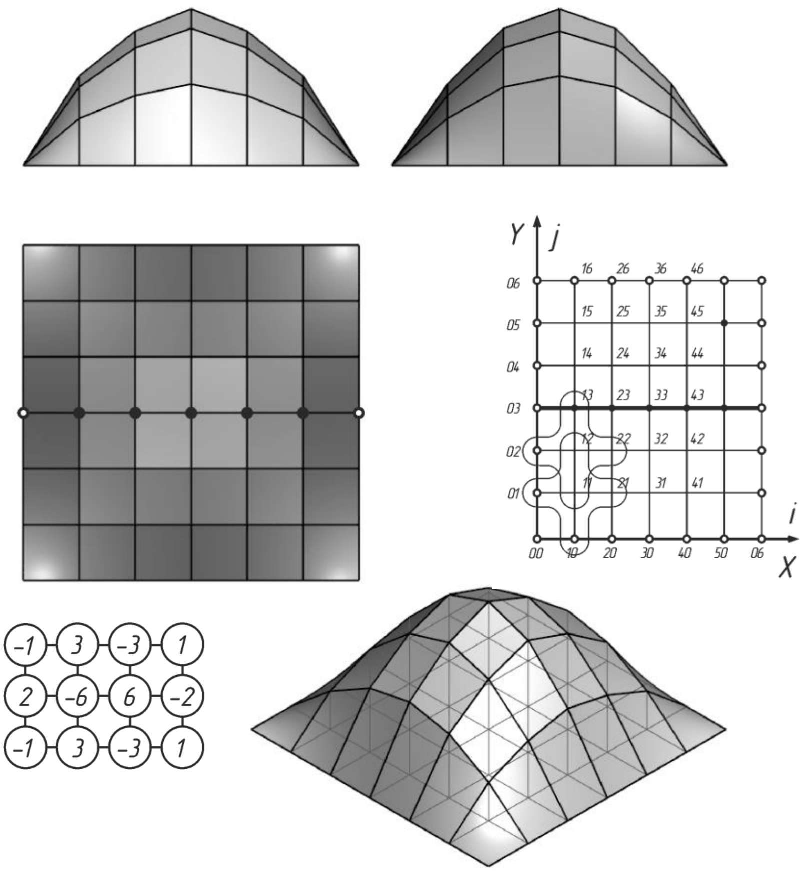
$a \setminus b$	2	3	4	5	6	7
2	-	-	30	24	18	12
3	-	25	25	20	15	10
4	24	20	20	16	12	8
5	21	18	15	12	9	6
6	14	12	10	8	6	4

Приклад 2. На рис. 6. представлено змодельований дискретний каркас поверхні на круглому плані діаметром $d = 60.0$ ум. одиниць. Опорний контур задано у вигляді двох арок еліптичної форми. За вихідні дані обрано: топологічну схему сітки з чотирикутними клітинами; задано координати всіх контурних вузлів сітки та координати закріплених вузлів сітки вздовж лінії $i = 3$. Топологічна схема сітки відповідає $m \times n$ клітин, і дорівнює 6×6. Зовнішні зусилля, прикладені до вузлів сітки не будуть вертикальними. З урахуванням симетрії необхідно скласти систему рівнянь рівноваги вузлів лише для розрахунку абсцис, ординати будуть обиратись з урахуванням симетрії сітки в плані.

Параметричний аналіз, описаний вище у рамках запропонованої методики, показав, що всього вузлів сітки $(m-1)(n-1) = 25$. Якщо задати аплікати для $\ell = 5$ вузлів, маємо для заданої сітки 20 невідомих аплікат. Тоді невідомих координатних складових зусиль kPx вздовж осі Ox буде 25.

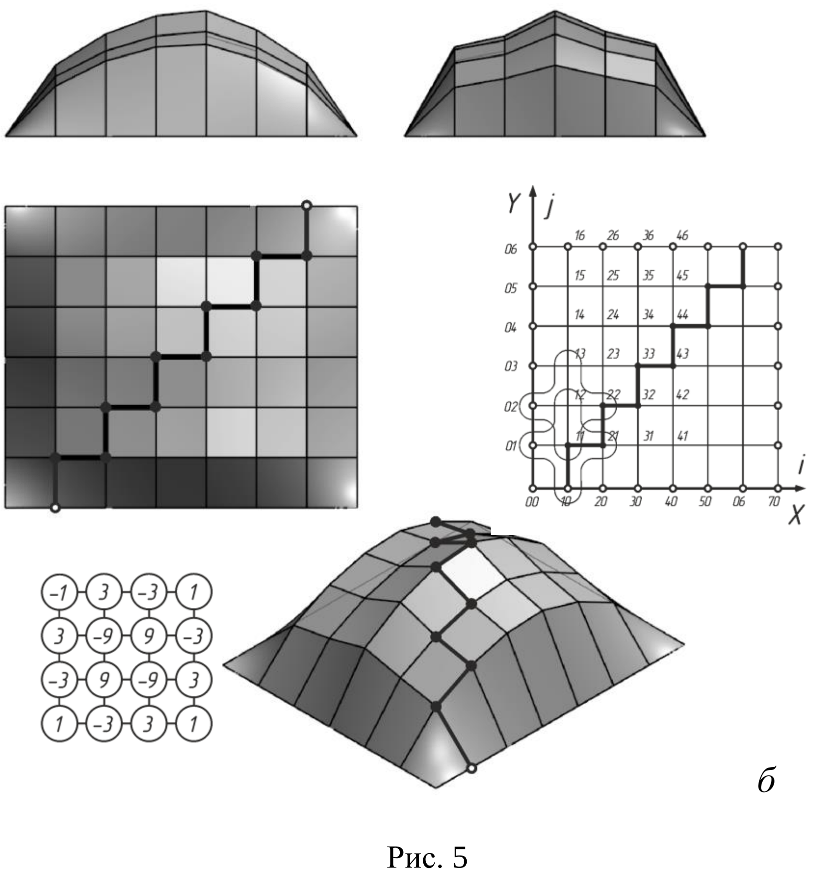
Рівнянь рівноваги вузлів для знаходження абсцис складаються для всіх внутрішніх вузлів сітки, враховуючи задані. Число рівнянь буде дорівнювати $(m-1)^2 = 25$. Тоді, число додаткових рівнянь зовнішнього навантаження буде $(m-1)^2 - \ell = 20$.

Розмірність обчислювального шаблона для врахування функціонального розподілу зовнішніх зусиль, прикладених до вузлів сітки, обирається за табл. 5. Обчислювальний шаблон (рис. 6, *а*) із значеннями коефіцієнтів у кружечках, змодельований дискретний каркас поверхні та її топологічна схема (рис. 6, *б*) представлені на рис. 6. Темними кружечками на рис. 6 позначено задану лінію, яку необхідно було за умовою задачі включити у дискретний каркас поверхні у процесі формотворення.



Y
j
16 26 36 46
06
15 25 35 45
05
14 24 34 44
04
13 23 33 43
03
12 22 32 42
02
11 21 31 41
01
i
00 10 20 30 40 50 06
X
–1 3 –3 1
2 –6 6 –2
–1 3 –3 1

а



Y
j
16 26 36 46
06
15 25 35 45
05
14 24 34 44
04
13 23 33 43
03
12 22 32 42
02
11 21 31 41
01
i
00 10 20 30 40 50 06 70
X
–1 3 –3 1
3 –9 9 –3
–3 9 –9 3
1 –3 3 1

б

Рис. 5

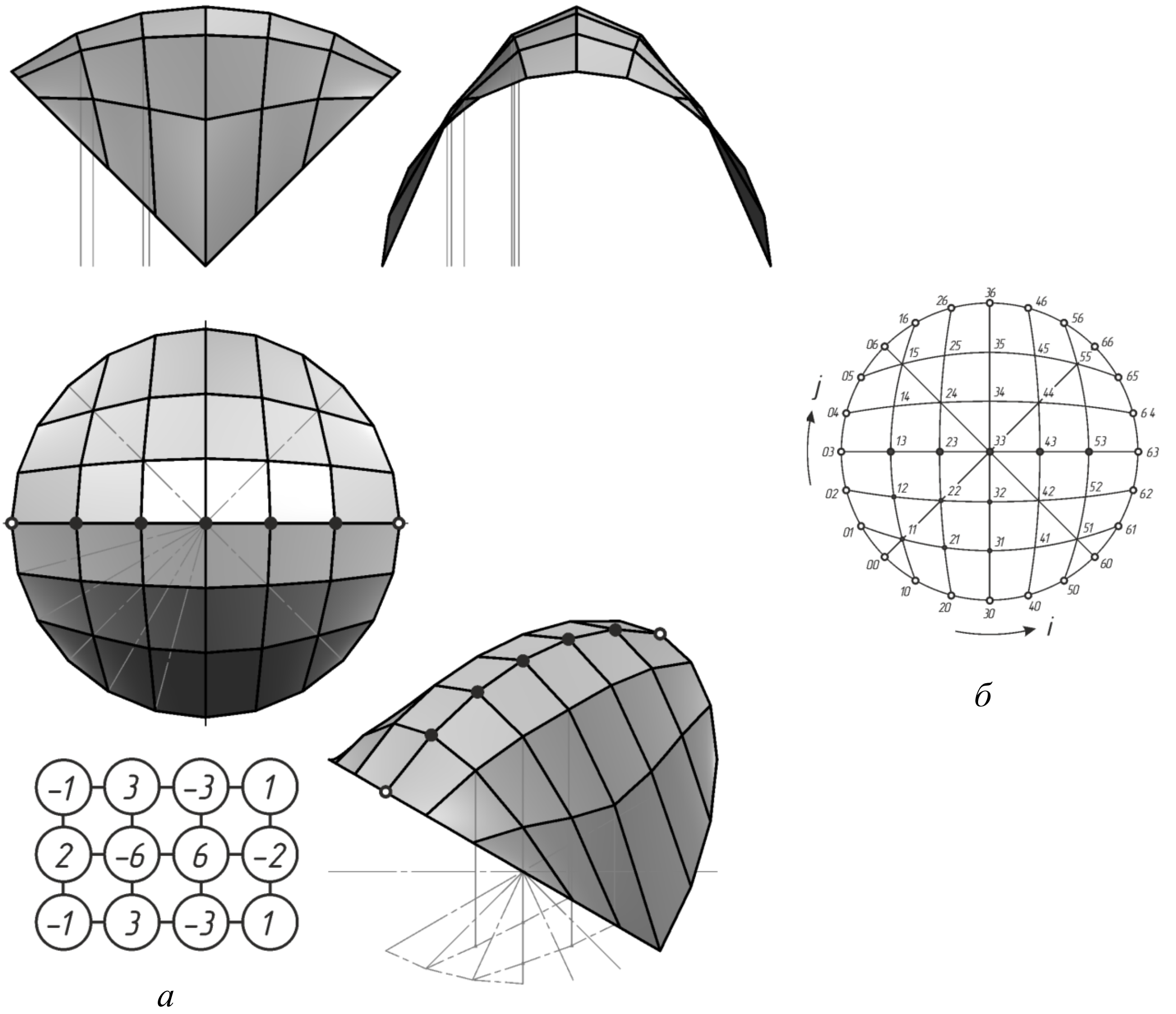


Рис. 6

Продемонстрована методика дозволяє формувати дискретні аналоги гладких єдиних поверхонь. Можна вважати, що такі оболонки будуть повністю зберігати переваги і недоліки єдиних гладких неперервних поверхонь.

Серед недоліків оболонок у вигляді гладких єдиних поверхонь можна відмітити: складність у врахуванні всіх заданих вихідних умов при виконанні розрахунків координат вузлів за однією аналітичною залежністю; поява небажаних осциляцій у перерізах поверхні. Серед переваг таких поверхонь можна відмітити: гарне художньо-естетичне сприйняття; геометрична форма поверхні забезпечує пластичну виразність архітектурної конструкції; відсутність стиків, а відповідно й небажаних напруг у їх місцях; для всіх вузлів такої оболонки маємо один і той саме закон розподілу зовнішнього навантаження при розрахунках координат вузлів дискретної сітки за статико-геометричним методом; як правило маємо рівномірний розподіл зовнішнього навантаження, величина зусиль прикладених до вузлів розрізняється у незначних межах; зміна кривини відбувається закономірно, за одним і тим саме законом; система рівнянь рівноваги вузлів при розрахунках за СГМ залишається лінійною; несуча спроможність єдиної оболонки значно більша ніж складеної.

Висновки та перспективи. При формотворенні дискретних каркасі поверхонь число внутрішніх вузлів сітки не може бути довільним, оскільки число додаткових рівнянь для інтерполяції зовнішніх зусиль між вузлами, які будуть додаватись у загальну системи рівнянь рівноваги вузлів, залежить від розмірності однакових обраних шаблонів, якими буде покриватись вся сітка, з урахуванням контурних вузлів. Остаточна форма дискретно представленої поверхні, змодельованої за допомогою узагальненого статико-геометричного методу, суттєво залежить від розмірності лінійно-різницевого оператора, що задає закон розподілу зовнішнього навантаження між вузлами, та його коефіцієнтів. У загальному випадку система рівнянь рівноваги вузлів залишається лінійною.

Представлений підхід на основі узагальненого статико-геометричного методу дозволяє врахувати умову включення у каркас модельованої поверхні заданих вузли або ліній. Вибір інтерполюючої функції для розподілу зовнішнього навантаження між вузлами, а відповідно і форми шаблона визначають вихідну конструктивну геометричну модель поверхні, формою якої можна управляти за рахунок зміни координат вузлів, які можуть бути як поодинокими так і включеними у лінію.

Список використаних джерел

1. Михайленко, В. Е. Параметризация дискретных сетей [Текст] / В. Е. Михайленко, С. Н. Ковалев, И. В. Сафронеев // Прикладна геометрія та інженерна графіка: зб. наук. праць. Київ. Будівельник, 1990. Вип. 49. С. 3 – 7.
2. Ковалёв, С. Н. Формирование дискретных моделей поверхностей пространственных архитектурных конструкций. дис. …доктора техн. наук. 05.01.01. – Москва. МАИ. 1986. – 348 с.
3. Несвідомін, В. М. Відрізання частини сітчастого каркасу по заданій лінії на ньому // Прикладна геометрія та інженерна графіка: зб. наук. праць. Київ. КНУБА. 1999. Вип. 66. С. 168 – 170.
4. Пустюльга, С. І. Формування дискретного точкового каркасу порцій поверхонь за кунсом / С. І. Пустюльга, Ю. В Клан // Прикладна геометрія та інженерна графіка : зб. наук. праць. Київ: КНУБА, 1999. Вип. 66. С. 126 – 129.
5. Ковальов, С. Н. Дискретна інтерполяція нелінійними операторами // Прикладна геометрія та інженерна графіка : зб. наук. праць. Київ: КНУБА, 2012. Вип. 89. С. 207 – 211.

6. Золотова, А. В. Дискретна двовимірна кускова інтерполяція з другим порядком гладкості стикування порцій // Прикладна геометрія та інженерна графіка: зб. наук. праць. Київ: КНУБА, 2012. Вип. 89. С. 179 – 183.

7. Самостян В. Р. Вплив геометричних вимог на процеси дискретного моделювання криволінійних об'єктів будівництва: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: 05.01.01 Прикладна геометрія, інженерна графіка. Київ. КНУБА, 2010. – 20 с.

8. Ботвіновська, С. І. Керування формою дискретно представленої поверхні за рахунок включення заданих вузлів / С. І. Ботвіновська, А. В. Золотова // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праці МДПУ ім. Б. Хмельницького. Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2018. Вип. 12. С. 32 – 42.

9. Ковальов, С. Н. Двовимірна суцільна дискретна інтерполяція на правильній сітці з заданим контуром / С. М. Ковальов, В. О. Вязанкін // Прикладна геометрія та інженерна графіка: зб. наук. праць. Київ: КНУБА, 2003. Вип. 73. С. 39 – 44.

10. Ахматшина, О. І. Локальне загущення приконтурних чарунок дискретної сітки // Прикладна геометрія та інженерна графіка: зб. наук. праць. Київ: КНУБА, 2003. Вип. 73. С. 207 – 211.

11. Ковальов, С. М. Про загущення дискретної сітки / С. М. Ковальов, О. І. Ахматшина // Прикладна геометрія та інженерна графіка: зб. наук. праць. Київ: КНУБА, 1998. Вип. 64. С. 35 – 37.

12. Самчук В. П. Дискретне моделювання хвилястих поверхонь покриття: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01. Київ: КНУБА, 2012. –206 с.

13. Ковальов, С. М. Формування дискретних каркасів поверхонь безмоментних покриттів при рівномірному розподілі навантаження у плані / С. М. Ковальов, О. В. Мостовенко // Прикладна геометрія та інженерна графіка : зб. наук. праць. Київ: КНУБА, 2011. Вип. 87. С. 176 – 181.

14. Ботвіновська С. І. , Ковальов С. М. Аналіз методів дискретного моделювання криволінійних геометричних обводів // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвідомчий наук.-техн. збірник / відп. редактор В. Є. Михайленко. Київ: КНУБА, 2018. Вип. 94. С. 141 – 150.

15. Вязанкін, В. О. Формування дискретної сітки з чотирикутними чарунками, що наближаються до площини // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Харків: Харківський державний університет харчування та торгівлі, 2004. Вип. 4. С. 67 – 71.

16. Ботвіновська С. І. Формоутворення дискретних поверхонь в архітектурі та дизайн-проектуванні // Журнал «Проблеми інформаційних технологій». Херсон: ХНТУ. 2016. №. 01(019). С. 192 – 199.

17. Ботвиновская С. И. Дискретное геометрическое моделирование плоских кривых псевдоспиралями. Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM-2013). М.: ООО «Аналитик», 2013. С. 49 – 50.

18. Воронцов О. В. Дискретне моделювання поверхонь покриттів та оболонок будівельних споруд / О. В. Воронцов, Л. О. Тулупова, І. В. Воронцова // Building Innovations – 2019: зб. наук. пр. за матеріалами II Міжнар. укр.-азерб. конф., 23 – 24 трав. 2019 р. Полтава: ПолтНТУ, 2019. – С. 30 – 32.

19. Vorontsov O. V. Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms / O. V. Vorontsov, L. O. Tulupova, I. V. Vorontsova // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – Vol. 7, № 4.8. – P. 560 – 565. http://reposit.pntu.edu.ua/handle/PoltNTU/6041.

20. Guoliang Xu, Oing Pan, Chandrajit L. Bajaj. Discrete surface modelling using partial differential equations. Computer Aided Geometric Design. Volume 23, Issue 2, February 2006, pp. 125-145. http://lsec.cc.ac.cn/~xuguo/papers/comaid942-sdarticle.pdf, https://doi.org/10.1016/j.cagd.2005.05.004

21. Кащенко А. В. Формоутворення в дизайні та архітектурі на основі моделювання біопрототипів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора техн. наук.: 05.01.03 «Технічна естетика». Київ: КНУБА, 2013. 40 с.

References

1. Mihajlenko, V. E. Parametrizaciya diskretnyh setej [Tekst] / V. E. Mihajlenko, S. N. Kovalev, I. V. Safroneev // Prikladna geometriya ta inzhenerna grafika: zb. nauk. prac. Kyiv. Budivelnik, 1990. №. 49. pp. 3 – 7.

2. Kovalyov, S. N. Formirovanie diskretnyh modelej poverhnostej prostranstvennyh arhitekturnyh konstrukcij. dis. …doktora tehn. nauk. 05.01.01. – Moskva. MAI. 1986. 348 p.

3. Nesvidomin, V. M. Vidrizannia chastyny sitchastoho karkasu po zadanii linii na nomu // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: zb. nauk. prats. Kyiv. KNUBA. 1999. №. 66. pp. 168 – 170.

4. Pustiulha, S. I. Formuvannia dyskretnoho tochkovoho karkasu portsii poverkhon za kunsom / S. I. Pustiulha, Yu. V. Klan // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika : zb. nauk. prats. Kyiv: KNUBA, 1999. № 66. pp.126 – 129.

5. Kovalov, S. N. Dyskretna interpoliatsiia neliniinymy operatoramy // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: zb. nauk. prats. Kyiv: KNUBA, 2012. № 89. pp. 207 – 211.

6. Zolotova, A. V. Dyskretna dvovymirna kuskova interpoliatsiia z druhym poriadkom hladkosti stykuvannia portsii // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: zb. nauk. prats. Kyiv: KNUBA, 2012. № 89. pp.179 – 183.

7. Samostian V. R. Vplyv heometrychnykh vymoh na protsesy dyskretnoho modeliuvannia kryvoliniinykh obiektiv budivnytstva: avtoref. dys. na zdobuttia nauk. stupenia kand. tekhn. nauk: 05.01.01 Prykladna heometriia, inzhenerna hrafika. Kyiv. KNUBA, 2010. 20 p.

8. Botvinovska, S. I. Keruvannia formoiu dyskretno predstavlenoi poverkhni za rakhunok vkliuchennia zadanykh vuzliv / S. I. Botvinovska, A. V. Zolotova // Suchasni problemy modeliuvannia: zb. nauk. pratsi MDPU im. B. Khmelnytskoho. Melitopol: MDPU im. B. Khmelnytskoho, 2018. № 12. pp. 32 – 42.

9. Kovalov, S. N. Dvovymirna sutsilna dyskretna interpoliatsiia na pravylnii sittsi z zadanym konturom / S. M. Kovalov, V. O. Viazankin // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: zb. nauk. prats. Kyiv: KNUBA, 2003. № 73. pp. 39 – 44.

10. Akhmatshyna, O. I. Lokalne zahushchennia prykonturnykh charunok dyskretnoi sitky // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: zb. nauk. prats. Kyiv: KNUBA, 2003. № 73. pp. 207 – 211.

11. Kovalov, S. M. Pro zahushchennia dyskretnoi sitky / S. M. Kovalov, O. I. Akhmatshyna // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: zb. nauk. prats. Kyiv: KNUBA, 1998. № 64. pp. 35 – 37.

12. Samchuk V. P. Dyskretne modeliuvannia khvyliastykh poverkhon pokryttia: dys. ... kand. tekhn. nauk: 05.01.01. Kyiv: KNUBA, 2012. 206 p.

13. Kovalov, S. M. Formuvannia dyskretnykh karkasiv poverkhon bezmomentnykh pokryttiv pry rivnomirnomu rozpodili navantazhennia u plani / S. M. Kovalov, O. V. Mostovenko // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika : zb. nauk. prats. Kyiv: KNUBA, 2011. № 87. pp. 176 – 181.

14. Botvinovska S. I., Kovalov S. M. Analiz metodiv dyskretnoho modeliuvannia kryvoliniinykh heometrychnykh obvodiv // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: mizhvidomchyi nauk.-tekhn. Zbirnyk: vidp. redaktor V. E. Mykhailenko. Kyiv: KNUBA, 2018. № 94. pp.141 – 150.

15. Viazankin, V. O. Formuvannia dyskretnoi sitky z chotyrykutnymy charunkamy, shcho nablyzhaiutsia do ploshchyny // Heometrychne ta kompiuterne modeliuvannia. Kharkiv: Kharkivskyi derzhavnyi universytet kharchuvannia ta torhivli, 2004. № 4. pp. 67 – 71.

16. Botvinovska S. I. Formoutvorennia dyskretnykh poverkhon v arkhitekturi ta dyzain-proektuvanni // Zhurnal «Problemy informatsiinykh tekhnolohii». Kherson: KhNTU. 2016. № 01(019). pp. 192 – 199.

17. Botvinovskaya S. I. Diskretnoe geometricheskoe modelirovanie ploskih krivyh psevdospiralyami. Sistemy proektirovaniya, tehnologicheskoj podgotovki proizvodstva i upravleniya etapami zhiznennogo cikla promyshlennogo produkta (CAD/CAM/PDM-2013). M.: OOO «Analitik», 2013. pp. 49 – 50.

18. Vorontsov O. V. Dyskretne modeliuvannia poverkhon pokryttiv ta obolonok budivelnykh sporud / O. V. Vorontsov, L. O. Tulupova, I. V. Vorontsova // Building Innovations – 2019: zb. nauk. pr. za materialamy II Mizhnar. ukr.-azerb. konf., 23 – 24 trav. 2019 r. – Poltava: PoltNTU, 2019 pp. 30 – 32.

19. Vorontsov O. V. Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms / O. V. Vorontsov, L. O. Tulupova, I. V. Vorontsova // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – Vol. 7, № 4.8. pp. 560 – 565. http://reposit.pntu.edu.ua/handle/PoltNTU/6041.

20. Guoliang Xu, Oing Pan, Chandrajit L. Bajaj. Discrete surface modelling using partial differential equations. Computer Aided Geometric Design. Volume 23, Issue 2, February 2006, pp. 125 – 145. http://lsec.cc.ac.cn/~xuguo/papers/comaid942-sdarticle.pdf, https://doi.org/10.1016/j.cagd.2005.05.004

21. Kashchenko A. V. Formoutvorennia v dyzaini ta arkhitekturi na osnovi modeliuvannia bioprototypiv: avtoref. dys. na zdobuttia nauk. stupenia doktora tekhn. nauk.: 05.01.03 «Tekhnichna estetyka». Kyiv: KNUBA, 2013. 40 p.

Аннотация

Д.т.н., доцент Ботвиновская С. И., к.т.н., доцент Золотова А. В., Киевский национальный университет строительства и архитектуры.

Моделирование дискретных аналогов не составных гладких криволинейных поверхностей.

В работе представлена методика моделирования дискретных аналогов единых (не составных) гладких криволинейных поверхностей, координаты узлов дискретного каркаса которых рассчитываются с помощью статико-геометрического метода. В процессе исследований выполнен параметрический анализ влияния заданных исходных данных на форму криволинейной поверхности, которая моделируется. Проанализированы возможности включения в каркас поверхности заданных узлов или дискретных аналогов кривых линий, выполнен параметрический анализ исходных данных и приведены примеры смоделированных поверхностей.

<ins>Ключевые слова:</ins> дискретный аналог, единая (не составная) гладкая поверхность, конструирование оболочки, дискретный каркас, включение линий в каркас, вычислительный шаблон.

Annotation

Doctor of technical sciences, Associate Professor Botvinovska S., PhD, Associate Professor Zolotova A., Kiev National University of Construction and Architecture.

Modeling of discrete analogue of non-composite smooth curvilinear surface.

The work presents the procedure of modeling discrete analogues of single (non-composite) smooth curved surfaces. Coordinates of nodes of discrete framework of surfaces are calculated using a static-geometrical method of Professor Kovalov S. is presented. During the research, parametric analysis of the effect of the specified initial data on the shape of the curved surface, this surface was modeling.

The work analyzed the possibilities of including in the framework surfaces of specified nodes or discrete analogues of curve lines. Parametric analysis of the original data has been performed and examples of simulated surfaces are provided.

The restriction is set. When forming discrete frames of surfaces, the number of internal specified nodes of the discrete grid cannot be arbitrary. This is because the number of additional equations to interpolate external forces between mesh nodes depends on the dimension of the selected similar templates, which need to cover the entire mesh with contour nodes.

The final shape of the discretely represented surface depends significantly on the dimension of the selected template, depends also on the coefficients of the template. This template sets the law for the distribution of external forces between nodes and is selected according to the parametric analysis carried out.

Keywords: discrete analog, single (non-composite) smooth surface, shell design, discrete frame, inclusion of lines in frame, computing template.

УДК 711.558
Гнілоскуренко М. В.
аспірант Національної Академії Образотворчого Мистецтва та Архітектури
maria.gniloskurenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3578-4752,

ІЛЮЗІЯ ЯК МЕТОД ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ПУБЛІЧНОГО ПРОСТОРУ

Анотація: публічний простір сучасного міста фактично виступає середовищем соціумної взаємодії. Контекст взаємодії невід´ємний від візуалізації дійових осіб та середовищних компонентів, явищ і процесів, що відбуваються, і створює при цьому певні передумови сучасного розуміння публічності.