



Машини і обладнання технологічних процесів будівельної індустрії

УДК 624.132.002.51.001.24

І.І. Назаренко, д-р техн. наук, професор КНУБА,
А.Т. Свідерський, к.т.н, доцент КНУБА,
О.П. Дєдов, асистент КНУБА

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ РІЗНИХ КОНСТРУКТИВНИХ СХЕМ ВІБРОУДАРНИХ МАШИН ДЛЯ УЩІЛЬНЕННЯ

Вступ. Постановка задач дослідження.

Ущільнення будівельних сумішей у стиснених умовах та важкодоступних місцях будівництва як і раніше залишається серйозною проблемою. Від якості ущільнення ґрунту залежить надійність та довговічність закінчених об'єктів, а надалі і витрати коштів на їх експлуатацію та ремонт. Різноманітність ґрунтів та відмінність технологічних умов проведення ґрунтоущільнюючих робіт значно утруднює обґрунтування та вибір раціональної конструктивної схеми [1], перешкоджає створенню універсального та досконалого у всіх відношеннях обладнання. Саме тому створення нових будівельних, ущільнюючих машин та дослідження їх динаміки залишається актуальним і на сьогодні.

Методика та результати досліджень.

Для теоретичних досліджень системи „вібротрамбовка – ґрунт” прийнята схема рис.1, яка включає в себе середовище, що ущільнюється і виражене коефіцієнтами опору b_r та жорсткості c_r , вібротрамбовку, яка складається з трьох мас m_1, m_2, m_3 з'єднаних між собою пружними елементами жорсткістю c_1, c_2, c_3 , між масами m_1 і m_2 можливий удар через буфер жорсткістю c_6 та коефіцієнтом опору b_6 . Вібротрамбовка використовується як навісне обладнання до екскаватора, з'єднання вібротрамбовки з стрілою екскаватора m_4 здійснюється за рахунок обладнання котре має жорсткість c_6 та коефіцієнт опору b_6 .

Ущільнення будівельної суміші може відбуватись під дією двох складових: динамічної, яку створюють коливання з заданою частотою та амплітудою, та статичної, що виникає в результаті дії сил ваги трамбівки та гідравлічної сили F_{np} на стрілі екскаватора.

Таким чином регулювання режимів процесу ущільнення може здійснюватись як за рахунок зміни динамічної дії, так і за рахунок зміни статичного тиску на середовище, що ущільнюється. В результаті поєднання таких дій передбачається отримання оптимальних режимів роботи на всіх стадіях ущільнення.

Для складання рівнянь руху системи скористаємось принципом Гамільтона [2], для цього складемо вираз для кінетичної енергії T системи, її потенціальної енергії Π та роботи W , що діють на систему консервативних сил. Величина Π залежить від узагальнених координат системи, а величина T - від координати q_i та узагальнених швидкостей

$$\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}.$$

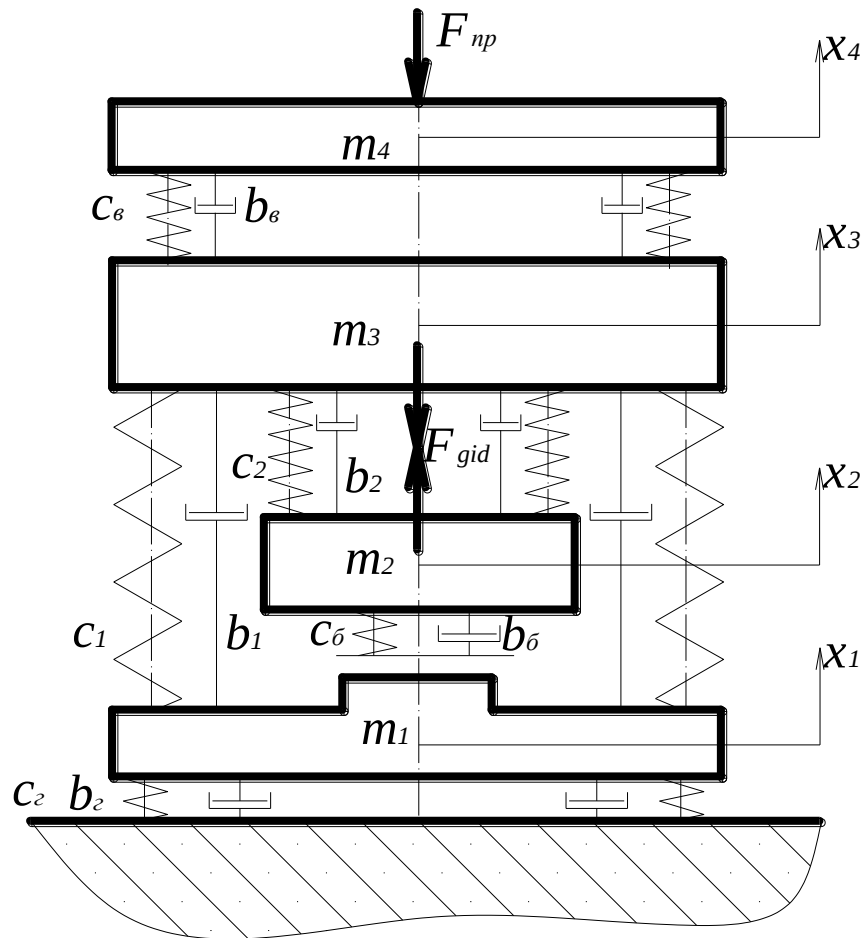


Рис. 1 – Розрахункова схема системи „вібротрамбовка – ґрунт”.

Згідно принципу Гамільтона поряд з дійсним законом координат $q_i(t)$ з інтервалом часу $t_1 \leq t \leq t_2$ розглядається закон варіації $q_i(t) = q_i(t) + \delta q_i(t)$ на границях інтервалу t_1 і t_2 : $t = t_1, t_2$; $\delta q_i(t) = 0$. При цьому має справедливість рівність:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta(T - \ddot{I}) + W) dt = 0$$

Як відомо, системи n ступенями вільності описується n диференціальними рівняннями другого порядку [2]. Розглянемо коливання системи, положення всіх мас якої визначаються n координат $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$. Припустимо, що ці координати являють собою лінійні переміщення елементів системи, а також ці переміщення достатньо малі тому систему можна рахувати лінійною.

При коливаннях координати x_i є функціями часу. Переміщення x_i , в деякий фіксований час можливо визначити при статичній дії на пружну систему сил $F_i (i = 1, 2, \dots, n)$ - сила, що відповідає переміщенню x_i . Для лінійної системи сили F_i , які необхідно прикласти, щоб отримати переміщення x_i :

$$F_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

де c_{ij} - коефіцієнти жорсткості.

Рівняння коливань системи складемо у формі рівнянь Лагранжа II роду, яке має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} = F_i(t), \quad (2)$$

де T , Π , D – відповідно кінетична, потенціальна і дисипативна складові енергії системи.

Потенційну енергію пружної системи можна визначити як суму половинних добутоків сил F_i на відповідні їм переміщення x_i :

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i x_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

Для визначення кінетичної енергії запишемо вираз:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m m_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j. \quad (4)$$

Складова дисипативних сил визначається виразом:

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j. \quad (5)$$

Використовуючи (3-4) та (2) отримаємо вирази:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{x}_i} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m m_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j = \sum_{i=1}^n m_{ij} \dot{x}_j;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) = \sum_{i=1}^n m_{ij} \ddot{x}_j; \quad \frac{\partial T}{\partial x_i} = 0;$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_i x_j = \sum_{i=1}^n c_{ij} x_j;$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{x}_i} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m b_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j = \sum_{i=1}^n b_{ij} \dot{x}_j.$$

Після підстановки цих значень рівняння руху матимуть вигляд:

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} \ddot{x}_j + \sum_{j=1}^n b_{ij} \dot{x}_j + \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j = F_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (6)$$

Прийнявши до уваги, що маси розглядаються як жорсткі тіла і їх рух являє собою рух центрів мас рівняння (6) набуде вигляду:

$$m_i \ddot{x}_i + \sum_{j=1}^n b_{ij} \dot{x}_j + \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j = F_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (7)$$

Вираз (7) є загальним записом рівнянь для системи з n ступенями вільності.

Для визначення частот та форм вільних незгасаючих коливань розглянемо систему, в якій відсутні змушуюча сила та сила опору. Тоді рівняння руху (7) є однорідними і мають вигляд:

$$m_i \ddot{x}_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j = 0. \quad (8)$$

Запишемо (8) в зворотному вигляді:

$$x_i = \sum_{j=1}^n (F_j(t) - m_i x_i) \frac{1}{c_{ij}}. \quad (9)$$

Розв'язок такої системи рівнянь, що відповідає гармонічним коливанням, можна записати у вигляді:

$$x_i = x_{0i} \sin(\omega t + \varphi), \quad (i=1,2,\dots,n). \quad (10)$$

де x_{0i} – амплітуди коливань мас, ω – кутова частота, φ – фаза коливань.

Підставивши значення x_i в рівняння (9) та скоротивши на спільний множник $\sin(\omega t + \varphi)$, отримаємо систему лінійних однорідних рівнянь відносно постійних x_{0i} :

$$\sum_{j=1}^n (c_{ij} - \omega^2 m_{ij}) x_{0i} = 0 \quad (i=1,2,\dots,n). \quad (11)$$

Рівняння (11) являє собою рівняння динамічної рівноваги мас m_i в положенні амплітудних відхилень, коли на них діють сили пружності та сили інерції.

Таким чином можна зробити висновок, що система з n ступенями волі має n частот власних коливань, при цьому кожній частоті ω_k характерна відповідна форма коливань. Розв'язок рівнянь можна записати в вигляді:

$$x_i = (C_{1k} \cos \omega_k t + C_{2k} \sin \omega_k t) x_{0ik} \quad (12)$$

де k – порядковий номер власної частоти (гармоніки).

На основі викладеного вище матеріалу складемо рівняння руху мас системи, (див.рис.1). Рух мас системи може здійснюватись в двох режимах:

1) рух без удару між масами m_1 і m_2 :

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + c_1(x_1 - x_3) + b_2 \dot{x}_1 + c_2 x_2 &= 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + c_2(x_2 - x_3) &= F_{zid}, \\ m_3 \ddot{x}_3 + b_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + c_2(x_3 - x_2) + b_1(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) + c_1(x_3 - x_1) + b_6(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + c_6(x_3 - x_4) &= -F_{zid}, \\ m_4 \ddot{x}_4 + b_6(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) + c_6(x_4 - x_3) &= -F_{np}. \end{aligned} \quad (13)$$

2) рух коли відбувається удар між масами m_1 і m_2 :

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + b_6(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_6(x_1 - x_2) + b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + c_1(x_1 - x_3) + b_2 \dot{x}_1 + c_2 x_2 &= 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + c_2(x_2 - x_3) + b_6(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_6(x_2 - x_1) &= F_{zid}, \\ m_3 \ddot{x}_3 + b_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + c_2(x_3 - x_2) + b_1(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) + c_1(x_3 - x_1) + b_6(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + c_6(x_3 - x_4) &= -F_{zid}, \\ m_4 \ddot{x}_4 + b_6(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) + c_6(x_4 - x_3) &= -F_{np}. \end{aligned} \quad (14)$$

де $F_{zid} = f(t)$ – змушуюча сила;

$F_{np} = f(t)$ – притискуюча сила на стрілі екскаватора.

Забезпечення значної технологічності вібротрамбівок, як і інших вібро-ущільнюючих машин, значною мірою залежить від фізичної та математичної моделей вібросистеми “трамбовка - ґрунт”, яка адекватно відповідає реальним умовам робочого процесу. Найбільші труднощі виникають при виборі моделі ґрунту, що обумовлено відсутністю загально-прийнятого підходу до визначення його характеристик ґрунту, їх функціональних залежностей від параметрів вібрації. Існує два принципові підходи до моделювання ґрунту, (який підлягає вібраційному процесу): моделювання інерційно-пружних та дисипативних властивостей, які притаманні будь-якій вібраційній системі, дискретними або розподіленими параметрами. Критерієм визначення тої чи іншої системи є співвідношення часу вібрації t_v до часу розповсюдження хвиль в ґрунті $t_{xв}$ [5, 6]:

$$\begin{aligned} t_v &< t_{xв} \\ t_v &> t_{xв} \end{aligned} \quad (15)$$

Час вібрації визначається частотою коливань, а час розповсюдження хвиль залежить від довжини хвилі λ і висоти ґрунту на яку розповсюджуються ці хвилі.

При виконанні першої умови співвідношення (15) систему можна моделювати дискретними параметрами, а за умов другого співвідношення (15) в системі проявляються пружні сили і виникає потреба переходити до більш складної моделі системи з розподіленими параметрами. Критерій (15) для обмежених за висотою систем дає позитивні результати, однак для поверхневого ущільнення виникає проблема визначення координати за глибиною, де можна застосовувати критерій (15). У першому наближенні для дослідження загального руху вібротрамбовки будемо моделювати ґрунт розподіленими параметрами.

Складність процесів, що відбуваються при ущільненні будівельних сумішей безумовно затрудняє вирішення задач вибору та обґрунтування моделей ущільнюючих машин, а тим паче дати однозначну відповідь щодо режимів роботи таких машин. Методи рішення таких задач пов'язані з розв'язком диференційних рівнянь, які лише для найпростіших динамічних систем мають аналітичний розв'язок, а в інших випадках розв'язку не існує, або він надто громіздкий. Крім цього аналітичний розв'язок таких рівнянь не завжди відображає реальні процеси і не дає можливості наочно побачити картину процесу ущільнення.

Існує декілька методів наближеного розрахунку складних систем диференційних рівнянь, які покладені в основу сучасного програмного забезпечення для проектування будівельних конструкцій та машинобудування. Таке програмне забезпечення розраховане на користувача, метою якого є проектування машин чи конструкцій на рівні інженера чи проектувальника, а тому не дає можливість проаналізувати розрахунок та внести корективи в його алгоритм, що, звичайно, обмежує можливості користувача як науковця.

Для об'єктивного аналізу та вивчення динамічних систем необхідно мати математичний апарат, що орієнтований на вивчення процесів при ущільненні будівельних сумішей вібраційними машинами. При цьому варто використати еволюційний підхід, який передбачає аналіз роботи програми для найбільш вивченої, найпростішої одномасної динамічної системи (рис.2, а) з подальшим ускладненням її (рис.2, б-є).

Таким чином був розроблений алгоритм розв'язку диференційних рівнянь методом Рунге-Кутта 4-го порядку для наведених систем і на його основі створена програма для ЕОМ, яка дала можливість отримати чисельний розв'язок таких рівнянь. Використання методу Рунге-Кутта 4-го передбачає ряд переваг перед іншими методами:

- цей метод є одноступеневим та з одним кроком;
- потребує інформацію лише про одну точку;
- має невелику похибку;
- значення функції обчислюється при кожному кроці.

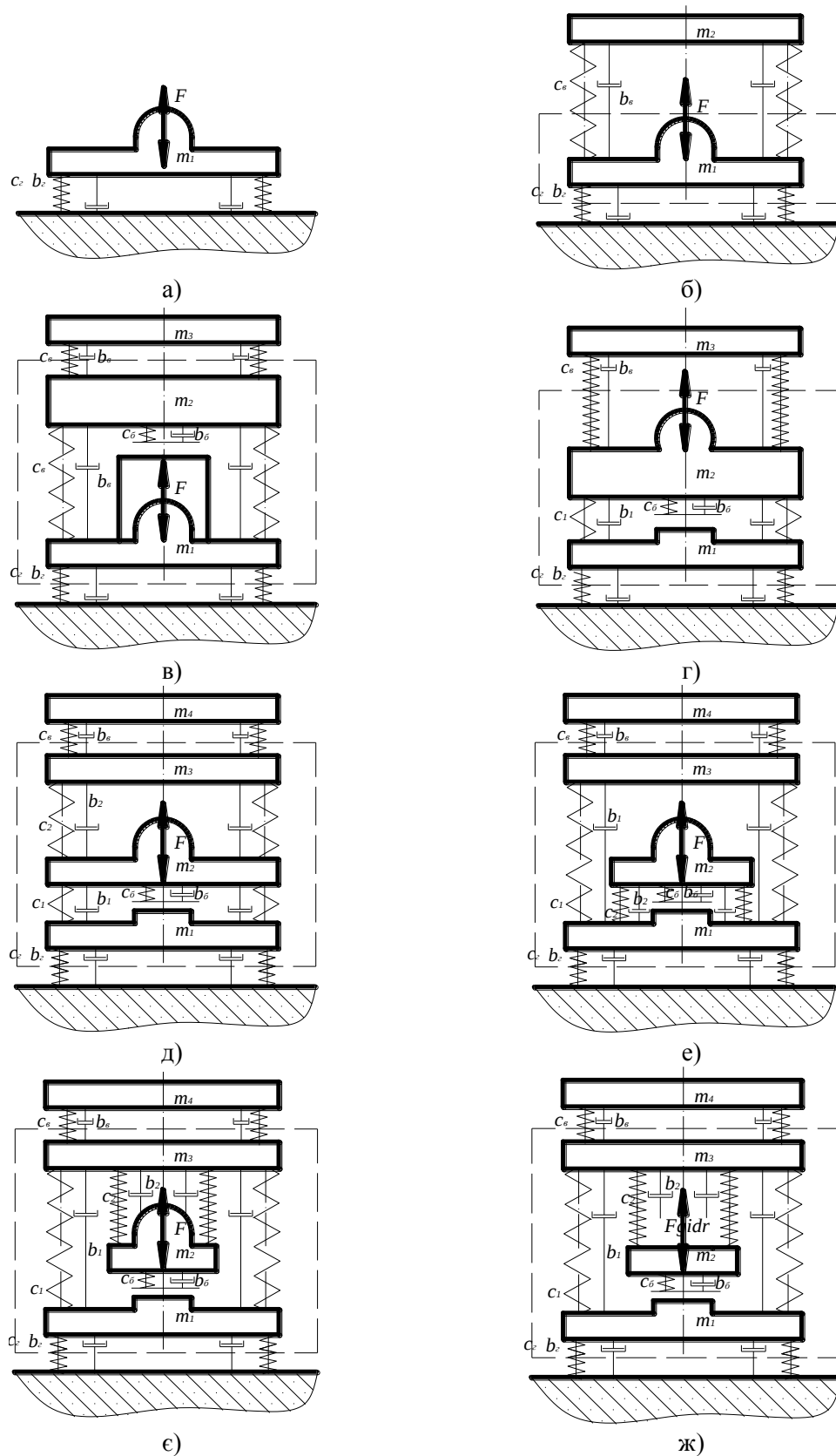


Рис.2 – Схеми вібраційних систем трамбовок:
а) – одномасної; б) – двомасної; в) – трьохмасових.

Модель (див. рис.2, а) являє собою одномасну вібраційну систему, що приводиться в рух відцентровим віброзбудником коливань. Така система є найбільш вивченою, тому була

використана для перевірки коректності роботи загального алгоритму розрахунку. Характер руху маси m_1 (рис. 2) за результатами роботи програми цілком достовірно відображає аналітичний розв'язок диференційного рівняння, що являє собою синусоїду.

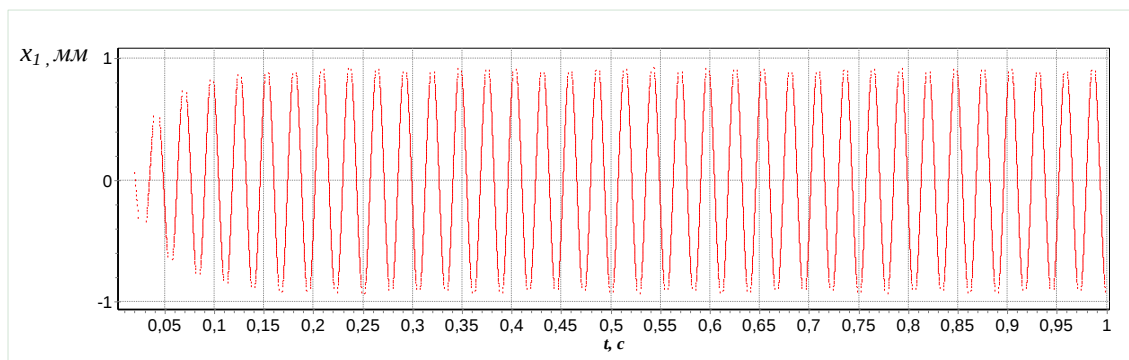


Рис.2. – Віброграма руху одномасної вібраційної системи.

Як виявилось чисельний метод розрахунку дає можливість отримати віброграми руху не лише у сталому режимі а і в перехідних. Так рух маси m_1 (рис. 2) відбувається із стану спокою (частота коливань $\omega=0$) з поступовим зростанням частоти коливань до заданої, що реально відображено на віброграмі. Таким чином не складає великих труднощів отримання віброграми для будь-якої частоти коливань системи у сталому режимі. На основі таких віброграм було побудовано амплітудно-частотну характеристику одномасної системи (рис. 3), яка за якісними показниками цілком відповідає класичній теорії коливань для одномасної системи з відцентровим віброзбудником. Чіткий прояв максимуму на графіку свідчить про резонансний режим в системі.

Динамічна система (див рис.1, б) є більш складною, але теж достатньо вивченою, тому результатами розрахунку такої системи на ЕОМ теж можна скористатися для перевірки коректності роботи алгоритму. На рис.4. наведено віброграму руху двомасної системи з відцентровим віброзбудником, що розміщений на масі m_1 . Маса m_2 є віброізованою масою (конструкція базової машини), що очевидно з огляду віброграми (рис.4).

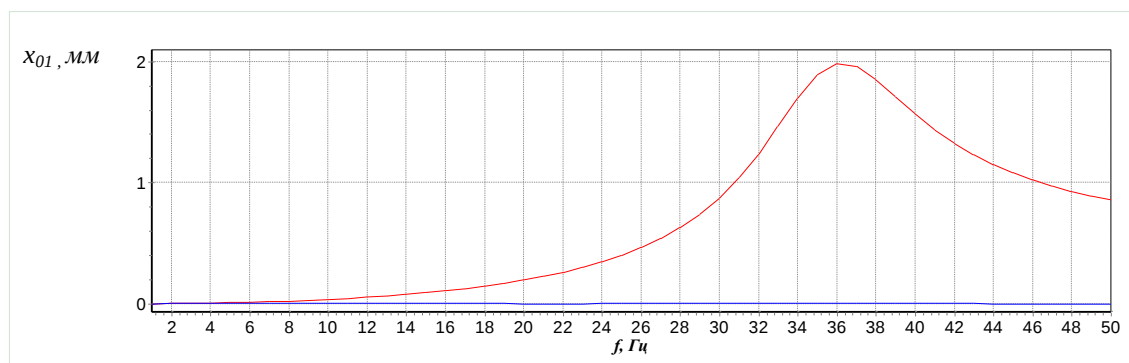


Рис.3. – Амплітудно-частотна характеристика одномасної вібраційної системи.

Аналіз амплітудно-частотної характеристики двомасної системи (рис.5) показує про адекватність її основам класичної теорії коливань, що ще раз підтверджує правильність роботи програми.

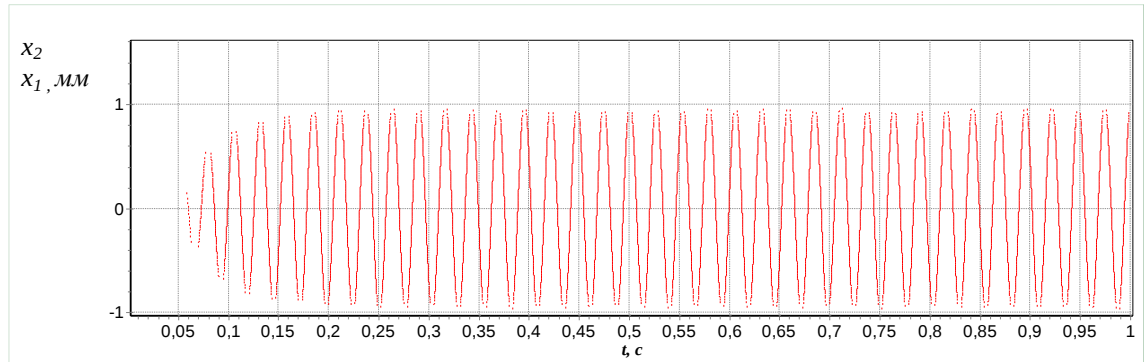


Рис.4. – Віброграма руху двомасної вібраційної системи.

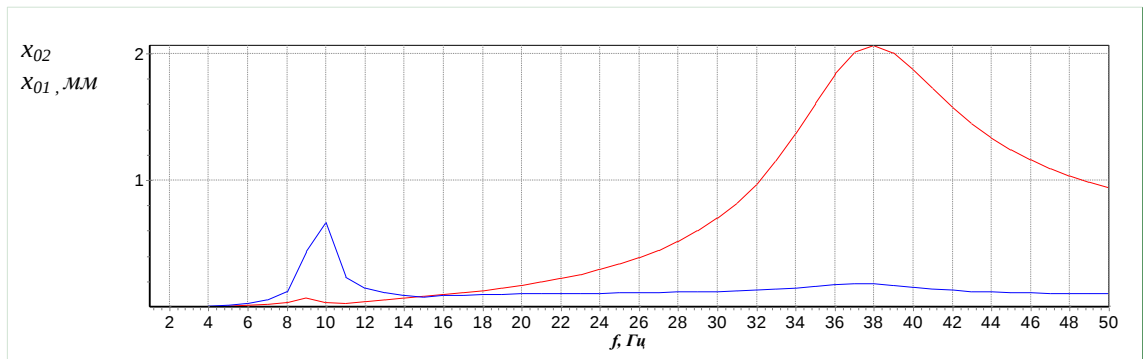


Рис.5. – Амплітудно-частотна характеристика двомасної вібраційної системи.

Так на амплітудно-частотній характеристиці є два резонансних режими, що обумовлені наявністю двох масових параметрів в системі. Перший резонанс відповідає резонансу маси m_2 , оскільки вона є віброізовольованою, а другий резонанс – резонанс на робочій частоті коливань.

На наступному етапі були досліджені можливі варіанти конструктивного виконання навісної вібротрамбовки, віброзбудником може бути як відцентровий віброзбудник так і гідравлічний циліндр. На рис. 6, 7 наведені віброграми та амплітудно-частотні характеристики для тримасної та чотирьохмасної вібраційних систем. У схемі (рис. 2, в) маси з'єднані послідовно одна з одною, гідравлічний збудник коливань розташований на масі ущільнюючої плити, між масами m_1 і m_2 можливий удар. Така схема є достатньо ефективною за рахунок реалізації віброударного режиму роботи. Але оскільки розглядаємо вібротрамбовки навісні, то приєднання до базової машини здійснюється через масу m_3 , тому необхідно її віброізулювати, а в даному випадку маса m_3 (для схем рис. 2, в і г) є активною масою тому її віброізуляція приведе до зниження ефективності виконання технологічного процесу.

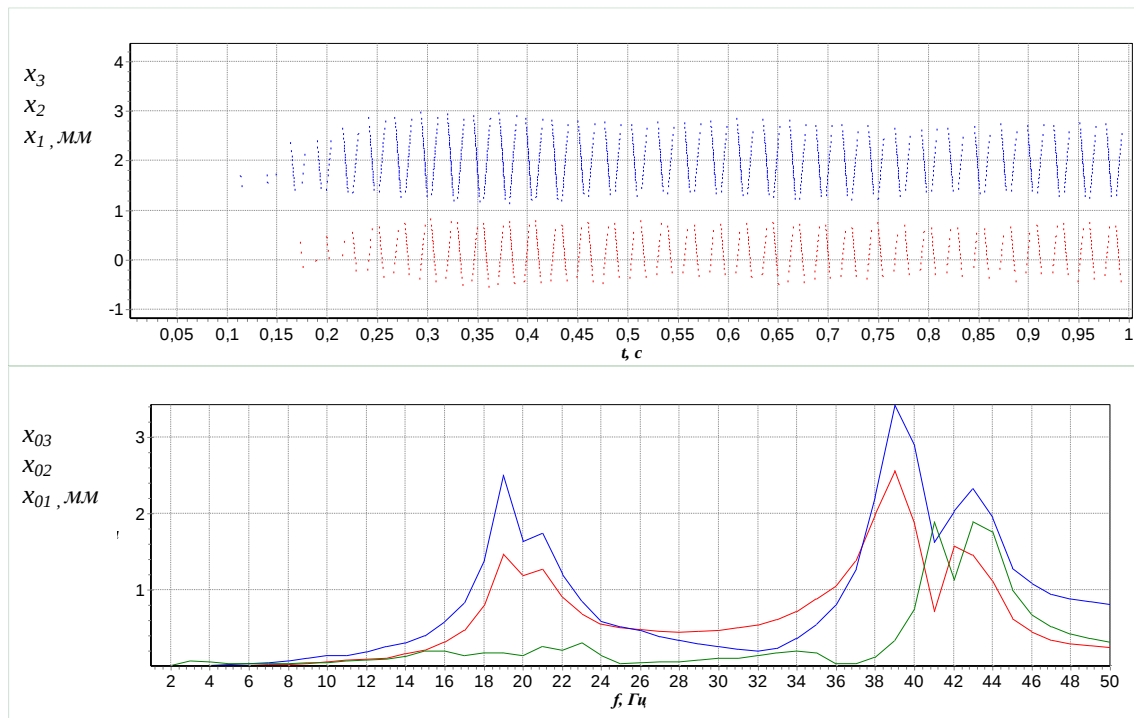


Рис. 6. – Віброграма руху і амплітудно-частотна характеристика тримасної вібраційної системи (рис.2, в).

Схема (рис. 2, д) на відміну від попередніх має можливість віброізоляції маси m_4 , через яку здійснюється приєднання до базової машини, але за відсутності пружних елементів, паралельно з'єднаних з віброзбудником, не дасть змогу ефективно реалізувати режими близькі до резонансу.

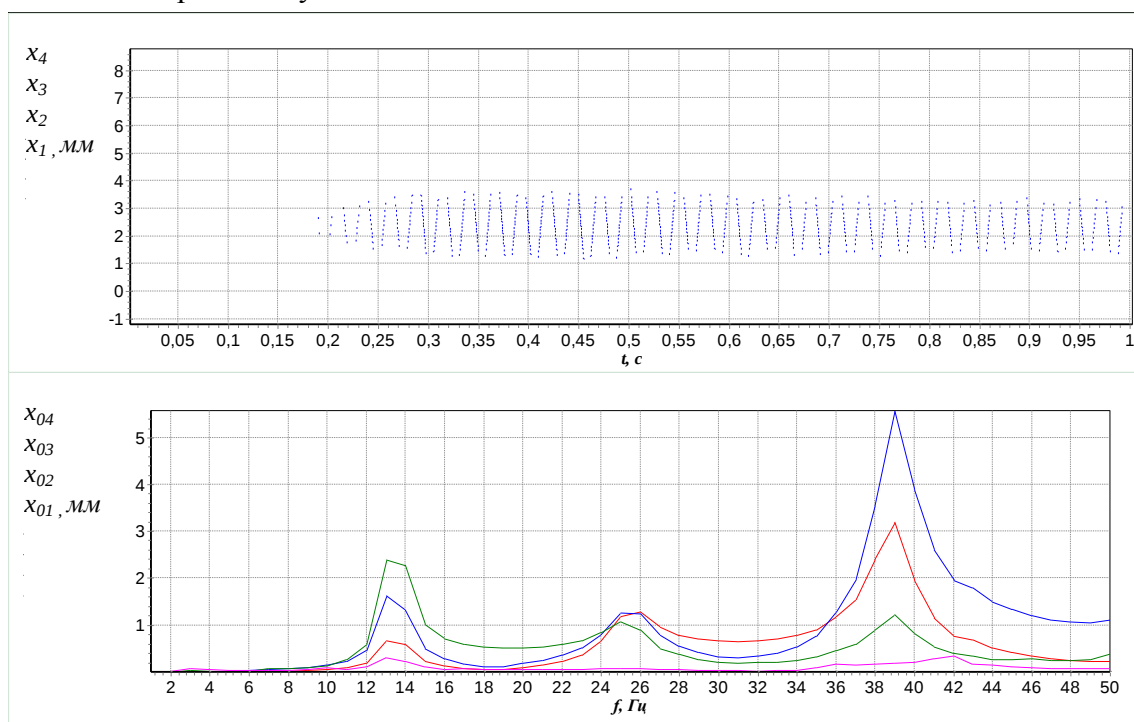


Рис.7. – Віброграма руху і амплітудно-частотна характеристика чотирьохмасної вібраційної системи (рис.2, д).

Таким чином для реалізації високоефективних режимів роботи, а саме: ударний, віброударний, полічастотний, необхідно використати більш складну схему вібротрамбовки (рис. 2, е - ж).

Проведений аналіз отриманих схем показав, що наявність двох паралельно розташованих пружних елементів дає можливість отримати декілька ефективних режимів роботи трамбівки.

При режимі роботи (рис 2.24, а) маси m_1 і m_2 рухаються в одній фазі та перебувають в протифазі з масою m_3 , такий режим дозволяє отримати максимальну амплітуду коливання маси m_1 , але якщо прийняти до уваги, що використано ударний режим, то рух мас, між якими відбуватиметься удар, повинен бути протифазним. Режими руху (рис 2.24, б, в) задовольняють умови використання ударного режиму (маси m_1 і m_2 перебувають в протифазі).

Таким чином для розрахункової системи (рис. 1) при співвідношенні мас $m_3/m_2 = 3$ [4,7] виведені залежності для розрахунку жорсткостей c_1 та c_2 можна скористатись наступними виразами:

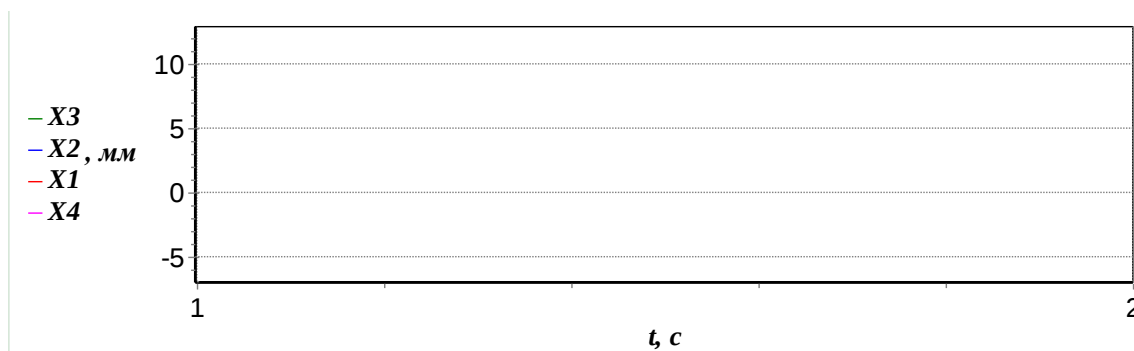
$$c_2 = \frac{\omega_{рез}^2}{0,81} \frac{m_2 \cdot m_3}{m_2 + m_3}; \quad (16)$$

$$c_1 = 0,68 \omega_{рез}^2 \cdot M_{np} \cdot e^{0,047 M_{np}}; \quad (17)$$

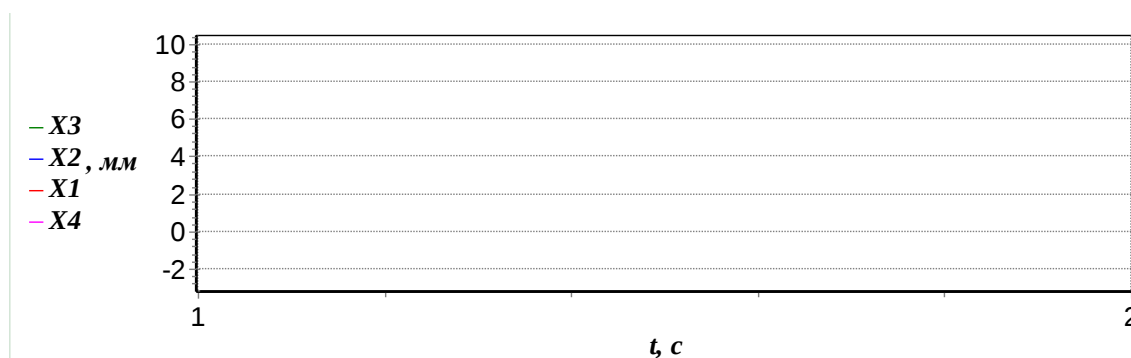
$$\text{де } M_{np} = \frac{m_1 \cdot m_3}{m_1 + m_3}.$$

Висновки.

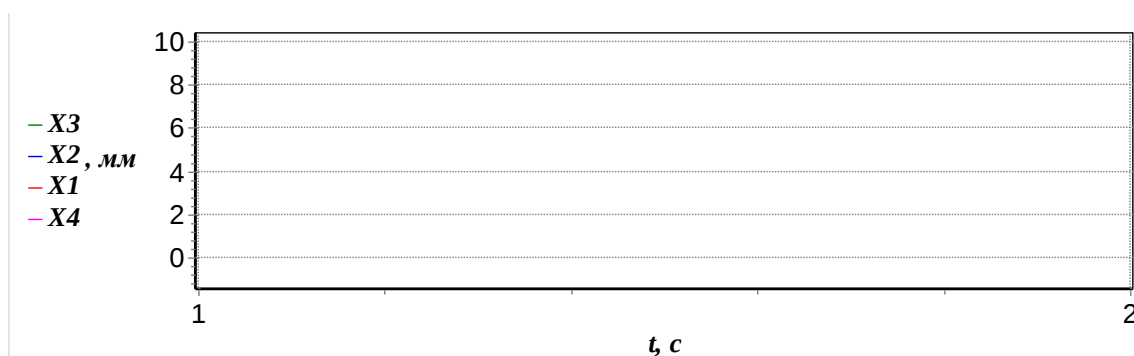
1. В результаті проведеного комп'ютерного експерименту встановлені закономірності переміщень системи тримасної вібротрамбовки в режимах розгону, резонансу, сталого режиму, зупинки та виявлено вплив параметрів середовища на рух вібротрамбовки.
2. При реалізації віброударного режиму дана оцінка впливу вищих гармонік. Так при частоті змушуючої сили рівній 10Гц, в коливаннях ущільнюючої плити чітко виявляється частота 30Гц, а при частоті змушуючої сили рівній 30Гц – 60Гц відповідно.
3. Знайдені умови протифазного руху мас m_3 і m_2 , при цьому амплітуда коливань ущільнюючої плити в зоні резонансу складає 2.4-3.0мм.
4. Встановлено суттєвий вплив конструктивних та технологічних параметрів на динаміку системи, що розглядається. Основний вплив на рух системи визначається співвідношенням масових та пружних характеристик.
5. Виявлені раціональні зони роботи вібротрамбовки. На рис. 8, б, наведено режими руху, що задовольняють умовам використання ударного режиму із рухом мас m_1 і m_2 в протифазі,
6. Запропоновано новий принцип додаткового підсилення вібраційної дії на середовище реалізацією синфазного руху двох мас трамбовки
7. Отримано залежності основних параметрів, використання яких забезпечує ефективність робочого процесу ущільнення ґрунтів. Так для досліджуваної системи при співвідношення мас $m_1:m_2:m_3 = 1:1:3$ та коефіцієнтах жорсткості (16, 17) забезпечується раціональний режим руху вібротрамбовки.



а)



б)



в)

Рис. 8 – Залежність переміщень мас при різних значеннях C_1 :

а) – $C_1 = 5.1 \cdot 10^5$ Н/м; б) – $C_1 = 10.2 \cdot 10^5$ Н/м; в) – $C_1 = 13.2 \cdot 10^5$ Н/м;

Література

1. Анализ исследований в области уплотнения дорожно-строительных материалов: (Электронное издание – строительные и дорожные машины и техника) / Кустарев Г.В. – 2008. – Режим доступа до журн.: <http://sdm.str-t.ru/publics/26/>
2. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний / В. Л. Бидерман. – М.: «Высшая школа», 1980. – 408с.
3. Биркгоф Дж. Д. Динамические системы / Дж. Д. Биркгоф. – Ижевск: «Удмуртский университет», 1999. – 408с.
4. Дедов О.П. / Математична модель та визначення параметрів руху вібротрамбовки для ущільнення ґрунтів. / О.П. Дедов. "Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини". – 2006. – № 68. – С.41-46.



5. Назаренко І.І. Машины для виробництва будівельних матеріалів/ І.І. Назаренко. – К. “Віпол”, 1999. – 486с.
6. Назаренко І.І. Прикладные задачи теории вибрационных систем / И.И. Назаренко. – К.ИСИО, 1993. – 216с.
7. Свідерський А.Т., Дєдов О.П. Визначення конструктивних параметрів три масної трамбовки / А.Т. Свідерський, О.П. Дєдов – Полтава: Збірник наукових праць, серія “Галузеве машинобудування, будівництво”, випуск 23, том 2, 2009 – с. 119-127.