

## МЕТОДИКИ ПРОВЕРКИ УСТОЙЧИВОСТИ И ПРОЧНОСТИ АРК МОСТА ИЗ СТАЛЬНЫХ ТРУБ С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ ЕВРОПЕЙСКИХ И ОТЕЧЕСТВЕННЫХ НОРМ

*Рассматриваются методики проектирования стальных арок из труб при проверке их на прочность и устойчивость. Рассмотрены конструкции арок, которые выполнены из стальных труб, и которые подвержены равномерно-распределенной вертикальной нагрузке вдоль горизонтальной проекции всей арки. Приведено сравнение проверки методик устойчивости и прочности стальных арок из труб по отечественным и европейским нормам. Показан вклад украинских и зарубежных ученых в развитие теории устойчивости арочных конструкций.*

*Ключевые слова. конструкции арок, расчет арок, потеря прочности и устойчивости арок, равномерно-распределенная вертикальная нагрузка.*

### Введение

Известно большое количество работ, освещающих темы прочности и устойчивости арок. Timoshenko S.P. (Тимошенко С.П.), Gere J.M. [1] рассчитали равномерно-распределенную критическую нагрузку на круговые арки. По этим исследованиям критическое значение равномерно-распределенной нагрузки двущарнирной арки определяется по формуле ( $2\theta$  – центральный стягиваемый угол арки, рис.2).

$$q_{cr} = \frac{EI_y}{R_{arc}^3} \left( \frac{\pi^2}{\theta^2} - 1 \right).$$

Академик, профессор Карнаухов Н.В. [2] предложил более универсальную формулу расчета арок на устойчивость при несимметричной форме потери устойчивости, в которой коэффициент  $\eta$  определяется из трансцендентного уравнения устойчивости арок.

$$q_{cr} = \eta^2 \frac{EI_y}{R_{arc}^3}.$$

Устойчивость арок с определением коэффициентов расчетной длины полуарок постоянного и переменного сечения были выполнены академиком Динником О.Д. [3].

Нелинейные проблемы расчета арок на устойчивость и по деформированной схеме показаны в монографии [4].

Научные исследования геометрически нелинейных задач, связанные с установлением критических нагрузок через кривые зависимости деформации от нагрузки, были приведены в работе Schreyer H.L., Masur E.F [5]. Точные решения и приблизительные значения для нелинейной симметричной и несимметричной потери устойчивости для арок с шарнирными опорами, а также для круговых (лучевых) арок с произвольными поперечными сечениями при жестких опорах были представлены в работе Pi Y.L. и др. [6]. Геометрически нелинейную потерю устойчивости и пост-критическое поведение упругих арок было тщательно исследовано в статье Pi Y.L., Trahair N.S. [7]. Используя для нелинейного неэластичного анализа программу метода конечных элементов, были также исследованы неупругие деформации и прочность круговых стальных двутавровых арок в плоскости изгиба. Были проанализированы результаты изначальных искривлений, отношение стрелы подъема арок к пролету, остаточные напряжения, и соотношение постоянной нагрузки к суммарной при неэластичной устойчивости в условиях равномерного и комбинированного давления, а так же при изгибе стальных арок. Также установлено, что проверка устойчивости при продольном изгибе стальных стоек, по правилам проектирования Австралийских норм, не может быть непосредственно использована для стальных арок при равномерной нагрузке и неравномерном нагружении [6-9]. Была предложена методика, проектирования стальных конструкций по правилам Австралийских норм, круговых и некруговых арок при коэффициенте гибкости полу арки  $0,5S/i$ , в пределах  $10 \dots 150$  и стягиваемых центральных углах  $2\theta$  в пределах  $10^0 \dots 180^0$  (Рис.2).

Значительные исследования так же были проведены в направлении практического проектирования стальных арок. Ученые Kuranishi S, Yabuki T. [10] предложили расчетные критерии для параболических стальных арок, которые были выражены в отношениях продольной силы и отрицательного момента в расчетной точке. Эти исследования были осуществлены для широкого диапазона гибкости полуарки в пределах  $5 \dots 150$  и при соотношениях стрелы подъема арки ( $f$ ) к пролету ( $L$ ) в пределах  $f/L=0,1 \dots 0,3$  [1-5].

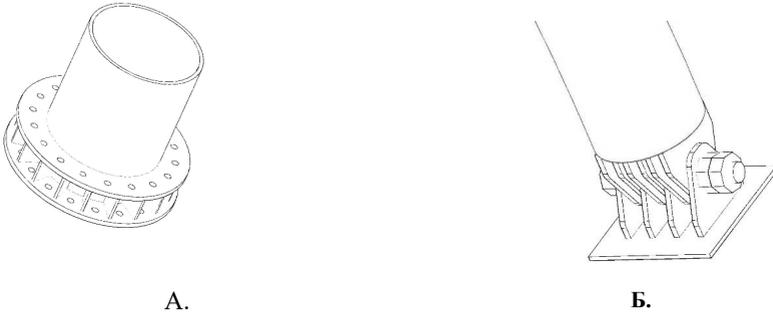


Рис. 1. Узлы опирания арок на фундаменты: А- жесткое; Б- шарнирное

В своей работе Verstappen I. [11], предложил использовать правило проектирования прямых балок-стоек для проверки устойчивости круговых арок с шарнирными опорами.

В Европейских нормах [12-13] по проектированию стальных конструкций не предоставлено никаких прямых указаний для проектирования стальных арок.

Исследования развития методологии расчета арок на устойчивость представлены в работах [14-16]. В статьях [17-18] показано влияние схемы нагружения арки на критическое значение нагрузки при потере устойчивости. Затрагиваются вопросы устойчивости пологих арок.

Данная статья охватывает обобщение темы проектирования и проверки устойчивости жестко-защемленных на фундаментах круговых стальных арок из труб, а так же круговых арок из труб с шарнирными опорами, которые воспринимают равно-распределенную вертикальную нагрузку на всю арку (рис.1 и рис.2), используя подходы европейских норм для проверки устойчивости сложно-нагруженных прямых элементов. Существуют программные комплексы, которые рассчитывают арки на устойчивость и определяют критическую нагрузку на арку.

Проблема расчета арок на устойчивость лежит в плоскости усовершенствования и развития теорий устойчивости арок, которая должна учитывать схему нагружения, развитие ограниченных пластических деформаций, изгиб арок, а также возможную форму потери устойчивости. Теоретические исследования устойчивости арок, в основном, рассматривают упругую потерю устойчивости при равномерном обжатии, с учетом закрепления арок на фундаментах и наличие шарнира в коньковом узле или без него. Однако, при вертикальном направлении нагрузки, кроме обжатия арки, возникает изгибающий момент, который следует учесть, как фактор влияния на устойчивость арки по аналогии при переходе от центрально-сжатого стержня к

сжатую с изгибом. Особо сложную задачу представляет вопрос влияния изгибно-крутильной формы потери устойчивости рам и арок из двутавровых профилей постоянного и переменного сечения.

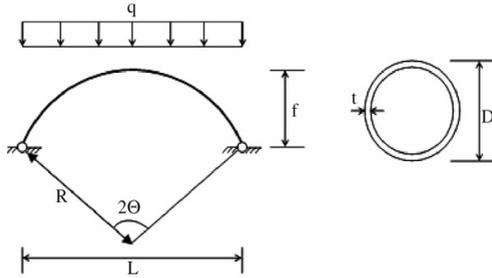


Рис. 2. Геометрические размеры арки. Расчетная схема

### Результаты исследований

Предлагается сравнение и обобщение методик проверки устойчивости арок, которые нагружены вертикальной нагрузкой. Предполагается, что арка может терять устойчивость по симметричной и кососимметричной (асимметричной) форме потери устойчивости (рис.3).

Для анализа неупругой устойчивости используется неэластичный билинейный материал (упруго-пластичный, диаграмма Прандтля) с границей предела текучести 275 МПа, модуль Юнга  $E=206$  МПа, коэффициентом Пуассона  $\nu=0,30$ , сталь без какой-либо закалки (Рис.4).

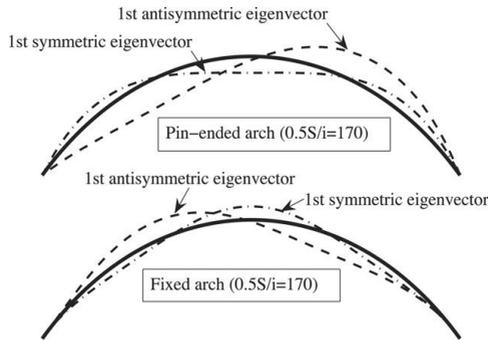


Рис. 3. Формы потери устойчивости арок:  
1. Симметричная; 2. Несимметричная (асимметричная)

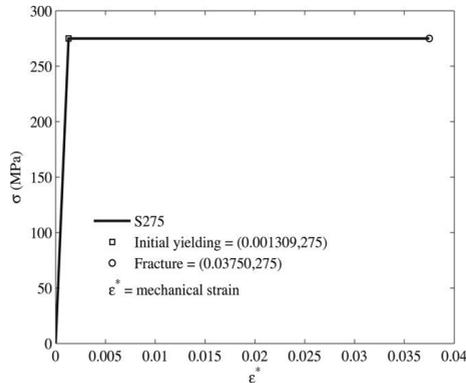


Рис. 4. Пластические характеристики.

Идеальная диаграмма растяжения образцов стали

С целью избежания местной потери устойчивости в исследованиях используется стальная труба с отношением  $D$  к толщине  $t$ , которое достаточно невелико (Рис.1, 2). Принимается, что поперечное сечение несущего элемента арки по всей длине не имеет остаточных напряжений. В анализе учитываются начальные неточности, поскольку имеется асимметричная первоначальная форма, величина неточности равна  $L/600$  [14].

Предлагается применить условие проверки устойчивости арок в виде неравенства для балочно-стоечных элементов с поперечными сечениями класса 1 или 2 в комбинации действующих усилий сжатия и изгиба [12-16]:

$$\gamma_{M1} \frac{N_{Ed}}{\chi_y A f_y} + k_{yy} \gamma_{M1} \frac{M_{yEd}}{W_{pl,y} f_y} \leq \Omega \quad (1)$$

Для использования этого уравнения в случаях с арками величины  $N_{Ed}$ ,  $M_{yEd}$ , взяты как расчетные значения внутренних усилий сжатия и изгиба, которые имеют максимальные значения. Эти максимальные усилия могут возникать в арках, не обязательно только в одном поперечном сечении.  $A$  – это площадь поперечного сечения,  $W_{pl,y}$  – пластический момент сопротивления площади сечения,  $f_y$  – расчетное сопротивление стали по пределу текучести (прочность стали),  $\chi_y$  – фактор устойчивости (редуцированный фактор),  $k_{yy}$  – фактор взаимодействия комбинированного сжатия и изгиба, возможен учет изгибно-крутильной формы потери устойчивости,  $\gamma_{M1}$  – коэффициент влияния изгибающего момента. Выражение в левой части неравенства (1), определяемое как фактор соответствия условиям устойчивости арок, должно быть ограничено

максимально-допустимым значением, обозначаемым  $\Omega$ , где  $\Omega=1$  согласно [12, 13]. Коэффициент устойчивости (фактор устойчивости)  $\chi_y$  взят из [7]:

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_y^2}} \cdot \Phi = 0,50 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda}_y - 0,20) + \bar{\lambda}_y^2 \right]. \quad (2)$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,y}}} = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \cdot \frac{1}{\lambda_1} \cdot \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}, \quad (3)$$

$L_{cr,y}$  – эквивалентная расчетная длина при потере устойчивости арки. При плоском изгибе арок эта длина может быть принята  $L_{cr,y} = \mu S$ , где  $\mu$  – коэффициент расчетной длины, равный 0,5 в случае с арками с шарнирной опорой, и равным 0,35 – в случае с фиксированными (жесткими) опорами арок [1,12].

Для горячекатаных профилей фактор влияния несовершенства конструкции  $\alpha$  равен 0,21. Фактор влияния изгибно-крутильной потери устойчивости  $k_{yy}$  может вычисляться двумя альтернативными методами, приведенными в работе [12, 13].

Согласно методу [12-14], фактор влияния изгибно-крутильной потери устойчивости будет:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot C_{mLT} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} \quad (4)$$

Поскольку изучается плоская устойчивость арок, где  $\bar{\lambda}$  – коэффициент гибкости для продольного изгиба при  $C_m = C_{m,0}$  (без кручения), который проявляется при изгибе, то это означает, что коэффициент  $C_{mLT} = 1$ , а фактор кручения  $b_{LT} = 0$ . Для вычисления вышеприведенных коэффициентов взаимодействия, для начала, должны быть вычислены следующие переменные:

$$C_{my,0} = 1 + \left( \frac{\pi^2 E I_y |\delta|}{L_{cr}^2 M_y Ed} - 1 \right) \frac{N_{ED}}{N_{cr,y}} \quad (5)$$

$$C_{yy} = 1 + (W_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{W_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_y - \frac{1,6}{W_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}^2 \max \right) \cdot n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 N_{cr,y} &= \pi^2 \square \frac{EI_y}{L_{cr,y}^2}, & \mu_y &= \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}, \\
 W_y &= \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}}, & n_{pl} &= \frac{N_{Ed}}{N_{RK}/\gamma_{M1}}
 \end{aligned} \tag{7}$$

где  $I_y$  – момент инерции плоскости поперечного сечения,  $\delta$  – значение вертикального смещения верхушки арки, полученного из линейного анализа,  $M_{y,Ed}$  – момент максимального изгиба,  $W_{el,y}$  и  $W_{pl,y}$  – моменты сопротивления сечения внутри-плоскостного пластического и упругого сечения,  $\bar{\lambda}_{max} = \bar{\lambda}_y$ ,  $N_{RK} = Af_y$ . Переменная  $C_{my,0}$  зависит от диаграммы изгиба арки и выбрана так, чтобы быть равным выражению (5-7), поскольку диаграмма изгиба является схожей и приближенной к диаграмме прогибов, выраженной одной половины арки, как с фиксированной, так и с шарнирной основой.

Согласно известным строительным нормам проектирования деревянных конструкций проверку арок на устойчивость по аналогии предлагается выполнять, как внецентренно-сжатых элементов, но с учетом возрастания изгибающего момента при потере устойчивости.

$$\frac{N_{Ed}}{Af_y} + \frac{M_{yED}}{W_{pl,y}f_y} \leq \Omega, \tag{8}$$

$M_{yED}$  – изгибающий момент от действия поперечных и продольных нагрузок, определяемый из расчета по деформированной схеме без учета потери устойчивости по изгибно-крутильной форме.

$$M_{yED} = \frac{M_{yEd}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{Af_y}}. \tag{9}$$

В соответствии с ДБН В.2.3-26:2010 проверку прочности сжатоизогнутых элементов по деформированной схеме рекомендуется выполнять по неравенству:

$$\frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{yED}}{W_y} \leq f_y \frac{m}{\gamma_r}; \quad M_{yED} = \frac{M_{yEd}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{El}}}; \quad N_{El} = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu_y l_0)^2}. \tag{10}$$

В последней формуле через  $N_{EI}$  – обозначена Ейлеровская критическая сила. В формулах (8, 9, 10) использованы обозначения формул (1-7).

**Выводы.** Анализ различных методик проверки прочности и устойчивости элементов арок, показал, что все методики приводят к расчету по деформированной схеме (формулы 1-7, 8, 9, 10). По-видимому, формулы 1-7 дают больший запас по несущей способности, так как включают в себя методологические положения подхода по формуле (10). Методологический подход проверки устойчивости пологих арок требует уточнения методологического подхода и дальнейших исследований.

### Література

1. Timoshenko S.P., Gere J.M. Theory of elastic stability. 2nd ed. New York (NY): McGraw-Hill Book Co., Inc.; 1961.
2. Карнаухов Н.В. Прочность и устойчивость стержневых систем. М. Стройиздат, 1949.С.376.
3. Динник О.М. (Динник А.Н., рус.). Об устойчивости безшарнирных круговых арок переменного сечения //Вестник инж. и техн. - 1933. - №12. - С.553-554.
4. Григолюк Э.И. К расчету устойчивости пологих арок. // Инж. сборник, 1951 № 9 - С. 177-201.
5. Schreyer HL, Masur EF. Buckling of shallow arches. In: Proceedings of the American society of civil engineers. Journal of the Engineering Mechanics Division 1996;92(EM4).
6. Pi YL, Trahair NS. In-plane buckling and design of steel arches. Journal of Structural Engineering 1999;125(11).
7. Pi YL, Bradford MA, Uy B. In-plane stability of arches. International Journal of Solids and Structures 2002;39:105–25.
8. Pi YL, Trahair NS. Nonlinear buckling and postbuckling of elastic arches. Engineering Structures 1998;20(7):571–9.
9. Pi YL, Trahair NS. In-plane inelastic buckling and strengths of steel arches, ASCE. Journal of Structural Engineering 1996;122(7).
10. Kuranishi S, Yabuki T. Some numerical estimation of the ultimate inplane strength of two-hinged steel arches. Proceedings of JSCE 1979;287: 155–8.
11. Verstappen I, Snijger H, Bijlaard FSK, Steenberg HMGM. Design rules for steel arches — in-plane stability. Journal of Constructional Steel Research 1998;46 (1–3):125–6.
12. European standard. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 2: Steel bridges. Annex D [informative]. 2004. p. 91–100.
13. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings, prEN 1993-1-1. 2004.
14. Boissonnade N, Jaspert JP, Muzeau JP, Villette M. New interaction formulae for beam–columns in Eurocode 3: The French–Belgian approach. Journal of Constructional Steel Research 2004;60:421–31.
15. Yongjun Xu, Xiaoming Gui, Bin Zhao, Ruiqi Zhou. In-Plane Elastic Stability of Arches under a Radial Concentrated Load. Engineering, 2014, 6, 572-583.
16. Greiner R, Lindner J. Interaction formulae for member subjected to bending and axial compression in EUROCODE 3-the method 2 approach. Journal of Constructional Steel Research 2006;62:757–70.
17. А.С. Ефимов. К расчету на устойчивость пологих арок. Итоговая научная конференция КГУ, секция механики. Казань, Изд. Каз. ун-та, 1962/

18. А.С. Ефимов. Устойчивость пологих арок различного очертания под действием различных нагрузок. Нелинейная теория пластин и оболочек. Издательство Казанского университета, 1962.

### **Анотація**

У даній статті розглядаються методики проектування сталевих арок із труб під час перевірки їх на міцність та стійкість. Конструкції арок, що розглядаються, виконані зі сталевих труб і навантажені рівномірно-розподіленим вертикальним навантаженням вздовж горизонтальної проекції всієї арки. Приведено порівняння методик перевірки стійкості та міцності сталевих арок із труб за вітчизняними й європейськими нормами. Показано вклад українських та зарубіжних вчених у розвиток теорії стійкості арокних конструкцій.

### **Annotation**

This article discusses methods of designing steel arches of the pipe during the test of the strength and stability.

Designs arche of steel tubes has vertical load are evenly distributed along the horizontal projection of the entire arch. Made comparison of the methods the stability and strength of the steel arches of pipes for domestic and European norms. The contribution of Ukrainian and foreign scientists to the theory of stability of arch structures were show.