УДК 539.3

# МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ОБОЛОНОК ВІД ДІЇ НЕСТАЦІЩНАРНИХ ДИНАМІЧНТИХ ВПЛИВІВ З ВИКОРИСТАННЯМ РЕЛУКОВАНИХ МОДЕЛЕЙ

**В.К. Чибіряков**[1],
доктор техн. наук, професор

**А.Д. Легостаєв**[1],
канд. техн. наук, доцент

**Н.А. Гречух**[1]

**О.О. Яковенко**[1]

[1]*Київский національний університет будівництва і архітектури*
*Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

Запропоновано ефективний алгоритм дослідження динамічної поведінки оболонок на дію нестаціонарних динамічних впливів. Алгоритм базується на застосуванні існуючої методики розрахунку складних оболонок, в тому числі підкріплених ребрами, побудований на основі моментної схеми МСЕ з застосуванням редукованих моделей, що значно знижує число степенів вільності. Динамічні рівняння редукованої моделі з початковими умовами перетворюються на незв'язану систему звичайних диференціальних рівнянь руху, кожне з окремих рівнянь з відповідними початковими умовами розв'язується чисельно за методом Рунге-Кути четвертого порядку точності.

Оболонки характеризуються невичерпним різноманіттям геометричних форм і високою несучою здатністю, а тому як елементи різного роду конструкцій знаходять широке застосування у техніці і будівництві.

Для надання більшої жорсткості оболонки підкріплюються ребрами, що істотно підвищує їх міцність при незначному збільшенні маси конструкції. Інколи за технологічними вимогами оболонки мають вирізи, які також підкріплюються ребрами.

Таким чином, в одній конструкції можуть бути і ребра, і вирізи, отже, всю конструкцію необхідно розглядати як оболонку ступінчасто-змінної жорсткості.

Розрахунки на міцність, коливання і стійкість таких конструкцій грають важливу роль при проектуванні сучасних апаратів, машин і споруд. Проте поведінка тонкостінних конструкцій з урахуванням дискретності розташування ребер, накладок і вирізів досліджена недостатньо. Причини тому - складність обліку згаданих чинників і необхідність вирішення громіздких крайових задач.

При розгляді місцевого посилення або ослаблення оболонок необхідно залучати складніші моделі, ніж модель Кірхгофа - Лява. Крім того, спільно з розрахунками на міцність і стійкість слід вирішувати задачі раціонального вибору підкріплень і параметрів кривини. Тому розробка математичних моделей поведінки оболонок ступінчасто-змінної товщини, що якнайповніше враховують їх роботу при динамічних навантаженнях, і проведення на їх основі досліджень стійкості і коливань, а також вибір раціональних параметрів конструкцій, є актуальними задачами.

Розв’язання задач динаміки пропонується шляхом застосування принципу просторової декомпозиції оболонок за методом скінченних елементів. На основі накопиченого досвіду можна стверджувати, що найбільш сприятливим у цьому випадку є використання універсального скінченного елемента, співвідношення для якого базуються на положеннях тривимірної теорії пружності, і загально визнаної моментної схеми МСЕ. Такий СЕ дає змогу враховувати переміщення тіла як жорсткого цілого і природнім чином враховувати сили інерції зсуву і повороту.

Геометрія оболонки визначається точковим каркасом із задоволенням умов його регулярності, що суттєво спрощує алгоритми побудови матриць жорсткості і мас моделі конструкції. Нерегулярності типу вирізів, включень ділянок, виконаних з матеріалу з іншими фізичними властивостями, а також ділянок ступінчатої зміни жорсткості, можна обійти шляхом введення спеціальних скінченних елементів типу “пустий елемент ”, “включення” та “ребро”. Всі ділянки з особливостями повинні вписуватись в лінії сіткової області.

Границям цих областей призначається спеціальний код.

Передбачено варіювання розташуванням точкових опор і їх кількістю, що дає змогу корегувати динамічні характеристики конструкцій – частоти і форми власних коливань. Це сприяло проведенню досліджень присвячених розв’язанню задач динаміки континуальних конструкцій (пластин і оболонок) з точковими опорами. Точного розв’язку задач такого типу не існує. Запропоновано декілька методів їх чисельної реалізації.

Реальні пластинчасто-оболонкові конструкції в межах несучої поверхні можуть мати приєднані маси, такі як радіодеталі, вузли машин, розміри площинки контакту яких з несучою поверхнею конструкції можна вважати точковими. Наявність приєднаних мас вносить інерційну неоднорідність динамічної моделі, яку слід враховувати при визначенні частот і форм власних коливань конструкції.

Дослідження динамічних характеристик пластин і оболонок з приєднаними масами є досить складною задачею, актуальність якої визначається потребами практики. Важливим моментом розв’язання таких задач є визначення простих і надійних методів сприйнятливих для проведення багатоваріантних розрахунків в процесі проектування конструкцій з особливостями.

Математичне моделювання на ЕОМ поведінки оболонкових конструкцій в звичайних і аварійних режимах під дією нестаціонарних динамічних навантажень дає змогу цілеспрямовано виконати фізичне моделювання при проведенні натурних експериментів. Поєднання математичних досліджень і спланованих за їх допомогою експериментів у значній мірі визначає точність і достовірність остаточного висновку щодо розв’язку задачі.

Вивчення поведінки пластин і оболонок при імпульсному навантаженні вважається найбільш повним, якщо воно стосується великих прогинів з позицій нелінійної теорії. Але природно вважати, що дослідження початкової стадії перехідного процесу може бути проведено за допомогою лінеарізованих залежностей.

Останнім часом в роботах по динаміці оболонкових конструкцій наголошується на обмеженість гіпотез, які лежать в основі класичної теорії оболонок. Уточнені теорії розвиваються в напрямку застосування моделі Тимошенко, яка враховує деформацію зсуву та інерцію повороту.

Побудова співвідношень МСЕ на основі положень тривимірної теорії пружності автоматично задовольняє названим вимогам.

**1. Рівняння руху дискретної моделі оболонки**

У кожну мить часу напружено-деформований стан оболонки як тривимірного тіла повинен задовольняти варіаційному рівнянню руху, яке у відповідності до принципу Лагранжа-Даламбера, набуває вигляду:

$$\int_v \sigma^{ij}\delta\varepsilon_{ij}dv - \int_v \rho\left(F_i - \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}\right)\delta u^{i'}dv - \int_s X_{i'}\delta u^{i'}ds = 0 . \qquad (1.1)$$

Подальші дії, що стосуються виведення формул для обчислення коефіцієнтів матриці жорсткості СЕ пов’язані з визначенням градієнтів і їх похідних через переміщення, апроксимація яких у межах СЕ подається за полілінійним законом:

$$u^{i'} = \sum_{S_1=\underline{+}1}\ \sum_{S_2=\underline{+}1}\ \sum_{S_3=\underline{+}1} u^{i'}_{S_1S_2S_3}\prod_{\delta=1}^{3}\left(S_{(\delta)}x^{(\delta)} + \frac{1}{2}\right), \qquad (1.2)$$

де $S_{(\delta)}$ – параметри, які визначають положення вузла в локальній системі координат,

$$S_{(\delta)} = \begin{cases} 1 & при \quad x^{(\delta)} > 0, \\ 0 & при \quad x^{(\delta)} < 0, \end{cases}$$

$u^{i'}_{S_1S_2S_3}$ – переміщення вузлів СЕ в декартовій системі координат.

При чисельній реалізації МСЕ для тонких оболонок і оболонок середньої товщини суттєвим фактором отримання сприйнятливої точності результатів обчислень є стійкість обчислювального процесу щодо помилок округлення. У випадку лінійного розподілення переміщень по товщині чисельні експерименти показали, що найбільш стійкі результати досягаються тоді, коли в якості незалежних параметрів переміщень прийняти переміщення вузлів на серединній поверхні :

$$U^{i'}_{S_2 S_3} = \frac{1}{2}\left(u^{i'}_{+1 S_2 S_3} + u^{i'}_{-1 S_2 S_3}\right) \qquad (1.3)$$

і узагальнених кутів повороту ребер СЕ, орієнтованих по товщині. Кутові переміщення визначаються як різниця переміщень відповідних вузлових точок на обмежуючих поверхнях СЕ

$$\gamma^{i'}_{S_2 S_3} = u^{i'}_{+1 S_2 S_3} - u^{i'}_{-1 S_2 S_3}\,. \qquad (1.4)$$

Це докладно викладено в роботах [2,4].

Що стосується визначення інерційних характеристик дискретної моделі, в методі скінченних елементів найбільш сприйнятливою для розв'язання задач динаміки є узгоджена матриця мас, методика визначення якої аналогічна процедурі побудови матриці жорсткості.

В подальшому виконується перегрупування і приведення подібних членів таким чином, щоб перейти від підсумовування по елементам до підсумовування по індексам компонент невідомих усієї конструкції. Відповідність між номерами вузлів усієї конструкції і локальними номерами вузлів в скінченних елементах установлюється за допомогою матриць відповідності та "шаблонів" сіткової області. У результаті таких перетворень, дискретний аналог варіаційного рівняння у матричній формі набуває вигляду

$$\{\delta u\}^T([K]\{u\}| + [M]\{\ddot{u}\} - \{Q(t)\}) = 0\,, \qquad (1.5)$$

де $\{u\},\{\ddot{u}\}$ - $n$–вимірні вектори узагальнених переміщень і прискорень вузлів дискретної моделі конструкції ($n$–загальне число ступенів вільності моделі); [$K$], [$M$] –матриці жорсткості і мас усієї моделі конструкції; {Q(t)}- вектор узагальнених вузлових сил. Необхідною і достатньою умовою, що задовільняє рівняння (1.5) при довільних (але сумісних із в'язями) варіаціях вектора $\{\delta u\}$ є та умова, що співвідношення у дужках повинно дорівнювати нулю

$$[K]\{u\}| + [M]\{\ddot{u}\} - \{Q(t)\} = 0\,. \qquad (1.6)$$

**2. Про редуковані моделі**

Розв'язання задач динаміки вимагає приблизно на порядок більше витрат машинного часу у порівнянні з витратами на розв'язання відповідної задачі статики. В той же час у більшості випадків щодо практичних застосувань слід визначити лише деяку частину власних частот нижньої частини спектру дискретної моделі.

У зв'язку з цим виникла проблема редукування (зниження порядку) системи розв'язувальних рівнянь.

Суть більшості методів редукування полягає у пошуку такого перетворення вектора невідомих

$$\{u\} = [U]\{q\}, \tag{2.1}$$

щоб вектор нових узагальнених координат мав значно меншу розмірність, а нижні частоти власних коливань вихідної і редукованої моделей були близькими. Можливість такого перетворення пояснюється тією обставиною, що у випадку прийняття складовими $[U]$ визначені якимось чином $m$ власних векторів вихідної задачі, то отримаємо редуковану систему m-го порядку, власні значення якої повністю співпадають з власними значеннями, що відповідають вибраним для перетворення власним векторам вихідної моделі.

Викладене положення лежить в основі алгоритму одночасних ітерацій у підпросторі [1].

У даній роботі набув розвитку метод базисних векторів, який не пов'язаний зі способом дискретизації вихідної задачі і найбільш повно проявив себе стосовно скінченно-елементної моделі [3].

Суть метода полягає у переході до нових узагальнених координат за допомогою співвідношення (2.1). Підставляючи (2.1) у (1.5) отримаємо систему рівнянь руху редукованої моделі, що набуває вигляду:

$$[B]\{\ddot{q}\} + [A]\{q) = \{\mathrm{P}(t)\}, \tag{2.2}$$

де

$$[A] = [U]^T [K][U], \tag{2.3}$$

$$[B] = [U]^T [M][U], \tag{2.4}$$

$$\{P(t)\} = [U]^T \{Q(t)\} \tag{2.5}$$

відповідно матриці жорсткості, мас і вектор узагальнених сил, які характеризують рух редукованої моделі [5].

## 3. Дослідження нестаціонарних коливань оболонок від дії ударних та імпульсних навантажень

При дії навантажень, які змінюються в часі за будь-яким законом напружено-деформований стан оболонки є суперпозицією усіх власних коливань і визначається загальним розв'язком визначальних динамічних рівнянь з урахуванням початкових умов. Наближений розв'язок дає редукована модель, яка приводить до рівняння (2.2). Невідомі функції, що залежать від часової координати, повинні задовольняти початковим умовам. По суті, рівняння (2.2) є системою звичайних диференціальних рівнянь по часовій координаті. Ця система є зв’язаною і тому одним з варіантів побудови її загального розв’язку, що визначає поведінку редукованої моделі в часі, полягає в перетворенні зв’язаної системи диференціальних рівнянь до незв’язаної. Це можливо, оскільки як матриця мас $[B]$ так і матриця жорсткості $[A]$ в (2.2) є симетричними та позитивно визначеними.

Оскільки матриця мас $[B]$ є позитивно визначеною, то існує корінь з цієї матриці. В методі скінченних елементів матриця мас не є діагональною, тому знаходження $\sqrt{[B]}$, виконується за наступним алгоритмом. Знаходяться власні числа та нормовані власні вектори матриці $[B]$ та з їх допомогою матриця $[B]$ перетворюється на діагональну

$$[B]^{*}=\begin{bmatrix} \lambda_{!} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{2} & 0 & 0 \\ \multicolumn{4}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots} \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{n} \end{bmatrix}$$

і знаходиться матриця

$$\sqrt{[B]^{*}}=\begin{bmatrix} \sqrt{\lambda}_{!} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda}_{2!} & 0 & 0 \\ \multicolumn{4}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots} \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\lambda}_{!n} \end{bmatrix},$$

а далі оберненим перетворенням будується шукана матриця $\sqrt{[B]}$. Це є основою подальшого перетворення динамічних рівнянь редукованої моделі (2.2).

Вважаючи матрицю $[B]=\sqrt{[B]}\cdot\sqrt{[B]}$ множимо ліву і праву частини (2.2) ліворуч на $\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}$.

Виконаємо наступні математичні перетворення в (2.2):

$$\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}[\sqrt{[B]}\cdot\sqrt{B]}\cdot\{\ddot{q}\}+[A]\cdot\{q\}]=\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}\{P(t)\}.$$

Врахуємо те, що $\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}\cdot\sqrt{[B]}=E$, де $E$ – одинична матриця.

Остаточно отримаємо

$$\sqrt{[B]}\,\frac{d^2\{q\}}{dt^2} = -\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}[A]\{q\} + \left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}\{P(t)\}\,.$$

Виконаємо тотожне перетворення в правій частині

$$\sqrt{[B]}\,\frac{d^2\{q\}}{dt^2} = -\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}[A]\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}\left(\sqrt{[B]}\right)\{q\} + \left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}\{P(t)\}\,.$$

Позначимо

$$\sqrt{[B]}\{q\} = \{q\}^*,$$

$$\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}[A]\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1} = [A]^*,$$

$$\left(\sqrt{[B]}\right)^{-1}\{P(t)\} = \{p(t)\}^*,$$

що дає

$$\frac{d^2\{q\}^*}{dt^2} = -[A]^*\{q\}^* + \{p(t)\}^*\,.$$

Для перетворення матриці $[A]^*$ до діагонального вигляду знаходимо її власні числа та нормовані власні вектори. З нормованих власних векторів утворимо матрицю $[S]$, стовпчиками якої є компоненти власних векторів.

Оскільки матриця $[A]^*$ є симетричною, то її власні вектори взаємно ортогональні. А оскільки ці вектори ще й нормуються, тому матриця $[S]$ є ортогональною, а обернена до неї співпадає з транспонованою $[S]^{-1} = [S]^T$.

Перетворення зв'язаної системи звичайних диференціальних рівнянь за допомогою матриці $[S]$ приводить до незв'язаної системи окремих диференціальних рівнянь в результаті наступних дій:

$$[S]^T\,\frac{d^2\{q\}^*}{dt^2} = -[S]^T[A]^*\{q\}^* + [S]^T\{p(t)\}^*\,.$$

Виконаємо тотожне перетворення в правій частині, враховуючи $[S]\cdot[S]^T = E$,

$$[S]^T\,\frac{d^2\{q\}^*}{dt^2} = -[S]^T[A]^*[S][S]^T\{q\}^* + [S]^T\{p(t)\}^*\,.$$

Тоді, оскільки

$$[S]^T[A]^*[S] = [\Lambda]\,,$$

де

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Позначимо $[S]^T \{q\}^* = \{q\}^{**}$, $[S]^T \{p(t)\}^* = \{p(t)\}^{**}$.

Остаточно отримаємо співвідношення

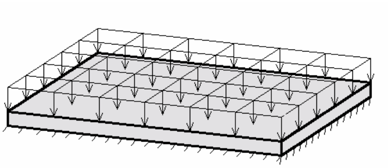
$$\frac{d^2 \{q\}^{**}}{dt^2} + \lambda_i \{q\}^{**} = \{p(t)\}^{**}, \; i = 1,2,...,n .$$

Аналогічні перетворення виконуються з заданими початковими умовами, яким задовольняють невідомі $\{q\}$ та їх похідні по t. В результаті отримаємо початкові умови для $\{q\}^*$, а потім для $\{q\}^{**}$ та їх похідних по часі. Це дає *n* окремих задач для диференціальних рівнянь другого порядку з початковими умовами (тобто задачі Коші).

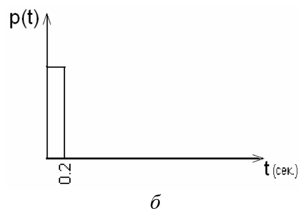
Розв’язання окремих задач Коші виконується за методом Рунге-Кути четвертого порядку точності. Після знаходження розв’язків *n* задач Коші до певного значення часової координати виконується зворотній перехід від $\{q\}^{**}$ до $\{q\}^*$ і потім до $\{q\}$, що визначає шуканий розв’язок в певний момент часу і потім продовжується інтегрування до наступного моменту часу і так далі.

Слід зазначити, що при дослідженні нестаціонарних коливань на значних проміжках по часовій координаті необхідно до математичної моделі залучати складові, які приводять до згасання коливань. Якщо згасання коливань не враховується, то розроблена методика дозволяє адекватно дослідити початковий процес нестаціонарних коливань.

Методика апробована на розв’язанні динамічної задачі для прямокутної пластини затисненої по контуру від імпульсного розподіленого навантаження (рис. 1,*а*), закон зміни якого в часі наведений на (рис. 1,*б*).



*а*




*б*

Рис. 1. Пластина під дією імпульсного навантаження:
(*а*) - загальний вигляд пластини; (*б*) - закон дії навантаження

Матриці жорсткості і мас побудовані для редукованої моделі пластини методом базисних вузлів, схема яких показана на рис. 2.

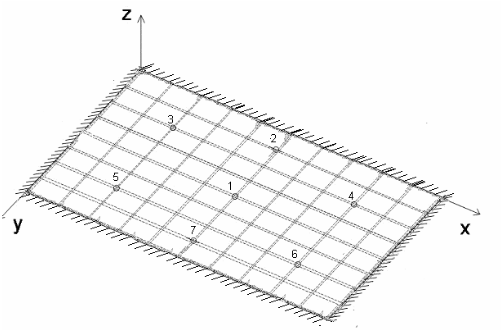



Рис. 2. Схема розміщення базисних вузлів

У кожному базисному вузлі враховувався тільки один ступінь вільності – переміщення по нормалі до поверхні пластини. Редукована модель нараховує сім ступенів вільності, чому відповідають розміри матриць жорсткості і мас математичної моделі задачі.

Результатом розв'язку задачі є переміщення базових вузлів в вихідній системі координат пластини, наведених на (рис. 3) та форми деформованої поверхні пластини на початковому етапі нестаціонарних коливань.

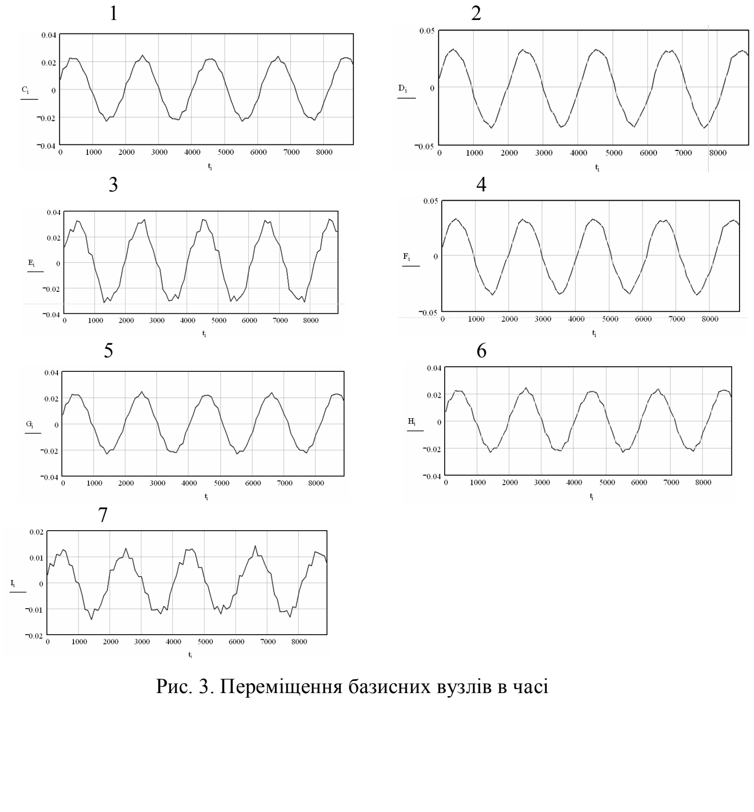



Рис. 3. Переміщення базисних вузлів в часі

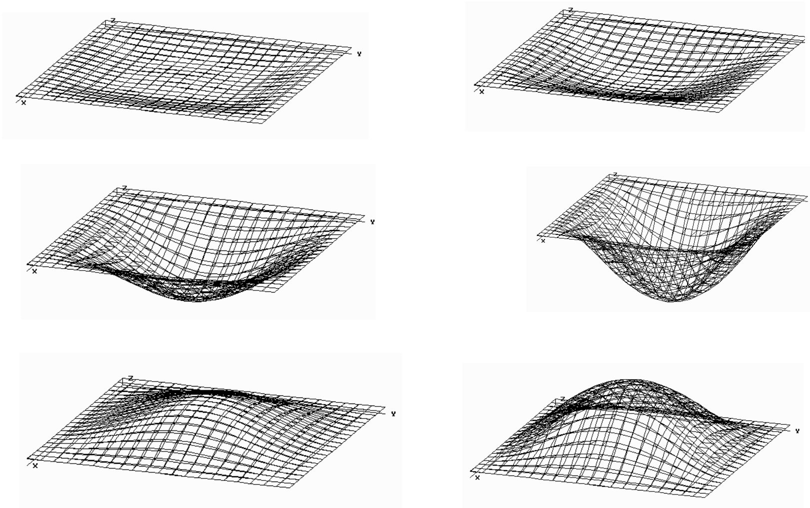


Рис. 4. Початковий процес нестаціонарних коливань пластини
(переміщення значно збільшені для наочності)

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ


1. *Клаф, Дж. Пензиен.* Динамика сооружений. –М: Стройиздат, 1981, -345 с.
2. *Кислоокий В.Н., Легостаев А.Д., Сахаров А.С., Соловей Н.А.* Об одном варианте метода конечных элементов в задачах статики и динамики консольных оболочек //Опір матеріалів і теорія споруд, – Київ: Будівельник, 1974, вип. 27. с. 45-52.
3. *Кислоокий В.Н., Легостаев А.Д.* Реализация метода конечных элементов в задачах исследования свободных колебаний оболочек и пластин .//Опір матеріалів і теорія споруд, – Київ: Будівельник, 1974, вип. 27. с. 24_32.
4. *Легостаев А.Д., Гречух Н.А.* Побудова співвідношень МСЕ для просторового попередньо напруженого скінченного елемента //Опір матеріалів і теорія споруд,– Київ: Будівельник, 2009 вип. 84.-76 с.
5. *Легостаев А.Д, Н.А.Гречух Н.А,* Коливання пластинчатих конструкцій з урахуванням приєднаних мас, пружних в'язей і вирізів //Опір матеріалів і теорія споруд, – Київ: Будівельник, 2009 вип. 83. с.51-62.


REFERENCES


1. *Klaf, Dzh. Penzien*. Dinamika sooruzheniy. – M: Stroyizdat, 1981. – 345 s.
2. *Kislookiy V.N., Legostaev A.D., Saharov A.S., Solovey N.A.* Ob odnom variante metoda konechnyih elementov v zadachah statiki i dinamiki konsolnyih obolochek // Opir materialiv i teoriia sporud, – Kyiv: Budivelnyk, 1974, vyp. 27. s. 45-52.
3. *Kislookiy V.N., Legostaev A.D.* Realizatsiya metoda konechnyih elementov v zadachah issledovaniya svobodnyih kolebaniy obolochek i plastin // Opir materialiv i teoriia sporud, – Kyiv: Budivelnyk, 1974, vyp. 27. s. 24-32.

4. *Lehostaev A.D., Hrechukh N.A.* Pobudova spivvidnoshen MSE dlia prostorovoho poperedno napruzhenoho skinchennoho elementa //Opir mate¬¬rialiv i teoriia sporud,– Kyiv: Budivelnyk, 2009 vyp. 84.-76 c.
5. *Lehostaev A.D., Hrechukh N.A.* Kolyvannia plastynchatykh konstruktsii z urakhuvanniam pryiednanykh mas, pruzhnykh viazei i vyriziv //Opir materialiv i teoriia sporud, – Kyiv: Budivelnyk, 2009 vyp. 83. s.51-62.

*Чибиряков В.К., Легостаев А.Д., Гречух Н.А., Яковенко А.А.*

**МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ОБОЛОЧЕК ОТ ДЕЙСТВИЯ НЕСТАЦИОНАРНИХ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕДУЦИРОВАНЫХ МОДЕЛЕЙ**

Предложен эффективный алгоритм исследования динамического поведения оболочек на действие нестационарных динамических воздействий. Алгоритм базируется на применении существующей методики расчета сложных оболочек, в том числе подкрепленных ребрами, построенный на основе моментной схемы МКЭ с применением редуцированных моделей, что значительно снижает число степеней свободы. Динамические уравнения редуцированной модели с начальными условиями превращаются в несвязанную систему обыкновенных дифференциальных уравнений движения, каждое из отдельных уравнений с соответствующими начальными условиями решается численно методом Рунге-Куты четвертого порядка точности

*Chybiryakov V.K., Legostaev A.D., Hrechuh N.A., Yakovenko O.O.*

**METHOD OF RESEARCH OF SHELLS ON THE NONSTATIONARY DYNAMICAL EFFECTS USING REDUCTION MODELS**

An efficient algorithm studies the dynamic behavior of shells on the effect of unsteady dynamic influences. The algorithm is based on the use of existing methods of calculating complex membranes, including reinforced by ribs, is based on the FEM circuit torque using reduced vowels models, which significantly reduces the number of degrees of freedom. Dynamic equation reduced model with initial conditions turn into unbound system of ordinary differential equations of motion, each individual equations with appropriate initial conditions is solved numerically by the method of Runge-Kuta fourth order accuracy

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)**: *Чибіряков Валерій Кузьмич, доктор технічних наук, професор кафедри «Математики»*
***Адреса робоча:*** *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Чибірякову Валерію Кузьмичу*
***Адреса домашня:***
***Роб. тел.*** *+38(044) 241 55 95*
***мобільний тел.:***
***дом. тел.:***
***E-mail***

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)**: *Легостаєв Анатолій Дмитрович, кандидат технічних наук, доцент кафедри «Будівельної механіки»*
***Адреса робоча:*** *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Легостаєву Анатолію Дмитровичу*
***Адреса домашня:***
***Роб. тел.*** *+38(044) 241 55 95*
***мобільний тел.:*** *096 34 05918*
***дом. тел.:***
***E-mail***

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)**: *Гречух Наталія Анатоліївна, наук. співробітник кафедри «Будівельної механіки».*
***Адреса робоча:*** *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Гречух Наталії Анатоліївні*
***Адреса домашня:*** *м.Київ, 02222, булв. В.Висоцоцьло,7*
***Роб. тел.*** *+38(044) 241 55 95*
***мобільний тел.:***
***дом. тел.:*** *(044530 46 85*
***E-mail:*** *natniism@ukr.net*