

УДК 539.375

В.А. Баженов, д-р техн. наук
О.І. Гуляр, д-р техн. наук
С.О. Пискунов, д-р техн. наук
О.О. Шкриль, канд. техн. наук
Д.В. Богдан

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД РЕАКЦІЙ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ J-ІНТЕГРАЛА В ЗАДАЧАХ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВИХ ПРИЗМАТИЧНИХ ТІЛ

Розглянута реалізація на основі напіваналітичного методу скінченних елементів методики визначення J-інтеграла модифікованим методом реакцій в призматичних тілах з поперечними та поздовжніми тріщинами. Ефективність методики підтверджено розв'язанням тестових задач.

Розв'язання задач механіки руйнування потребує обчислення параметрів механіки руйнування. Найбільшого застосування з них здобув J-інтеграл Черепанова-Райса. Обчислення J-інтеграла в дискретних моделях методу скінченних елементів (МСЕ) доцільно виконувати методом реакцій [2-5].

Ефективність реалізації методу реакцій в двовимірних задачах тіл з поздовжніми тріщинами в умовах пружнопластичного деформування, та для просторових тіл з поперечними тріщинами в умовах пружного деформування досліджена в роботах [2-5]. Тому актуальним є продовження дослідження ефективності методу реакцій в просторових задачах тіл з поперечними і поздовжніми тріщинами в умовах пружнопластичного деформування.

Згідно методу реакцій, формула обчислення контурного J-інтеграла в дискретній моделі МСЕ за умов пружного деформування може бути зведена до більш спрощеного вигляду [4,5], де поняття контуру відсутнє:

$$J = J_I + J_{II} = \frac{1}{2\Delta l} \left(R_{V_1}' \left(u_{S_1} - u_{S_1}' \right) + R_{V_2}' \left(u_{S_2} - u_{S_2}' \right) \right), \quad (1)$$

де R_{V_1}' , R_{V_2}' - вузлові реакції у вершині тріщини V_i' ; u_{S_1} , u_{S_1}' - вузлові переміщення найближчих до вершини тріщини вузлів S та S' на поверхні тріщини (індекси 1,2 позначають напрямки вісей місцевої системи координат CE , рис. 1).

В подальшому обчислення J-інтеграла за формулою (1) будемо називати модифікованим методом реакцій. Реалізація модифікованого методу реакцій порівняно з процедурою обчислення методом реакцій за

контуром, потребує значно менших обчислювальних витрат. В задачах пружного деформування тіл з тріщинами, значення J-інтеграла обчислені модифікованим та звичайним методами реакцій співпадають. Становить інтерес наскільки будуть відрізнятися результати застосування двох варіантів реалізації методу реакцій з появою та розвитком пружнопластичних деформацій.

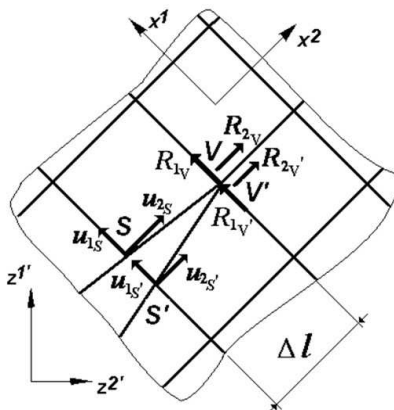


Рис. 1. Компоненти вектора вузлових реакцій та переміщень в околі вершини тріщини для обчислення J-інтеграла за (1)

Скінченноелементне моделювання напружено-деформованого стану призматичних тіл здійснено на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ) [1]. Чисельне моделювання процесу пружнопластичного деформування здійснюється на основі крокового блочно-ітераційного алгоритму [1,2].

Апробація розробленої методики визначення J-інтеграла методом реакцій виконувалась на задачах про розтяг призматичного тіла з центральною тріщиною та згин призматичного тіла з боковим надрізом.

Матеріал розглядуваних об'єктів - сталь 12Х2МФА, для якої $E = 2,05 \times 10^{11} \text{ Па}$; $\nu = 0,3$. Закон пружнопластичного деформування прийнятий у вигляді:

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_m} = 1 + 0.645(\bar{\epsilon}_p)^{0.388},$$

де $\sigma_m = 637 \text{ МПа}$ – межа текучості; $\bar{\sigma}$ – інтенсивність нормальних напружень; $\bar{\epsilon}_p$ – інтенсивність деформацій [6].

Для призматичного тіла з центральною тріщиною (рис. 2,a), враховуючи симетрію, розрахункова схема складена для його чверті(рис.

2,б). Почергово розглядалися варіанти дискретних моделей з повздовжнім та поперечним розташуванням тріщини (рис. 3). Зовнішнє навантаження на рис. 3,а орієнтовано вздовж осі z^1 , на рис. 3,б - вздовж осі z^3 .

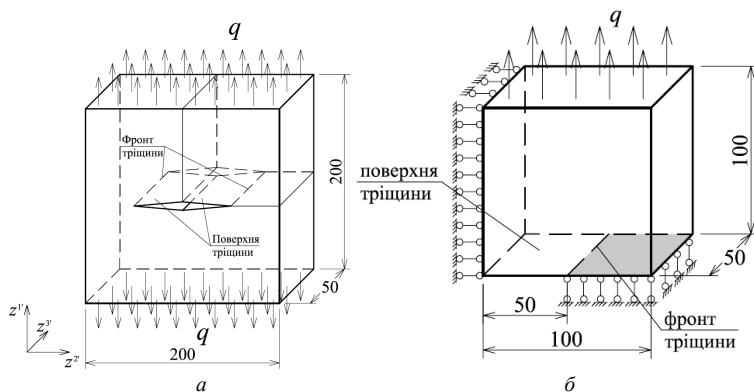


Рис. 2. Призматичне тіло з центральною тріщиною (а) і його розрахункова схема (б)

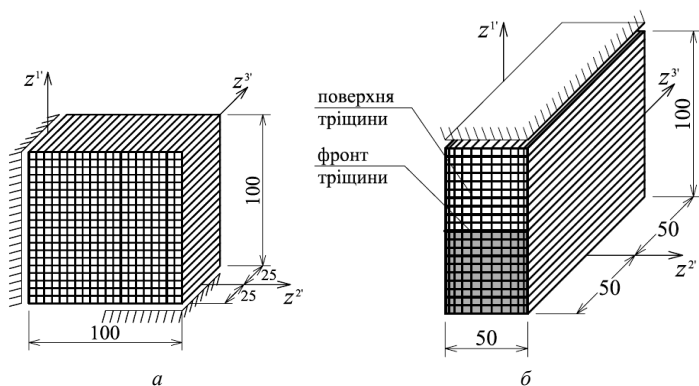


Рис. 3. Дискретні моделі призматичного тіла з поздовжньою (а) та поперечною (б) тріщиною

Розв'язання задачі проводилось до моменту появи в околі фронту тріщини пластичних деформацій на рівні 7%. Результати у вигляді залежності величини J-інтеграла від прикладеного навантаження отримані звичайним (J-pUR) та модифікованим (J-1/2UR) показані на рис. 4. Як видно, із збільшенням рівня пластичних деформацій, збільшується різниця між значеннями J-інтеграла обчисленими в центрі ($z^3 = 0$ на рис. 3,а) та на краю ($z^3 = \pm 25$ на рис. 3,а) фронту тріщини (рис. 4). Значення

J-інтеграла, отримані при поданні тріщини як поздовжньої так і поперечної збігаються між собою.

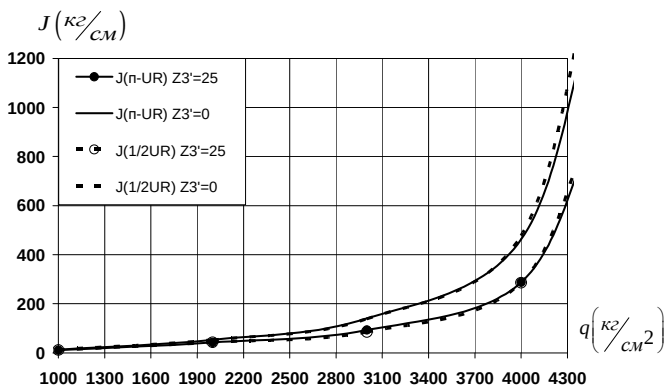


Рис. 4. Залежність J-інтеграла від рівня навантаження

Аналогічні дослідження були проведені на задачі про згин призматичного тіла з боковим надрізом в умовах пружнопластичного деформування (рис. 5,а). Із врахуванням симетрії розрахункова схема складена для половини тіла (рис. 5,б) Дискретні моделі для випадків поздовжньої та поперечної тріщин показані на рис. 6.

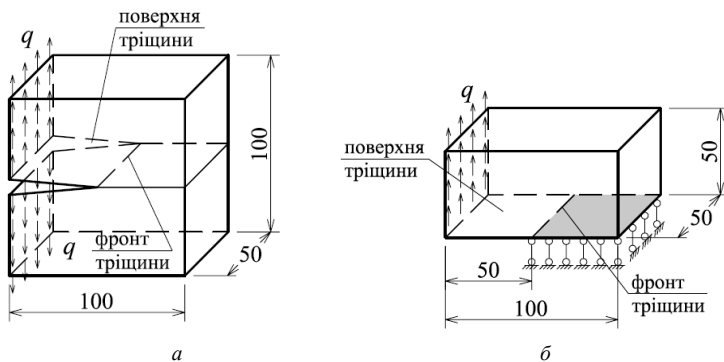


Рис. 5. Призматичне тіло з боковим надрізом (а) і його розрахункова схема (б)

Розв'язання задачі проводилось до моменту появи в в околі фронту тріщини пружнопластичних деформацій на рівні 6%. Результати показали, що із збільшенням рівня навантаження, порівняно з попереднім прикладом, різниця між значеннями J-інтеграла, обчисленими в центрі

($z^{3'} = 0$ на рис. 6,а) та на краю ($z^{3'} = \pm 25$ на рис. 6,а) фронту тріщини є більш суттєвою (рис. 7). Значення J-інтеграла, отримані при розгляданні тріщини як поздовжньої так і поперечної збігаються між собою.

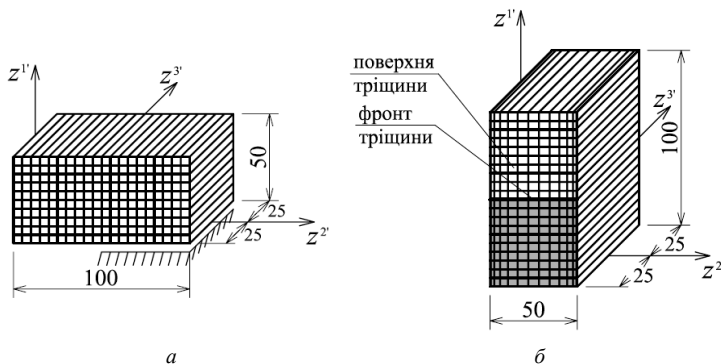


Рис. 6. Дискретні моделі призматичного тіла з поздовжньою (а) та поперечною (б) тріщиною

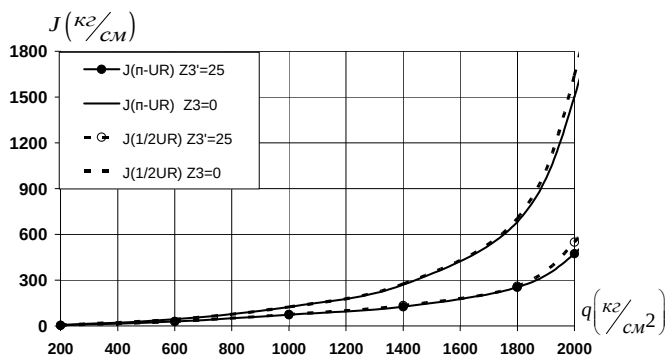


Рис. 7. Залежність J-інтеграла від рівня навантаження

Таким чином застосування методу реакцій дозволяє отримувати вірогідні значення J-інтеграла в призматичних тілах як з поперечними, так і поздовжніми тріщинами в умовах як пружного, так і пружнопластичного деформування.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування просторових тіл. Монографія. – КНУБА, 2005. – 298 с.
2. *Баженов В.А., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкріль О.О., Богдан Д.В.* Ефективність визначення J-інтеграла в задачах пружнопластичного деформування// Опір матеріалів і теорія споруд.– К.: КНУБА, 2010.- Вип. 86.- С. 3-17.
3. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкріль О.О.* Особливості визначення J-інтеграла для дискретних моделей метода скінчених елементів// Опір матеріалів і теорія споруд, № 77, 2005, С.43–64
4. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкріль О.О., Богдан Д.В.* Ефективність методу реакцій для призматичних тіл з поперечними тріщинами// Опір матеріалів і теорія споруд, № 87, 2011, С.3–12
5. *Баженов В.А., Гуляр А.І., Пискунов С.О., Сахаров А.С., Шкріль А.А., Максимюк Ю.В.* Решение линейных и нелинейных пространственных задач механики разрушения на основе полуаналитического метода конечных элементов. Сообщение 2. Методика определения инвариантного J-интеграла в дискретных моделях МКЭ // Проблемы прочности, 2011. – №2.– С.24–39
6. *Морозов Е.М., Никишков Г.П.* Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: Наука. – 1980. – 256 с.

Стаття надійшла до редакції 14.03.2011 р.

Баженов В.А., Гуляр А.І., Пискунов С. О., Шкріль А.А., Богдан Д.В.

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД РЕАКЦИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ J-ИНТЕГРАЛА В ЗАДАЧАХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ТЕЛ

Рассмотрена реализация на основе полуаналитического метода конечных элементов методики вычисления J-интеграла модифицированным методом реакций в призматических телах с поперечными и продольными трещинами. Эффективность методики подтверждена решением тестовых задач.

Bazhenov V., Gulyar A., Piskunov S., Shkril' A., Bogdan D.

THE MODIFIED REACTIONS METHOD FOR DETERMINING OF J-INTEGRAL IN ELASTOPLASTIC DEFORMATION PROBLEMS OF THE PRISMATIC SPACE BODIES

Realization on the basis of a semi-analytical finite elements method a technique of J-integral calculation by the modified method of reactions in prismatic bodies with cross-section and longitudinal cracks is considered. Efficiency of a technique is confirmed with the solution of test tasks.