

**ОПТИМІЗАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ РУХУ МОСТОВОГО КРАНА У РЕЖИМІ ПУСКУ:
АНАЛІЗ ВПЛИВУ КРАНОВОГО ВІЗКА З ГНУЧКИМ ПІДВІСОМ ВАНТАЖУ**

Юрій Човнюк¹, Михайло Діктерук², Світлана Комоцька²

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування України,
вул. Героїв Оборони, 11, Київ, Україна, e-mail: uchovnyuk@ukr.net

² Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітровофлотський просп., 31, Київ, Україна, e-mail: uchovnyuk@ukr.net

**OPTIMIZATION OF DYNAMIC PARAMETERS OF MOTION OF TRAVELLING CRANE'S MOVING
DURING START-UP: THE ANALYSIS OF INFLUENCE OF CRANE'S TRUCK WITH A FLEXIBLE
SUSPENSION OF A LOAD**

Yuriy Chovnyuk¹, Mykhaylo Dykteruk², Svetlana Komotskaya²

¹ National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,
Heroiv Oborony st., 11, Kyiv, Ukraine

² Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitrofлотsky Prospect, 31, Kyiv, Ukraine

АНОТАЦІЯ. Проведена оптимізація динамічних параметрів руху мостового крана, працюючого у режимі пуску. З'ясований вплив параметрів кранового візка з гнучким підвісом вантажу. Запропоновані динамічний критерій оптимізації руху системи, за якого на якість руху системи «вантажний візок-канат-вантаж» впливає співвідношення мас вантажу та візка, частоти власних коливань. Результати роз'язку наведені у вигляді графічних залежностей.

Ключові слова: оптимізація, динаміка, параметри руху, мостовий кран, режим, пуск, аналіз, вплив, крановий візок, канат, вантаж.

АННОТАЦИЯ. Проведена оптимизация динамических параметров движения мостового крана, работающего в режиме пуска. Выяснено влияние параметров крановой тележки с гибким подвесом груза. Предложен динамический критерий оптимизации движения системы, при котором на качество движения системы «грузовая тележка-канат-груз» влияет соотношение масс груза и тележки, частоты собственных колебаний. Результаты решения представлены в виде графических зависимостей.

Ключевые слова: оптимизация, динамика, параметры движения, мостовой кран, режим, пуск, анализ, влияние, крановая тележка, канат, груз.

ABSTRACT. Purpose. The optimization of dynamic parameters of motion of travelling crane working at the mode of starting is proposed. The influence of crane's truck with a flexible suspension of a load is discussed.

Methodology/approach. The dynamic criterion of optimization of motion of the system is proposed. The quality of motion of the system "load truck-rope-load" depends on the correlation of the masses of load and crane's truck, on the correlation of frequencies of eigenmodes as well. **Research limitations/implications.** The linear equations of system's motion are proposed which are true for a small deviation of load from vertical direction.

Originality/value. The results of decision are presented as graphic dependences for displacement, its velocity and acceleration as functions of time.

Key words: optimization, dynamics, parameters of motion, traveling crane, mode, starting, analysis, influence, faucet light cart, rope, load.

ВСТУП

Під час руху кранового візка, вантаж на гнучкому підвісі зазвичай здійснює інтенсивні коливання [1]. Безумовно, ці коливання суттєво впливають на сам характер руху візка мостового крана, а також на надійність роботи крана у цілому, на його продуктивність функціонування та безпечність експлуатації [2]. Тому усунення небажаних коливань вантажу на канаті мос-

тового крана під час руху кранового візка, є актуальною задачею.

Проблемі усунення коливань кранових візків присвячена велика кількість робіт [3...7]. У цих роботах усунення небажаних коливань здійснювалось під час перехідних режимів руху (пуск, гальмування, реверсування) або ж протягом усього періоду руху мостового крана [8]. Проте у цих роботах не проводився аналіз впливу параметрів руху самого візка на оптимальні режими

руху системи «вантажний візок-канат-вантаж».

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Мета дослідження полягає у встановленні умов досягнення оптимального режиму руху системи «вантажний візок-канат-вантаж» мостового крана, який задовільняє спеціальному критерію якості руху системи під час її розгону. Для досягнення вказаної мети роботи слід провести всебічний аналіз впливу параметрів самого вантажного візка з гнучким підвісом (канатом) і вантажем на ньому у процесі їх руху, визначити їх вплив на оптимальний режим руху системи в цілому, використовуючи методи і підходи, розвинені у [8, 9], а постановку задачі у [10]. Результати цитованих вище робіт будуть частково використані у даному дослідженні.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Аналіз вільних коливань системи крана «вантажний візок-канат-вантаж».

Для проведення аналізу вільних коливань системи «вантажний візок-канат-вантаж» використаємо двомасову модель із зосередженими параметрами, надану на рис. 1.

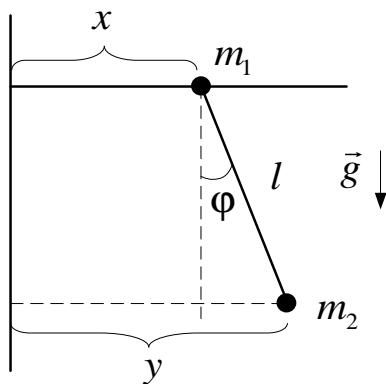


Рис.1. Розрахункова схема

Fig. 1. Calculation chart

Маса вантажного візка, який рухається вздовж горизонтальної координати, m_1 . Миттєве положення візка характеризує ко-

ордината $x(t)$, залежна від часу t . Канат «нерозтяжний» і має довжину l . Відхилення вантажу маси m_2 на канаті від вертикалі характеризує кут ϕ , а миттєве положення вантажу – координата $y(t)$. Введемо дві узагальнені координати $q_1 = x(t)$; $\dot{q}_1 = \dot{x}$; $q_2 = \phi(t)$; $\dot{q}_2 = \dot{\phi}$. Тоді функція Лагранжа L для розрахункової схеми (див. рис. 1) набуває вигляду

$$L = \frac{(m_1 + m_2)}{2} \cdot \dot{x}^2 + \frac{m_2}{2} \left(l^2 \cdot \dot{\phi}^2 + 2 \cdot l \cdot \dot{x} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \phi \right) + m_2 g l \cdot \cos \phi. \quad (1)$$

Рівняння Лагранжа, які описують рух системи, виходячи з виразу L (1), можна подати наступним чином:

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) \ddot{x} - m_2 l \left\{ \ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi \right\} = 0; \\ \ddot{\phi} \left\{ 1 - \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \cos^2 \phi \right\} + \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot \dot{\phi}^2 + \frac{g}{l} \sin \phi = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Перше рівняння системи (2) легко інтегрується:

$$(m_1 + m_2) \dot{x} = m_2 l \dot{\phi} \cos \phi. \quad (3)$$

Звідси маємо

$$x(t) = \frac{m_2 l \sin \phi}{(m_1 + m_2)}. \quad (4)$$

Розглянемо частинні випадки рівняння для ϕ з (2):

1) $\phi \ll 1$, $\dot{\phi} \ll 1$ рад/с (малі кути відхилення вантажу від вертикалі й малі кутові швидкості обертання маси m_2). Тоді $\sin \phi \approx \phi$, $\cos \phi \approx 1$, $\dot{\phi} \cdot \dot{\phi}^2 \rightarrow 0$, а рівняння для ϕ приймає вигляд

$$\frac{m_1 l}{(m_1 + m_2)} \cdot \ddot{\phi} + g \cdot \phi = 0. \quad (5)$$

Рівняння (5) має періодичні розв'язки (періодичні коливання) з періодом T :

$$T = \frac{2\pi}{\Omega}; \quad \Omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{m_1 \cdot l}}; \quad \Omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (6)$$

$$\varphi(t) \approx \begin{cases} \sin \Omega t \\ \cos \Omega t \end{cases}. \quad (7)$$

2) $m_1 \gg m_2$, тоді маємо

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \cdot \varphi = 0, T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (8)$$

Таким чином, маємо коливання математичного маятника з частотою $\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

3) $\frac{m_1}{m_2} \rightarrow 0$, тоді з (2) для φ маємо рівняння

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \cdot \sin \varphi = 0. \quad (9)$$

У цьому випадку маємо рівняння нелінійного математичного маятника.

Розв'язок (9) має такий вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(t) = 2 \arcsin \left\{ k_1 \operatorname{sn} \left[k_1 (\omega t + \delta_1), k_1 \right] \right\}; \\ 0 \leq k_1 \leq 1; \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; \\ k_1^2 = 1 + \frac{1}{2} a; -2 \leq a < 0; T_1 = 4K(k_1); \\ \varphi_0 = 2 \arcsin(k_1), \end{array} \right. \quad (10)$$

де δ_1 - довільна фазова постійна; T_1 - період коливань; φ_0 - амплітуда коливань; sn - еліптичний синус; K - повний еліптичний інтеграл I-го роду; k_1 - модуль еліптичних функцій [11-13].

2. Оптимізація руху візка з гнучким підвісом вантажу.

Задля проведення оптимізації руху візка з гнучким підвісом вантажу оберемо двомасову динамічну модель мостового крана, яка показана на рис.2. Вона складається з вантажного візка масою m_1 , вантажу масою m_2 , підвішеного на гнучкому канаті довжиною l . На візок діють рушійна сила F і зусилля статичного опору F_o . Вважаємо канат «нерозтяжним», невагомим і абсолютно гнучким. Маса вантажу m_2 зосереджена у одній точці. Коливання вантажу малі й відбуваються лише у площині руху візка. Маса привідного механізму зведена до маси візка m_1 і зосереджена у його

центрі мас. Пружністю елементів приводного механізму нехтуємо, оскільки частоти їхніх коливань приблизно на порядок більші за частоту коливань вантажу й на коливання останнього не впливають [1]. За узагальнені координати цієї моделі обираємо координати центрів мас візка x_1 і вантажу x_2 відповідно.

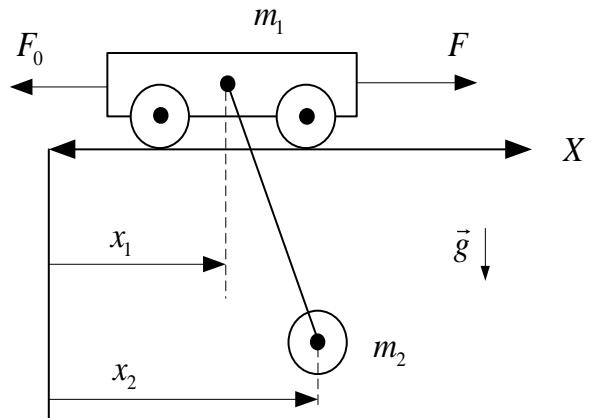


Рис. 2. Двомасова динамічна модель вантажного візка мостового крана

Fig. 2. Two-mass dynamic model of truck cart of traveling crane

Рівняння, що описують рух цієї системи, мають наступний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \cdot \ddot{x}_1 = F - \frac{m_2 g}{l} \cdot (x_1 - x_2) - F_o; \\ \ddot{x}_2 = \frac{g}{l} \cdot (x_1 - x_2), \end{array} \right. \quad (11)$$

де g - прискорення вільного падіння.

З другого рівняння системи (11) можна отримати наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 + \frac{l}{g} \cdot \ddot{x}_2; \\ \dot{x}_1 &= \dot{x}_2 + \frac{l}{g} \cdot \ddot{x}_2; \\ \ddot{x}_1 &= \ddot{x}_2 + \frac{l}{g} \cdot \ddot{x}_2^{(IV)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Як критерій оптимізації руху розглядаємої системи оберемо мінімізацію «енергії» прискорень протягом розгону ($t = t_p$) візка:

$$I_V = \int_0^{t_p} V \cdot dt \Rightarrow \min, \quad (13)$$

де t_p - тривалість руху, V - «енергія» прискорень [8].

Для даної динамічної моделі вираз «енергії» прискорень має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} m_1 \ddot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \ddot{x}_2^2 = \\ &= \frac{1}{2} m_1 \left(\ddot{x}_2 + \frac{l}{g} x_2^{(IV)} \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 \ddot{x}_2^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Умовою реалізації критерію якості руху системи (13) є рівняння Ейлера-Пуассона:

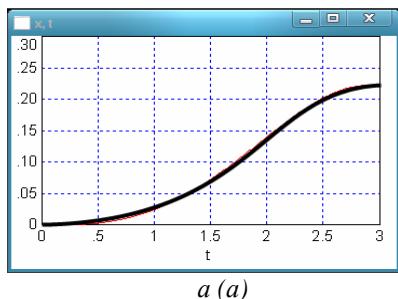
$$\begin{aligned} x_2^{(VII)} + 2k^2 x_2^{(VI)} + \\ + (1+\bar{m}) k^4 x_2^{(IV)} = 0, \quad k^2 = \frac{g}{l}, \end{aligned} \quad (15)$$

де k - частота власних коливань системи,

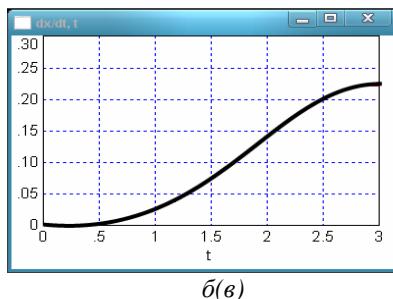
$$\bar{m} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Початкові умови (при $t=0$) для рівняння (15):

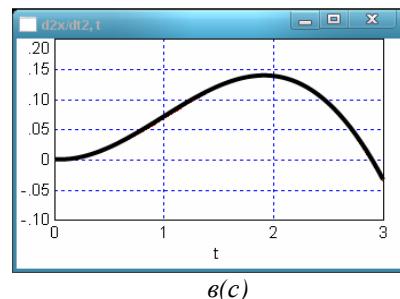
$$\begin{cases} x_2(0) = \dot{x}_2(0) = \ddot{x}_2(0) = \dddot{x}_2(0); \\ x_2^{(IV)} = \frac{g}{l} \cdot \frac{v_y}{t_p} = k^2 \frac{v_y}{t_p}; \\ x_2^{(V)} = 0; \\ x_2^{(VI)} = -k^4 (1+\bar{m}) \frac{v_y}{t_p}, \quad x_2^{(VII)} = 0, \end{cases} \quad (16)$$



$a(a)$



$\delta(\epsilon)$



$\epsilon(c)$

Рис. 3. Графічні залежності: $a - x(t)$; $b - \frac{dx^2}{dt}$; $c - \frac{d^2x}{dt^2}$ при $l = 10 \text{ м}$; $v_y = 0,5 \text{ м/с}$; $\bar{m} = 1$

Fig. 3. Graphic dependences: $a - x(t)$; $b - \frac{dx}{dt}$; $c - \frac{d^2x}{dt^2}$ at $l = 10 \text{ m}$; $v_y = 0,5 \text{ m/sec}$; $\bar{m} = 1$

де v_y - швидкість усталеного руху вантажу (горизонтальна складова при $t = t_p$).

Розв'язок (15) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} x_2(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3 + \\ + C_4 e^{\gamma t} \sin(\tilde{\Omega} \cdot t) + C_5 e^{-\gamma t} \sin(\tilde{\Omega} \cdot t) + \\ + C_6 e^{\gamma t} \cos(\tilde{\Omega} \cdot t) + C_7 e^{-\gamma t} \cos(\tilde{\Omega} \cdot t), \end{aligned} \quad (17)$$

де

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega} &= \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \sqrt[4]{1+\bar{m}} \cdot \left\{ \cos \left[\frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\sqrt{\bar{m}}) \right] \right\}, \\ \gamma &= \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \sqrt[4]{1+\bar{m}} \cdot \left\{ \sin \left[\frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\sqrt{\bar{m}}) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Константи C_i , $i = (1, 7)$ та C_0 можна знайти з початкових умов (16).

Для чисельних розрахунків на ПЕОМ використані наступні значення параметрів:

$$\begin{aligned} l &= (10 \text{ м}; 50 \text{ м}); \quad t_p = 3 \text{ с}; \quad v_y = 0,5 \text{ м/с}; \\ \bar{m} &= (1.0, 10.0); \quad k = (0,5; 1,0; 2,0), \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

На рис. 3 – 6 наведено залежності $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$ для різних значень вихідних параметрів, а на рис. 7 – залежності $\tilde{\Omega}(\bar{m})$, $\gamma(\bar{m})$.

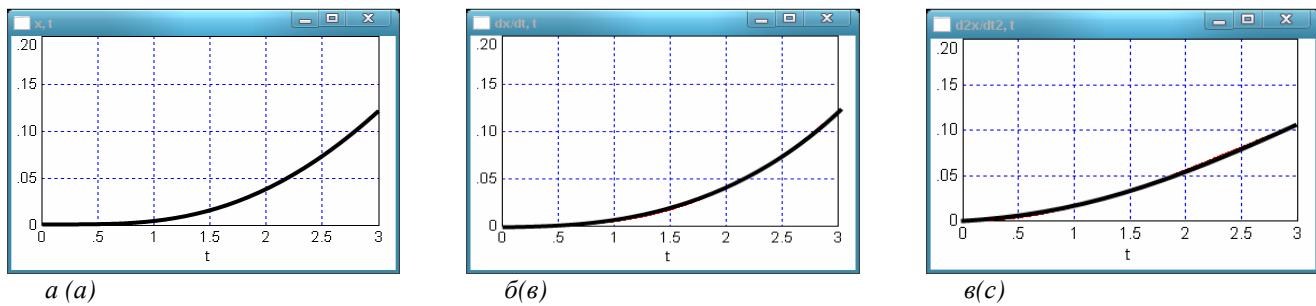


Рис. 4. Графічні залежності: $a - x(t)$; $b - \frac{dx}{dt}$; $c - \frac{d^2x}{dt^2}$ при $l = 50$ м; $v_y = 0,5$ м/с; $\bar{m} = 1$

Fig. 4. Graphic dependences: $a - x(t)$; $b - \frac{dx}{dt}$; $c - \frac{d^2x}{dt^2}$ at $l = 50$ m; $v_y = 0,5$ m/sec; $\bar{m} = 1$

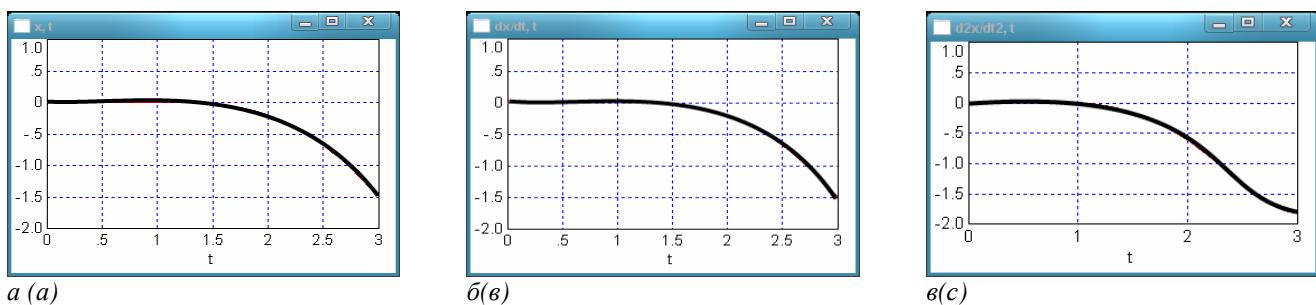


Рис. 5. Графічні залежності: $a - x_2(t)$; $b - \frac{dx}{dt}$; $c - \frac{d^2x}{dt^2}$ – при $l = 10$ м; $v_y = 0,5$ м/с; $\bar{m} = 10$

Fig. 5. Graphic dependences: $a - x_2(t)$; $b - \frac{dx}{dt}$; $c - \frac{d^2x}{dt^2}$ at $l = 10$ m; $v_y = 0,5$ m/sec; $\bar{m} = 10$

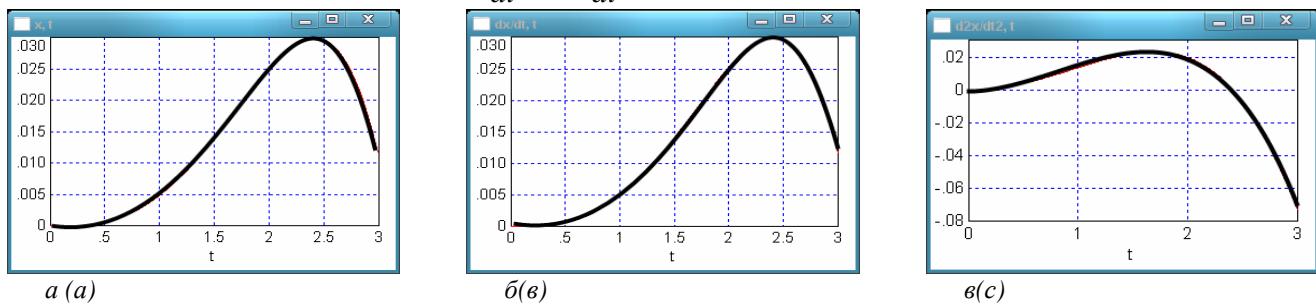


Рис. 6. Графічні залежності $a - x(t)$; $b - \frac{dx}{dt}$; $c - \frac{d^2x}{dt^2}$; при $l = 50$ м; $v_y = 0,5$ м/с; $\bar{m} = 10$

Fig. 6. Graphic dependences: $a - x(t)$; $b - \frac{dx}{dt}$; $c - \frac{d^2x}{dt^2}$ at $l = 50$ m; $v_y = 0,5$ m/sec; $\bar{m} = 10$

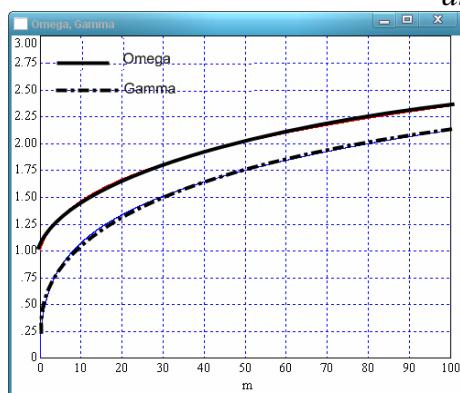


Рис. 7. Частота та коефіцієнт загасання (зростання) коливання вантажу на канаті

Fig. 7. Frequency and coefficient of fading (increase) of oscillation of load on a rope

ВИСНОВКИ

1. З'ясований вплив параметрів вантажного візка мостового крана з гнучким підвісом вантажу на оптимальний динамічний режим руху системи «вантажний візок-канат-вантаж». Знайдені залежності координати, яка характеризує положення у просторі вантажу, швидкості руху вантажу, його прискорення від часу. Встановлені залежності вказаних параметрів руху вантажу від довжини канату та відношення мас вантажу і канату. Визначені залежності частоти і коефіцієнта затухання коливань вантажу від вказаного відношення мас.

2. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для вдосконалення й уточнення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу мостових кранів.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Лобов Н. А.* Динамика грузоподъемных кранов / Н. А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
2. *Сергеев С. Т.* Надежность и долговечность подъемных кранов / С. Т. Сергеев. – К.: Техника, 1968. – 238 с.
3. *Перельмутер М. М.* Устранение колебаний груза, подвешенного к крановой тележке, воздействием на него электроприводом / М.М. Перельмутер, Л.Н. Поляков// Электромеханика. – 1971. – №7. – С. 769 – 774.
4. *Аксенов Л.Б.* Синтез системы для гашения колебаний груза / Л.Б. Аксенов // Подъемно-транспортные машины.- 1981.– №10. – С. 66-69.
5. *Герасимяк Р.П.* Оптимальное управление крановым механизмом передвижения/ Р.П. Герасимяк, Л.В. Петренко // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 1999. - №1. – С. 87-94.
6. *Смехов А.А.* Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А.А. Смехов, Н.И. Ерофеев.– М.: Машиностроение. – 1975. – 239 с.
7. *Ловейкін В.С.* Про можливість оптимізації режиму пуску механізму пересування кранового візка за різними критеріями / В.С. Ловейкін, В.Ф. Ярошенко, Ю.О. Ромасевич // Підйомно-транспортна техніка. -

Дніпропетровськ: ДПТ, 2007.– Вип. 3. – С.15-23.

8. *Ловейкін В.С.* Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкін. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
9. *Эльсгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц.-М.: Наука, 1969.– 424 с.
10. *Ловейкін В.С.* Мінімізація динамічних на- вантажень в пружних елементах вантажопі- дйомних машин / В.С. Ловейкін // Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини. – Київ, 1998. – №52. – С. 63-68.
11. *Журавский А.М.* Справочник по эллиптиче- ским функциям / А.М. Журавский.-М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1941.– 420 с.
12. *Янке Е.* Специальные функции. Формулы, графики, таблицы / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш.- М.: Наука, 1977.– 514 с.
13. *Градштейн И.С.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градш- тейн, И.М. Рыжик. – М.: Физматгиз, 1962.– 840 с.

REFERENCES

1. *Lobov N. A., 1987. Dinamika gruzopodemnyh kranov [Dynamics of loading cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 160.* – (in Russian).
2. *Sergeev S.T., 1968. Nadezhnost i dolgovechnost' podemnyh kranov [Reliability and longevity of lifting faucets]. Kyiv, Tehnika Publ., 238.* – (in Russian).
3. *Perel'muter M.M., Poliyakov L.N., 1971. Ustranenie kolebanij gruza, podveshennogo k kranovoj telezhke, vozdejstviem na nego elektroprivodom [Removing load fluctuations, suspended from a crane trolley the impact on his electrical drive]. Jelektromehanika [Electromechanics], No.7, 769-774.* – (in Russian).
4. *Aksenov L.B., 1981. Sintez sistemy dlja gashenija kolebanij gruza [Synthesis of the system for extinguishing of vibrations of load]. Podemno-transportnye mashiny [Handling machines], No.10, 66-69.* – (in Russian).
5. *Gerasimjak R.P., Petrenko L.V., 1999. Optimal'noe upravlenie kranovym mehanizmom peredvizhenija [Optimal management by the faucet mechanism of movement]. Avtomatika. Avtomatizacija. Jelektro-technicheskie kompleksy i sistemy*

- [Automation. Automation. Electrical systems and systems], No1, 87-94. – (in Russian).
- 6. Smelev A.A., Erofeev N.I., 1975. Optimal'noe upravlenie podemno-transportnymi mashinami [Optimal management by lifting-transport machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 239. – (in Russian).
 - 7. Lovejkin V.S., Jaroshenko V.F., Romasevich Ju.O., 2007. Pro mozhlivist' optimizaciï rezhimu pusku mehanizmu peresuvannja kranovogo vizka za riznimi kriterijami [About possibility of optimization of the mode of starting of mechanism of movement of кранового light cart after different criteria]. Pidjomno-transportna tehnika [Handling machines], Vol. 3, 15-23. – (in Ukrainian).
 - 8. Lovejkin V.S., 1990. Raschety optimal'nyh rezhimov dvizhenija mehanizmov stroitel'nyh mashin [Calculations of the optimal modes of motion of mechanisms of building machines]. Kyiv, UMK VO Publ., 168. – (in Russian).
 - 9. Jel'sgol'c L.Je., 1969. Differencial'nye uravnenija i variacionnoe ischislenie [Differential equalizations and variation calculation]. Moscow, Nauka Publ., 424. – (in Russian).
 - 10. Lovejkin V.S., 1998. Minimizacija dinamichnih navantazhen' v pruzhnih elementah vantažopidjomnih mashin [Minimization of the dynamic loading is in the resilient elements of vantažopidjomnih machines]. Girnichi, budivel'ni, dorozhni i meliorativni mashini [Mining, construction, road and melioration machines], Vol.52, 63-68. – (in Ukrainian).
 - 11. Zhuravskij A.M., 1941. Spravochnik po jellipticheskim funkcijam [Reference book on elliptic function]. Leningrad, AN SSSR Publ., 420. – (in Russian).
 - 12. Janke E., Jemde F., Lesh F., 1977. Special'nye funkci. Formuly, grafiki, tablitsy [Special functions. Formulas, charts, tables]. Moscow, Nauka Publ., 514. – (in Russian).
 - 13. Gradshtejn I.S., Ryzhik I.M., 1962. Tablitsy integralov, summ, rjadov i proizvedenij [Tables of integrals, sums, rows and works]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 840. – (in Russian).