

3. При розробці системи електроприводу для вібраційного занурення будівельних елементів у ґрунт необхідно враховувати напружено-деформований стан в зоні їх занурення.

#### *Література*

1. *Блехман И.И.* Исследование процесса вибрационной забивки свай. – в кн.: "Инженерный сборник". – М.: Изд. АН СССР. – Т.19. – 1954.
2. *Иносов В.Л.* О моделировании процесса вибропогружения свай// Горные, строительные и дорожные машины. – 1974. – Вып. 17. – С. 85-90.
3. *Соколовский В.В.* Теория пластичности – М.: Высшая школа, 1969. – 608 с.
4. *Сівко В.Й.* Основи механіки будівельних матеріалів – К.: Вища школа, 1987. – 168 с.
5. *Гениев Г.А., Эстрин Н.И.* Динамика пластической и сыпучей среды. – М.: Стройиздат, 1972. – 216 с.
6. *Канторович Л.В.* Приближённые методы высшего анализа. – М. – Л.: Физматгиз, 1962 – 708 с.

*В.І.Лесько, доцент КНУБА*

## **ПРОБЛЕМИ РОЗРОБКИ МОДЕЛЕЙ ВІДМОВ ГІДРОПРИВОДУ ОДНОКІВШОВИХ ЕКСКАВАТОРІВ**

Широке застосування в будівельному виробництві складних сучасних гідрофікованих будівельних машин (одноківшових екскаваторів, кранів та ін. техніки) висуває до системи технічного обслуговування і ремонту (ТО і Р), що склалася в теперішній час, досить жорсткі і якісно нові вимоги. Перш за все – це: забезпечення високого рівня надійності і функціонування гідроприводів (ГП) машин, що в повній мірі задовольняють вимоги споживача, підвищення ефективності реалізації їх технічних можливостей на стадії експлуатації при мінімальних затратах на експлуатацію і відновлення.

Ці обставини примушують експлуатаційників застосувати більш прогресивну стратегію технічного обслуговування і ремонту машин "за технічним станом", що дозволяє використовувати інформацію про надійність гідроприводів, технічний стан його елементів і ступені їх роботоздатності для прийняття рішення про призначення оптимальних строків і об'ємів ТО і Р, тобто для цілей управління його технічним станом і надійністю. В кінцевому результаті можливість управління надійністю ГП призведе до значного підвищення ефективності використання машин в будівництві за рахунок зниження простоїв в ТО і Р, збільшення функціональних можливостей, зниження експлуатаційних затрат і т.п.

Реалізації стратегії ТО і Р "за технічним станом" на практиці повинно передувати вирішення цілого комплексу взаємопов'язаних між собою проблем, що стосуються питань управління надійністю і реалізації її в умовах експлуатації. В свою чергу, успішне рішення цих питань в значній мірі визначається ефективністю теоретичних і прикладних розробок в області оцінок і прогнозування показників надійності машин.

Нажаль, слід відзначити, що разом з позитивною оцінкою досягнень в області надійності будівельних машин, в даний час визріла певна криза в застосуванні результатів наукових досліджень, методик, стандартів і підходів, які були розроблені на їх базі. Як



відомо, до останнього часу домінуючу роль в дослідженнях грали імовірісно-статистичні методи оцінки надійності, коли відмови машини та її елементів розглядалися як основна абстрактна категорія без аналізу процесів їх формування.

Але, не зважаючи на те, що на основі цих методів було зроблено багато потрібного та корисного, такий підхід, на думку автора, не створює достатньої передумови і не зовсім прийнятний для оцінки надійності гідроприводів сучасних будівельних машин, наприклад, одноківшових екскаваторів, які представляють собою складні багатофункціональні системи з складною змінною структурою, взаємозв'язками та взаємодією його елементів.

Для гідроприводів цих машин найбільш характерними видами відмов, наряду з іншими відмовами, є параметричні відмови, що приводять до зміни в часі рівня роботоздатності його елементів і, як результат, – до зниження ефективності функціонування гідроприводу в цілому, що з точки зору надійності при певних умовах також слід розглядати як параметричну відмову гідроприводу за інтегральним показником "ефективність функціонування". Такий складний зв'язок між вихідними параметрами гідроприводу та технічним станом його окремих елементів, які в різній мірі впливають на формування параметричних відмов, ускладнюють розрахунки показників надійності гідроприводу.

Все це породжує необхідність шукати нові нетрадиційні шляхи і методи для вирішення задач оцінки і прогнозування надійності гідроприводів, використовуючи при цьому не тільки методи математичної теорії надійності, що базується на статистиці і теорії ймовірностей, але і результати дослідження фізики деградаційних процесів, що проходять у гідроприводі, що визначають динаміку зміни його технічного стану і приводять до параметричних відмов.

Такий підхід припускає розробку методів оцінки і прогнозування надійності гідроприводів, що базуються на спільному використанні статичної інформації про відмови та інформації про динамічні характеристики випадкових процесів зміни технічного стану, отриманої за результатами діагностування та інформації про умови експлуатації машин, а також діючих на них факторів з врахуванням їх стохастичної природи.

Тут особливо важливим і відповідальним є етап розробки математичних моделей відмов, які би в повній мірі відображували множинну кореляційних зв'язків між відмовами та умовами роботоздатності, що характеризують технічний стан гідропривода та його зміни в часі. Чим глибше будуть вивчені механізми формування відмов та деградаційні процеси, які відбуваються в гідроприводі з плином часу, тим точнішими будуть оцінка та прогноз показників надійності. Одним із них є основний показник безвідмовності імовірність безвідмовної роботи гідроприводу одноківшового екскаватора.

Задача оцінки імовірності збереження роботоздатності гідроприводу ОЕ викликає необхідність розгляду багатовимірних умов роботоздатності ГП та визначення імовірності

$$P = P\left\{\bigcap_{j=1}^N A_j\right\} = 1 - P\left\{\bigcup_{j=1}^N \overline{A_j}\right\}$$

того, що сумісно відбудуться  $N$  подій  $A_j \subset S_1, (j = \overline{1, N})$ . Подія  $A_j$  є випадковою і заключається в збереженні умови роботоздатності  $\varphi_j > 0$ . Таким чином, для забезпечення роботоздатності гідроприводу ОЕ необхідно, щоб одночасно зберігалися всі умови роботоздатності елементів ГП та умови збереження заданого рівня ефективності його функціонування.

В загальному випадку імовірність безвідмовної роботи ГП в такій постановці задачі визначається за такою формулою:

$$P = P\left\{\bigcap_{j=1}^N (\varphi_j > 0)\right\} = P\left\{(\varphi_1 > 0) \cap \dots \cap (\varphi_j > 0) \cap \dots \cap (\varphi_N > 0)\right\} =$$

$$= \int_0^{\infty} (N-1) \int f(\varphi_1, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_N) \cdot d\varphi_1 \dots d\varphi_j \dots d\varphi_N$$
(1)

Якщо мають місце  $N$  умов роботоздатності  $\varphi_j > 0$  і вони підкоряються нормальному закону розподілу, імовірність того, що всі умови будуть виконуватися, тобто не відбудеться відмови, визначається за формулою:

$$P\{\varphi_1 > 0, \dots, \varphi_j > 0, \dots, \varphi_N > 0\} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N D \prod_{j=1}^N \sigma_{\varphi_j}}} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2D} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_{ij} \frac{\varphi_i \varphi_j}{\sigma_{\varphi_i} \sigma_{\varphi_j}} d\varphi_i, \dots, d\varphi_j, \dots, d\varphi_N\right\},$$
(2)

де:  $D_{ij} = \|r_{\varphi_i \varphi_j}\|$  - матриця коефіцієнтів кореляції між умовами роботоздатності.

Визначення імовірності виконання сукупності умов роботоздатності (2) припускає обчислення нормальних інтегралів розподілу.

Але навіть при нормальному розподілі величин  $\varphi_j$  вирішення такої задачі викликає певні труднощі і одержане лише для двохмірного та трьохмірного випадків, при чому для обчислення імовірності  $P\{\cdot\}$  вимагається застосування достатньо складних спеціальних таблиць [5].

Для випадку нормального розподілу параметрів методи вирішення цієї задачі базуються [6, 3] на зниженні порядку інтегралу, апроксимації його різними функціями, розкладення в ряд по коефіцієнтам кореляції (наприклад, в роботі [3]), зведення вихідного багатомірного розподілу перетворенням координат [13] до некорельованих складових (до канонічного вигляду), використанні методів зведення матриці  $\|r_{ji}\|$  до діагонального вигляду.

Але всі ці методи при  $N > 2$  не приводять до одержання аналітичних співвідношень, які були би достатньо простими для використання на практиці.

В частковому випадку, для двох умов роботоздатності, рішення інтегралу (2) зводиться до табличних [3, 6, 12]:

$$P(\varphi_1 > 0, \varphi_2 > 0) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(\varphi_1, \varphi_2) d\varphi_1 d\varphi_2 = \frac{1}{2} [\Phi(\alpha_1) + \Phi(\alpha_2)] - T(\alpha_1 \beta_1) - T(\alpha_1 \beta_2),$$
(3)

де:  $\alpha_1 = \frac{m_{\varphi_1}}{m_{\sigma_1}}; \alpha_2 = \frac{m_{\varphi_2}}{m_{\sigma_2}};$

$$\beta_1 = (\alpha_2 - \alpha_1 r_{\varphi_1 \varphi_2}) / \alpha_1 \sqrt{1 - r_{\varphi_1 \varphi_2}}; \beta_2 = (\alpha_1 - \alpha_2 \cdot r_{\varphi_1 \varphi_2}) / \alpha_2 \sqrt{1 - r_{\varphi_1 \varphi_2}};$$

$T(\cdot)$  - таблична функція двомірного нормального розподілу (функція Оуена) [3,5];  $\Phi(\cdot)$  - функція нормального розподілу (функція Лапласа) [1,18];  $m_{\varphi_1}, m_{\varphi_2}$  - математичне очікування величин  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$ ;  $\sigma_{\varphi_1}, \sigma_{\varphi_2}$  - середньоквадратичне відхилення величин  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$ ;  $r_{\varphi_1 \varphi_2}$  - коефіцієнт кореляції між  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$ .

При довільному законі розподілу складових під інтегрального виразу обчислити імовірність (1) доволі складно. При невеликій кратності інтегралу (1) його можна обчислити за допомогою ряду Кендалла [3] або рішення ряду Іюду [4]. Можна також скористатися розкладанням щільності довільного багатовимірного розподілу в багатомірний ряд Грама – Шарлье [3,14], або за допомогою методу Монте – Карло [1,2].

Аналітичне рішення для імовірності збереження роботоздатності гідроприводу в простих випадках можна знайти, якщо скористатися апроксимацією багатомірної щільності імовірностей  $f(\varphi_1, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_N)$  рядом Еджворта або рядом Лаггера [15]



багатовимірним розкладанням [9, 10, 11] при обмеженні його першими членами. Багатовимірне розкладання при цьому має вигляд:

$$f(\varphi_1, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_N) = \Psi(\varphi_1, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_N) \left( 1 + \frac{1}{3!} \sum_{i=1}^N \left( A_i^3 - \frac{3D_{ij}A_i}{D} \right) M(\varphi_i^3) \right)^3 +$$

$$+ \frac{1}{2!} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \left[ A_i^2 A_j - \frac{1}{D} (D_{ij}A_j + 2D_{ij}A_i) \right] M(\varphi_i^2 \varphi_j) +$$

$$+ \left. \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ i \neq j \neq k}}^N \left[ A_i A_j A_k - \frac{1}{D} (D_{ij}A_k + D_{kj}A_i + D_{ik}A_j) \right] M(\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3) + \dots \right\}$$
(4)

де  $\Psi(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)$  - багатомірний ( $N$  - мірний) нормальний розподіл, причому

$$\Psi(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) = \frac{1}{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \dots \cdot \sigma_n \sqrt{(2\pi)^N D}} \exp \left( -\frac{1}{2D} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_{ij} \frac{\varphi_i \varphi_j}{\sigma_{\varphi_i} \sigma_{\varphi_j}} \right),$$
(5)

де  $M$  - оператор математичного очікування;  $D$  - визначник  $N$ -го порядку кореляційної матриці, складеної із нормалізованих коефіцієнтів  $r_{ik}$  кореляції умов роботоздатності

$\varphi_i, \varphi_k$  наступним чином:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1N} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2N} \\ r_{31} & r_{32} & 1 & \dots & r_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{N1} & r_{N2} & r_{N3} & \dots & 1 \end{vmatrix};$$
(6)

$r_{ik} = r_{ki}$ ;  $|r_{ik}| \leq 1$ ;  $D_{ik}$  - алгебраїчне доповнення елементу  $r_{ik}$  кореляційної матриці;  $\sigma_i$  та  $\sigma_j$  - середньоквадратичне відхилення значень величин  $\varphi_i$  та  $\varphi_j$ ; коефіцієнти  $A_k$  дорівнюють:

$$A_k = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^N D_{ik} \cdot \varphi_i.$$
(7)

Обмежуючись першими двома членами багатовимірного розкладання (4), імовірність збереження роботоздатності гідроприводу можна одержати в більш простому вигляді:

$$P(\varphi_1 > 0, \varphi_2 > 0, \dots, \varphi_N > 0) = \int_0^1 (N-1) \int \Psi(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) \times$$

$$\times \left[ 1 + \frac{1}{3!} \sum_{i=1}^N \left( A_i^3 - \frac{3D_{ij}A_i}{D} \right) M(\varphi_i^3) \right] \cdot d\varphi_1 \times d\varphi_2 \dots d\varphi_N.$$
(8)

В деяких практичних інженерних розрахунках для визначення імовірнісного показника (1) можуть бути використані спрощенні способи оцінки стохастичної залежності випадкових величин і функцій. Одним із таких способів є так званий метод узагальненої коваріації [17], при якому багаточисленні коефіцієнти кореляції замінюють одним узагальненим коефіцієнтом.

Імовірність роботоздатності ГП за термін  $t$  можна записати так

$$P\{T \geq t\} = P\{\varphi_1 > 0\} \cdot P\{\varphi_j > 0\} \times \dots \times \{\varphi_N > 0\} + \Delta P,$$
(9)

де  $\Delta P$  - поправка, яка враховує помилку розрахунку внаслідок неврахування стохастичної залежності умов роботоздатності.

Без урахування стохастичних зв'язків між умовами роботоздатності ГП згідно [16] одержимо максимальну помилку розрахунку імовірності роботоздатності:

$$(\Delta P)_{\max} = P_{j\min} - \left[ 1 - \sum_{j=1}^N (1 - P_j) \right], \quad (10)$$

де  $P_{j\min}$  - мінімальна із оцінок  $P_j$ ;  $P_j$  - оцінка імовірності безвідмовної роботи ГП по  $j$ -ій умові роботоздатності;

$$P_j = P\{\varphi_j > 0\}, j = \overline{1, N}.$$

Таким чином фактичне значення імовірності збереження роботоздатності ГП знаходиться в межах:

$$\prod_{j=1}^N P_j \leq P\{T \geq t\} \leq \prod_{j=1}^N P_j + P_{j\min} - \left[ 1 - \sum_{j=1}^N (1 - P_j) \right]. \quad (11)$$

Звідси маємо, що узагальнений коефіцієнт кореляції дорівнює :

$$r = \Delta P / (\Delta P)_{\max} = \Delta P / \left\{ P_{j\min} - \left[ 1 - \sum_{j=1}^N (1 - P_j) \right] \right\} \approx \Delta P / \left( P_{j\min} - \prod_{j=1}^N P_j \right). \quad (12)$$

Підставляючи величину  $\Delta P$  із виразу (12) у вираз (9), одержимо імовірнісний показник:

$$P\{T \geq t\} \approx r P_{j\min} \{T \geq t\} + (1 - r) \prod_{j=1}^N P_j \{T > t\}. \quad (13)$$

Вираз (13) свідчить, що при коефіцієнті кореляції між умовами роботоздатності  $r = 0$  імовірність роботоздатності ГП визначається як для системи з послідовно з'єднаними і незалежними елементами:

$$P\{T \geq t\} = \prod_{j=1}^N P(\varphi_j > 0). \quad (14)$$

При тісному кореляційному зв'язку між умовами роботоздатності ( $\rho \approx 1$ ) імовірність роботоздатності ГП слід розраховувати по одній із умов роботоздатності, яка має найменший імовірнісний показник:

$$P\{T \geq t\} = P_{j\min}(\varphi_j > 0). \quad (15)$$

При нормальному законі розподілу умов роботоздатності розрахункове значення узагальненого коефіцієнта кореляції може бути представлено у вигляді [17]:

$$r \approx r_m \left\{ 2 - \left[ r_m + \frac{(1 - r_m)(3 - \lg N)}{1 - 0,1r_m^2(3 - \lg N)^2} \right] \right\}, \quad (16)$$

де середнє значення коефіцієнтів кореляції:

$$r_m = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i < j} r_{i,j} \quad (17)$$

При нормальному законі розподілу величин  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_N$  оцінка імовірності збереження роботоздатності гідроприводу також може бути оцінена за допомогою приближення Судакова [7, 8] (з помилкою порядку 2...10% від величини  $1 - P$ ) за такою формулою :

$$P(\varphi_1 > 0, \varphi_2 > 0, \dots, \varphi_N > 0) = \prod_{j=1}^N P(\varphi_j > 0) + \Delta P = \prod_{j=1}^N P(\varphi_j > 0) + \left[ P_{j\min}(\varphi_j > 0) - \prod_{j=1}^N P(\varphi_j > 0) \right] \cdot K_N, \quad (18)$$

У виразі (18) коефіцієнт  $K_N$  визначається таким чином:

$$K_N = \frac{2}{\pi \cdot c} \sum_{i < j} \arcsin \cdot r_{i,j}, \quad (19)$$



де  $r_{i,j}$  - оцінка парного коефіцієнту кореляції між  $i$  - ою та  $j$  - ою умовами роботоздатності; індекс " $i < j$ " під знаком суми означає, що в  $K_N$  входять тільки ті можливі сполучення та комбінації коефіцієнтів кореляції, для яких  $i < j$ , тобто  $r_{\phi_1\phi_2}, r_{\phi_{13}}, r_{\phi_{23}} \dots$  і т.п., але не можна брати  $r_{\phi_{31}}, r_{\phi_{21}}, r_{\phi_{32}} \dots$ ;  $c$  - число комбінацій індексів  $i$  та  $j$  при  $i < j$ ;  $\left[ c = \binom{N}{2} = N(N-1) / 2 \right]$ .

Із викладеного вище видно, що для зменшення невизначеності в кількісній оцінці імовірності безвідмовної роботи вкрай необхідно отримати та обробити дуже великий об'єм статистичної інформації щодо кореляції відмов, тобто про коефіцієнт кореляції відмов. Складність визначення коефіцієнтів парної або множинної кореляції відмов елементів ГП полягає у вирахуванні імовірності добутку подій:

$$P(\overline{A_i A_j}) = P(\overline{A_i})P(\overline{A_j} / \overline{A_i}) = P(\overline{A_j})P(\overline{A_i} / \overline{A_j}).$$

Судячи із опублікованих робіт в теорії надійності, до нинішнього часу відсутні більш-менш прийнятні методи визначення умовних імовірностей  $P(\overline{A_i} / \overline{A_j})$  та  $P(\overline{A_j} / \overline{A_i})$ .

Іноді, для того, щоб уникнути розрахункових проблем, безпідставно вважають, що з достатньою для практики точністю можна використовувати модель незалежності відмов. Але застосування моделі (14) при оцінці показників надійності таких складних систем як гідропривід ОЕ, а особливо тоді, коли враховуються залежності умов збереження роботоздатності його елементів та ефективності функціонування, може привести до великих похибок. Крім цього, складність аналітичного запису моделей (або навіть неможливість), їх громіздкість викликає неабиякі математичні складнощі та незручності у використанні.

Вихід з цього положення можна знайти, використовуючи методи статистичного, імітаційного моделювання на основі імовірнісно-фізичних та імовірнісно-статистичних моделей надійності з урахуванням мінливої структури при функціонуванні гідроприводу, зв'язків між елементами та умовами роботоздатності, процесів формування відмов в залежності від заданих умов роботоздатності та рівня ефективності. Працюючи в цьому напрямку, автором цієї роботи опубліковано деякі результати [20, 21], де запропоновано метод оцінки та прогнозування показників надійності гідроприводу одноківшового екскаватора із використанням імітаційного моделювання.

### Література

1. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 366 с.
2. *Соболь И. М.* Метод Монте – Карло. – М.: Физматгиз, 1970. – 64 с.
3. *Кендалл М., Стьюарт А.* Теория распределений. – М.: Наука, 1966. – 588 с.
4. *Иьуду К. А.* Оптимизация устройств автоматики по критерию надежности. – М.: Советское радио, 1962. – 194 с.
5. *Оуэн Д. Б.* Сборник статистических таблиц. – М.: ВЦ, АН СССР, 1964. – 566 с.
6. *Волков Л. И., Шишкевич А. М.* Надежность летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1975. – 294 с.
7. *Волков Е. Б., Судаков Р. С., Сырицын Т. А.* Основы теории надежности ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1974. – 400 с.
8. *Судаков Р. С., Чеканов А. Н.* К вопросу о вычислении многомерных нормальных интегралов в задачах надежности// Техническая кибернетика. – 1972. – №1. – С.30-41.
9. *Бессонов А. А.* Прогнозирование характеристик надежности автоматических систем. – Л.: Энергия, 1970. – 152 с.
10. *Половко А. М.* Основы теории надежности. М.: Наука, 1964. – 446 с.

11. Сапожников Р. А., Бессонов А. А., Шаломецкий А. Г. Надежность автоматических управляющих систем. – М.: Высшая школа, 1964. – 264 с.
12. Сырицын Т. А. Надежность гидро – и пневмопривода. – М.: Машиностроение, 1981. – 216 с.
13. Абезгауз Г. Г., Тронь А. П., Коперник Ю. Н., Коровина И. А. Справочник по вероятностным расчетам. – М.: Воениздат, 1966.
14. Крамер Г. Математические методы статистики. – ИИЛ, 1948.
15. Тихонов В. И. Статистическая радиомеханика. – М.: Советское радио, 1966.
16. Методы расчета надежности изделий с учетом постепенных отказов. – М.: Издательство стандартов, 1976. – 100 с.
17. Кудзис А. П. Оценка надежности железобетонных конструкций. – Вильнюс: Мокслас, 1985. – 156 с.
18. Венцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука. 1988. – 480 с.
19. Сырицын Т. А. Эксплуатация и надежность гидро– и пневмоприводов. – М.: Машиностроение, 1990. – 248 с.
20. Лесько В.І. Метод оцінки показників надійності гідроприводів одноківшових екскаваторів із застосуванням методу Монте–Карло// Гірничі, будівельні, дорожні, та меліоративні машини. – К., КНУБА. – 1998. – Вип. 52.
21. Лесько В.І. Моделювання параметричних відмов гідравлічних екскаваторів з урахуванням ефективності їх функціонування при прогнозуванні та оцінці показників надійності// Техніка будівництва. – 2001. – №9.