

## ПРОГНОЗНІ МОДЕЛІ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ГІДРОПРИВОДУ БУДІВЕЛЬНИХ МАШИН

Реалізація стратегії ТО і Р за технічним станом у сфері експлуатації будівельних машин практично неможлива без відповідного інформаційного забезпечення, без ефективних методів прогнозування та прогностичних моделей надійності. Найбільш актуальним залишається питання розробки ефективних математичних моделей прогнозування показників безвідмовності та довговічності сучасних гідроприводів БДМ з використання діагностичної інформації про технічний стан їх елементів.

Попередніми дослідженнями автора встановлено, що зміна діагностичних параметрів елементів гідроприводу (об'ємного ККД) будівельних машин: однокішшових екскаваторів, кранів, виражається нестационарним випадковим процесом  $\eta(t)$ , ( $M[\eta] \neq const, D[\eta] \neq const$ .) який протікає під впливом широкого спектру експлуатаційних факторів.

Відомо, що найбільш повним описом випадкової функції є  $n$ -мірний закон або  $n$ -мірна щільність розподілу  $f(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n, t_1, t_2, \dots, t_n)$  випадкової функції  $\eta(t)$ . Але практичне використання  $n$ -мірних характеристик (при  $n > 2$ ) при строгому вирішенні задач надійності часто пов'язане з практично неподоланими математичними труднощами.

Найбільш простою характеристикою випадкової функції є одновимірна щільність розподілу  $f(\eta; t)$ , яка характеризує розподіл випадкової функції  $\eta(t)$  в будь-який довільний момент часу  $t_i$ .

Нехай для визначеності  $j$ -ий елемент ГП вважається роботоздатним, якщо реалізація параметру має значення  $\eta_j$  більше граничного  $\eta_{гран.}$ , тобто дотримується умова роботоздатності  $\phi_j = \eta_j - \eta_{гран.} > 0$  і, навпаки, якщо  $\phi_j < 0$ , то це трактується, як відмова.

Припустимо, що реалізації випадкового процесу змінюються в часі монотонно, інакше - після перетину заданого граничного рівня значення параметра знову не входять в зону роботоздатного стану і відбувається параметрична відмова елементу.

Тоді, для фіксованого моменту часу або напруцювання  $t_i$ , імовірність того, що елемент зберігає роботоздатність, становить

$$P\{\eta(t_i) > \eta_{гран.}\} = \int_{\eta_{гран.}}^{\infty} f(\eta_j; t_i) d\eta. \quad (1)$$

Імовірність того, що елемент не роботоздатний

$$F = P\{\eta(t_i) < \eta_{гран.}\} = \int_0^{\eta_{гран.}} f(\eta_j; t_i) d\eta. \quad (2)$$

Оцінка імовірності невиходу значень параметру  $\eta$  за межі граничного рівня  $\eta_{гран.}$  по формулах (1) та (2) припускає наявність апіорних даних про розподіл  $f(\eta, t)$ , які можна отримати в результаті їх діагностування.

У відповідності з центральною граничною теоремою Ляпунова А.М. природно допустити, що закономірності розподілу об'ємного ККД будуть близькі до нормального закону розподілу, що підтверджується дослідженнями автора в умовах експлуатації. Але крім нормального закону, щільність розподілу параметрів не рідко добре узгоджуються з іншими законами: законом Вейбула, гамма-розподілом, логарифмічно-нормальним та ДМ-розподілом.

Розглянемо можливості оцінювання імовірності зберігання роботоздатності елементів ГП, або невиходу значень параметрів ОККД  $\eta_i$  за граничний рівень для найбільш поширених законів розподілу.

Більш загальним і коректнішим для використанням законом розподілу в порівнянні з нормальним, коли можливі значення випадкової величини обмежені, вважається урізаний закон розподілу, щільність ймовірності якого виражається, як

$$f_i(\eta) = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta_i}} \exp\left[-\frac{(\eta - m_{\eta_i})^2}{2\sigma_{\eta_i}^2}\right], \quad (3)$$

де:  $m_{\eta_i}$ ,  $\sigma_{\eta_i}$  - математичне очікування та середнє квадратичне відхилення значень ОККД в момент напрацювання  $t_i$ .

Нормуючий множник  $C$  знаходиться з умови

$$C = \int_{\eta_1}^{\eta_2} f_i(\eta) d\eta = 1, \quad (4)$$

де ( $\eta_1$  -  $\eta_2$ ) - діапазон можливих значень параметра ОККД гідроелементів;  $f_i(\eta)$  - щільність нормального закону розподілу.

Підставивши в (4) вираз для  $f(t)$  і застосувавши заміну  $Z = (\eta - m_{\eta}) / \sigma_{\eta}$  одержимо

$$C = \frac{1}{\Phi(Z_2) - \Phi(Z_1)}, \quad (5)$$

де  $Z_1 = (\eta_1 - m_{\eta_i}) / \sigma_{\eta_i}$ ;  $Z_2 = (\eta_2 - m_{\eta_i}) / \sigma_{\eta_i}$ ;  $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$  - нормована функція

Лапласа.

Так як можливі значення ОККД обмежені інтервалом  $0 < \eta < 1$ , то

$$C = \frac{1}{\Phi\left(\frac{1 - m_{\eta_i}}{\sigma_{\eta_i}}\right) + \Phi\left(\frac{m_{\eta_i}}{\sigma_{\eta_i}}\right)}. \quad (6)$$

При зрізаному нормальному законі розподілу імовірність збереження роботоздатності (ІЗР) елемента дорівнює

$$P(\eta_i > \eta_{\text{гран}} | t_i) = \int_{\eta_{\text{гран}}}^1 \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta_i}} \exp\left[-\frac{(\eta_i - m_{\eta_i})^2}{2\sigma_{\eta_i}^2}\right] d\eta \quad (7)$$

або через функцію Лапласа

$$P(\eta_i > \eta_{\text{гран}} | t_i) = C \left[ 0,5 - \Phi\left(\frac{\eta_{\text{гран}} - m_{\eta_i}}{\sigma_{\eta_i}}\right) \right]. \quad (8)$$

Дослідженнями технічного стану ГП встановлено, що реально для гранично зношених агрегатів, які поступають на капітальний ремонт спостерігається таке співвідношення:  $m_{\eta} / \sigma_{\eta} > 2...3$ . Для нових або капітально відремонтованих агрегатів - вираз  $(1 - m_{\eta_i}) / \sigma_{\eta_i}$  також більший від значення  $2...3$ .

У цьому випадку з достатньою для практики точністю можна вважати, що  $C \approx 1$ , так як

$$C = \frac{1}{\Phi(2...3) + \Phi(3)} \approx 1. \quad (9)$$

Таким чином, для елементів ГП імовірність збереження роботоздатності з прийнятною точністю можна визначити за моделями нормального закону розподілу, за формулою

$$P(\eta_i > \eta_{\text{гран}} | t_i) = 0,5 - \Phi\left(\frac{\eta_{\text{гр}} - m_{\eta_i}}{\sigma_{\eta_i}}\right). \quad (10)$$

При розподілі ОККД за законом Вейбула з щільністю  $f(\eta)$

$$f(\eta_i) = \frac{b_i}{a_i} \left(\frac{\eta_i}{a_i}\right)^{b_i-1} \exp\left[-\left(\frac{\eta_i}{a_i}\right)^{b_i}\right] \quad (11)$$

імовірність зберігання роботоздатності обраховується за формулою

$$P(\eta_i > \eta_{\text{гран}} | t_i) = \int_{\eta_{\text{гран}}}^1 \frac{b}{a} \left(\frac{\eta_i}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{\eta_i}{a}\right)^b\right] d\eta_i = \exp\left[-\left(\frac{\eta_{\text{ГР}}}{a_i}\right)^{b_i}\right] \quad (12)$$

де  $a$  - параметр масштабу;  $b$  - параметр форми;  $a > 0$ ;  $b > 0$ .

При  $b = 1$  розподіл Вейбула переходить в експоненціальний. Якщо розподіл ОККД підкоряється гамма-розподілу з щільністю

$$f(\eta_i) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \eta_i^{\alpha-1} e^{-\lambda \eta_i}, \quad (13)$$

то оцінка ІЗР здійснюється за формулою

$$P(\eta_i > \eta_{\text{гран}} | t_i) = 1 - [\lambda^\alpha / \Gamma(\alpha)] \int_0^{\eta_{\text{гран}}} \eta^{\alpha-1} e^{-\lambda \eta} d\eta, \quad (14)$$

де:  $\alpha$  - параметр форми;  $\lambda$  - параметр масштабу;  $\alpha > 0$ ;  $\lambda > 0$ .

При  $\alpha = 1$  гамма-розподіл співпадає з експоненціальним, а при  $\alpha > 10$  гамма-розподіл практично співпадає з нормальним розподілом.

Функція щільності розподілу дифузійного монотонного розподілу (DM-розподіл) має вираз

$$f(\eta_i) = \frac{(1 + a\eta) \exp\left[-\frac{(1 - a\eta)^2}{2v^2 a\eta}\right]}{2v\eta\sqrt{2\pi a\eta}}, \quad (15)$$

де  $a$  та  $v$  - параметри масштабу та форми розподілу;  $a > 0$ ;  $v > 0$ .

Імовірність невиходу реалізації ОККД за граничне значення дорівнює

$$P(\eta_i > \eta_{\text{гран}} | t_i) = \Phi\left(\frac{1 - a\eta}{v\sqrt{a\eta}}\right). \quad (16)$$

Але щільність розподілу ОККД в окремих перетинах часу  $f(\eta_i, t)$  ще не дає можливості в повній мірі зв'язати характеристики випадкового процесу  $\eta(t)$  з характеристиками надійності. Для цього необхідно встановити залежність між одномірними щільностями  $f(\eta, t)$  та щільністю розподілу  $f(t)$  часу (наробітку) до перетину реалізаціями випадкового процесу заданого граничного рівня  $\eta_{\text{гр}}$ . Знаючи щільність розподілу  $f(t)$  можна визначити і інші показники надійності.

Тому задача заключається в визначенні показників надійності по апріорі відомих характеристиках випадкового процесу при заданому граничному рівні  $\eta_{\text{гр}}$ .

Можна допустити, що формальний опис випадкового процесу зміни параметру ОККД в часі за допомогою одномірної щільності розподілу  $f(\eta, t)$  можливий, якщо закон розподілу значень  $\eta$  у вертикальних зрізах  $t$  з часом не змінюється, а реалізації  $\eta_j$  та моментні функції  $\xi(t)$  випадкового процесу  $\eta(t)$  змінюються в часі монотонно. Крім цього, в початковий момент часу  $t_0$  значення параметру  $\eta$  не повинні перевищувати  $\eta_{\text{гран}}$ . Такі допущення повністю узгоджуються з результатами досліджень та з уявленнями про процеси зношування гідроелементів.

На практиці більш реальна ситуація, коли характеристики випадкового процесу зміни параметру  $\eta$  стають відомими за експериментом тільки до деякого моменту часу  $t_r$ . Звідси виникає необхідність в апроксимації та прогнозуванні параметрів закону розподілу в часі.

Апроксимуючи певними функціями параметри щільності розподілу  $f(\eta, t)$  можна одержати розподіли для будь-якого перерізу часу  $t$ . Для нормального закону розподілу, а точніше, урізаного нормального закону, апроксимуються початкові і центральні моменти:  $m_{\eta}(t)$  та середньоквадратичне відхилення  $\eta(t)$ . Якщо має місце закон Вейбулла або гамма-розподіл - апроксимації підлягають значення параметрів масштабу і форми  $a(t)$ ,  $b(t)$  та  $\lambda(t)$ ,  $\alpha(t)$  відповідно.

Для логарифмічно-нормального розподілу функціями описуються параметри  $a(t)$  та  $\sigma(t)$ .

Для апроксимації параметрів законів розподілу використовуються ті функціональні залежності, які найбільш відповідають закономірностям їх зміни в часі за період  $t_r$  та прогнозним моделям на період  $t > t_r$ .

В загальному випадку процес зміни об'ємних ККД гідроелементів відноситься, як встановлено дослідженнями, до монотонно спадаючих нестационарних випадкових процесів із "слабим" перемішуванням його реалізацій. Нестационарність випадкового процесу наглядається по математичному сподіванню  $m_{\eta_j}(t)$  та дисперсії  $D_{\eta_j}$ , а його реалізація може бути апроксимована степеневою залежністю

$$\eta(t) = \eta_0 - V \cdot t^\alpha, \quad (17)$$

де:  $\eta_0$  - випадкова величина, яка описує реалізації процесу в початковий момент часу  $t_0$ ;

$V$  - випадкова функція;  $\alpha$  - не випадкова величина,  $\alpha > 0$ .

При цьому  $\eta_0$  та  $V$  незалежні величини, які підкоряються нормальному закону розподілу з математичними сподіваннями  $m_{0\eta_j}$ ,  $m_{V\eta_j}$  та дисперсіями  $D_{0\eta}$ ,  $D_{V\eta}$ .

На основі теореми про числові характеристики випадкових величин моменти розподілу  $f(\eta_j, t)$  дорівнюють

$$m_{\eta_j}(t) = m_{0\eta_j} - m_{V\eta_j} \cdot t^\alpha, \quad (18)$$

$$D_{\eta_j}(t) = D_{0\eta_j} + D_V \cdot t^{2\alpha}. \quad (19)$$

Зробивши підстановку моментних функцій (18) та (19) в формулу щільності розподілу ОККД в перерізах часу  $t$  одержимо прогнозну модель

$$\begin{aligned} f(\eta, t) &= \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta}(t)} \exp \left[ -\frac{[\eta_{гран} - m_{\eta}(t)]^2}{2\sigma_{\eta}(t)} \right] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha})} \exp \left[ -\frac{(\eta_{гран} - m_{0\eta} + m_V \cdot t^\alpha)^2}{2(\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha})} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Для визначення зв'язку характеристик випадкового процесу  $F(\eta, t)$  із щільністю розподілу наробітку на відмову  $f(t)$  можуть бути використані такі залежності. Імовірність того, що за час  $dt$ , значення якого примкнуло до  $t$ , параметр вийде за граничний рівень, визначиться як

$$\begin{aligned} f(t)dt &= [1 - P(\eta > \eta_{гран}|t) + dt] - [1 - P(\eta > \eta_{гран}|t)] = P(\eta > \eta_{гран}|t) - P(\eta > \eta_{гран}|t) + dt = \\ &= |V3(\eta > \eta_{гран}|e)| = |VA(\eta \text{ бе})| \eta = \eta_{гран}. \end{aligned} \quad (21)$$

Тоді щільність розподілу  $f(t)$ , яка описує перетинання реалізаціями процесу граничного значення  $\eta_{гран}$ , запишеться у вигляді

$$f(t) = \left| \frac{dF(\eta, t)}{dt} \right|_{\eta=\eta_{гран}}. \quad (22)$$

Диференціювання інтегрального закону  $F(\eta, t)$  по  $t$  приводить до певних труднощів. Щоб їх запобігти, виразимо функцію розподілу через одновимірну щільність розподілу  $f(\eta, t)$  випадкового процесу  $\eta(t)$ .

Щільність розподілу значень  $\eta$  у вертикальних перерізах дорівнює

$$f(\eta, t) = \frac{dF(\eta, t)}{d\eta}. \quad (23)$$

Якщо ввести деяку функцію  $\theta(\eta, t)$  [ ], яка в функції  $F(\eta, t)$  представляє собою останню загальну ступінь диференціювання по  $\eta$  та  $t$ , то для нормального випадкового

процесу  $F(\eta, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta(t)} \int_0^\eta \exp\left\{-\frac{[\eta - m_\eta(t)]^2}{2\sigma_\eta^2(t)}\right\} d\eta$  функція  $\theta(\eta, t)$  буде такою

$$\theta(\eta, t) = \frac{\eta - m_\eta(t)}{\sigma_\eta(t)}. \quad (24)$$

Для одержаного виразу (21) останнім ступенем диференціювання буде

$$\theta(\eta, t) = \frac{\eta - m_{0\eta} + m_V \cdot t^\alpha}{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha}}}. \quad (25)$$

Тоді вираз (24) можна записати у вигляді

$$f(\eta, t) = \frac{dF(\eta, t)}{d\theta(\eta, t)} \times \frac{d\theta(\eta, t)}{d\eta}. \quad (26)$$

З іншого боку, оскільки  $\theta(\eta, t)$  залежить від  $t$ , то (23) можна представити таким же чином:

$$f(t) = \left| \frac{dF(\eta, t)}{d\theta(\eta, t)} \times \frac{d\theta(\eta, t)}{dt} \right|_{\eta=\eta_{гран}}. \quad (27)$$

Або в кінцевому вигляді з урахуванням (27) одержимо

$$f(t) = \left| f(\eta, t) \times \frac{\frac{d\theta(\eta, t)}{dt}}{\frac{d\theta(\eta, t)}{d\eta}} \right|_{\eta=\eta_{гран}}. \quad (28)$$

Диференціювання нормального закону розподілу об'ємного ККД, який виражено через щільність розподілу за формулою (20), після підстановки її в формулу (28) дає вираз для щільності розподілу наробітку до відмови при заданому граничному значенні  $\eta_{гран}$ ,

$$f(t, \eta_{гран}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\eta_{гран} - m_{0\eta} + m_V t^\alpha)^2}{2(\sigma_0^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha})}\right\} \times \left[ \frac{\eta_{гран} - m_{0\eta} + m_V t^\alpha}{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha}}} \right]' \quad (29)$$

Взявши похідну і зробивши необхідні перетворення формули (29) одержимо її в кінцевому вигляді

$$f(t, \eta_{гран}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\eta_{гран} - m_{0\eta} + m_V \cdot t^\alpha)^2}{2(\sigma_0^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha})}\right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[ \frac{(\eta_{гран} - m_{0\eta} + m_V t^\alpha)' \sqrt{\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha}} - (\eta_{гран} - m_{0\eta} + m_V t^\alpha) \cdot (\sqrt{\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha}})'}{\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha}} \right] = \\ & = \alpha \cdot t^{\alpha-1} (2\pi)^{-1/2} \cdot (\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha})^{-3/2} \left| m_V \cdot \sigma_{0\eta}^2 - \sigma_V^2 \cdot t^\alpha (\eta_{гран} - m_{0\eta}) \right| \times \\ & \times \exp \left\{ - \frac{(\eta_{гран} - m_{0\eta} + m_V \cdot t^\alpha)^2}{2(\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha})} \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Імовірність безвідмовної роботи елементів одержуємо інтегруванням виразу  $f(t, \eta_{гран})$  по  $dt$

$$P(t, \eta_{гран}) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \int_{\eta_{гран}}^1 \frac{\left| m_V \cdot \sigma_{0\eta}^2 - \sigma_V^2 \cdot t^\alpha (\eta_{гран} - m_{0\eta}) \right|}{\sqrt{(\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha})^3}} t^{\alpha-1} \exp \left\{ - \frac{(\eta_{гран} - m_{0\eta} + m_V \cdot t^\alpha)^2}{2(\sigma_{0\eta}^2 + \sigma_V^2 \cdot t^{2\alpha})} \right\} dt \quad (31)$$

Використання на практиці запропонованих прогнозних моделей в комплексі із діагностикою гідроприводів дасть можливість прогнозування параметричних відмов та призначення науково-обґрунтованих термінів проведення ТО та ремонтів гідроприводів БДМ в залежності від закономірностей зміни технічного стану їх елементів в реальних експлуатаційних умовах.

УДК 681.513:62-50

Є.П. Григоровський, д-р техн. наук, проф. КНУБА,  
І.В. Вознюк, інженер

## АВТОМАТИЗОВАНІ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ІНЖЕНЕРНИМИ МЕРЕЖАМИ

Автоматизовані системи управління технологічними процесами (АСУТП) в інженерних мережах - це ерготичні (людино-машинні) системи управління, які призначені для збору, зберігання та обробки інформації про об'єкти управління з використанням сучасних засобів електронної обчислювальної техніки та економіко-математичних методів з метою визначення оптимальних (найкращих у визначених умовах) керуючих впливів на об'єкт управління (ОУ).

Інженерні мережі – це клас сітьових систем, які здійснюють розподіл матеріальних ресурсів (цілових продуктів – ЦП) і являють собою узагальнюючі мережі з підкласами трубопровідних мереж (ТМ), для яких справедливі I та II постулати сітьових систем (два закони Кірхгофа для ТС) і які можна представити як орієнтований зв'язаний граф, кожної дузі якого відповідають активні та пасивні елементи (АЕ та ПЕ) й дві змінні величини: послідовна та паралельна, які пов'язані між собою у загальному випадку нелінійною залежністю.

За останній час принципи управління технологічними процесами і процесами розподілу ЦП між споживачами значно ускладнилися. В практиці експлуатації мереж окрім нормальних режимів мають місце аварійні ситуації (гідравлічні удари та ін.), що створює певні труднощі при управлінні режимами роботи. Ці труднощі визначаються сітьовим характером керованої системи; неоднорідною розгалуженістю параметрів; розосередженістю регулюючих органів (РО) по мережі; нелінійною залежністю між параметрами та узагальненими координатами системи; взаємозв'язком узагальнених