

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Київський національний університет будівництва і архітектури

# **ПРОГРАМНІ КОМПЛЕКСИ ІНЖЕНЕРНИХ РОЗРАХУНКІВ**

Методичні вказівки та завдання  
до виконання практичних занять  
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій»

Київ 2025

УДК 504

П78

Укладач Ю. В. Медведський, канд. техн. наук, доцент

Рецензент О. В. Адаменко, канд. техн. наук, доцент

Відповідальний за випуск Р. А. Дем'яненко, канд. техн. наук,  
доцент

*Затверджено на засіданні кафедри інженерної геодезії,  
протокол № 8 від 27 березня 2024 року.*

В авторській редакції.

**Програмні** комплекси інженерних розрахунків [Електронний  
П78 ресурс] : методичні вказівки до виконання практичних робіт / уклад.:  
Ю. В. Медведський. – Київ: КНУБА, 2025. – 48 с.

Містять зміст, порядок оформлення, приклади вирішення  
практичних задач з дисципліни та вихідні дані .

Призначено для здобувачів першого (бакалаврського) рівня  
вищої освіти за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій»/

## Зміст

Загальні положення.....	5
Завдання 1. Розрахувати величини кутів трикутника, знаючи координати його вершин .....	6
1.1. Розрахунок у Mathcad .....	7
1.2. Розрахунок у MatLab .....	9
1.3. Розрахунок за допомогою Python .....	11
Завдання 2. Розрахунок неприступної відстані.....	13
2.1. Розрахунок у Mathcad.....	14
2.2. Розрахунок у MatLab .....	14
2.3. Розрахунок за допомогою Python .....	15
Завдання 3. Розрахунок перевищення.....	17
3.1. Розрахунок у Mathcad .....	17
3.2. Розрахунок у MatLab .....	18
3.3. Розрахунок за допомогою Python .....	18
Завдання 4. Вирішення прямої кутової засічки за формулами Юнга.....	19
4.1. Розрахунок у Mathcad .....	19
4.2. Розрахунок у MatLab .....	20
4.3. Розрахунок за допомогою Python .....	20
Завдання 5. Вирішення прямої кутової засічки за формулами Гауса.....	22
5.1. Розрахунок у Mathcad.....	23
5.2. Розрахунок у MatLab .....	24
5.3. Розрахунок за допомогою Python .....	25
Завдання 6. Розв'язання оберненої геодезичної задачі.....	26
6.1. Розрахунок у Mathcad .....	27
6.2. Розрахунок у MatLab .....	28
6.3. Розрахунок за допомогою Python .....	28

Завдання 7. Рішення оберненої кутової засічки за формулами Праніс-Праневича.....	30
7.1. Розрахунок у Mathcad .....	30
7.2. Розрахунок у MatLab .....	31
7.3. Розрахунок за допомогою Python .....	32
Завдання 8. Побудова поверхні за результатами топографічного знімання рельєфу .....	33
8.1. Вирішення в Матлаб .....	33
8.2. Розрахунок за допомогою Python .....	33
Варіанти вихідних даних до завдань.....	35
Список використаної літератури .....	46

## Загальні положення

Методичні вказівки охоплюють виконання практичних завдань з дисципліни "Програмні комплекси інженерних розрахунків". Загалом, у матеріалі представлено 8 основних задач, що передбачають розрахунки та моделювання геодезичних процесів за допомогою спеціалізованих програм (Mathcad, Matlab, Python).

Метою практичних робіт є закріплення і практичне опрацювання лекційного матеріалу, ознайомлення зі спеціалізованим програмним забезпеченням у вигляді програми для чисельного та символьного обчислення Mathcad, пакету прикладних програм для числового аналізу і також мови програмування Matlab, високорівневої мови програмування Python.

Робота виконується індивідуально кожним здобувачем.

Результати виконання практичних робіт подаються у вигляді архіву з файлами, що містять: файл word з відповідями у вигляді знімків екрану з результатами розрахунків у відповідності до змісту даних методичних вказівок, файли програм до відповідних завдань.

### Завдання 1. Розрахувати величини кутів трикутника, знаючи координати його вершин

Нехай трикутник задано координатами своїх вершин (рис. 1). Обчислимо величини його кутів. Відповідь представимо в градусах, хвилинах, секундах та їх десятих частках.

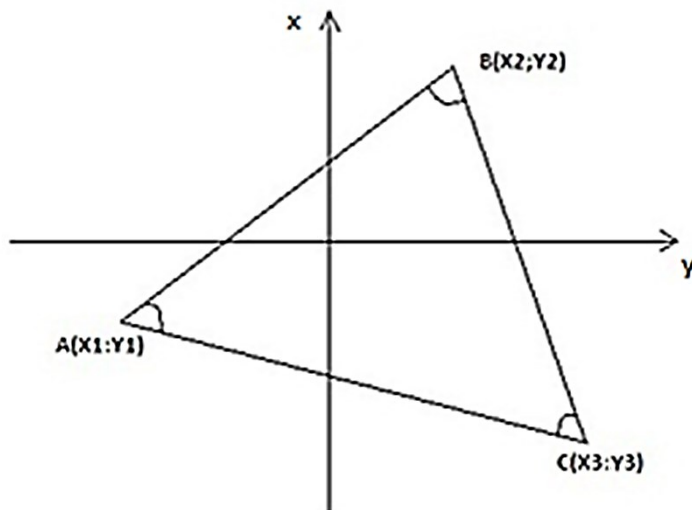


Рис. 1. Трикутник, заданий координатами своїх вершин

У разі коли трикутник заданий координатами своїх вершин, довжини його сторін можна визначити за формулами обчислення відстані між двома точками, заданими своїми координатами.

$$\text{Для сторони } AB \text{ матимемо: } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

$$\text{Для сторони } BC \text{ матимемо: } BC = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

$$\text{Для сторони } AC \text{ матимемо: } AC = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}.$$

Довжини інших сторін обчислюються аналогічно. За відомими довжинами сторін трикутника може бути розрахована його площа. Для цього можна використати формулу Герона:

$$S = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)},$$
 де  $p = (AB + BC + AC)/2$  - півпериметр трикутника.

Подальше вирішення цієї задачі може бути засноване на використанні теореми косінусів для трикутника. Відповідно до цієї теореми: квадрат довжини однієї зі сторін трикутника дорівнює сумі квадратів довжин двох інших сторін без подвоєного добутку цих сторін на косинус кута між ними. Для сторони  $AB$  матимемо:  $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos \hat{C}$ ,

для сторони BC матимемо:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A}$ ,

для сторони AC матимемо:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \hat{B}$

Для косінусів кутів матимемо:

$$\cos \hat{A} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}, \cos \hat{B} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC}, \cos \hat{C} = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC}$$

Для самих кутів матимемо формули:

$$\hat{A} = \arccos\left(\frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}\right), \hat{B} = \arccos\left(\frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC}\right), \hat{C} = \arccos\left(\frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC}\right)$$

Трикутник заданий координатами своїх вершин.

Таблиця 1. Вихідні дані для завдання знаходження величин кутів трикутника

x1	y1	x2	y2	x3	y3
-4	1	5	2	10	5

### 1.1. Розрахунок у Mathcad

Розглянемо рішення прикладу для розрахунку кутів трикутника за допомогою програми MathCad. Запустимо систему MathCad. Виходитимемо з того, що координати вершин трикутника задані. Задаватимемо їх за допомогою операції привласнення у робочому полі вікна програми. Для координат вершин це можна зробити за допомогою конструкцій  $x1 := -4$   $x2 := 5$   $x3 := 10$   $y1 := 1$   $y2 := 2$   $y3 := 5$ . Для набору знака := скористайтесь кнопкою := з панелі Арифметика. При цьому координатам слід надавати значення координат точок. Для координат решти вершин  $x2$ ,  $y2$ ,  $x3$ ,  $y3$  необхідно надходити аналогічним чином.

Після введення координат необхідно виконати обчислення квадратів сторін та самих сторін. Це можна зробити за допомогою конструкцій:

$$AB^2 := (x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2$$

$$BC^2 := (x3 - x2)^2 + (y3 - y2)^2$$

$$AC^2 := (x3 - x1)^2 + (y3 - y1)^2$$

$$AB := \sqrt{AB^2} \quad BC := \sqrt{BC^2} \quad AC := \sqrt{AC^2}$$

Тут операція зведення квадрат оформляється з використанням кнопки  $x^2$  з панелі Арифметика. Потім слід обчислити величину кута в градусах із частками:

$$\hat{C} := (180 \div \pi) \cdot \arccos[(BC^2 + AC^2 - AB^2) \div 2BCAC]$$

$$\hat{A} := (180 \div \pi) \cdot \arccos[(AB^2 + AC^2 - BC^2) \div 2ABAC]$$

$$\hat{B} := (180 \div \pi) \cdot \arccos[(AB^2 + BC^2 - AC^2) \div 2ABBC]$$

З величин кутів у градусах та частках необхідно виділити градуси, хвилини та секунди з частками. Для цього слід скористатися конструкціями:

$$C_g := \text{trunc}(C); C_m := \text{trunc}[(C - C_g)60]; C_s := \text{round} [[C - (C_g + C_m \div 60)]3600, 1]$$

$$A_g := \text{trunc}(A); A_m := \text{trunc}[(A - A_g)60]; A_s := \text{round} [[A - (A_g + A_m \div 60)]3600, 1]$$

$$B_g := \text{trunc}(B); B_m := \text{trunc}[(B - B_g)60]; B_s := \text{round} [[B - (B_g + B_m \div 60)]3600, 1]$$

де  $C_g$  – градуси кута,

$C_m$ - хвилини кута,

$C_s$ - секунди кута,

$\text{trunc}$  – функція взяття цілої частини числа (відкидання дробової частини),

$\text{round}$  – функція заокруглення з точністю до одного знака після коми.

Таким чином, весь обчислювальний код матиме вигляд:

Вихідні дані

$$x_1 := -4 \quad x_2 := 5 \quad x_3 := 10$$

$$y_1 := 1 \quad y_2 := 2 \quad y_3 := 5$$

Розрахунок довжин сторін трикутника

$$AB := \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 9.055$$

$$BC := \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = 5.831$$

$$AC := \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} = 14.56$$

Розрахунок значень кутів трикутника

$$a := \left( \frac{180}{\pi} \cdot \arccos \left( \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} \right) \right) = 9.6052$$

$$b := \frac{180}{\pi} \cdot \arccos \left( \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} \right) = 155.3764$$

$$c := \frac{180}{\pi} \cdot \arccos \left( \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2 \cdot BC \cdot AC} \right) = 15.0184$$

Контроль обчислень через сумму кутів трикутника

$$S := (a + b + c) - 180 = 2.1931 \cdot 10^{-14}$$

$$S = 2.1931 \cdot 10^{-14}$$

Рис. 2. Варіант вирішення завдання 1

## 1.2. Розрахунок у MatLab

Найперша дія в програмі має бути очищення екрана від попередніх написів. Це робиться оператором CLC. Потім потрібно прочитати вихідні значення координат. Для координат вершин це можна зробити за допомогою конструкцій:

```
x1=input('x1->'); y1=input('y1->');  
x2=input('x2->'); y2=input('y2->');  
x3=input('x3->'); y3=input('y3->')
```

Після введення координат необхідно виконати обчислення квадратів сторін та самих сторін. Це можна зробити за допомогою конструкцій:

```
ab2=(x2-x1)^2+(y2-y1)^2;  
ab = sqrt (ab2);  
bc2=(x3-x2)^2+(y3-y2)^2; bc = sqrt (bc2);  
ac2=(x3-x1)^2+(y3-y1)^2; ac=sqrt(ac2)
```

Потім слід обчислити величини кутів у градусах із частками:

```
c=(180/pi)*acos((bc2+ac2-ab2)/(2*bc*ac));  
b=(180/pi)*acos((ab2+bc2-ac2)/(2*ab*bc));  
a=(180/pi)*acos((ac2+ab2-bc2)/(2*ac*ab))
```

З величин кутів у градусах із частками необхідно виділити градуси, хвилини та секунди з частками. Для цього слід скористатися конструкціями:

```
cg=fix(c); cm=fix((c-cg)*60); csec=(c-(cg+cm/60))*3600;  
bg = fix (b); bm = fix ((b-bg) * 60); bsec=(b-(bg+bm/60))*3600;  
ag=fix(a); am = fix ((a-ag) * 60); asec=(a-(ag+am/60))*3600
```

Після останніх обчислень слід видати результат на екран. Це можна зробити, вказавши ім'я змінної, в якій зберігається відповідна величина, що обчислюється, наприклад, cg. Для виведення інших значень слід чинити аналогічно. Крім такого способу виведення обчислених значень можливий ще такий, коли після обчислення не ставиться крапка з комою. Це означає, що відповідне обчислене значення буде видане на екран.

Таким чином, весь обчислювальний код матиме вигляд:

```
##Очищення вікна команд, змінних та закриття графіків  
clc, clear, close all  
  
##Введення вихідних даних з клавіатури в процесі вирішення задачі  
##x1=input('введіть координату x1 ->');  
##x2=input('введіть координату x2 ->');  
##x3=input('введіть координату x3 ->');  
##y1=input('введіть координату y1 ->');
```

```

##y2=input('введіть координату y2 ->');
##y3=input('введіть координату y3 ->');

##Або введення вихідних даних у вигляді змінних з присвоєнням значень.
x1 = -4;
x2 = 5;
x3 = 10;
y1 = 1;
y2 = 2;
y3 = 5;

##Розрахунок довжин сторін трикутника
AB = sqrt((x2 - x1)^2 +(y2 -y1)^2);
BC = sqrt((x3 - x2)^2 +(y3 -y2)^2);
AC = sqrt((x3 - x1)^2 +(y3 -y1)^2);

##Розрахунок дирекційних кутів
a1 = (AB^2 + AC^2 - BC^2)/(2 * AB * AC);
b1 = (AB^2 + BC^2 - AC^2)/(2 * AB * BC);
c1 = (BC^2 + AC^2 - AB^2)/(2 * BC * AC);

a = (180 / pi)* acos(a1)
b = (180 / pi)* acos(b1)
c = (180 / pi)* acos(c1)

##Виділення хвилин та секунд із десяткових градусів
a_g = fix(a);
a_m = fix((a - a_g)*60);
a_s = (a - (a_g + a_m/60))*3600;
display('Кут A ='), display([a_g, a_m, a_s]) ##Виведення інформації про кут A

b_g = fix(b);
b_m = fix((b - b_g)*60);
b_s = (b - (b_g + b_m/60))*3600;
display('Кут B ='), display([b_g, b_m, b_s]) ##Виведення інформації про кут B

c_g = fix(c);
c_m = fix((c - c_g)*60);
c_s = (c - (c_g + c_m/60))*3600;
display('Кут A ='), display([c_g, c_m, c_s]) ##Виведення інформації про кут C

##Перевірка
Summ = a + b + c
Delta = Summ - 180

```

### 1.3. Розрахунок за допомогою Python

```
import math
import numpy

#Вводимо вихідні дані:
x1 = -10
y1 = 5
x2 = -8
y2 = 2
x3 = -9
y3 = -20
print(x1,x2,x3,y1,y2,y3)
-10 -8 -9 5 2 -20

##Розрахунок довжин сторін трикутника
AB = math.sqrt((x2 - x1)**2 + (y2 - y1)**2)
BC = math.sqrt((x3 - x2)**2 + (y3 - y2)**2)
AC = math.sqrt((x3 - x1)**2 + (y3 - y1)**2)
print(AB,AC,BC)
3.605551275463989 25.019992006393608 22.02271554554524

###Розрахунок дирекційних кутів:
a1 = (AB**2 + AC**2 - BC**2) / (2 * AB * AC)
b1 = (AB**2 + BC**2 - AC**2) / (2 * AB * BC)
c1 = (BC**2 + AC**2 - AB**2) / (2 * BC * AC)
print(a1,b1,c1)
0.8535557305219773 -0.8060044294945224 0.9963554679781087
[5]: a = (180 / math.pi) * math.acos(a1)
b = (180 / math.pi) * math.acos(b1)
c = (180 / math.pi) * math.acos(c1)
print(a,b,c)
31.399457483341227 143.70737027152046 4.89317224513828

##Виділення хвилин та секунд із десяткових градусів
a_g = numpy.fix(a)
a_m = numpy.fix((a - a_g) * 60)
a_s = (a - (a_g + a_m / 60)) * 3600
print(a_g,a_m,a_s)
##Виведення інформації про кут A
31.0 23.0 58.04694002841728
```

```
##Виведення інформації про кут В
b_g = numpy.fix(b)
b_m = numpy.fix((b - b_g) * 60)
b_s = (b - (b_g + b_m / 60)) * 3600
print(b_g,b_m,b_s)

##Перевірка
Summ = a + b + c
Delta = Summ - 180
print(Summ,Delta)
```

## Завдання 2. Розрахунок неприступної відстані

Нехай необхідно обчислити відстань від точки А до точки В, між якими є неприступна перешкода (рис. 2).

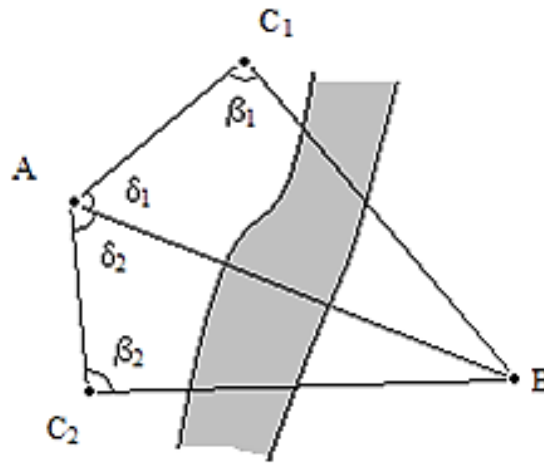


Рис. 2. Схема для обчислення неприступної відстані

Припустимо, що ми маємо дані вимірювань, згідно з якими відомі відстані  $AC_1$ ,  $AC_2$  і т.д. (бази), кути  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  і т.д. і кути  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  і т.д.

Для того, щоб зробити обчислення запишемо теорему синусів для трикутника  $ABC_1$ :

$$\frac{AB}{\sin \beta_1} = \frac{AC_1}{\sin(180 - \delta_1 - \beta_1)}$$

З цієї формули висловимо АВ:

$$AB = AC_1 \frac{\sin \beta_1}{\sin(180 - \delta_1 - \beta_1)}$$

Якщо в нашому розпорядженні буде чотири комплекти вимірювань, то як найточніше значення АВ слід вибрати середнє значення, обчислене за чотирма значеннями:

$$AB_{\text{ф}} = \frac{(AB)_1 + (AB)_2 + (AB)_3 + (AB)_4}{4}$$

Вихідні дані:

Таблиця 2

### Вихідні дані для розрахунку неприступної відстані

№	АС	$\delta$		$\beta$	
		Г	ХВ	Г	ХВ
1	204,66	88	27	48	21
2	165,49	88	23	54	31
3	175,96	87	50	53	7
4	240,53	82	46	46	13

## 2.1. Розрахунок у Mathcad

Вирішення завдання на обчислення неприступної відстані MathCad можна зробити з використанням наступної послідовності дій:

Введення базисів

$$AC1:=204.66 \quad AC2:=165.49 \quad AC3:=175.96 \quad AC4:=240.53$$

1. Введення першого та другого кута та переведення в радіани.

$$\delta_1 := \left(88 + \frac{27}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad \delta_2 := \left(88 + \frac{23}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad \delta_3 := \left(87 + \frac{50}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad \delta_4 := \left(82 + \frac{46}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$\beta_1 := \left(48 + \frac{21}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad \beta_2 := \left(54 + \frac{31}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad \beta_3 := \left(53 + \frac{7}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad \beta_4 := \left(46 + \frac{13}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180}$$

2. Розрахунок відстаней

$$AB1 := AC1 \cdot \frac{\sin(\beta_1)}{\sin(\pi - \delta_1 - \beta_1)} \quad AB2 := AC2 \cdot \frac{\sin(\beta_2)}{\sin(\pi - \delta_2 - \beta_2)}$$

$$AB3 := AC3 \cdot \frac{\sin(\beta_3)}{\sin(\pi - \delta_3 - \beta_3)} \quad AB4 := AC4 \cdot \frac{\sin(\beta_4)}{\sin(\pi - \delta_4 - \beta_4)}$$

3. Обчислення відповіді

$$AB = \frac{AB1 + AB2 + AB3 + AB4}{4}$$

$$AB=223.399 \quad \text{Після заокруглення } AB=223.4$$

## 2.2. Розрахунок у MatLab

Вирішення завдання на обчислення неприступної відстані в MatLab можна зробити з використанням наступної послідовності операторів:

```
clc, clear, close all
```

```
##Вводимо вихідні дані
```

```
ac1 = 204.66;
```

```
ac2 = 165.49;
```

```
ac3 = 175.96;
```

```
ac4 = 240.53;
```

```
delt1 = 88 + 27/60;
```

```
delt2 = 88 + 23/60;
```

```
delt3 = 87 + 50/60;
```

```
delt4 = 82 + 46/60;
```

```
beta1 = 48 + 21/60;
```

```
beta2 = 54 + 31/60;
```

```
beta3 = 53 + 7/60;
```

```
beta4 = 46 + 13/60;
```

```

##Розрахунок синусів
sin11 = sin(beta1 * pi/180);
sin12 = sin((180 - delt1 - beta1)* pi/180);
AB1 = ac1 * sin11 / sin12

sin21 = sin(beta2 * pi/180);
sin22 = sin((180 - delt2 - beta2)* pi/180);
AB2 = ac2 * sin21 / sin22

sin31 = sin(beta3 * pi/180);
sin32 = sin((180 - delt3 - beta3)* pi/180);
AB3 = ac3 * sin31 / sin32

sin41 = sin(beta4 * pi/180);
sin42 = sin((180 - delt4 - beta4)* pi/180);
AB4 = ac4 * sin41 / sin42

##Знаходимо середнє значення
AB = (AB1 + AB2 + AB3 + AB4) / 4AB

AB1 = 223.40, AB2 = 223.40, AB3 = 223.40, AB4 = 223.40
AB = 223.40

```

### 2.3. Розрахунок за допомогою Python

```

import math
import numpy

##Вводимо вихідні дані
ac1 = 271.3222
ac2 = 261.2045
ac3 = 295.9139
ac4 = 305.3114
delt1 = 73 + 52/60
delt2 = 74 + 57/60
delt3 = 77 + 8/60
delt4 = 83 + 54/60
beta1 = 49 + 45/60
beta2 = 50 + 42/60
beta3 = 45 + 13/60
beta4 = 41 + 33/60

```

```
print(delt1,delt2,delt3,delt4,beta1,beta2,beta3,beta4)
```

```
##Розрахунок синусів
```

```
sin11 = math.sin(beta1 * math.pi/180);
```

```
sin12 = math.sin((180 - delt1 - beta1)* math.pi/180);
```

```
AB1 = ac1 * sin11 / sin12
```

```
print(sin11,sin12,AB1)
```

```
sin21 = math.sin(beta2 * math.pi/180);
```

```
sin22 = math.sin((180 - delt2 - beta2)* math.pi/180);
```

```
AB2 = ac2 * sin21 / sin22
```

```
print(sin21,sin22,AB2)
```

```
sin31 = math.sin(beta3 * math.pi/180);
```

```
sin32 = math.sin((180 - delt3 - beta3)* math.pi/180);
```

```
AB3 = ac3 * sin31 / sin32
```

```
print(sin31,sin32,AB3)
```

```
sin41 = math.sin(beta4 * math.pi/180);
```

```
sin42 = math.sin((180 - delt4 - beta4)* math.pi/180);
```

```
AB4 = ac4 * sin41 / sin42
```

```
print(sin41,sin42,AB4)
```

```
##Знаходимо середнє значення
```

```
AB = (AB1 + AB2 + AB3 + AB4) / 4
```

```
print(AB)
```

### Завдання 3. Розрахунок перевищення

Нехай дані результати вимірювань (рис. 3), проведених за допомогою геодезичних приладів.

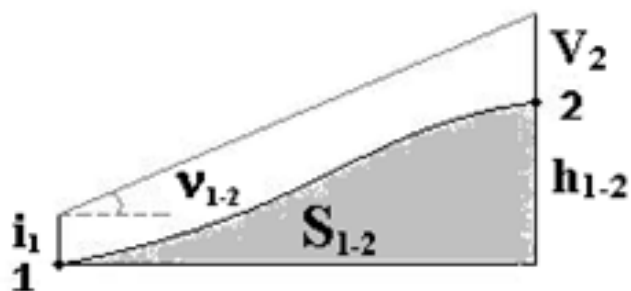


Рис. 3. Схема для обчислення перевищення

Для того щоб визначити перевищення точки 1 над точкою 2 необхідно за допомогою приладу, розташованого на висоті над поверхнею землі  $i_1$ , встановленого в точці 1, виміряти кут  $v$  1-2 між горизонтальною площиною та напрямком на верхній край рейки, довжиною  $V_2$ , та встановленою вертикально у точці 2. Крім цього у розпорядженні обчислювача є відстань  $S_{1-2}$ . Таким чином, для обчислення  $h_{1-2}$  необхідно виходити з популярності: відстані  $S_{1-2}$ , кута 1-2, висот  $i_1$  і  $V_2$ . Крім величини відстані  $S_{1-2}$ , вираженого в метрах, потрібна величина  $S_{км}$ . Це та сама величина, але виражена в кілометрах ( $S_{км}=S_{1-2}/1000$ ). Розрахунок проводиться за формулою:

$$h_{1-2} = S_{1-2} \operatorname{tg} v_{1-2} + i_i - V_2 + 0.0675 S_{км}^2.$$

Вихідні дані:

Таблиця 3

Вихідні дані до розрахунку перевищення

№	i	$S_{1-2}$	v		$V_2$
			°	'	
16	1.09	2464.70	-2	-45.0	4

#### 3.1. Розрахунок у Mathcad

Вирішення завдання на обчислення перевищення MathCad можна зробити з використанням наступного коду:

$$i_1 := 1.09 \quad s_{км} := 2464.7 \quad v_2 := 4$$

$$n := -\left(2 + \frac{45.0}{60}\right)$$

$$h := s \cdot \tan\left(n \cdot \frac{\pi}{180}\right) + i1 - v2 + 0.0675 \left(\frac{s}{1000}\right)^2$$

$$h = -120.888$$

### 3.2. Розрахунок у MatLab

Вирішення завдання на обчислення перевищення в MatLab можна зробити з використанням наступної послідовності операторів:

```
##Очищення вікна команд, змінних та закриття графіків
clc, clear, close all

##Вводимо вихідні дані
i1 = 1.09
s12 = 2464.70
nu = -(2 + 45 / 60)
V2 = 4

##Розрахунок перевищення
h12 = s12 * tan (nu * pi / 180) + i1 - V2 + 0.0675 * (s12 / 1000)^2
h12 = -120.89 м
```

### 3.3. Розрахунок за допомогою Python

```
import math
import numpy

##Вводимо вихідні дані
i1 = 1.8
s12 = 2664
nu = (6 + 56 / 60)
V2 = 0.82
print(i1,s12,nu,V2)

##Розрахунок перевищення
h12 = s12 * math.tan (nu * math.pi / 180) + i1 - V2 + 0.0675 * (s12 / 1000)**2
print(h12)
```

#### Завдання 4. Вирішення прямої кутової засічки за формулами Юнга

Розглянемо розрахунок координат віддаленої точки за формулами Юнга. Дані точки 1 та 2 з координатами  $x_1, y_1$  та  $x_2, y_2$ , відповідно. Крім цього за допомогою кутомірного інструменту виміряно два кути  $\beta_1$  і  $\beta_2$  (Рис. 4).

При вирішенні геодезичних завдань на відміну загальноприйнятих обчислень передбачається, що осі координат  $ox$  і  $oy$  переставлені місцями (див. рис.1).

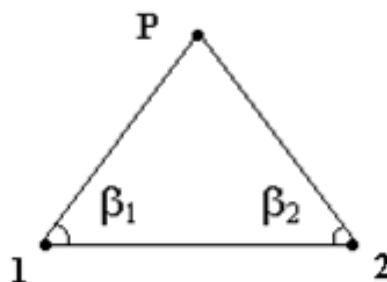


Рис. 4. Розрахунок координат за формулами Юнга.

Розрахунок координат точки P можна виконати за формулами:

$$x_p = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + x_2 \operatorname{ctg} \beta_1 - y_1 + y_2}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}$$
$$y_p = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + y_2 \operatorname{ctg} \beta_1 + x_1 - x_2}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}$$

Вихідні дані:

$$x_1 = 47; y_1 = 48; x_2 = 54; y_2 = 51; \beta_1 = 48^\circ 13' 45,4''; \beta_2 = 48^\circ 44' 5,6''$$

#### 4.1. Розрахунок у Mathcad

Розв'язання задачі обчислення координат віддаленої точки за формулами Юнга можна зробити з використанням наступного коду:

Вихідні дані:

$$x1 := 47 \quad x2 := 54$$

$$y1 := 48 \quad y2 := 51$$

$$\beta1 := 48 + \frac{13}{60} + \frac{45,4}{3600} = 48,2293$$

$$\beta2 := 48 + \frac{44}{60} + \frac{5,6}{3600} = 48,7349$$

$$\beta1 := \beta1 \cdot \frac{\pi}{180} \quad \beta2 := \beta2 \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$x_p := \frac{\frac{x_1}{\operatorname{tg}(\beta_2)} + \frac{x_2}{\operatorname{tg}(\beta_1)} - y_1 + y_2}{\frac{1}{\operatorname{tg}(\beta_1)} + \frac{1}{\operatorname{tg}(\beta_2)}}$$

$$x_p = 52,2254$$

$$y_p = 45,5599$$

$$y_p := \frac{\frac{y_1}{\operatorname{tg}(\beta_2)} + \frac{y_2}{\operatorname{tg}(\beta_1)} + x_1 - x_2}{\frac{1}{\operatorname{tg}(\beta_1)} + \frac{1}{\operatorname{tg}(\beta_2)}}$$

Функції  $\operatorname{ctg}(\beta)$  у Mathcad немає, тому ми замінюємо  $\operatorname{ctg}(\beta)$  на  $1/\tan(\beta)$ .

## 4.2. Розрахунок у MatLab

Розв'язання задачі обчислення координат точки за формулами Юнга можна зробити з використанням наступної послідовності операторів:

```
##Очищення вікна команд, змінних та закриття графіків
clc, clear, close all

##Вводимо вихідні дані
x1 = 35;
y1 = 72;
x2 = 94;
y2 = 69;
beta1 = 19 + 32/60 + 53.0/3600;
beta2 = 31 + 17/60 + 33/3600;

##Розрахунок котангенсів кутів бета
ctg1 = 1 / tan(beta1 * pi / 180);
ctg2 = 1 / tan(beta2 * pi / 180);

##Розрахунок координат невідомої точки P
xp = (x1 * ctg2 + x2 * ctg1 - y1 + y2) / (ctg1 + ctg2)
yp = (y1 * ctg2 + y2 * ctg1 - x2 + x1) / (ctg1 + ctg2)

P = [xp,yp]
```

## 4.3. Розрахунок за допомогою Python

```
import math
import numpy

#Вводим вихідні дані:
x1 = 67
y1 = 63
x2 = 27
```

```

y2 = 51
b1g = 32
b1m = 11
b1s = 38
b2g = 44
b2m = 15
b2s = 26

b1 = b1g + b1m / 60 + b1s / 3600
b2 = b2g + b2m / 60 + b2s / 3600
b1 = b1 * math.pi/180
b2 = b2 * math.pi/180
print(b1,b2)

xp = (x1 * math.cos (b2) / math.sin (b2) + x2 * math.cos(b1) / math.sin (b1) - y1 + y2) /
(math.cos(b1) / math.sin(b1) + math.cos(b2) / math.sin(b2))
yp = (y1 * math.cos (b2) / math.sin (b2) + y2 * math.cos(b1) / math.sin (b1) + x1 - x2) /
(math.cos(b1) / math.sin(b1) + math.cos(b2) / math.sin(b2))
print(xp,yp)

```

## Завдання 5. Вирішення прямої кутової засічки за формулами Гауса

Задача передбачає визначення координат пункту спостереженням його з двох пунктів з відомими координатами, між якими не має взаємної видимості (рис. 5).

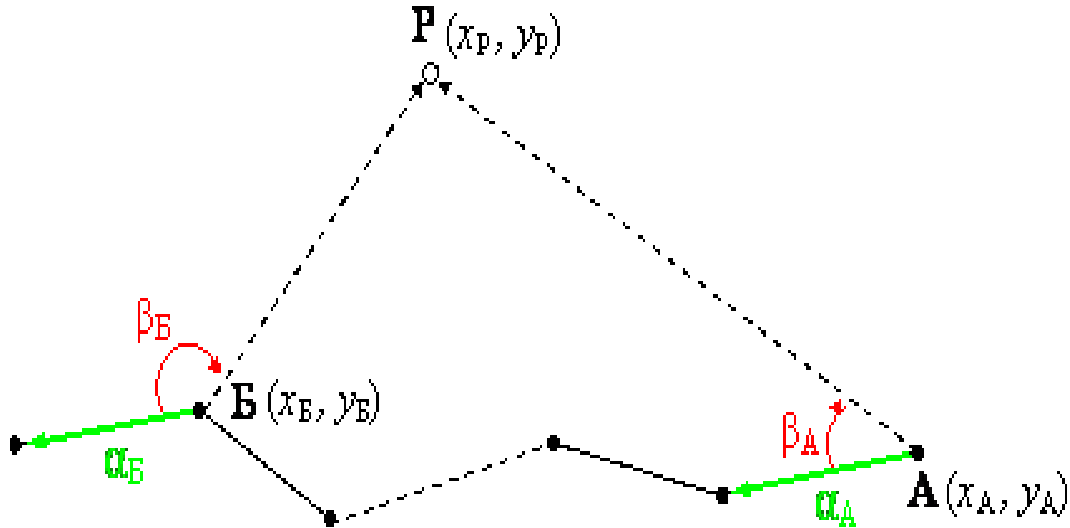


Рис. 5. Схема прямої засічки - метод Гауса

**Відомі:**  $(x_A, y_A), (x_B, y_B)$

**Визначені в ході вимірювань:**  $\alpha_A, \beta_A, \alpha_B, \beta_B$

**Знайти:**  $(x_P, y_P)$

**Рішення:**

1. Позначимо напрямки на з пунктів А та Б на пункт Р, як  $AP$  та  $BP$ :

$$\alpha_{AP} = \alpha_A + \beta_A ;$$

$$\alpha_{BP} = \alpha_B + \beta_B .$$

2. Складаємо рівняння для координати у пункту Р:

$$y_P = (x_P - x_A) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{AP} + y_A ;$$

$$y_P = (x_P - x_B) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{BP} + y_B .$$

3. Віднімаючи з першого рівняння друге маємо формули для визначення координат пункту, що спостерігається з точок А та Б:

$$x_P = \frac{x_A \cdot \operatorname{tg} \alpha_{BP} - x_B \cdot \operatorname{tg} \alpha_{AP} + y_B - y_A}{\operatorname{tg} \alpha_{BP} - \operatorname{tg} \alpha_{AP}} ;$$

$$y_P = (x_P - x_A) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{AP} + y_A .$$

## Вихідні дані для вирішення прямої кутової засічки

№	x <sub>a</sub>	y <sub>a</sub>	x <sub>b</sub>	y <sub>b</sub>	αap		αbp	
					Г	М	Г	М
16	48	50	52	51	34	58	129	27

## 5.1. Розрахунок у Mathcad

Розглянемо рішення прикладу для прямого кутового засікання за формулами Гауса за допомогою програми MathCad. Запустимо систему MathCad. Виходитимемо з того, що координати точок задані. Задаватимемо їх за допомогою операції привласнення у робочому полі вікна програми. Для координат точок це можна зробити за допомогою конструкцій  $x_1 := 48$ ,  $y_1 := 50$ ,  $x_2 := 52$ ,  $y_2 := 51$ . Для набору знака := скористайтеся кнопкою := з панелі Арифметика. Потім слід обчислити величину кута в градусах із частками:

$$\alpha := \left(34 + \frac{58}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad \beta := \left(309 + \frac{27}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180}$$

Множник  $\frac{\pi}{180}$  необхідний для переведення із градусів у радіани. Потім ми вводимо формули для розрахунку прямої кутової засічки:

$$x_p := \frac{x_1 \cdot \tan(\alpha) - x_2 \cdot \tan(\beta) + y_2 - y_1}{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}$$

$$y_p := y_1 + (x_p - x_1) \cdot \tan(\alpha)$$

Для виведення значень користуємося знаком “=”.

$$x_p = 51.061 \quad y_p = 52.141$$

Таким чином, весь обчислювальний код матиме вигляд:

$$x_1 := 48 \quad y_1 := 50 \quad x_2 := 52 \quad y_2 := 51$$

$$\alpha := \left(34 + \frac{58}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \quad \beta := \left(309 + \frac{27}{60}\right) \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$x_p := \frac{x_1 \cdot \tan(\alpha) - x_2 \cdot \tan(\beta) + y_2 - y_1}{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}$$

$$y_p := y_1 + (x_p - x_1) \cdot \tan(\alpha)$$

$$x_p = 51.061 \quad y_p = 52.141$$

Альтернативний варіант розрахунку:

Вихідні дані:

$$x1 := 48 \quad x2 := 52 \quad y1 := 50 \quad y2 := 51$$

$$\alpha := 34 + \frac{58}{60} = 34.9667 \quad \beta := 129 + \frac{27}{60} = 129.45$$

$$t1 := \operatorname{tg} \left( \alpha \cdot \frac{\pi}{180} \right) \quad t2 := \operatorname{tg} \left( \beta \cdot \frac{\pi}{180} \right)$$

Результат:

$$Xp := \frac{(x1 \cdot t1 - x2 \cdot t2 + y2 - y1)}{(t1 - t2)} = 51.0612$$

$$Yp := y1 + (Xp - x1) \cdot t1 = 52.1408$$

## 5.2. Розрахунок у MatLab

Розв'язання задачі обчислення координат точки за формулами Гауса можна зробити з використанням наступної послідовності операторів:

```
##Очищення вікна команд, змінних та закриття графіків  
clc, clear, close all
```

```
##Вводимо вихідні дані
```

```
x1 = 48;
```

```
x2 = 52 ;
```

```
y1 = 50;
```

```
y2 = 51;
```

```
##Вводимо кут альфа в десяткових градусах
```

```
alfa1 = 34 + 58 / 60;
```

```
alfa2 = 309 + 27 / 60;
```

```
##Розрахунок тангенсів
```

```
tg1 = tan (alfa1 * pi / 180)
```

```
tg2 = tan (alfa2 * pi / 180)
```

```
deltaTag = tg1 - tg2
```

```
##Розрахунок координат
```

```
Xp = (x1 * tg1 - x2 * tg2 + y2 - y1) / deltaTag
```

```
Yp = y1 + (Xp - x1) * tg1
```

```
alfa1 = 34.967
```

```
alfa2 = 309.45
```

```
Xp = 51.061
```

```
Yp = 52.141
```

### 5.3. Розрахунок за допомогою Python

```
import math
import numpy

##Вводимо вихідні дані
x1 = 182
x2 = 165
y1 = 72
y2 = 118

##Вводимо кут альфа в десяткових градусах
alfa1 = 219 + 48/60 + 36/3600
alfa2 = 250 + 10/60 + 48/3600
print(alfa1,alfa2)

##Розрахунок тангенсів:
tg1 = math.tan(alfa1 * math.pi / 180)
tg2 = math.tan(alfa2 * math.pi / 180)
deltaTag = tg1 - tg2
print(tg1,tg2,deltaTag)

##Розрахунок координат:
Xp = (x1 * tg1 - x2 * tg2 + y2 - y1) / deltaTag
Yp = y1 + (Xp - x1) * tg1
print(Xp,Yp)
```

### Завдання 6. Розв'язання оберненої геодезичної задачі

Оберненою задачею в геодезії називають задачу визначення по відомих координатах двох точок відстані між ними та взаємних дирекційних кутів (рис. 6).

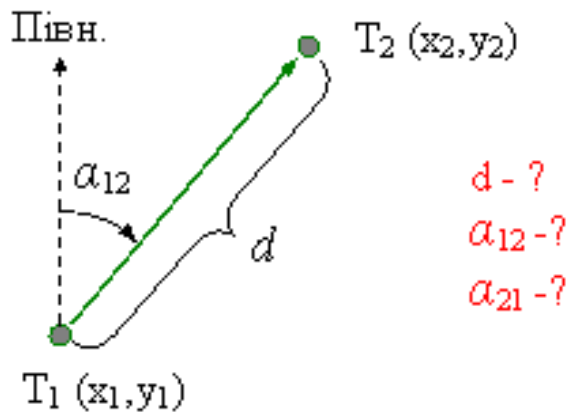


Рис. 6. Схема оберненої геодезичної задачі

**Відомі:**  $x_1, y_1, x_2, y_2$ ,

**Знайти:**  $d, \alpha_{12}, \alpha_{21}$

**Рішення:**

1. Визначаємо відстань між двома точками:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

2. Визначаємо румб з першої точки на другу:

$$r = \arctg \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

6. Від румба  $r$  переходимо до дирекційного кута  $\alpha$

	I четверть. $\alpha = r$ $\Delta y > 0, \Delta x > 0$
	II четверть. $\alpha = 180 - r$ $\Delta y > 0, \Delta x < 0$
	III четверть. $\alpha = 180 + r$ $\Delta y < 0, \Delta x < 0$
	IV четверть. $\alpha = 360 - r$ $\Delta y < 0, \Delta x > 0$

4. Визначаємо значення кута зворотнього напрямку:

$$\alpha_{21} = |\alpha_{12} + 180|_{360}$$

## Вихідні дані для вирішення ОГЗ

$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$
1,75	8,40	7,14	7,57

## 6.1. Розрахунок у Mathcad

При розрахунку оберненої геодезичної задачі потрібно спланувати алгоритм вирішення переходу від румба до дирекційного кута (рис.7)

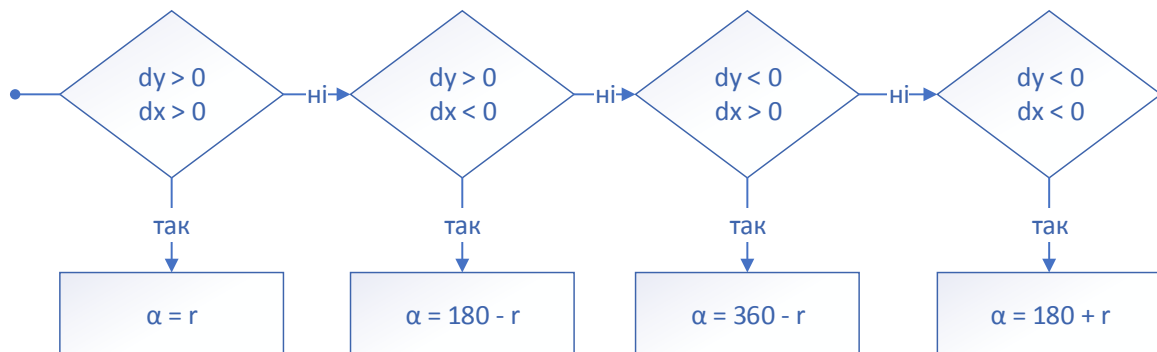


Рис. 7. Алгоритм вибору формули переходу від румба до дирекційного кута

Таким чином, весь обчислювальний код матиме вигляд:

Вихідні дані

$$x1 := 11,75 \quad y1 := 8,4 \quad x2 := 7,14 \quad y2 := 7,57$$

Розрахунок

$$dx := x2 - x1 \quad dy := y2 - y1 \quad r := \left| \arctg \left( \frac{dy}{dx} \right) \cdot \frac{180}{\pi} \right| = 10,2064$$

```

if (dx > 0) ∧ (dy > 0)
  a := r
else
  if (dx < 0) ∧ (dy > 0)
    a := 180 - r
  else
    if (dx < 0) ∧ (dy < 0)
      a := 180 + r
    else
      a := 360 - r
  
```

Результат

$$a = 190,2064$$

## 6.2. Розрахунок у MatLab

Вирішення оберненої геодезичної задачі за допомогою MatLab можна зробити з використанням наступної послідовності операторів:

```
clc, clear, close all
##Імпорт координат
x1 = 1.75;
x2 = 7.14;
y1 = 8.40;
y2 = 7.57;

##Розрахунок різниць координат
dx_21 = x2 - x1; ## розрахунок dx
dy_21 = y2 - y1;

##Розрахунок румба
r12 = atan(abs(dy_21 / dx_21)) * 180 / pi; ## функція abs використана для виключення
від'ємних значень, 180/pi для переходу від радіан в градуси

##Визначення дирекційного кута
if dy_21 > 0 && dx_21 > 0
alpha12 = r12;
elseif dy_21 > 0 && dx_21 < 0
alpha12 = 180 - r12;
elseif dy_21 < 0 && dx_21 > 0
alpha12 = 360 - r12;
else
alpha12 = 180 + r12;
endif
##Розрахунок відстаней
S12 = sqrt(dx_21^2 + dy_21^2)
```

## 6.3. Розрахунок за допомогою Python

```
import math
import numpy

##Імпорт координат
x1 = 164
x2 = 26
y1 = 285
y2 = 30
```

```
##Розрахунок різниць координат
dx_21 = x2 - x1
dy_21 = y2 - y1
print(dx_21,dy_21)

##Розрахунок румба
r12 = math.atan(abs(dy_21 / dx_21)) * 180 / math.pi
print(r12)

if dy_21 > 0 and dx_21 > 0:
    alpha12 = r12
elif dy_21 > 0 and dx_21 < 0:
    alpha12 = 180 - r12
elif dy_21 < 0 and dx_21 > 0:
    alpha12 = 360 - r12
else:
    alpha12 = 180 + r12
print(r12)

##Розрахунок відстаней
S12 = math.sqrt(dx_21**2 + dy_21**2)
print(S12)
```

## Завдання 7. Рішення оберненої кутової засічки за формулами Праніс-Праневича

Завдання ставиться так, що потрібно обчислити координати точки Р за координатами трьох заданих точок та двома кутами (рис. 8).

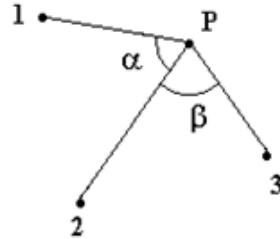


Рис. 8. Схема для обчислення за формулами Праніс-Праневич

Розрахунок невідомих координат точки Р може бути зроблений за формулами Праніс-Праневича:

$$tgQ = \frac{(y_2 - y_1)ctg\alpha - (y_3 - y_2)ctg\beta + x_1 - x_3}{(x_2 - x_1)ctg\alpha - (x_3 - x_2)ctg\beta - y_1 + y_3};$$

$$N = (y_2 - y_1)(ctg\alpha - tgQ) - (x_2 - x_1)(1 + ctg\alpha tgQ);$$

$$\Delta x = \frac{N}{1 + tg^2 Q}; \Delta y = \Delta x tgQ; x_p = x_2 + \Delta x; y_p = y_2 + \Delta y$$

Таблиця 6

### Вихідні дані для знаходження оберненої кутової засічки

$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$x_3$	$y_3$	$\alpha$		$\beta$	
						°	'	°	'
2,51	1,46	0,82	3,98	2,04	7,24	20	3,7	18	26,5

### 7.1. Розрахунок у Mathcad

Рішення зворотного кутового засікання за формулами Праніс-Праневича можна зробити з використанням наступного коду:

```

x1 := 2.51 y1 := 1.46 x2 := 0.82 y2 := 3.98 x3 := 2.04 y3 := 7.24
al := 20 + 3.7/60 be := 18 + 26.5/60
al := al * pi/180 be := be * pi/180
tgq := ((y2 - y1) * cot(al) - (y3 - y2) * cot(be) + x1 - x3) /
        ((x2 - x1) * cot(al) - (x3 - x2) * cot(be) - y1 + y3)
n := (y2 - y1) * (cot(al) - tgq) - (x2 - x1) * (1 + cot(al) * tgq)
dx := n / (1 + tgq^2)
dy := dx * tgq
xp := x2 + dx yp := y2 + dy
xp = 6.344 yp = 9.282
    
```

## 7.2. Розрахунок у MatLab

Рішення оберненої кутової засічки за формулами Праніс-Праневича можна зробити з використанням наступної послідовності операторів:

```
clc, clear, close all
##Введення вихідних даних
x1 = 2.51;
y1 = 1.46;
x2 = 0.82;
y2 = 3.98;
x3 = 2.04;
y3 = 7.24;
alf = 20 + 3.7/60;
bet = 18 + 26.5/60;

##Введення додаткових змінних
ctng_alf = 1 / tan(alf * pi/180);
ctng_bet = 1 / tan(bet * pi/180);
dx21 = x2 - x1;
dx32 = x3 - x2;
dy21 = y2 - y1;
dy32 = y3 - y2;

##Розрахунок тангенса Q та N
tgQ = (dy21 * ctng_alf - dy32 * ctng_bet + x1 - x3)/(dx21 * ctng_alf - dx32 * ctng_bet - y1
+ y3);
N = dy21 * (ctng_alf - tgQ) - dx21 * (1 + ctng_alf * tgQ);

##Знаходження приростів координат
Dx = N / (1 + tgQ^2)
Dy = Dx * tgQ

##Розрахунок кінцевих координат
xp = x2 + Dx
yp = y2 + Dy
```

### 7.3. Розрахунок за допомогою Python

```
import math
import numpy

##Введення вихідних даних
x1 = 65
y1 = 52
x2 = 120
y2 = 38
x3 = 101
y3 = 129
alf = 59 + 56/60
bet = 0 + 27/60
print(alf,bet)

##Введення додаткових змінних
ctng_alf = 1 / math.tan(alf * math.pi/180)
ctng_bet = 1 / math.tan(bet * math.pi/180)
dx21 = x2 - x1
dx32 = x3 - x2
dy21 = y2 - y1
dy32 = y3 - y2
print(ctng_alf,ctng_bet,dx21,dx32,dy21,dy32)

##Розрахунок тангенса Q та N
tgQ = (dy21 * ctng_alf - dy32 * ctng_bet + x1 - x3)/(dx21 * ctng_alf - dx32 * ctng_bet - y1
+ y3)
N = dy21 * (ctng_alf - tgQ) - dx21 * (1 + ctng_alf * tgQ)
print(tgQ,N)
```

## Завдання 8. Побудова поверхні за результатами топографічного знімання рельєфу

### 8.1. Вирішення в Матлаб

Вирішення цієї задачі засобами Octave можна зробити з використанням такої послідовності операторів:

```
clc, clear, close all
##Імпорт даних
M = dlmread('praktik8.txt', ','); ## зчитування файла в матрицю, роздільний знак кома
x = M(:,1); ## створення матриці значень x
y = M(:,2); ## створення матриці значень y
z = M(:,3); ## створення матриці значень z

##Побудова грід моделі
[xx,yy] = meshgrid (min(x):5:max(x),min(y):5:max(y));
zz = griddata (x, y, z, xx, yy);

##Побудова поверхонь
figure(1)
mesh (xx, yy, zz);
figure(2)
surf (xx, yy, zz);
figure(3)
surfl (xx, yy, zz);
figure(4)
surfc (xx, yy, zz);
figure(5)
contour (xx, yy, zz);
```

### 8.2. Розрахунок за допомогою Python

```
## Імпорт бібліотеки numpy та додаткових модулів для побудови зображень
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
## Jupyter Notebook не відображає графіки викликаних функцій автоматично. Для
того, щоб графік відображався в Jupyter Notebook, потрібно використовувати
спеціальну магічну команду %matplotlib inline перед викликом функції plot() або
show()
%matplotlib inline
```

```
## Імпорт даних з текстового файлу з вказанням роздільника даних (параметр
delimiter)
data = np.loadtxt('name.txt', skiprows = 0, delimiter = ',', dtype = 'f' )
## Створення векторів даних для кожної координати за допомогою масивів даних
numpy
x = data[:,0]
y = data[:,1]
z = data[:,2]
## Побудова поверхні та виведення на екран
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot_trisurf(x, y, z, cmap='viridis')
plt.show()
## Збереження графіка у файл на ПК
plt.savefig('surface_plot.png', dpi=300, bbox_inches='tight')
```

## Варіанти вихідних даних до завдань

### Завдання 1

Варіант	x1	y1	x2	y2	x3	y3
1	3	6	-3	3	-2	-8
2	13	4	-19	-6	-8	13
3	2	11	8	3	-1	-6
4	-3	-10	-1	-1	12	6
5	-2	9	11	17	2	7
6	2	12	-12	-17	12	-2
7	7	-18	7	16	-18	3
8	8	15	-16	4	-20	1
9	13	4	-2	-18	-13	-9
10	20	-5	-3	15	-12	-17
11	5	-2	-4	-8	-13	-5
12	-15	-18	-19	-9	-18	-7
13	-10	-6	3	-19	11	-5
14	6	-17	-3	11	-18	-17
15	16	-5	-10	13	-9	-6
16	-7	-6	2	-16	-9	4
17	10	-19	6	7	-10	-17
18	-6	-12	13	5	11	-18
19	-7	2	15	5	-2	-17
20	-4	8	-19	-6	6	-8
21	-5	15	16	16	3	-16
22	-3	19	16	9	3	14
23	-19	17	-18	-3	4	-17
24	3	20	-4	-4	3	0
25	-7	20	-6	6	-20	1
26	4	-15	-6	-2	13	-20
27	-14	-17	6	-3	1	18
28	8	10	2	4	10	15
29	-10	8	-1	8	-11	-11
30	1	20	-15	-2	9	5
31	-18	8	6	19	10	-11
32	7	10	-15	-9	12	-20
33	17	6	-17	4	-9	8
34	-9	18	-8	8	-14	-9
35	-13	5	-18	-8	-13	3
36	-10	-3	6	-7	-6	17
37	-16	9	-2	19	-10	7
38	-9	15	10	-1	-12	-2
39	2	-4	-4	-10	17	2
40	-10	5	-8	2	-9	-20
41	13	17	-19	9	0	-10
42	11	-20	-7	-16	-6	-1
43	7	10	8	4	15	-7
44	12	15	12	1	-15	19
45	-6	-20	15	15	11	-18
46	-10	7	12	19	15	-6
47	-2	20	18	2	17	5
48	-5	-1	-8	-8	10	-8
49	-10	-6	-2	19	4	-15

## Завдання 2

№вар	№	АС	δ		β	
			Г	ХВ	Г	ХВ
1	1	148	80	2	40	2
	2	56.88	66	45	82	27
	3	25.25	78	6	88	38
	4	33.81	75	30	86	38
2	1	201.55	84	52	44	50
	2	237.14	87	26	38	52
	3	205.83	77	31	47	23
	4	207.54	65	34	52	3
3	1	301.034	76	32	46	40
	2	295.9376	68	29	50	36
	3	300.6676	75	26	47	10
	4	262.6167	73	5	53	19
4	1	276.2628	70	59	48	0
	2	332.7212	66	26	42	0
	3	386.626	65	56	36	23
	4	352.8772	80	35	36	22
5	1	246.0587	69	21	51	34
	2	309.8644	71	30	41	46
	3	201.852	82	3	52	29
	4	217.4109	88	45	46	35
6	1	312.8354	70	49	45	19
	2	359.7261	85	59	35	49
	3	401.1988	75	23	35	17
	4	326.9997	86	7	38	32
7	1	395.4425	72	48	39	5
	2	332.351	75	25	44	29
	3	273.5673	71	19	53	37
	4	347.9433	66	33	45	39
8	1	270.4016	80	32	53	12
	2	334.0698	69	47	50	39
	3	333.493	65	41	52	26
	4	363.4715	70	15	47	5
9	1	239.7504	75	24	52	8
	2	277.82	80	20	44	42
	3	224.1472	79	20	52	30
	4	206.2228	78	59	55	34
10	1	293.3596	71	6	55	50
	2	417.591	80	48	39	5
	3	420.3333	73	18	41	8
	4	283.6884	74	3	55	34
11	1	297.3977	87	37	44	8
	2	310.8179	79	21	46	27
	3	254.2127	84	56	50	17
	4	333.4821	76	56	44	59
12	1	314.0075	71	22	50	33
	2	405.829	68	32	41	26
	3	228.4444	83	22	55	26
	4	308.8137	77	33	48	27
13	1	339.4524	85	4	37	26

	2	227.5408	85	42	49	23
	3	286.8237	89	52	40	31
	4	255.6509	79	14	48	52
14	1	388.8528	74	31	39	45
	2	240.5798	79	39	54	28
	3	333.3829	65	59	48	14
	4	401.0915	80	39	37	1
15	1	360.7564	66	28	50	33
	2	393.1743	65	0	47	21
	3	426.5725	74	59	41	9
	4	459.9324	76	31	38	9
16	1	318.8265	67	34	55	47
	2	443.7762	67	20	42	7
	3	511.3936	68	21	36	37
	4	353.7308	81	51	45	19
17	1	421.6237	81	23	41	47
	2	332.318	82	53	48	53
	3	429.9482	77	5	42	40
	4	332.9125	85	50	47	20
18	1	327.9148	78	35	54	37
	2	289.2393	89	58	51	45
	3	353.9067	85	56	48	7
	4	410.7902	68	46	50	52
19	1	354.372	83	24	51	16
	2	536.1118	78	32	39	42
	3	366.5723	72	47	55	53
	4	658.5187	66	48	35	15
20	1	525.2249	75	36	36	56
	2	504.0074	80	33	36	57
	3	457.951	82	43	39	16
	4	507.0332	80	34	36	46
21	1	323.8771	73	27	48	36
	2	362.2346	71	56	44	55
	3	456.7871	70	33	36	48
	4	306.7067	82	10	46	42
22	1	358.3388	79	54	41	26
	2	413.6683	79	16	37	0
	3	279.3509	75	54	51	49
	4	398.6442	79	8	38	13
23	1	307.0483	68	27	51	6
	2	372.0825	78	43	40	14
	3	252.2113	80	3	52	53
	4	320.8873	79	52	44	46
24	1	273.3546	67	9	41	24
	2	267.6471	69	50	41	34
	3	229.8553	71	9	47	1
	4	202.1111	87	4	44	43
25	1	276.9579	79	21	38	57
	2	190.5002	75	1	53	53
	3	205.298	83	5	47	14
	4	249.2718	67	42	46	23
26	1	233.4729	66	51	55	29
	2	385.1906	68	11	35	7
	3	190.807	81	16	55	14

	4	256.3731	88	53	42	6
27	1	302.4862	86	32	37	2
	2	246.249	83	7	44	37
	3	255.3739	70	52	48	22
	4	197.291	86	5	50	7
28	1	309.376	77	9	41	13
	2	356.1555	70	39	38	2
	3	205.4717	78	52	54	44
	4	298.8575	66	52	45	43
29	1	282.9091	79	18	43	13
	2	195.4661	80	18	55	18
	3	286.6921	86	35	40	1
	4	348.2996	80	49	36	2
30	1	197.8787	82	34	52	51
	2	219.8065	72	20	54	41
	3	250.1155	83	43	44	43
	4	369.3752	70	28	35	44
31	1	278.3001	83	47	48	50
	2	291.6796	74	22	51	54
	3	446.1526	76	28	36	6
	4	310.0358	82	36	45	55
32	1	345.1033	86	10	35	46
	2	342.5008	68	52	40	48
	3	338.7476	78	53	38	32
	4	292.7443	73	33	45	19
33	1	326.3066	87	16	42	54
	2	242.2951	86	27	52	17
	3	396.058	67	12	43	24
	4	383.0942	72	54	43	2
34	1	226.4919	88	57	53	18
	2	305.1019	68	22	54	38
	3	283.3476	78	41	52	16
	4	362.5565	82	12	42	22
35	1	237.4844	81	55	53	28
	2	381.2625	77	33	39	25
	3	218.8188	83	46	54	58
	4	293.3549	78	38	48	0
36	1	251.5309	66	33	52	12
	2	256.9482	68	29	50	31
	3	329.7324	86	18	35	41
	4	256.6749	77	39	46	46
37	1	172.2151	87	11	53	55
	2	294.8051	89	14	37	13
	3	270.5494	79	34	43	25
	4	306.7839	68	14	42	31
38	1	285.7437	82	45	39	19
	2	235.0961	65	35	52	58
	3	220.6867	70	36	53	24
	4	243.7194	66	42	50	57
39	1	226.9506	85	59	38	2
	2	181.3057	89	3	43	23
	3	221.239	86	53	38	28
	4	233.4533	78	47	39	31
40	1	271.3222	73	52	49	45

	2	261.2045	74	57	50	42
	3	295.9139	77	8	45	13
	4	305.3114	83	54	41	33
41	1	288.7791	71	18	52	4
	2	384.7174	76	58	39	25
	3	390.1949	69	46	40	51
	4	298.3189	73	9	49	58
42	1	355.6858	89	51	38	8
	2	407.359	78	45	37	45
	3	289.8845	69	39	53	33
	4	385.703	71	43	41	35
43	1	273.435	87	35	51	19
	2	381.8455	82	11	43	36
	3	430.5321	74	17	42	22
	4	433.4808	88	55	37	13
44	1	316.1901	67	47	54	48
	2	410.1299	81	26	39	46
	3	404.1593	86	52	38	19
	4	323.5957	65	40	54	47
45	1	286.0115	78	48	52	34
	2	402.1965	68	23	44	4
	3	269.2821	83	1	52	16
	4	402.0072	87	26	37	54
46	1	500.5197	68	20	38	51
	2	295.4679	82	53	52	0
	3	322.7826	77	4	52	7
	4	352.5403	68	40	52	44
47	1	418.8766	79	1	43	40
	2	355.6744	82	1	47	51
	3	475.865	65	13	43	14
	4	380.6658	68	26	51	29
48	1	374.6313	72	39	45	27
	2	281.6422	82	41	51	26
	3	342.6751	73	57	48	49
	4	377.427	88	29	42	50

### Завдання 3

№	i	S <sub>1-2</sub>	v		V <sub>2</sub>
			г	хв	
1	1.9	2603.8	0	44	2.34
2	1.6	2516.1	1	25	2.62
3	2.1	2403.8	2	30	2.48
4	1.6	2443.8	3	13	2.86
5	1.5	2347.9	4	32	4.08
6	2.1	2324.5	7	19	3.56
7	1.7	2304.1	3	58	2.36
8	1.7	2472.1	5	25	0.9
9	1.8	2619.7	6	53	3.08
10	1.9	2310.7	3	29	1.88
11	1.5	2639.2	1	19	3.41
12	1.6	2660.5	1	25	3.57
13	2.2	2486.9	3	35	5.2
14	1.9	2373.9	4	33	3.66
15	1.7	2524.1	4	12	2.15
16	1.9	2290.5	0	41	0.76
17	1.8	2338.2	5	48	1.16
18	2	2402.2	3	30	2.37
19	2	2354.1	2	17	4.4
20	1.7	2538.7	6	15	2.38
21	1.8	2555.1	2	2	3.14
22	2.1	2517.9	5	37	5.31
23	1.7	2580.1	6	55	1.14
24	1.7	2590.5	4	45	3.49
25	2	2485.8	5	50	1.67
26	1.6	2272.6	1	17	0.65
27	1.5	2336.5	7	29	2.51
28	1.7	2630.5	0	43	4.19
29	1.9	2330.5	4	32	3.12
30	2	2342.1	2	21	1.65
31	1.7	2550.8	2	32	3.62
32	1.5	2462.2	7	4	2.66
33	2.1	2582.2	3	45	4.18
34	1.8	2531.8	5	20	0.51
35	2.2	2338.6	3	28	0.78
36	1.5	2336.8	3	2	2.73
37	2.2	2632.9	4	0	1.4
38	1.9	2364	2	58	3.87
39	2.1	2432.6	5	57	2.91
40	1.8	2664	6	56	0.82
41	1.9	2286.1	2	36	2.16
42	1.8	2302	3	10	3.68
43	2.1	2298.2	7	1	3.53
44	2.1	2532.7	4	11	1.43
45	2.2	2420	2	37	2.88
46	2.2	2531.5	0	42	4.43
47	2.2	2405	7	16	3.58
48	2	2361.8	6	37	2.88
49	1.6	2440.6	4	37	2.13
50	1.9	2411.1	7	10	2.9

### Завдання 4

№	x1	y1	x2	y2	β1			β2		
					гр	хв	сек	гр	хв	сек
1	62	72	42	45	20	59	45.0	10	56	24.0
2	82	99	35	98	30	8	25.0	46	28	59.0
3	96	53	37	68	42	10	9.0	49	56	28.0
4	61	66	50	55	18	59	17.0	24	46	27.0
5	88	65	85	35	22	5	28.0	33	13	10.0
6	39	65	94	84	41	21	52.0	10	27	47.0
7	54	83	72	54	38	32	18.0	23	8	37.0
8	60	90	62	58	18	17	39.0	50	22	51.0
9	35	65	61	69	28	44	24.0	38	7	24.0
10	35	72	94	69	19	32	53.0	31	17	33.0
11	44	28	91	62	44	26	45.0	33	36	55.0
12	94	74	43	58	10	56	5.0	40	14	44.0
13	88	98	53	73	33	6	9.0	16	35	44.0
14	26	72	67	70	31	31	34.0	42	52	31.0
15	50	32	93	91	23	53	19.0	44	13	43.0
16	53	75	37	52	32	15	36.0	14	48	44.0
17	76	93	100	27	29	35	42.0	43	27	10.0
18	27	56	36	25	11	38	56.0	17	32	8.0
19	54	90	90	81	47	29	23.0	19	53	4.0
20	57	77	88	37	24	47	36.0	38	58	58.0
21	38	44	81	63	22	31	33.0	31	8	47.0
22	37	58	32	32	42	50	12.0	36	37	37.0
23	62	100	90	52	39	30	52.0	48	10	37.0
24	88	32	90	67	48	14	41.0	47	17	48.0
25	46	48	92	96	41	34	48.0	30	10	19.0
26	58	36	37	88	12	5	21.0	24	6	13.0
27	36	49	81	34	50	6	12.0	24	23	6.0
28	72	69	85	25	37	27	59.0	41	48	25.0
29	31	45	97	96	41	40	35.0	41	34	13.0
30	84	90	97	74	44	25	53.0	34	45	5.0
31	72	67	63	92	36	34	22.0	23	46	18.0
32	67	76	50	73	27	36	32.0	46	28	39.0
33	46	67	58	96	18	33	29.0	18	26	20.0
34	93	47	49	84	20	43	36.0	17	23	40.0
35	77	79	52	96	32	13	45.0	39	36	45.0
36	95	66	83	38	15	39	56.0	17	55	47.0
37	74	35	56	48	37	30	25.0	22	18	17.0
38	98	35	41	83	45	22	48.0	13	39	16.0
39	65	44	66	85	29	6	3.0	36	25	26.0
40	67	63	27	51	32	11	38.0	44	15	26.0
41	97	93	52	89	16	56	22.0	22	59	39.0
42	32	29	41	56	22	38	3.0	21	20	35.0
43	88	60	73	85	10	47	35.0	25	21	31.0
44	55	93	42	58	35	7	25.0	14	53	34.0
45	48	59	88	78	33	46	8.0	34	15	57.0
46	81	48	75	95	45	57	6.0	32	27	3.0
47	30	46	90	91	42	25	59.0	33	57	44.0
48	71	89	80	38	34	18	58.0	46	10	45.0
49	72	99	71	97	25	11	49.0	11	44	58.0
50	64	83	35	77	31	43	18.0	12	13	9.0

## Завдання 5

№	x <sub>a</sub>	y <sub>a</sub>	x <sub>b</sub>	y <sub>b</sub>	α <sub>ар</sub>			α <sub>бр</sub>		
1	118	122	191	20	109	39	0	120	28	48
2	194	87	61	197	127	47	24	348	6	36
3	97	139	71	83	158	41	60	112	40	12
4	44	73	188	34	66	10	52	122	20	60
5	86	199	101	83	216	22	48	108	25	48
6	114	151	169	64	277	18	36	168	41	24
7	100	142	26	56	219	12	36	94	45	50
8	193	62	138	66	219	57	36	297	13	12
9	129	103	130	109	203	43	12	207	34	48
10	60	87	63	136	333	41	24	313	6	36
11	77	135	121	53	133	25	12	125	5	60
12	82	129	29	114	270	0	0	320	18	0
13	197	70	84	158	144	34	12	151	51	36
14	174	29	41	179	130	4	12	116	34	12
15	189	149	105	42	232	7	48	51	36	18
16	92	128	98	104	140	29	24	131	34	48
17	84	157	26	75	311	34	48	5	11	40
18	102	88	72	54	188	1	48	154	24	0
19	134	191	60	21	349	9	36	53	4	23
20	180	109	132	104	257	15	0	290	9	36
21	111	22	44	99	129	56	24	312	21	36
22	182	74	71	120	183	54	0	323	49	12
23	30	92	161	96	60	43	30	146	35	24
24	128	159	153	112	315	0	0	81	1	37
25	48	20	173	56	47	11	10	89	25	37
26	109	43	150	177	112	46	12	194	2	24
27	25	77	137	166	53	27	18	184	40	12
28	22	150	182	76	343	18	0	122	0	36
29	55	195	106	56	180	0	0	64	56	17
30	178	45	107	116	141	3	36	147	28	48
31	26	190	108	61	309	18	36	327	40	48
32	39	175	82	149	299	48	0	281	44	24
33	29	62	26	156	356	53	24	322	34	48
34	170	64	159	54	114	48	36	108	49	48
35	31	118	111	146	5	3	49	267	16	12
36	133	168	77	126	190	39	36	138	7	12
37	77	49	77	93	215	56	24	241	16	48
38	163	126	60	149	208	9	36	248	30	0
39	98	51	144	97	146	1	12	189	15	36
40	182	72	165	118	219	48	36	250	10	48
41	76	179	171	20	310	51	0	100	46	48
42	137	158	127	169	195	15	36	204	10	12
43	167	126	75	48	287	40	48	4	30	50
44	122	200	37	174	266	55	12	320	3	0
45	188	123	47	32	219	39	36	345	57	36
46	179	168	184	146	184	6	36	176	1	12
47	107	102	167	50	184	12	36	159	50	24
48	110	35	144	60	63	16	52	71	42	14

## Завдання 6

	x1	y1	x2	y2
1	55	48	297	47
2	131	150	99	91
3	286	224	55	181
4	237	114	274	86
5	276	179	270	93
6	191	93	190	112
7	74	147	111	244
8	141	229	114	97
9	59	189	293	290
10	153	290	292	87
11	263	181	247	66
12	39	273	199	195
13	97	106	163	121
14	159	174	231	199
15	95	126	70	148
16	267	196	183	113
17	58	135	57	72
18	231	129	45	232
19	209	113	128	269
20	101	33	258	149
21	239	237	127	82
22	189	74	257	279
23	283	49	114	202
24	73	225	75	179
25	78	202	149	130
26	274	242	176	193
27	163	77	155	219
28	67	159	255	218
29	145	120	170	206
30	159	217	270	85
31	156	168	167	118
32	107	180	256	234
33	228	210	246	96
34	188	293	173	36
35	298	50	196	236
36	277	224	58	257
37	163	76	230	232
38	270	185	54	223
39	27	41	275	65
40	164	285	26	30
41	288	224	288	279
42	294	126	100	102
43	193	90	231	79
44	132	281	149	218
45	195	46	179	220
46	38	261	263	137
47	67	169	140	232
48	196	138	192	110
49	114	58	56	132
50	243	280	37	146

## Завдання 7

№	x1	y1	x2	y2	x3	y3	α1		α2	
1	27	53	56	70	82	41	58	40	63	27
2	67	42	82	118	28	93	289	41	262	5
3	122	27	34	137	110	141	82	31	223	26
4	140	114	138	144	40	144	16	21	246	48
5	83	41	92	94	71	87	44	9	23	6
6	129	138	113	75	136	129	317	7	323	53
7	32	137	145	106	122	76	188	50	29	50
8	129	95	39	90	147	74	50	47	73	44
9	25	56	118	39	109	75	84	13	21	12
10	37	138	90	40	120	70	79	18	21	47
11	135	71	85	65	65	43	167	35	18	19
12	121	150	28	43	113	50	198	3	47	0
13	138	68	55	142	107	52	153	40	114	0
14	122	62	146	48	109	36	23	27	1	42
15	123	110	48	34	86	103	277	51	269	46
16	83	29	54	76	128	45	27	39	55	50
17	139	117	73	61	104	89	91	1	47	47
18	148	124	100	145	42	136	10	23	123	22
19	114	53	37	113	129	55	286	39	291	41
20	143	34	80	140	122	59	24	42	26	40
21	137	118	105	142	115	84	24	44	26	37
22	38	99	147	115	75	38	115	57	259	31
23	87	49	150	144	95	61	255	32	268	16
24	41	147	44	82	130	37	108	28	84	28
25	145	130	75	79	142	102	86	6	96	48
26	42	123	126	76	46	145	26	8	18	52
27	48	94	145	140	133	45	216	24	290	0
28	102	59	120	29	128	31	3	30	3	57
29	44	52	86	66	46	84	12	10	27	14
30	109	84	138	25	109	43	15	53	7	5
31	97	37	134	41	117	141	17	17	303	21
32	60	102	103	109	68	130	69	55	37	9
33	62	121	47	64	113	135	25	35	85	13
34	55	94	94	93	57	64	82	20	142	52
35	91	25	63	86	149	46	2	19	27	34
36	139	73	129	112	131	52	289	38	252	31
37	138	140	53	90	43	139	300	20	248	57
38	101	45	114	29	109	57	28	15	11	43
39	135	61	31	140	42	39	88	1	46	29
40	65	52	120	38	101	129	59	56	0	27
41	102	106	35	42	142	139	153	40	157	6
42	82	36	66	40	106	95	2	53	53	38
43	63	132	30	122	143	112	84	58	147	31
44	132	122	59	139	114	63	92	35	208	24
45	94	150	71	73	64	41	83	58	47	43
46	103	28	97	101	139	71	30	16	44	18
47	114	109	43	53	54	59	135	16	7	30
48	119	60	101	124	112	102	266	18	302	48
49	146	42	126	130	145	117	134	40	171	24
50	52	101	143	70	146	122	61	48	23	12

## **Завдання 8**

На сайті <https://portal.opentopography.org/datasets> обрати ділянку з даними лазерного знімання обсягом до 200 тис. точок.

## Список літератури

1. Савченко, В. М. Системний аналіз та математичне моделювання у GNU Octave : навч. посіб. / В. М. Савченко, О. Б. Маций, О. В. Мнушка. – Харків: ХНАДУ, 2020. – 128 с.
2. Маттес Ерік. Пришвидшений курс Python : практичний, проєктно-орієнтований вступ до програмування / Ерік Маттес ; з англійської переклала Ольга Белова. – Львів : Вид-во Старого Лева, 2021. – 556 с.
3. Learn Python [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.c-sharpcorner.com/learn/learn-python> .
4. GNU Octave Wiki [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://wiki.octave.org/GNU\\_Octave\\_Wiki](https://wiki.octave.org/GNU_Octave_Wiki) .
5. Математика: алгебра та початки аналізу. Ч. І: навч. посіб. / О.В.Левчук, Л.С.Яхно, В.М.Кобзар. – Вінниця: ВНАУ, 2019. – 320 с.

Навчально-методичне видання

# ПРОГРАМНІ КОМПЛЕКСИ ІНЖЕНЕРНИХ РОЗРАХУНКІВ

Методичні вказівки та завдання  
до виконання практичних занять  
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій»

Укладач **Медведський Юрій Вікторович**

Комп'ютерне верстання *А. П. Селівестрової*

Ум. друк. арк. 2,79. Обл.-вид. арк. 3,0  
Електронний документ. Вид № 98/V-25

Виконавець і виготовлювач

Київський національний університет будівництва і архітектури  
Проспект Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03037

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів  
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р.