

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

**РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНИХ РАМ
МЕТОДОМ СИЛ І МЕТОДОМ ПЕРЕМІЩЕНЬ**

Методичні вказівки і індивідуальні завдання
до виконання розрахунково-графічних робіт
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
галузі знань G «Інженерія, виробництво та будівництво»
для спеціальностей

G16 «Гірництво та нафтогазові технології»

G17 «Архітектура та містобудування»

G18 «Геодезія та землеустрій»

G19 «будівництво та цивільна інженерія»

Укладачі: Ю.В. Максим'юк, д-р техн. наук, професор;
М.В. Гончаренко, канд. техн. наук, доцент;
А.А. Козак, канд. техн. наук, доцент;
О.В. Максим'юк, доктор філософії

Рецензент В.П. Андрієвський, канд. техн. наук, доцент

Відповідальний за випуск П.П. Лізунов, д-р техн. наук, професор

*Затверджено на засіданні кафедри будівельної механіки, протокол
№ 5 від 19 лютого 2026 року.*

В авторській редакції.

Розрахунок статично невизначуваних рам методом сил і методом
P64 переміщень [електронний ресурс]: методичні вказівки і індивідуальні
завдання до виконання розрахунково-графічних робіт / уклад.: Ю.В. Максим'юк
та ін. – Київ : КНУБА, 2026. – 72 с.

Розглянуто короткі теоретичні відомості, необхідні для розрахунку
статично невизначуваних рам методом сил і методом переміщень.
Детально описано склад роботи з необхідними теоретичними даними.
Викладено приклади розрахунку рам методом сил та методом переміщень.
Наведено розрахункові схеми стержневих систем для виконання
розрахунково-графічних робіт.

Призначено для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої
освіти галузі знань G «Інженерія, виробництво та будівництво» для
спеціальностей G16 «Гірництво та нафтогазові технології», G17
«Архітектура та містобудування», G18 «Геодезія та землеустрій», G19
«Будівництво та цивільна інженерія».

ЗМІСТ

Загальні положення	4
Короткі теоретичні відомості	6
Зразок оформлення титульної сторінки	7
Приклад розрахунку статично невизначуваної рами методом сил	8
Приклад розрахунку статично невизначуваної рами методом переміщень	27
Індивідуальні завдання	56
Список літератури	71

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Будівельна механіка є ключовою дисципліною в підготовці фахівців у галузі знань 6 «Інженерія, виробництво та будівництво». Ця наука вивчає методики розрахунку будівельних конструкцій, забезпечуючи їх міцність, стійкість та жорсткість. Спираючись на попередні знання з вищої математики, фізики, теоретичної механіки та опору матеріалів, будівельна механіка дає студентам інструменти для аналізу статичних і динамічних навантажень на споруди. Отримані знання та навички з цієї дисципліни є основою для подальшого вивчення будівельних конструкцій, а також для виконання курсових і дипломних проєктів.

Для ефективного засвоєння матеріалу студентам необхідно не лише вивчати теорію, а й виконувати самостійні розрахунково-графічні роботи (РГР). Мета цих методичних вказівок – допомогти студентам у виконанні розрахунково-графічних робіт (РГР) «Розрахунок статично невизначуваних рам методом сил і методом переміщень». Завдання, складається з статично невизначуваних рам. Для яких задані геометричні розміри та прикладене навантаження.

Потрібно:

Розрахунок статично невизначуваної рами методом сил (МС)

1. Підготувати розрахункову схему для розв'язання задачі.
2. Визначити кількість невідомих МС.
3. Запропонувати 3 варіанти основної системи МС.
4. Записати канонічні рівняння МС.
5. Побудувати епюри M , Q і N в одиничних і вантажному станах.
6. Визначити коефіцієнти канонічних рівнянь.
7. Побудувати сумарну одиничну епюру і перевірити коефіцієнти.
8. Обчислити невідомі МС.
9. Побудувати парціальні епюри і дійсні епюри M , Q і N .
10. Виконати кінематичну перевірку.
11. Виконати диференціальну перевірку.
12. Перевірити рівновагу вирізаних вузлів.
13. З епюр визначити опорні реакції і виконати перевірку загальної рівноваги рами.

Розрахунок статично невизначуваної рами методом переміщень (МП)

1. Підготувати розрахункову схему для розв'язання задачі.
2. Визначити кількість кутових і лінійних невідомих МП.
3. Побудувати основну систему МП.
4. Записати канонічні рівняння МП.
5. Побудувати епюри M і Q в одиничних і вантажному станах.
6. Визначити коефіцієнти канонічних рівнянь.
7. Обчислити невідомі МП.
8. Побудувати парціальні епюри і дійсну епюру M .
9. Обрати основну систему МС і виконати кінематичну перевірку.
10. Побудувати епюру Q виходячи з диференціальної залежності M і Q .
11. Побудувати епюру N з рівноваги вирізованих вузлів.
12. З епюр визначити опорні реакції і виконати перевірку загальної рівноваги рами.

Задача має бути правильно чисельно розв'язана та охайно графічно оформлена. Неохайність у чисельних розрахунках і графічному оформленні задачі може спричинити помилки. Розрахунково-графічна робота виконується на аркушах паперу формату А4 (210 × 297 мм). Перша сторінка РГР являє собою титульний лист роботи, приклад якого наведено далі.

Виконання РГР базується на успішному засвоєнні навчального матеріалу з теми «Розрахунок статично невизначуваних рам методом сил та методом переміщень», яка викладена у підручниках та розглянута у посібниках, прикладах розрахунків. Також додатковою літературою можуть бути підручники, посібники та методичні вказівки, наведені в кінці методичних вказівок.

Розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь можна виконати за допомогою системи «АСИСТЕНТ» у комп'ютерному класі кафедри будівельної механіки.

КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Основні методи розрахунку статично невизначуваних систем – це метод сил і метод переміщень. У цих методах для зменшення трудомісткості, як правило, нехтують впливом поздовжніх деформацій і деформацій зсуву.

Система, що підлягає розрахунку, замінюється іншою, яка може бути розрахована простіше. Для цього в задачі схеми або відкидаються деякі існуючі в'язі, або, навпаки, на систему накладаються додаткові в'язі, що усувають деякі переміщення. Така знову створена система називається **ОСНОВНОЮ СИСТЕМОЮ** відповідного методу.

Вважається, що основна система, крім навантаження, прикладеного до вихідної схеми, підлягає ще дії додаткових факторів. У методі сил – це реакції виключених в'язей, у методі переміщень – переміщення вузлів, які викликані накладанням додаткових в'язей. Ці фактори називають **ОСНОВНИМИ НЕВІДОМИМИ** відповідного методу. Їхні величини підлягають визначенню першочергово.

Розв'язувальні рівняння для визначення основних невідомих складаються з умов, які усувають відмінності між напружено-деформованим станом прийнятої до розрахунку основної системи та вихідної схеми, яку потрібно розрахувати. Дійсні зусилля у вихідній схемі обчислюють як сумісна дія основних невідомих і зовнішніх дій.

Комбінування методу сил і методу переміщень приводить до комбінованого методу і до змішаного методу. Комбінований метод використовується для розрахунку симетричних систем під дією навантаження загального вигляду. Останнє розкладається на симетричну і косиметричну складові. Розрахунок на симетричну складову здійснюється методом переміщень, на дію косиметричної складової – методом сил. Результати розрахунків сумуються. У змішаному методі для вибору основної системи деякі «зайві» в'язі відкидаються, а деякі додатково накладаються.

Крім цих класичних методів, для розрахунку статично невизначуваних систем може бути використаний метод скінчених елементів.

ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ ТИТУЛЬНОЇ СТОРІНКИ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

КАФЕДРА БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № ____

**«РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНОЇ РАМИ
МЕТОДОМ СИЛ»**

**«РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНОЇ РАМИ
МЕТОДОМ ПЕРЕМІЩЕНЬ»**

Виконав здобувач: група (шифр групи)
(Прізвище ім'я та по батькові студента)

(дата)

(підпис)

Прийнято:

(дата)

(підпис)

Перевірив:

(посада, прізвище та ініціали викладача)

(оцінка)

(дата)

(підпис)

Київ 2026

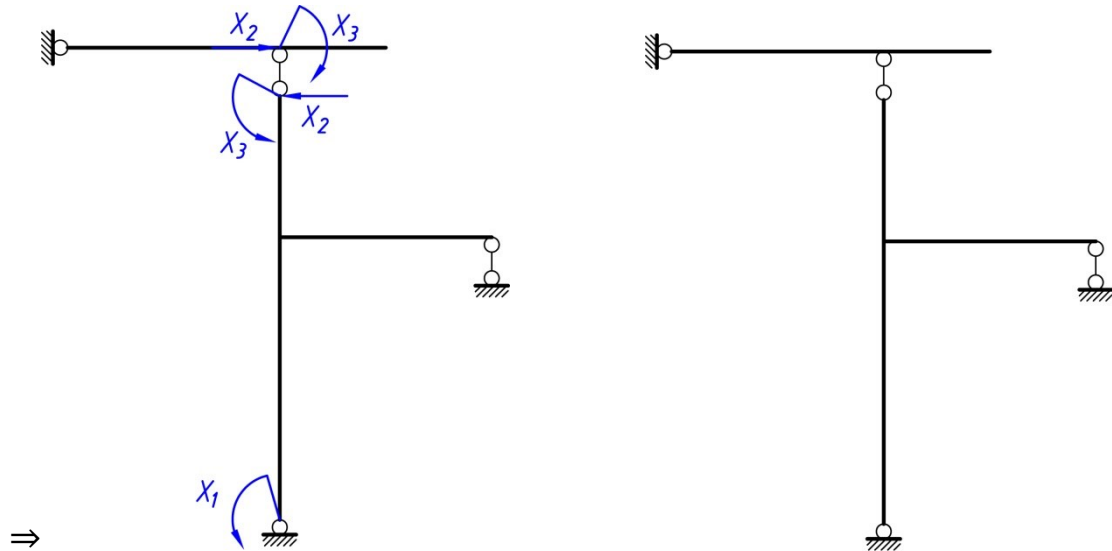
Висновок: вихідна рама три рази статично-невизначувана (має три зайві

Вибір основної системи методу сил (ОСМС)

ОСМС – геометрично незмінна (ГН) і статично-визначувана (СВ) система, яка утворилася на основі вихідної РС шляхом відкидання n - зайвих в'язей.

I варіант ОСМС.

а) відкидання в'язей $\Rightarrow$ отримана ОСМС:

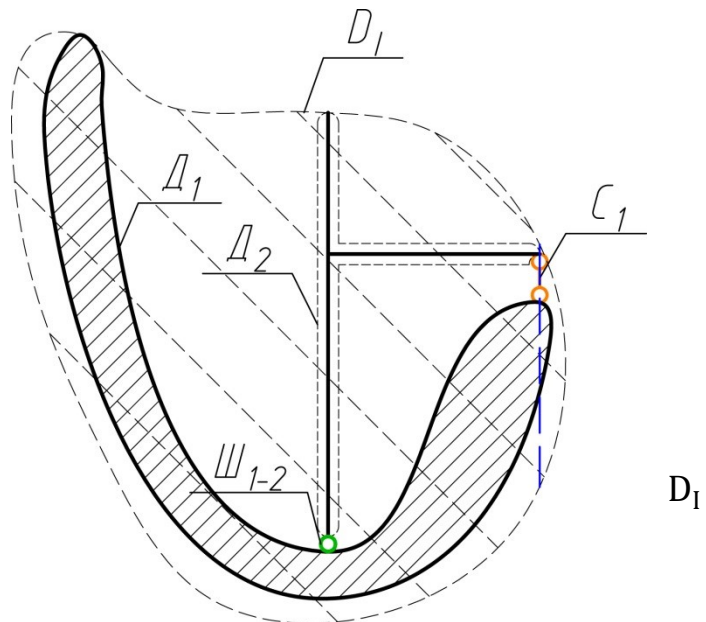


б) доказ ГН і СВ отриманої ОСМС:

1) I етап побудови ОСМС за способом Полонсо.

Геометричне
представлення (ГП) I-го етапу:

Символічне
представлення (СП) I-го
етапу: $\frac{D_1 + D_2}{\underbrace{Ш_{1-2}, C_1}_{\text{(шарнір і вісь кінематичної в'язі не лежать на одній прямій)}}} \Rightarrow$



за

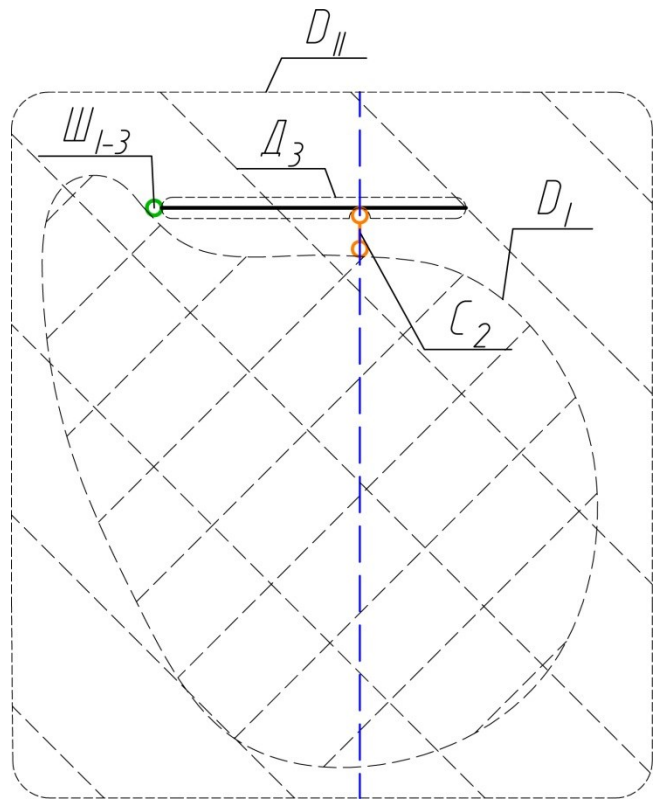
2) II етап побудови ОСМС
способом Полонсо.

ГП II етапу:

СП II етапу:

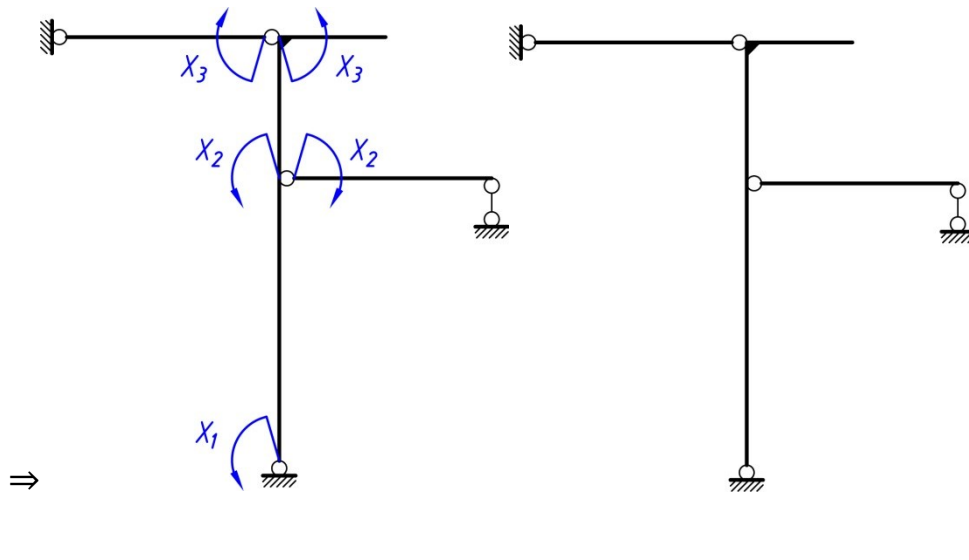
$$\frac{D_I + D_3}{\underbrace{\Pi_{I-3}, C_2}} \Rightarrow D_{II}$$

(шарнір і вісь кінематичної в'язі
не лежать на одній прямій)



II варіант ОСМС.

б) відкидання в'язей $\Rightarrow$ отримана ОСМС:



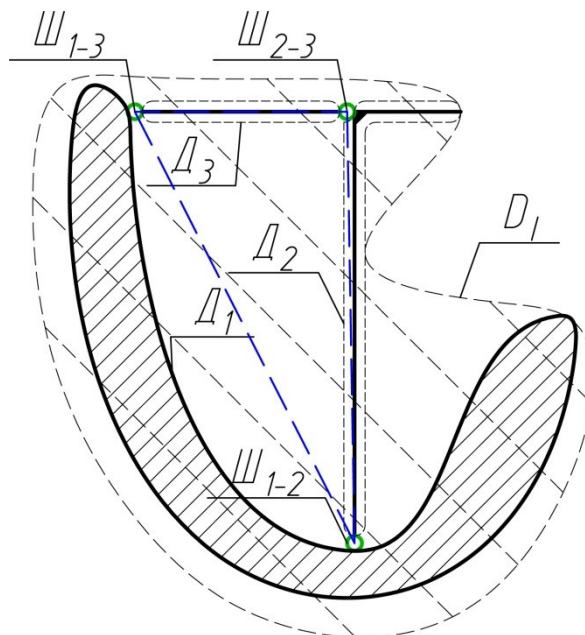
в) доказ ГН і СВ отриманої ОСМС:

1) I етап побудови ОСМС за способом шарнірного трикутника.

ГП I етапу:

СП I етапу:

$$\frac{D_1 + D_2 + D_3}{\underbrace{\Pi_{1-2}, \Pi_{1-3}, \Pi_{2-3}}_{\text{(які утворюють трикутник – не лежать на одній прямій)}}} \Rightarrow D_1$$

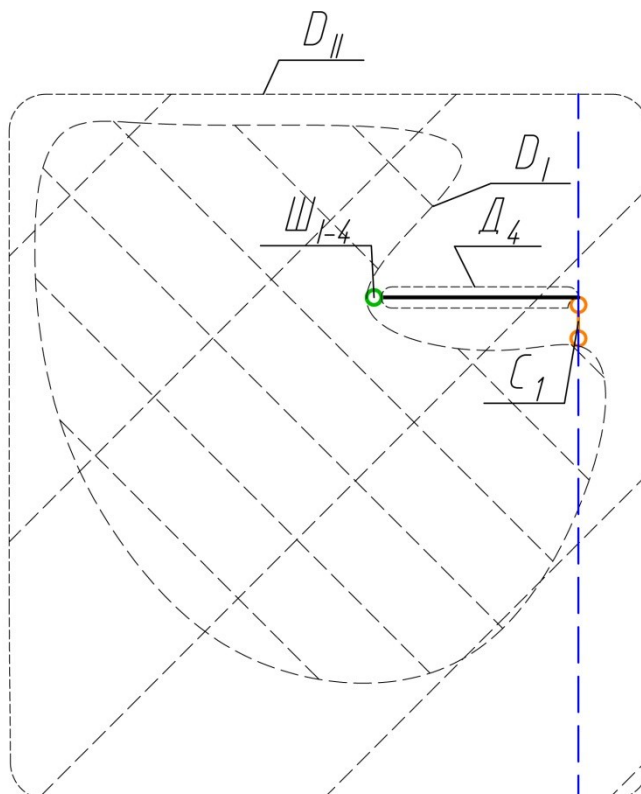


2) II етап побудови ОСМС за способом Полонсо.

ГП II етапу:

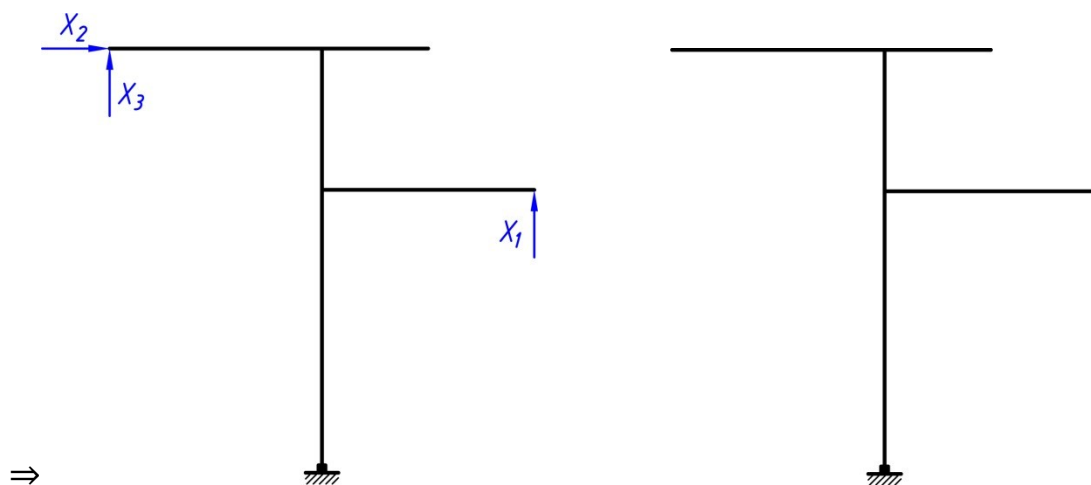
СП II-го етапу:

$$\frac{D_1 + D_4}{\underbrace{\Pi_{1-4}, C_1}_{\text{(шарнір і вісь кінематичної в'язі не лежать на одній прямій)}}} \Rightarrow D_{II}$$



III варіант ОСМС.

а) відкидання в'язей $\Rightarrow$ отримана ОСМС:



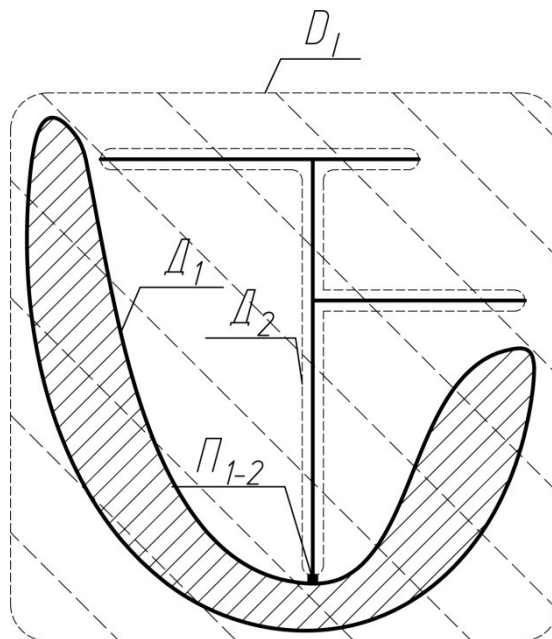
б) доказ ГН і СВ отриманої ОСМС:

1) I етап побудови ОСМС за способом припайки.

ГП I етапу:

СП I етапу:

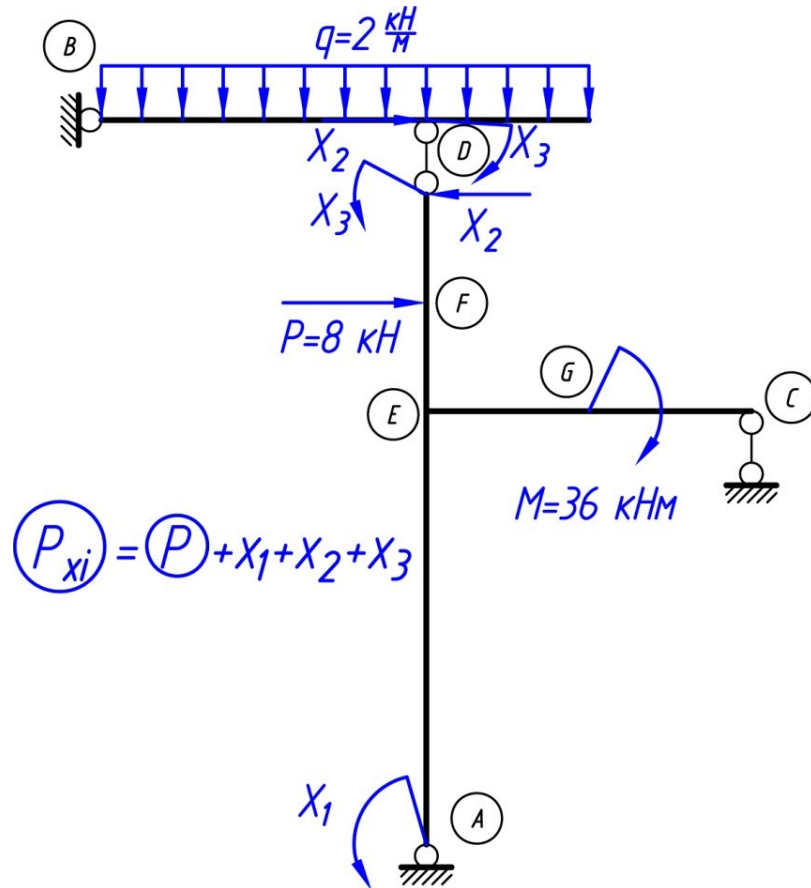
$$\frac{D_1 + D_2}{\Pi_{1-2}} \Rightarrow D_1$$



Для подальшого розрахунку вибираємо I варіант ОСМС.

Запис системи n додаткових канонічних рівнянь методу сил

Завантаження вибраної ОСМС $[P_{xi}]$.



$$P_{xi} = P + X_1 + X_2 + X_3$$

$$\begin{cases} \Delta_{1P_{xi}} = 0 - \text{фізичний зміст (ФЗ):} \\ \quad \text{відсутність кута повороту перерізу А від } [P_{xi}]; \\ \Delta_{2P_{xi}} = 0 - \text{ФЗ: відсутність зсуву перерізу D і D' від } [P_{xi}]; \\ \Delta_{3P_{xi}} = 0 - \text{ФЗ: відсутність взаємного повороту перерізу D і D' від } [P_{xi}]; \end{cases}$$

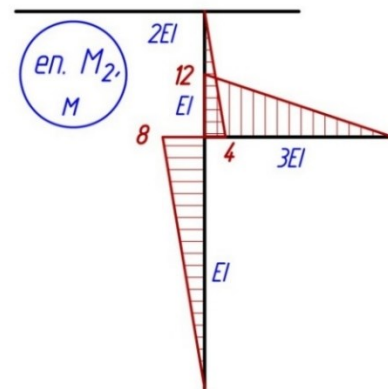
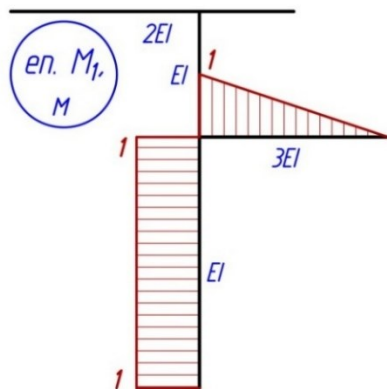
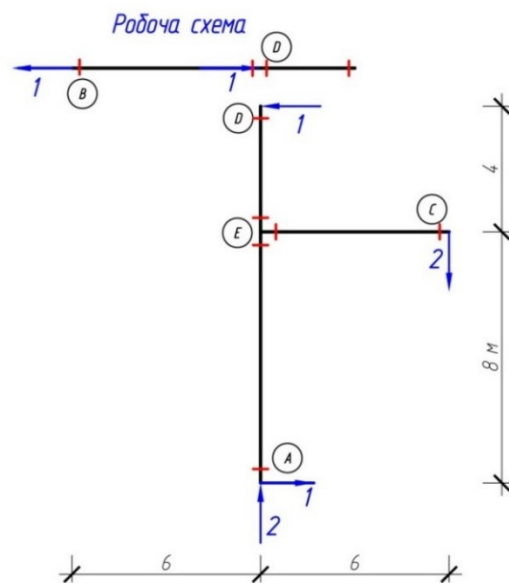
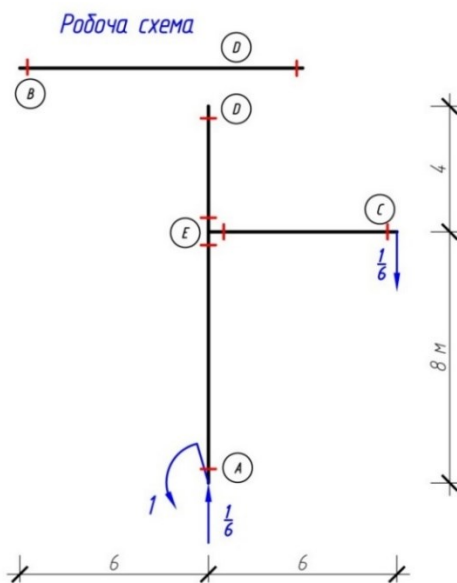
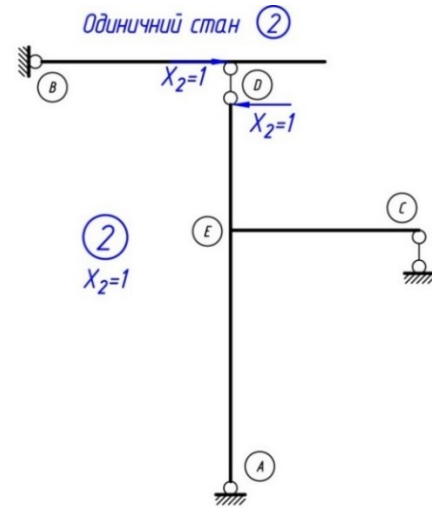
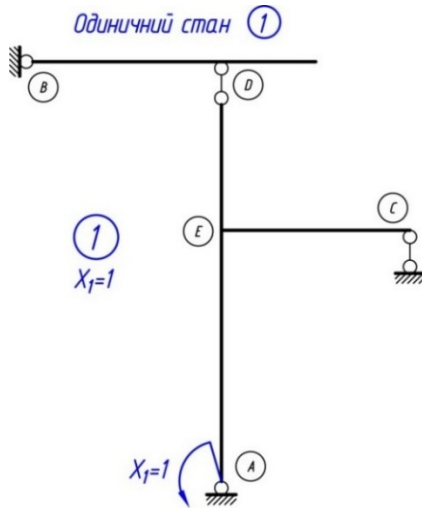
$$\begin{cases} (1) \Delta_{1P_{xi}} = \Delta_{11} + \Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{1P} \\ (2) \Delta_{2P_{xi}} = \Delta_{21} + \Delta_{22} + \Delta_{23} + \Delta_{2P} \\ (3) \Delta_{3P_{xi}} = \Delta_{31} + \Delta_{32} + \Delta_{33} + \Delta_{3P} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \delta_{13} \cdot x_3 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \delta_{23} \cdot x_3 + \Delta_{2P} = 0; \\ \delta_{31} \cdot x_1 + \delta_{32} \cdot x_2 + \delta_{33} \cdot x_3 + \Delta_{3P} = 0 \end{cases}$$

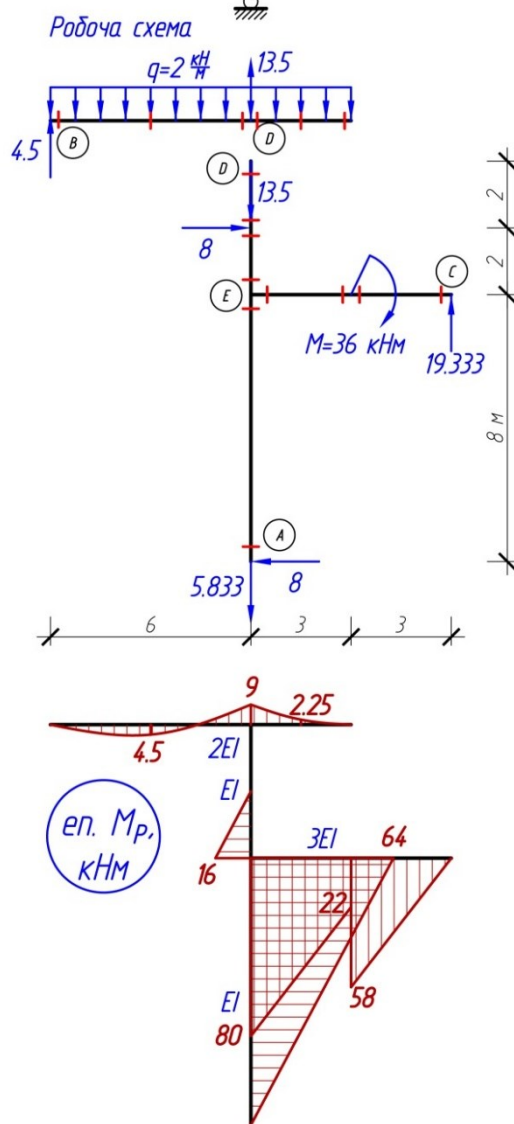
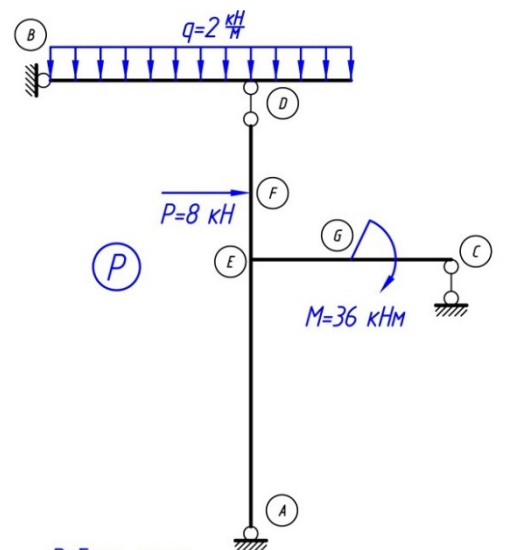
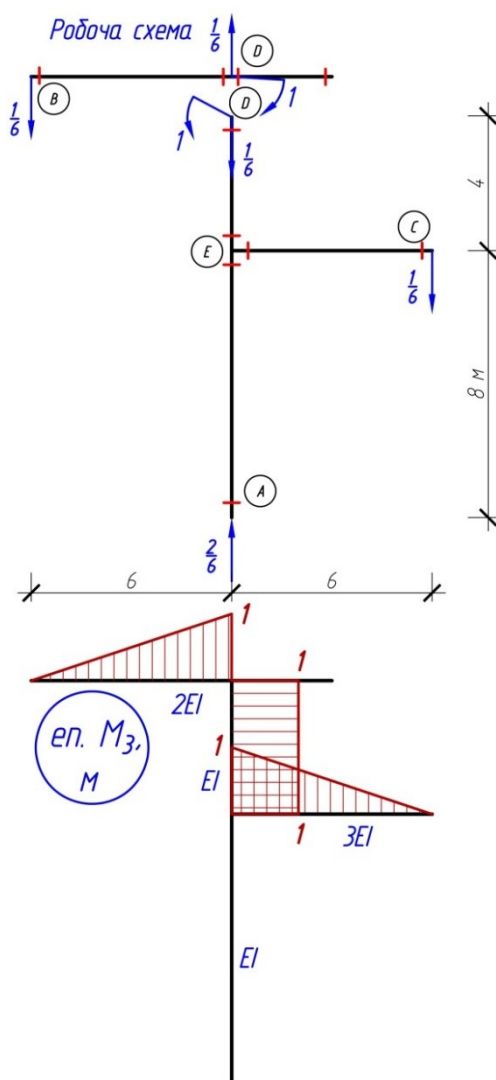
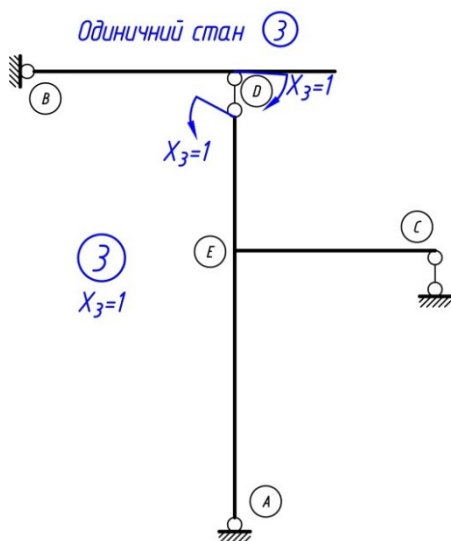
де δ_{ij} - переміщення ОСМС у напрямку x_i від дії на ОСМС $x_j = 1$, Δ_{iP} - переміщення ОСМС у напрямку x_i від дії на ОСМС заданого силового навантаження $[P]$,

Визначення коефіцієнтів δ_{ij} і вільних членів Δ_{iP} системи канонічних рівнянь

$$\delta_{ij} = \sum_{l_d}^{N_d} \int \frac{\overline{M}_i \cdot \overline{M}_j}{EI} dl; \quad \Delta_{iP} = \sum_{l_d}^{N_d} \int \frac{\overline{M}_i \cdot M_P}{EI} dl;$$

Побудова еп. $\overline{M}_1$, еп. $\overline{M}_2$, еп. $\overline{M}_3$, еп. M_P .





Визначення чисельних значень δ_{ij} і Δ_{iP}

$$\delta_{11} = \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_1} \cdot \overline{M_1}}{EI} dl = \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 8 \cdot 1 + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{8,6667}{EI} [\text{рад}];$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_1} \cdot \overline{M_2}}{EI} dl = \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 8 \cdot 4 + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = \frac{40}{EI} [\text{рад, м}];$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_1} \cdot \overline{M_3}}{EI} dl = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{0,6667}{EI} [\text{рад}];$$

$$\begin{aligned} \delta_{22} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_2} \cdot \overline{M_2}}{EI} dl \\ &= \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 + \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \\ &= \frac{288}{EI} [\text{м}]; \end{aligned}$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_2} \cdot \overline{M_3}}{EI} dl = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{16}{EI} [\text{м, рад}];$$

$$\begin{aligned} \delta_{33} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_3} \cdot \overline{M_3}}{EI} dl = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \\ &= \frac{5,6667}{EI} [\text{рад}]; \end{aligned}$$

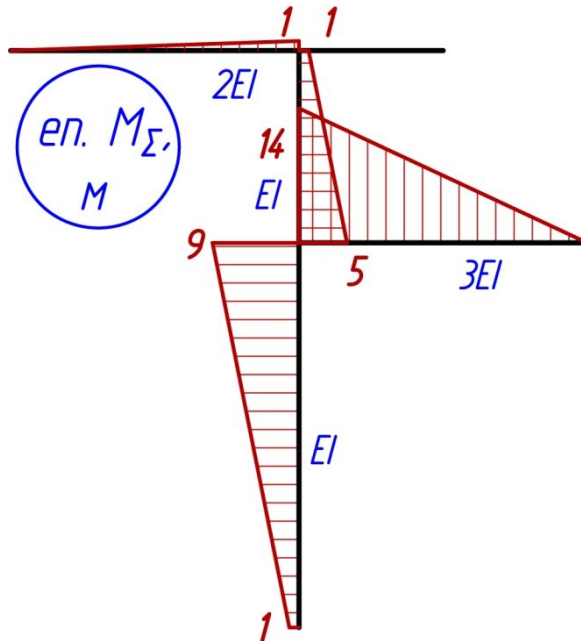
$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_1} \cdot M_P}{EI} dl \\ &= -\frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 8 \cdot 32 - \frac{3}{6 \cdot (3EI)} \cdot (1 \cdot 80 + 4 \cdot 0,75 \cdot 51 + 0,5 \cdot 22) - \\ &\quad - \frac{3}{6 \cdot (3EI)} \cdot (0,5 \cdot 58 + 4 \cdot 0,25 \cdot 29 + 0 \cdot 0) = -\frac{306,333}{EI} [\text{рад}]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{2P} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M}_2 \cdot M_P}{EI} dl = \\
&= -\frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 64 - \frac{3}{6 \cdot (3EI)} \cdot (12 \cdot 80 + 4 \cdot 9 \cdot 51 + 6 \cdot 22) \\
&\quad - -\frac{3}{6 \cdot (3EI)} \cdot (6 \cdot 58 + 4 \cdot 3 \cdot 29 + 0 \cdot 0) - \frac{2}{6 \cdot (EI)} \cdot \\
&\quad \cdot (4 \cdot 16 + 4 \cdot 3 \cdot 8 + 2 \cdot 0) = -\frac{2022.67}{EI} [M];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{3P} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M}_3 \cdot M_P}{EI} dl \\
&= -\frac{3}{6 \cdot (3EI)} \cdot (1 \cdot 80 + 4 \cdot 0.75 \cdot 51 + 0.5 \cdot 22) - \frac{3}{6 \cdot (3EI)} \times \\
&\times (0.5 \cdot 58 + 4 \cdot 0.25 \cdot 29 + 0 \cdot 0) - \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 8 + \frac{6}{6 \cdot (2EI)} \\
&\cdot (0 \cdot 0 - 4 \cdot 0.5 \cdot 4.5 + 1 \cdot 9) = -\frac{66.333}{EI} [\text{рад}];
\end{aligned}$$

Перевірка коефіцієнтів δ_{ij} і Δ_{iP} .

$$en. \overline{M}_\Sigma = en. \overline{M}_1 + en. \overline{M}_2 + en. \overline{M}_3$$



$$\delta_{i\Sigma} = \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M}_i \cdot \overline{M}_\Sigma}{EI} dl; \quad \delta_{\Sigma P} = \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M}_\Sigma \cdot M_P}{EI} dl;$$

$$\begin{aligned}
\delta_{1\Sigma} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_1} \cdot \overline{M_\Sigma}}{EI} dl \\
&= \frac{8}{6 \cdot (EI)} \cdot (1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 5 + 1 \cdot 9) + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 14 \\
&= \frac{49.3334}{EI} [\text{рад}]; \\
\delta_{2\Sigma} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_2} \cdot \overline{M_\Sigma}}{EI} dl \\
&= \frac{8}{6 \cdot (EI)} \cdot (0 \cdot 1 + 4 \cdot 4 \cdot 5 + 8 \cdot 9) + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} \cdot 14 \\
&\quad + \frac{4}{6 \cdot (EI)} \cdot (4 \cdot 5 + 4 \cdot 2 \cdot 3 + 0 \cdot 1) = \frac{344}{EI} [\text{м}]; \\
\delta_{3\Sigma} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_3} \cdot \overline{M_\Sigma}}{EI} dl \\
&= \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 14 + \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \\
&= \frac{22.3334}{EI} [\text{рад}]; \\
\delta_{\Sigma P} &= \sum \int_{l_d}^{N_d} \frac{\overline{M_\Sigma} \cdot M_P}{EI} dl \\
&= -\frac{8}{6 \cdot (EI)} \cdot (0 \cdot 1 + 4 \cdot 32 \cdot 5 + 64 \cdot 9) - \frac{3}{6 \cdot (3EI)} \\
&\quad \cdot (14 \cdot 80 + 4 \cdot 10.5 \cdot 51 + 7 \cdot 22) - \frac{3}{6 \cdot (3EI)} \\
&\quad \cdot (7 \cdot 58 + 4 \cdot 3.5 \cdot 29 + 0 \cdot 0) - \frac{2}{6 \cdot (EI)} \cdot (16 \cdot 5 + 4 \cdot 8 \cdot 4 + 0 \cdot 3) \\
&\quad + \frac{6}{6 \cdot (2EI)} \cdot (0 \cdot 0 - 4 \cdot 4.5 \cdot 0.5 + 9 \cdot 1) = -\frac{2395.333}{EI} [\text{м}]; \\
\delta_{11} + \delta_{21} + \delta_{31} &= \frac{8,6667}{EI} + \frac{40}{EI} + \frac{0,6667}{EI} = \frac{49.3334}{EI} [\text{м}]; \\
\delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{32} &= \frac{40}{EI} + \frac{288}{EI} + \frac{16}{EI} = \frac{344}{EI} [\text{м}];
\end{aligned}$$

$$\delta_{13} + \delta_{23} + \delta_{33} = \frac{0,6667}{EI} + \frac{16}{EI} + \frac{5,6667}{EI} = \frac{22,3334}{EI} [m];$$

$$\Delta_{1P} + \Delta_{2P} + \Delta_{3P} = -\frac{306.333}{EI} - \frac{2022.67}{EI} - \frac{66.333}{EI} = -\frac{2395.333}{EI} [m];$$

Розв'язок системи канонічних рівнянь методу сил.

$$\begin{cases} 8.6667 \cdot x_1 + 40 \cdot x_2 + 0.6667 \cdot x_3 - 306.333 = 0 \\ 40 \cdot x_1 + 288 \cdot x_2 + 16 \cdot x_3 - 2022.67 = 0 \\ 0.6667 \cdot x_1 + 16 \cdot x_2 + 5.6667 \cdot x_3 - 66.333 = 0 \end{cases};$$

$$x_1 = 4;$$

$$x_2 = 6.9306;$$

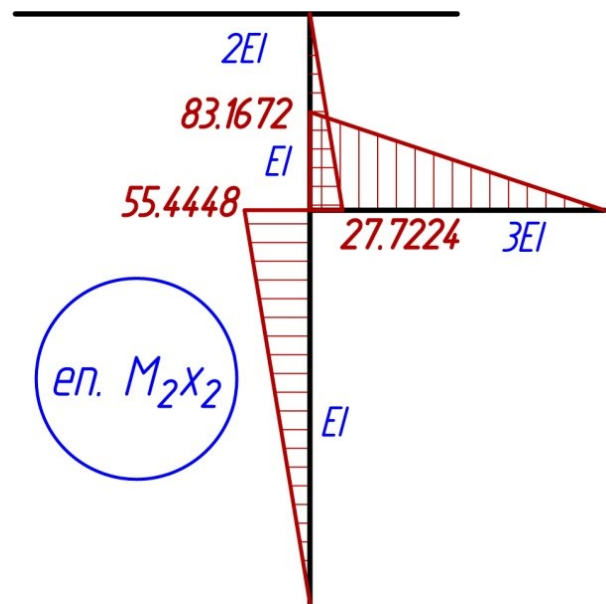
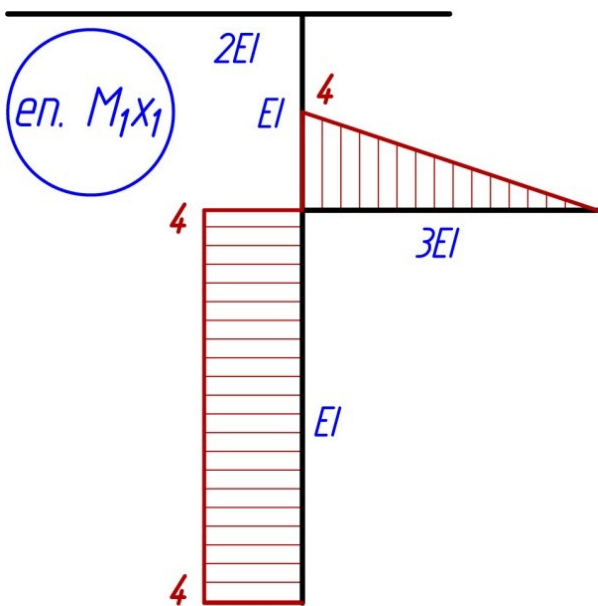
$$x_3 = -8.3334;$$

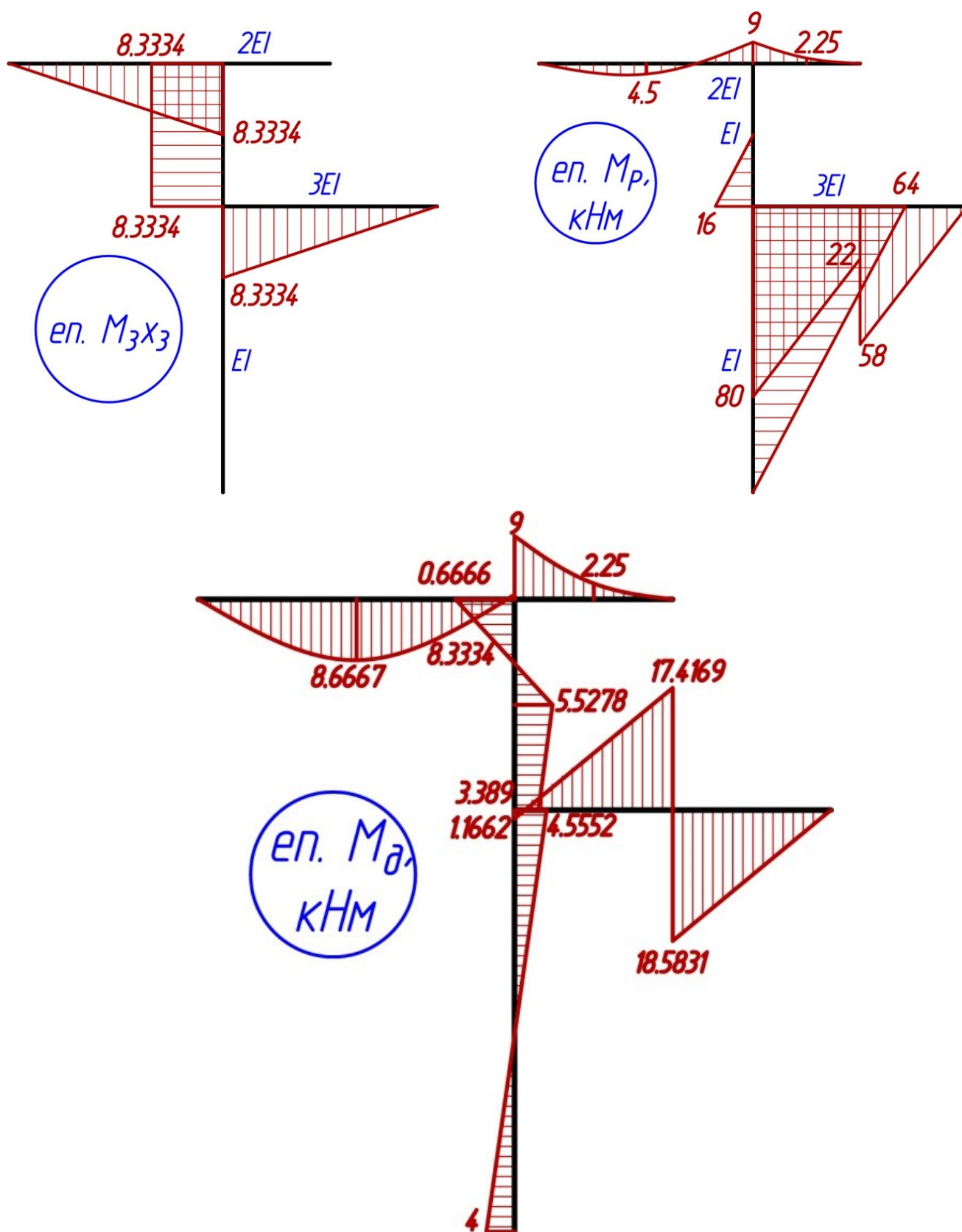
Перевірка розв'язку системи канонічних рівнянь методу сил:

$$49.3334 \cdot x_1 + 344 \cdot x_2 + 22.3334 \cdot x_3 - 2395.333 =$$

$$= 49.3334 \cdot 4 + 344 \cdot 6.9306 - 22.3334 \cdot 8.3334 - 2395.333 = 0.$$

Побудова еп. $M_d = \text{еп. } \overline{M}_1 \cdot x_1 + \text{еп. } \overline{M}_2 \cdot x_2 + \text{еп. } \overline{M}_3 \cdot x_3 + \text{еп. } M_P.$

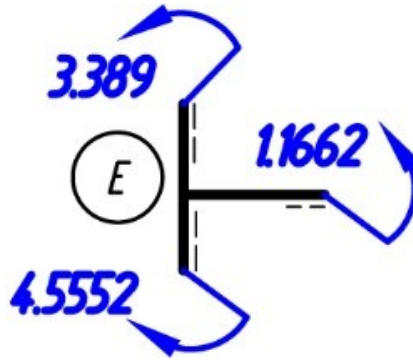




Перевірка еп. M_d

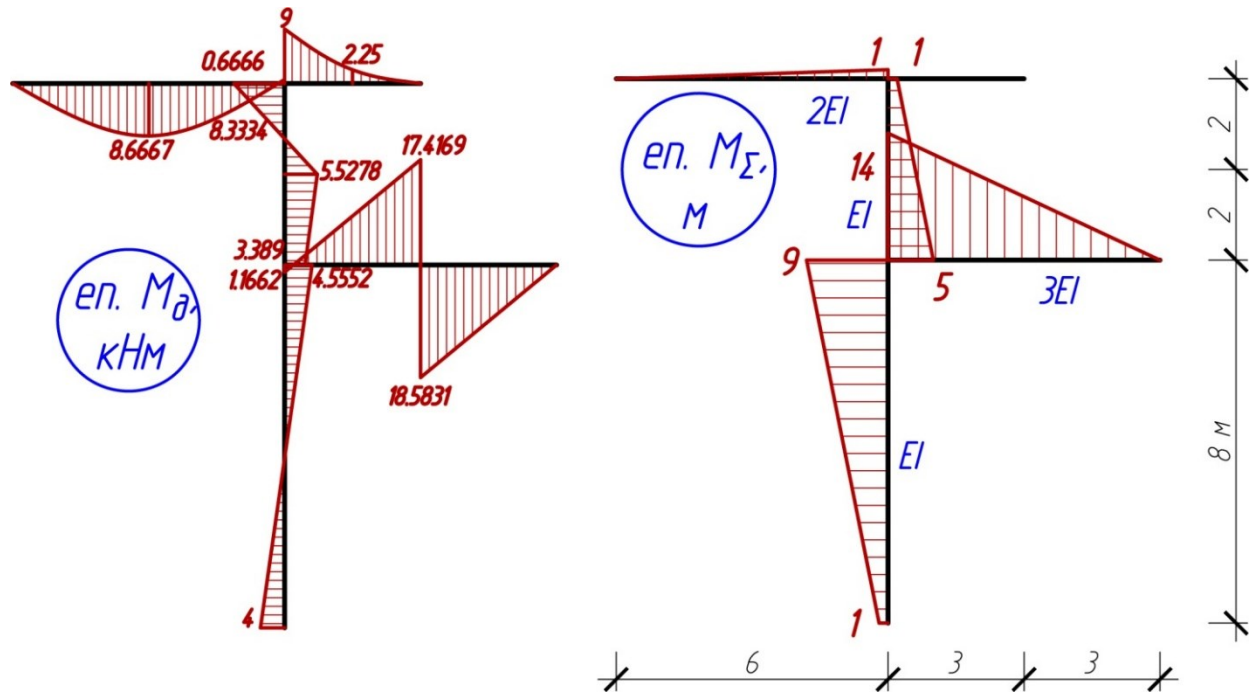
Якісна перевірка еп. M_d (перевірка відповідності характеру лінії епюру характеру зовнішнього навантаження).

Перевірка рівноваги вирізаних вузлів.



$$1) \sum M_E^{B.E} = 0; -3.389 + 4.5552 - 1.1662 = 4.5552 - 4.5552 = 0; 0 \equiv 0.$$

Головна кінематична перевірка



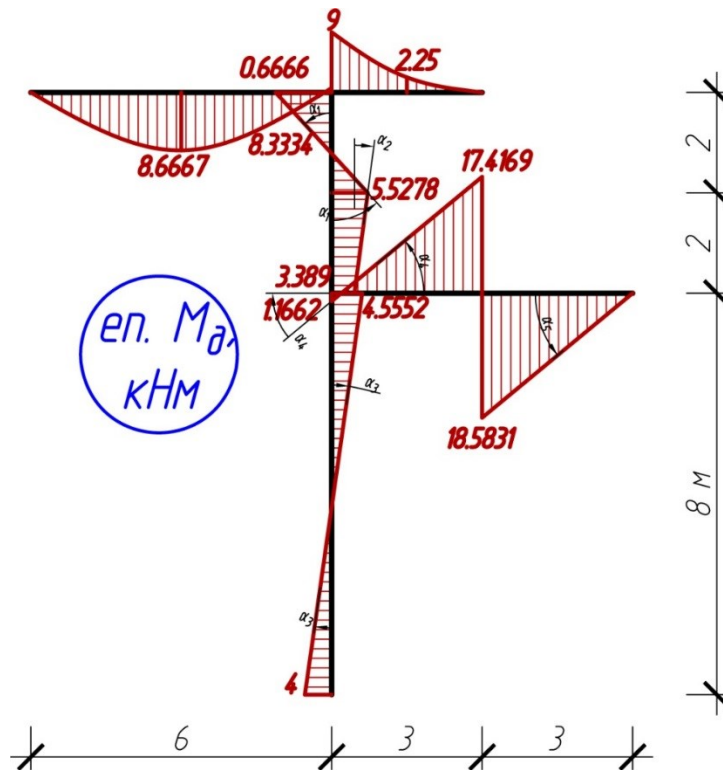
$$\begin{aligned}
 \Delta_{\Sigma D} &= \sum_{l_D}^{N_D} \int \frac{\overline{M}_{\Sigma} \cdot M_D}{EI} dl = \frac{6}{6 \cdot (2EI)} \cdot (0 \cdot 0 - 4 \cdot 8.6667 \cdot 0.5 + 0.6666 \cdot 1) + \\
 &+ \frac{2}{6 \cdot (EI)} \cdot (-1 \cdot 8.3334 - 4 \cdot 1.4028 \cdot 2 + 5.5278 \cdot 3) + \frac{2}{6 \cdot (EI)} \\
 &\quad \cdot (5.5278 \cdot 3 + 4 \cdot 4.4584 \cdot 4 + 3.389 \cdot 5) + \\
 &+ \frac{3}{6 \cdot (3EI)} \cdot (-1.1662 \cdot 14 + 4 \cdot 8.1254 \cdot 10.5 + 17.4169 \cdot 7) - \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 18.5831 \\
 &\quad \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 7 + \\
 &+ \frac{8}{6 \cdot (EI)} \cdot (1 \cdot 4 - 4 \cdot 0.278 \cdot 5 - 9 \cdot 4.5552) \\
 &= -8.3334 - 0.991 + 34.9543 + 74.4764 - 43.3606 - \\
 &- 56.7424 = -109.4274 + 109.4307 \approx 0; 0 \equiv 0. \\
 \varepsilon &= \frac{|-109.4274 + 109.4307|}{109.4274} \cdot 100\% = \frac{0.0033}{109.4274} \cdot 100\% = 0.003\%
 \end{aligned}$$

Побудова еп. Q_d

Побудова еп. Q_d за допомогою еп. M_d .

а) для прямолінійних ділянок еп. M_d використовуємо диференційну залежність Журавського:

$$Q_d = \frac{dM_d}{dl} = tg\varphi.$$



$$Q_{d, \text{діл.1}} = tg\varphi_1 = -\frac{5.5278 + 8.3334}{2} = -6.9306 \text{ кН};$$

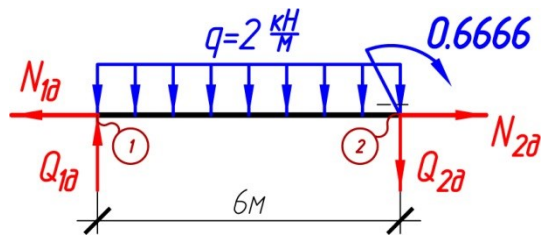
$$Q_{d, \text{діл.2}} = tg\varphi_2 = \frac{5.5278 - 3.389}{2} = 1.0694 \text{ кН};$$

$$Q_{d, \text{діл.3}} = tg\varphi_3 = \frac{4.5552 + 4}{8} = 1.0694 \text{ кН};$$

$$Q_{d, \text{діл.4}} = tg\varphi_4 = -\frac{17.4169 + 1.1662}{3} = -6.1944 \text{ кН};$$

$$Q_{d, \text{діл.5}} = tg\varphi_5 = -\frac{18.5831}{3} = -6.1944 \text{ кН};$$

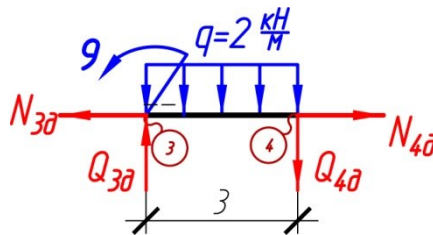
б) для криволінійної ділянки еп. M_d поперечні сили знаходяться з рівноваги відсіченої частини рами:



$$1) \sum M_1^{1-2} = 0; 2 \cdot 6 \cdot 3 + Q_{2d} \cdot 6 + 0.6666 = 0;$$

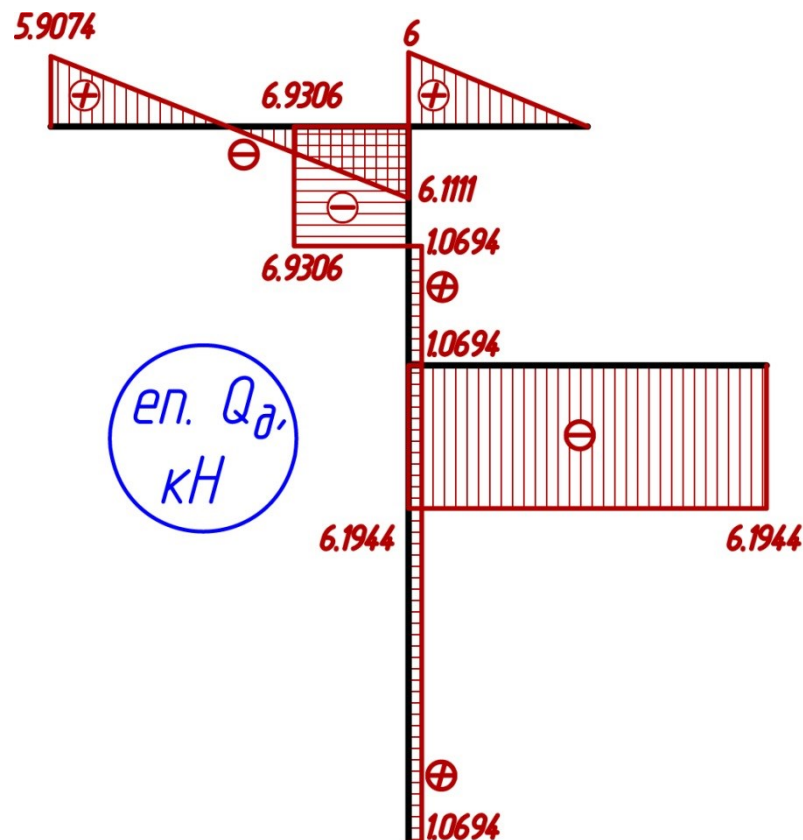
$$Q_{2d} = -\frac{36.6666}{6} = -6.1111;$$

$$2) \sum M_2^{1-2} = 0; -2 \cdot 6 \cdot 3 + Q_{1d} \cdot 6 + 0.6666 = 0; Q_{1d} = 35.44446 = 5.9074;$$



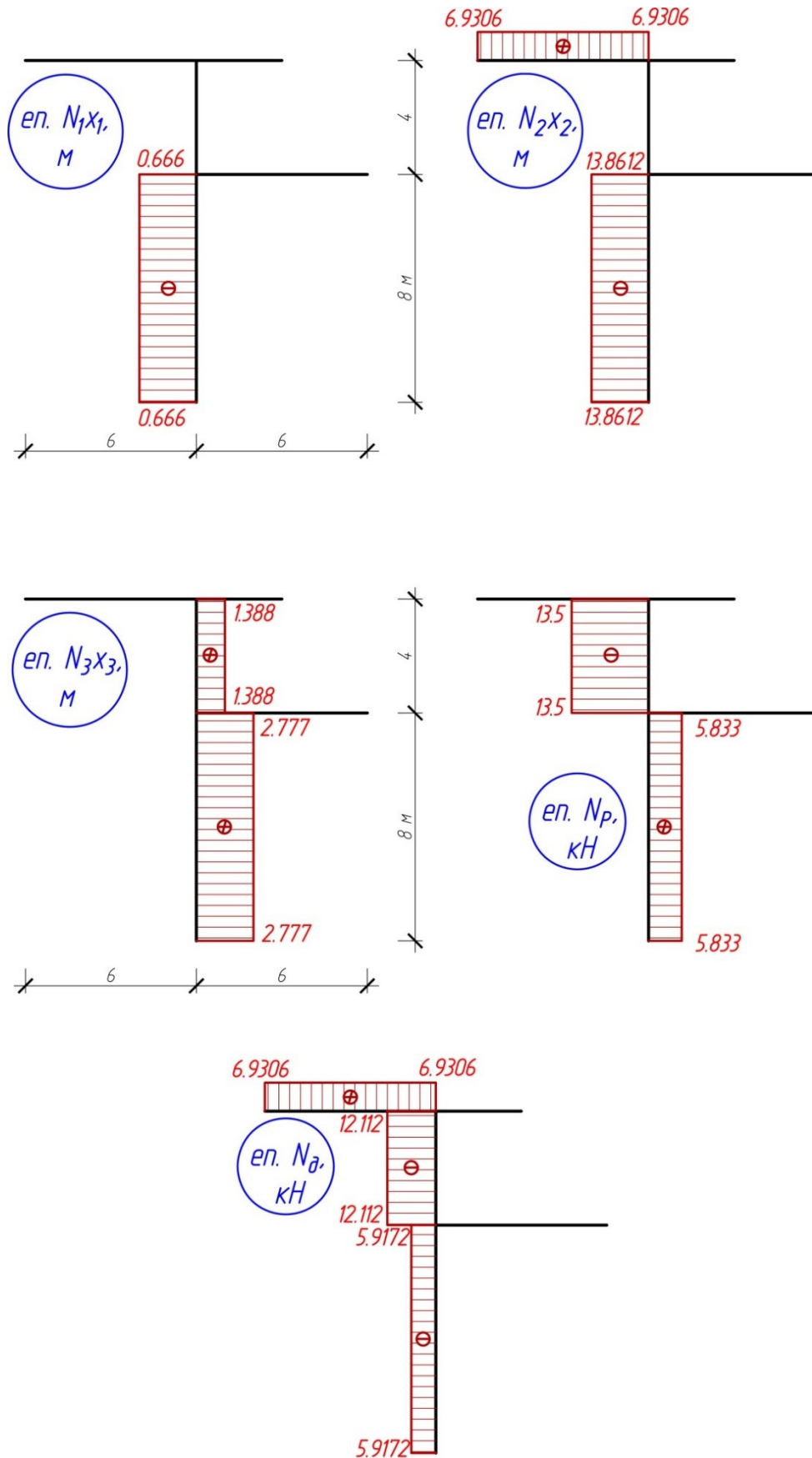
$$1) \sum M_3^{3-4} = 0; 2 \cdot 3 \cdot 1.5 + Q_{4d} \cdot 3 - 9 = 0; Q_{4d} = 0;$$

$$2) \sum M_4^{3-4} = 0; -2 \cdot 3 \cdot 1.5 + Q_{3d} \cdot 3 - 9 = 0; Q_{3d} = \frac{18}{3} = 6.$$

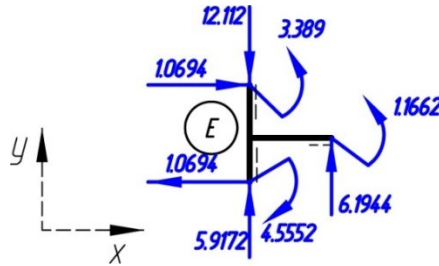


Побудова еп. N_d

$$\text{еп. } N_d = \text{еп. } \overline{N}_1 \cdot x_1 + \text{еп. } \overline{N}_2 \cdot x_2 + \text{еп. } \overline{N}_3 \cdot x_3 + \text{еп. } N_p$$

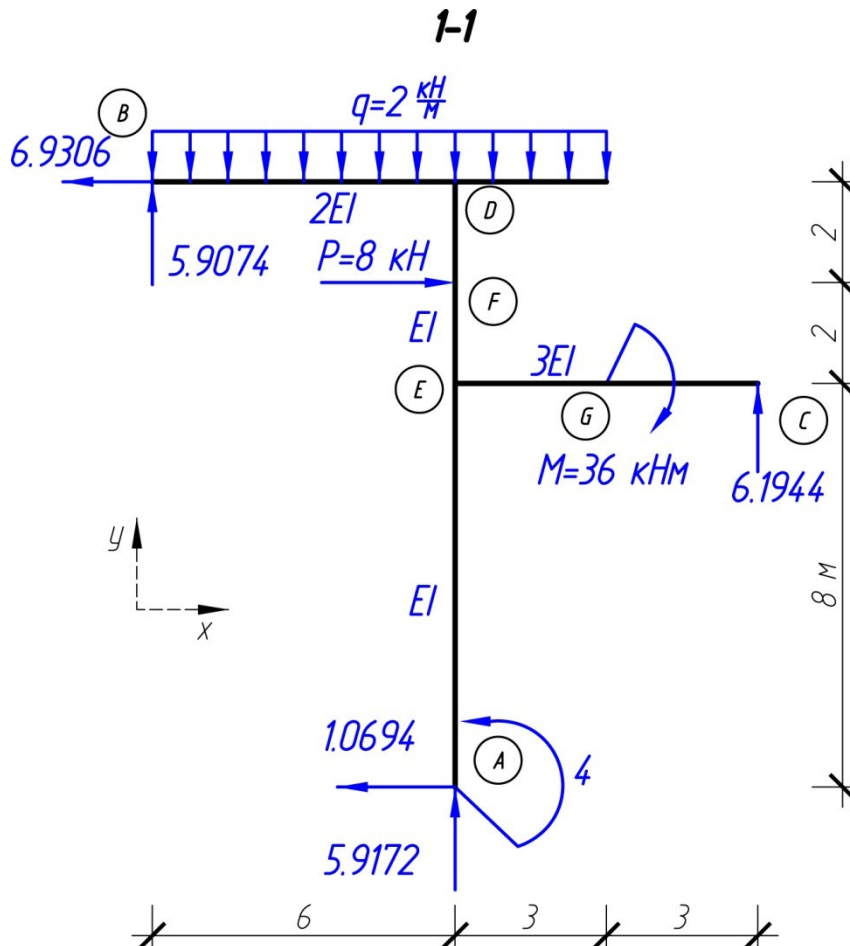


Перевірка рівноваги вирізаних вузлів



- 1) $\sum M_E^{B.E} \equiv 0; -3.389 + 4.5552 - 1.1662 = 4.5552 - 4.5552 = 0; 0 \equiv 0;$
- 2) $\sum F_x^{B.E} \equiv 0; 1.0694 - 1.0694 = 0; 0 \equiv 0;$
- 3) $\sum F_y^{B.E} \equiv 0; 5.9172 + 6.1944 - 12.112 \approx 0; 0 \equiv 0.$

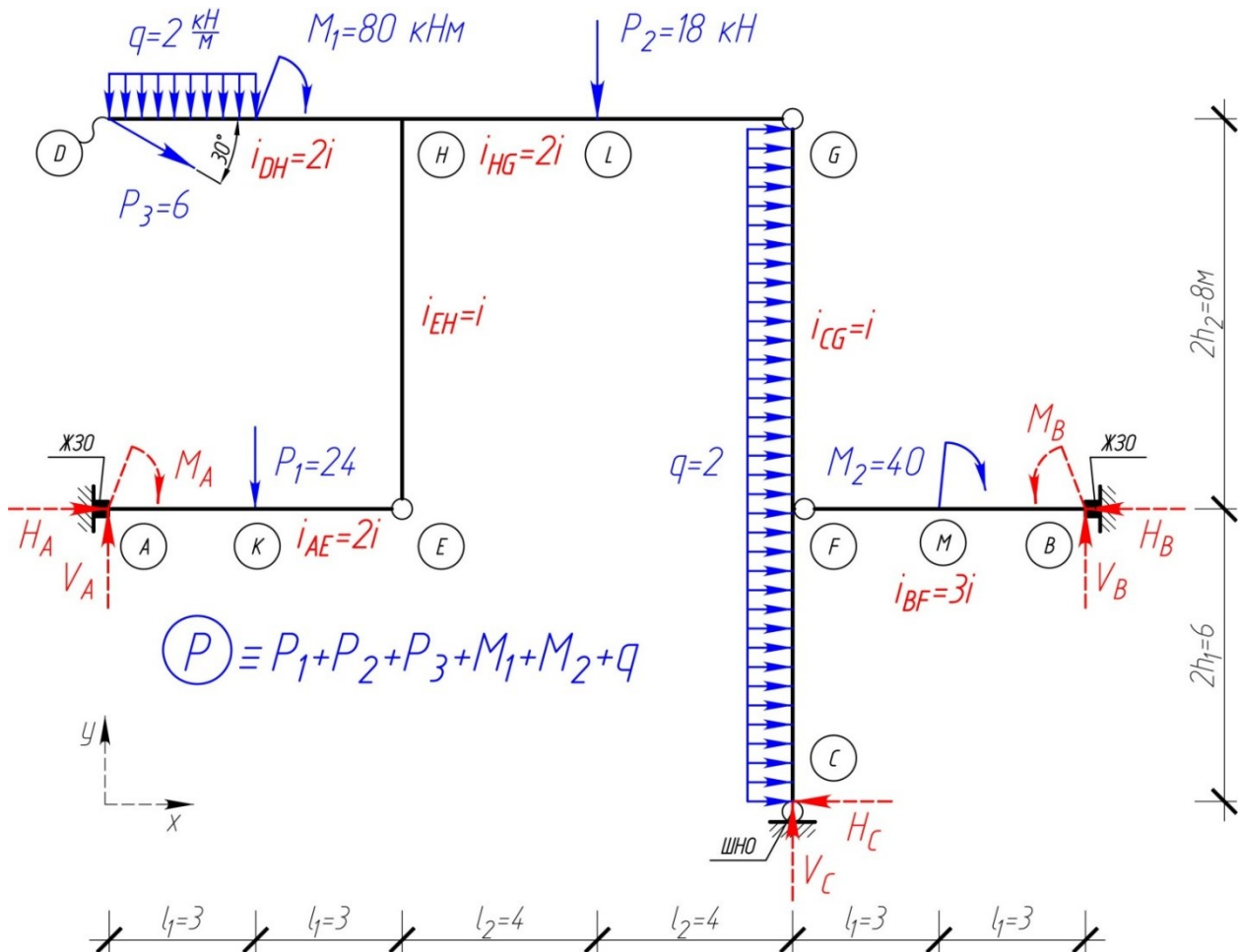
Перевірка рівноваги всієї конструкції



- 1) $\sum F_x^{1-1} \equiv 0; -1.0694 + 8 - 6.9306 = 0; 0 \equiv 0;$
- 2) $\sum F_y^{1-1} \equiv 0; 5.9074 - 2 \cdot 9 + 6.1944 + 5.9172 \approx 0; 0 \equiv 0;$
- 3) $\sum M_D^{1-1} \equiv 0; 5.9074 \cdot 6 - 2 \cdot 6 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 1.5 - 8 \cdot 2 + 36 - 6.1944 \cdot 6 - 4 + 1.0694 \cdot 12 = 93.2772 - 93.1664 \approx 0; 0 \equiv 0.$

РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНОЇ РАМИ МЕТОДОМ ПЕРЕМІЩЕНЬ

Вихідна розрахункова схема (РС): плоска рама



Пояснення до вихідної РС

Визначення абсолютної жорсткості на згин стержнів РС:

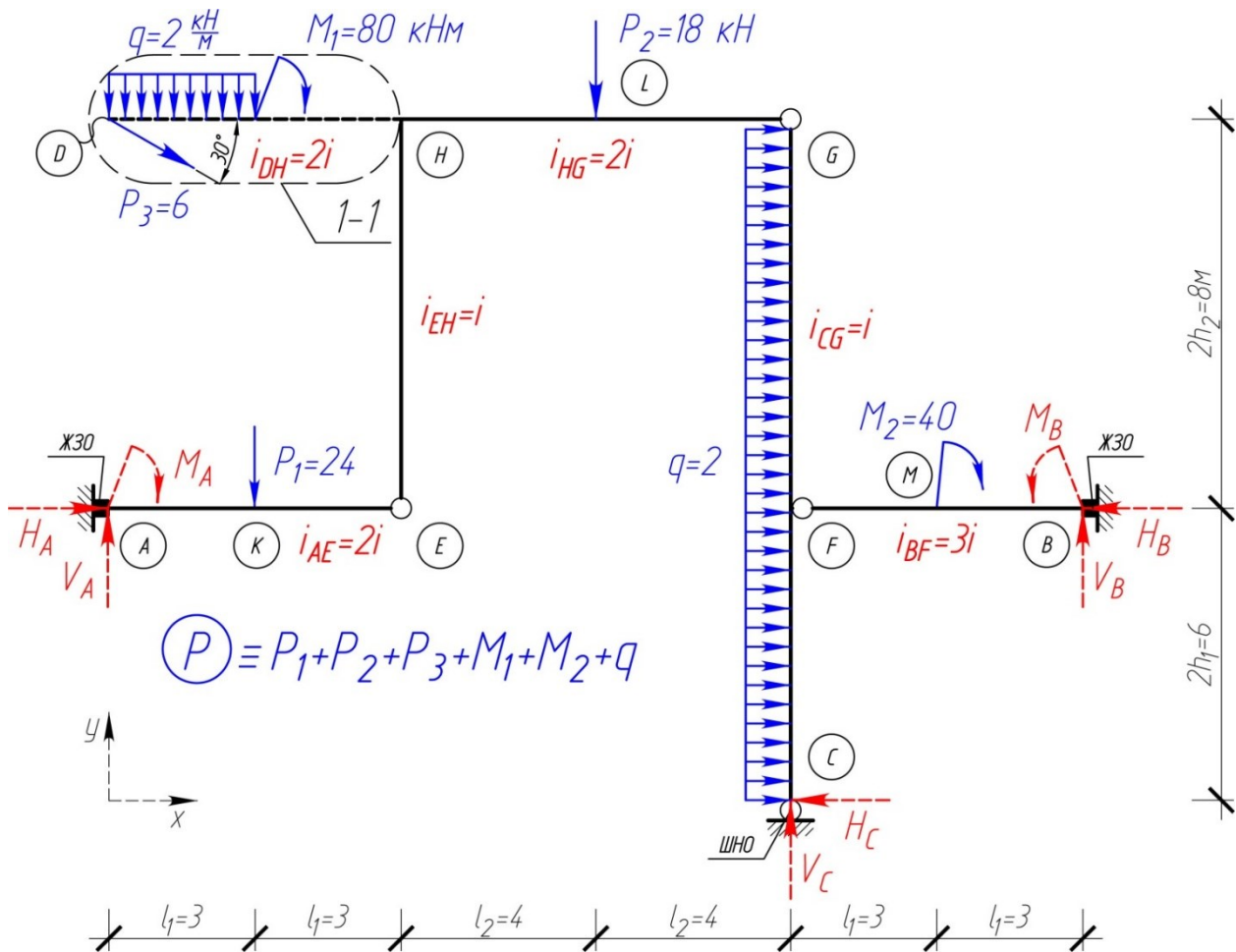
$$\begin{aligned}
 EI_{AE} &= i_{AE} \cdot l_{AE} = 2i \cdot 6 = 12i; & EI_{HG} &= i_{HG} \cdot l_{HG} = 2i \cdot 8 = 16i; \\
 EI_{EH} &= i_{EH} \cdot l_{EH} = i \cdot 8 = 8i; & EI_{GF} &= i_{GF} \cdot l_{GF} = i \cdot 8 = 8i; \\
 EI_{HD} &= i_{HD} \cdot l_{HD} = 2i \cdot 6 = 12i; & EI_{BF} &= i_{BF} \cdot l_{BF} = 3i \cdot 6 = 18i. \\
 EI_{CF} &= i_{CF} \cdot l_{CF} = i \cdot 6 = 6i;
 \end{aligned}$$

Приведення вихідної РС до стандартного вигляду

Уявно виконуємо якісний кінематичний аналіз і визначаємо, які частини РС будуть статично-визначувані (СВ), статично-невизначувані (СН).

Визначення СВ частин РС

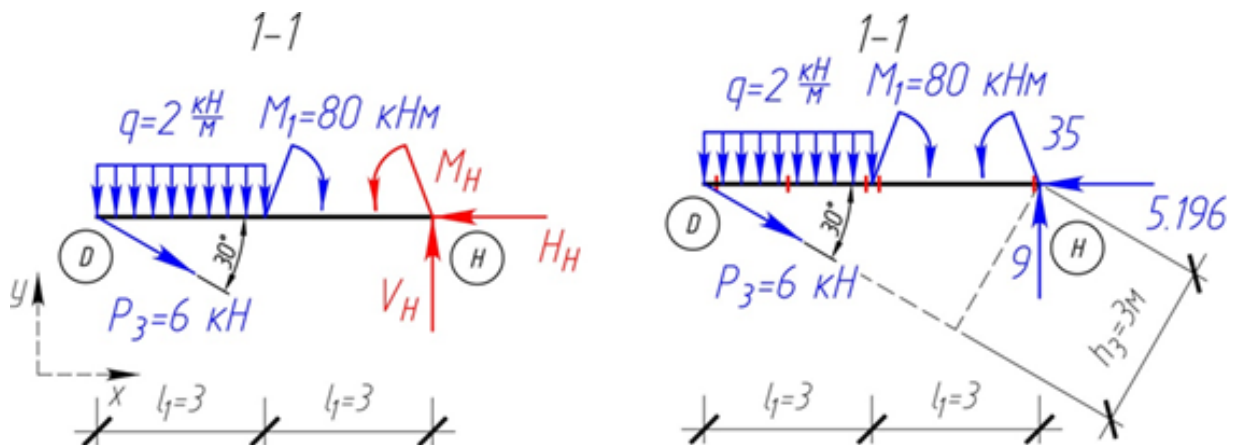
(внаслідок проведеного кінематичного аналізу)



Висновок: РС має одну СВ частину – консоль DH.

Визначення реакцій у з'єднаннях СВ частин

з залишеною СН частиною



Складання рівнянь рівноваги вирізаної частини 1-1:

$$1) \sum F_x^{1-1} = 0; P_3 \cdot \cos(30^\circ) - H_H = 0;$$

$$H_H = 6 \cdot \cos(30^\circ) = 5.196 \text{ кН};$$

$$2) \sum F_y^{1-1} = 0; -P_3 \cdot \sin(30^\circ) - q \cdot 3 + V_H = 0;$$

$$V_H = 6 \cdot \sin(30^\circ) + 2 \cdot 3 = 9 \text{ кН};$$

$$3) \sum M_D^{1-1} = 0; q \cdot \frac{3^2}{2} + M_1 - M_H - V_H \cdot 6 = 0;$$

$$M_H = 2 \cdot \frac{3^2}{2} + 80 - 9 \cdot 6 = 35 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

Побудова робочої схеми частини 1-1 і позначення характерних перерізів

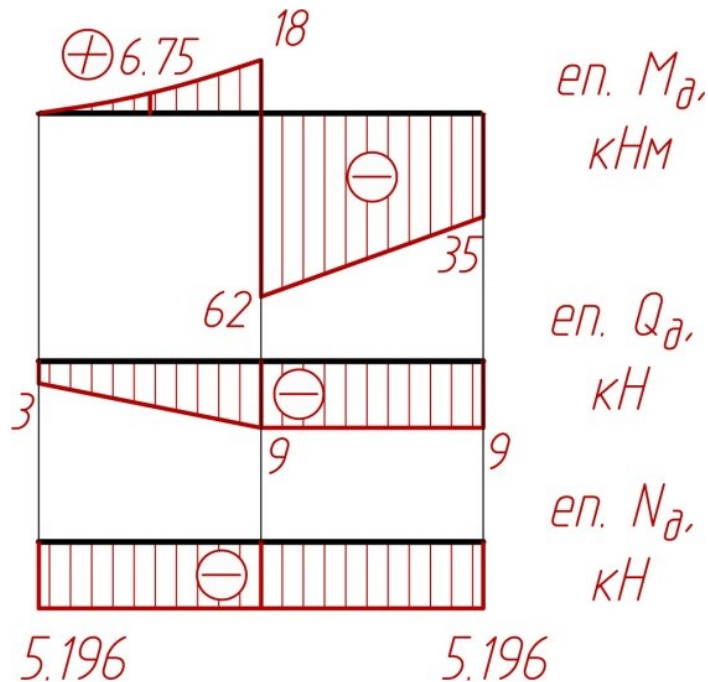
Перевірка рівноваги робочої схеми:

$$1) \sum F_x^{1-1} \equiv 0; 6 \cdot \cos(30^\circ) - 5.196 = 5.196 - 5.196 = 0; 0 \equiv 0;$$

$$2) \sum F_y^{1-1} \equiv 0; -6 \cdot \sin(30^\circ) - 2 \cdot 3 + 9 = -9 + 9 = 0; 0 \equiv 0;$$

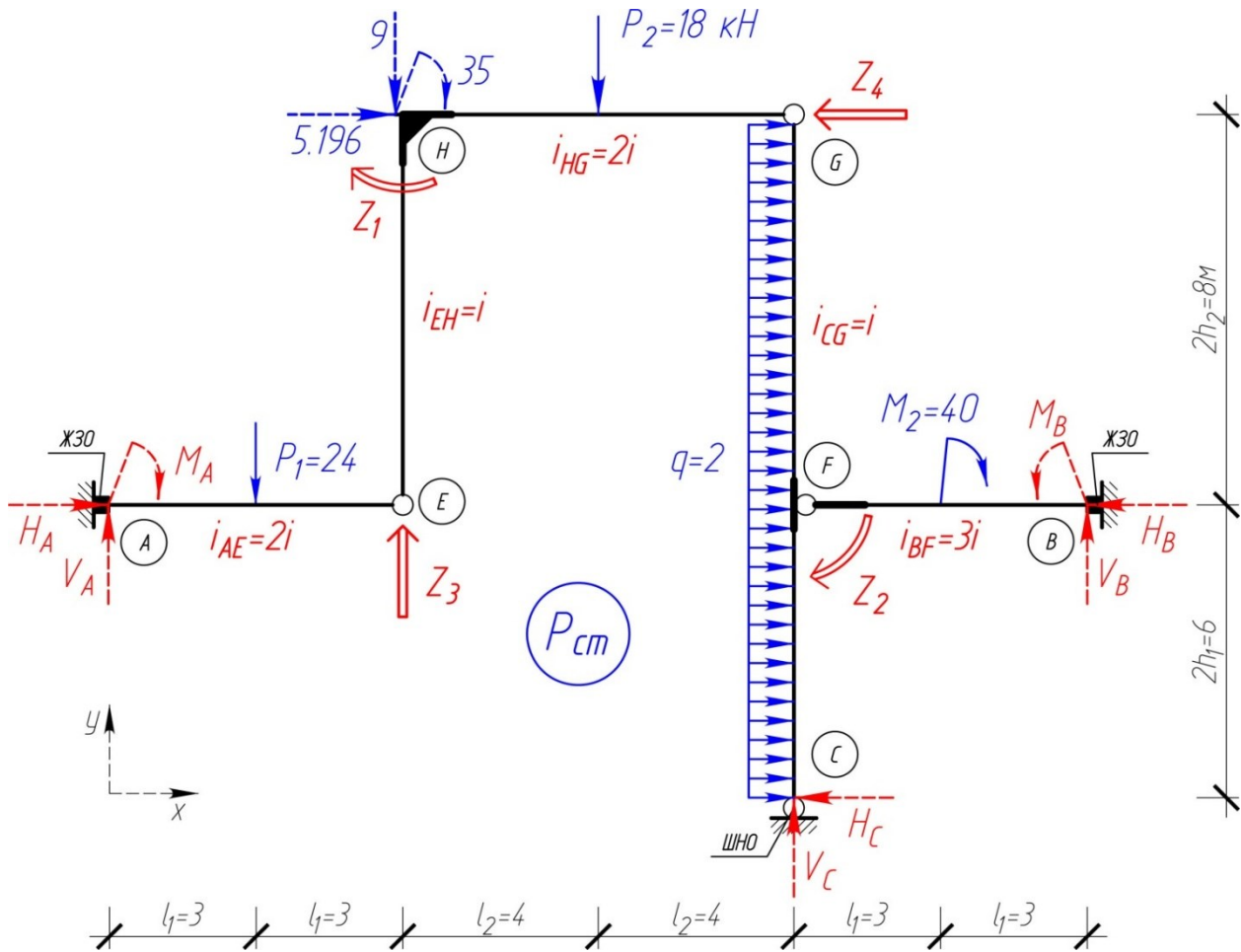
$$3) \sum M_H^{1-1} \equiv 0; -2 \cdot 3 \cdot 4.5 + 80 - 35 - 6 \cdot 6 \cdot \sin(30^\circ) = -80 + 80 = 0; 0 \equiv 0.$$

Побудова епюр внутрішніх зусиль



Кінематичний аналіз в методі переміщень (МП)

Стандартна форма (СФ):



Ступінь кінематичної невизначуваності РС

(кількість основних переміщень РС):

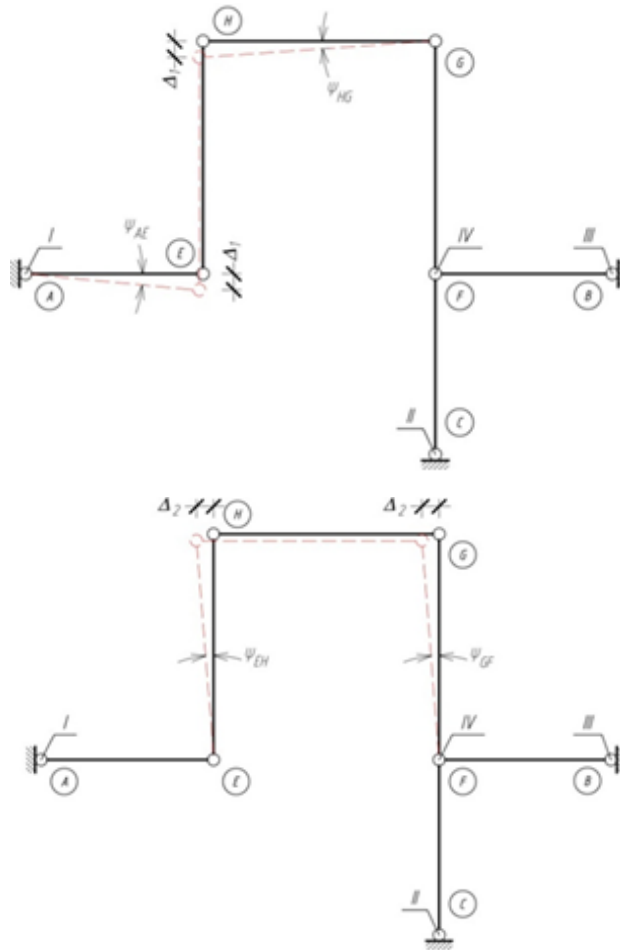
$$k = k_{\varphi} + k_{\Delta},$$

де k_{φ} – кількість кутів повороту жорстких вільних вузлів рами

$$k_{\varphi} = 2(Z_1, Z_2);$$

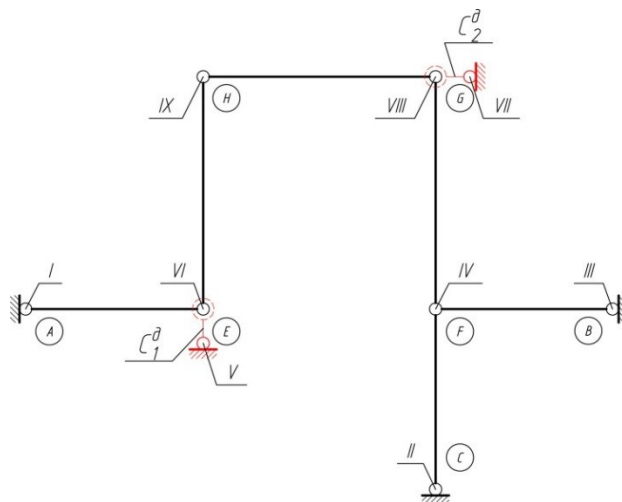
k_{Δ} – кількість незалежних (основних) лінійних переміщень рами (визначаються за допомогою кінематичного аналізу шарнірної схеми рами, утвореної з вихідної перетвореної РС заміною всіх жорстких вузлів (проміжних і опорних) на шарнірні).

Шарнірна схема СФ:



$$k_{\Delta} = \Gamma_{\text{ШС}} = 2 \underbrace{(\Delta_1, \Delta_2)}_{\text{ШС}} \equiv \underbrace{Z_3, Z_4}_{\text{СФ}}$$

Для перетворення ШС в геометрично-незмінювану (ГН) вводимо дві додаткові кінематичні в'язі:



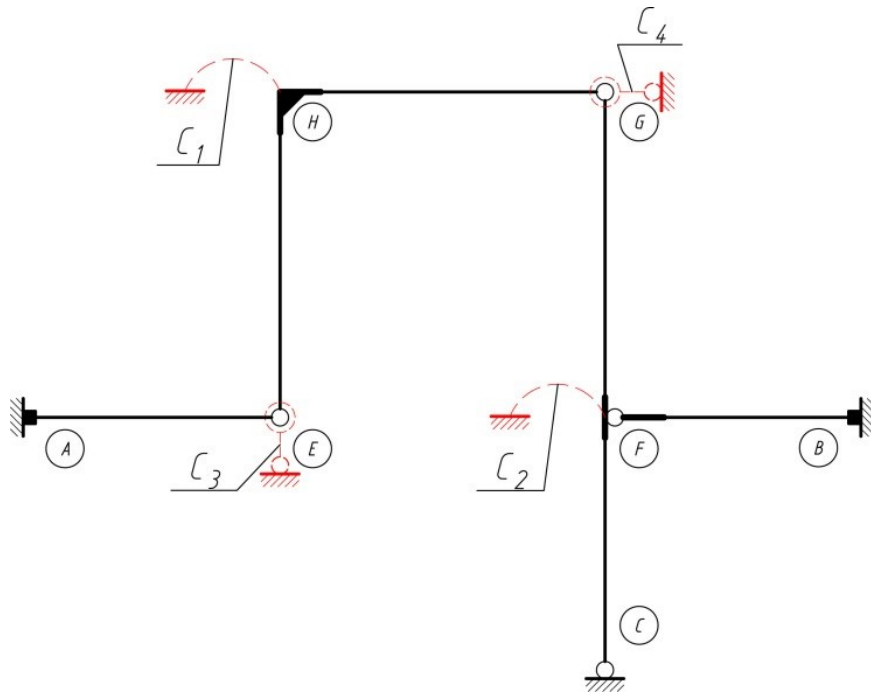
Остаточний висновок: ступінь кінематичної невизначуваності РС:

$$k = \underbrace{k_{\varphi}}_{Z_1, Z_2} + \underbrace{k_{\varphi\Delta}}_{Z_3, Z_4} = 2 + 2 = 4.$$

Вибір основної системи МП (ОСМП)

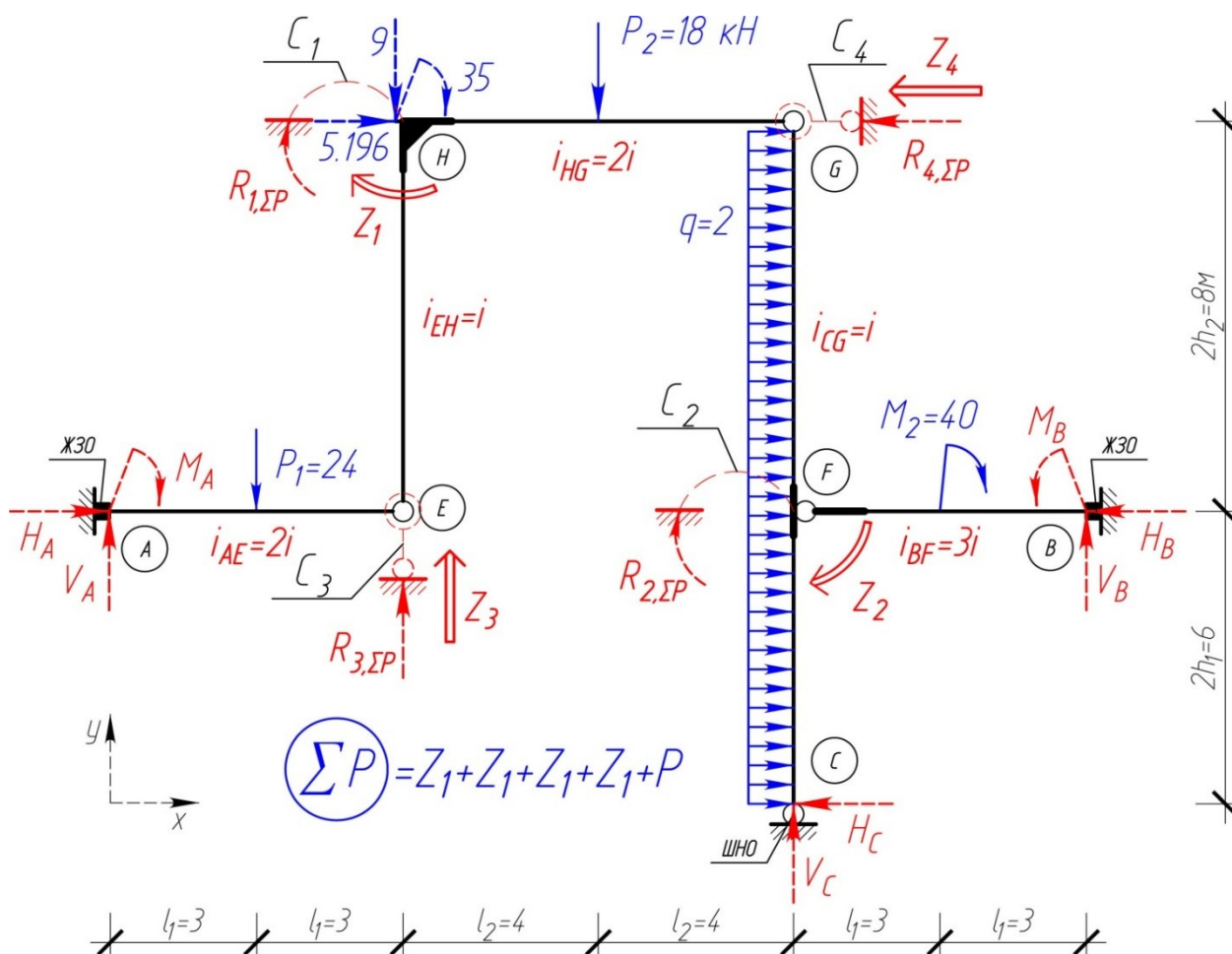
ОСМП утворюється шляхом накладання на раму k -додаткових одинарних в'язей. Додаткові в'язі поділяються на два типи: І тип – момент на в'язь (рухоме затиснення). Накладається на вільний жорсткий вузол рами для ліквідації відповідного можливого кутового основного невідомого переміщення; ІІ тип – силова кінематична в'язь (шарнірно-рухома опора) накладається на будь-який переріз рухомого стержня, який має основне лінійне невідоме переміщення.

Формування ОСМП



ОСМП являється ГН, представленою сукупністю окремих затиснених стержнів.

Запис системи канонічних рівнянь МП (СКРМП)



$$\begin{cases} R_{1,\Sigma P} = 0; \Rightarrow R_{11} + R_{12} + R_{13} + R_{14} + R_{1P} = 0; \\ R_{2,\Sigma P} = 0; \Rightarrow R_{21} + R_{22} + R_{23} + R_{24} + R_{2P} = 0; \\ R_{3,\Sigma P} = 0; \Rightarrow R_{31} + R_{32} + R_{33} + R_{34} + R_{3P} = 0; \\ R_{4,\Sigma P} = 0; \Rightarrow R_{41} + R_{42} + R_{43} + R_{44} + R_{4P} = 0. \end{cases}$$

$R_{i,\Sigma P} = 0$: фізичний зміст i -го канонічного рівняння МП– відсутність реакції в додатковій C_i в'язі ОСМП від дії на останню основного Z_j невідомого переміщення.

$$R_{ij} = r_{ij}Z_j$$

де r_{ij} – реакція в додатковій C_i в'язі ОСМП від дії $Z_j = 1$.

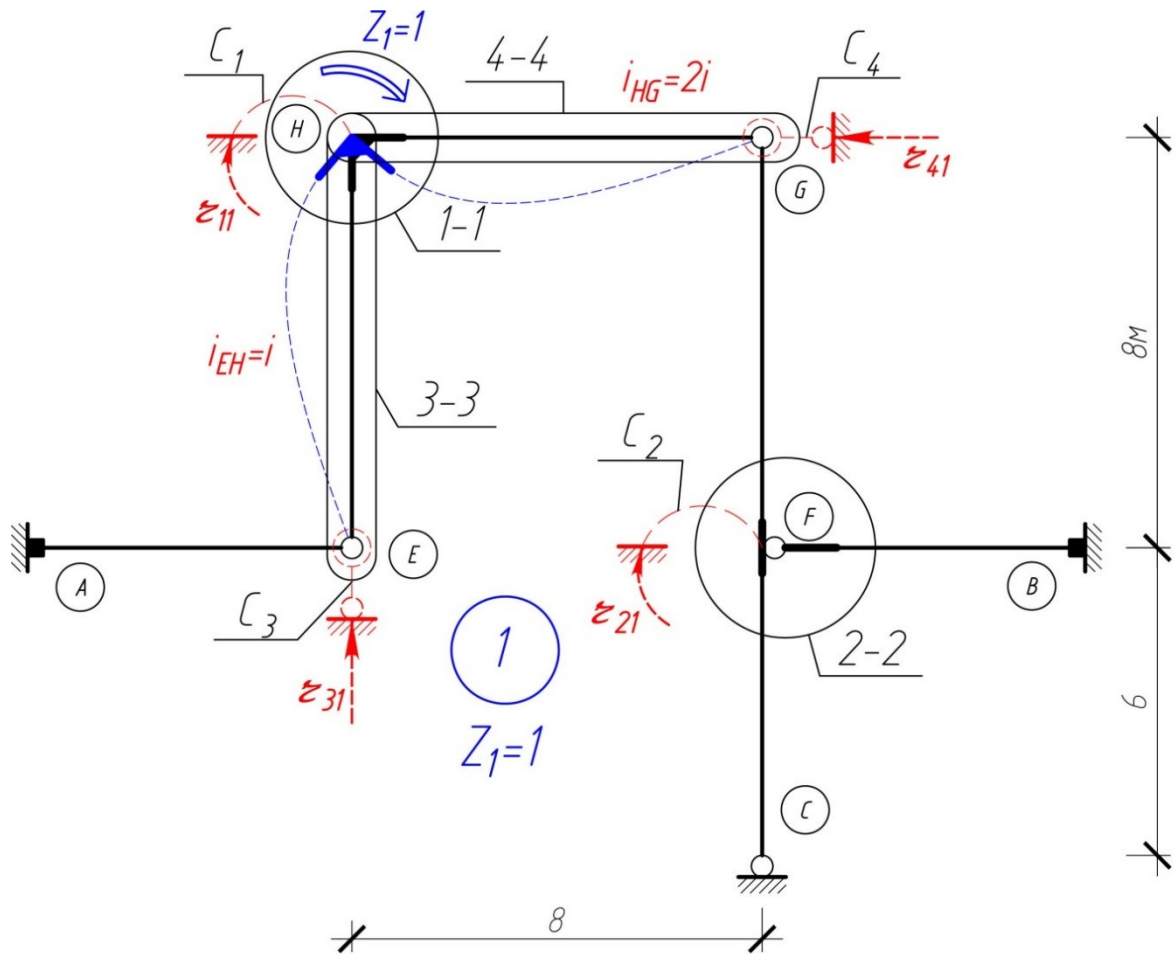
Після перетворень отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + r_{13}Z_3 + r_{14}Z_4 + R_{1P} = 0; \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + r_{23}Z_3 + r_{24}Z_4 + R_{2P} = 0; \\ r_{31}Z_1 + r_{32}Z_2 + r_{33}Z_3 + r_{34}Z_4 + R_{3P} = 0; \\ r_{41}Z_1 + r_{42}Z_2 + r_{43}Z_3 + r_{44}Z_4 + R_{4P} = 0. \end{cases}$$

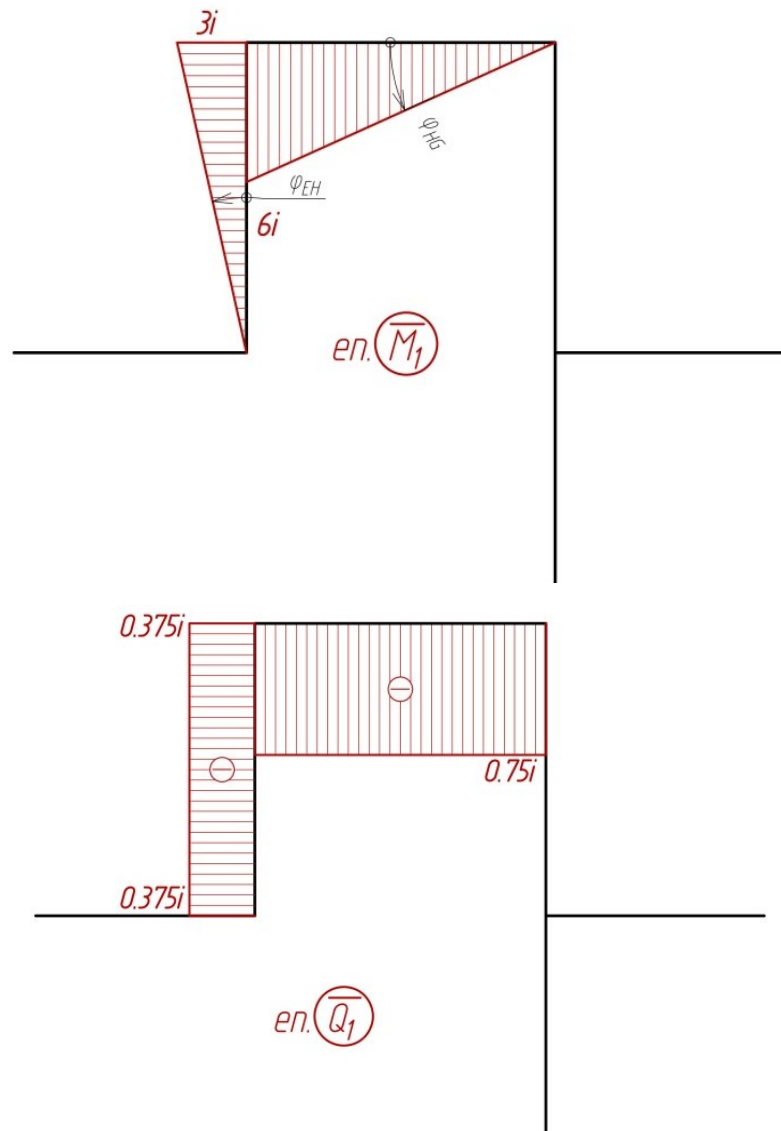
Визначення коефіцієнтів r_{ij} і вільних членів R_{ip} СКРМП

Визначення коефіцієнтів першого стовпця СКРМП($r_{11}, r_{21}, r_{31}, r_{41}$)

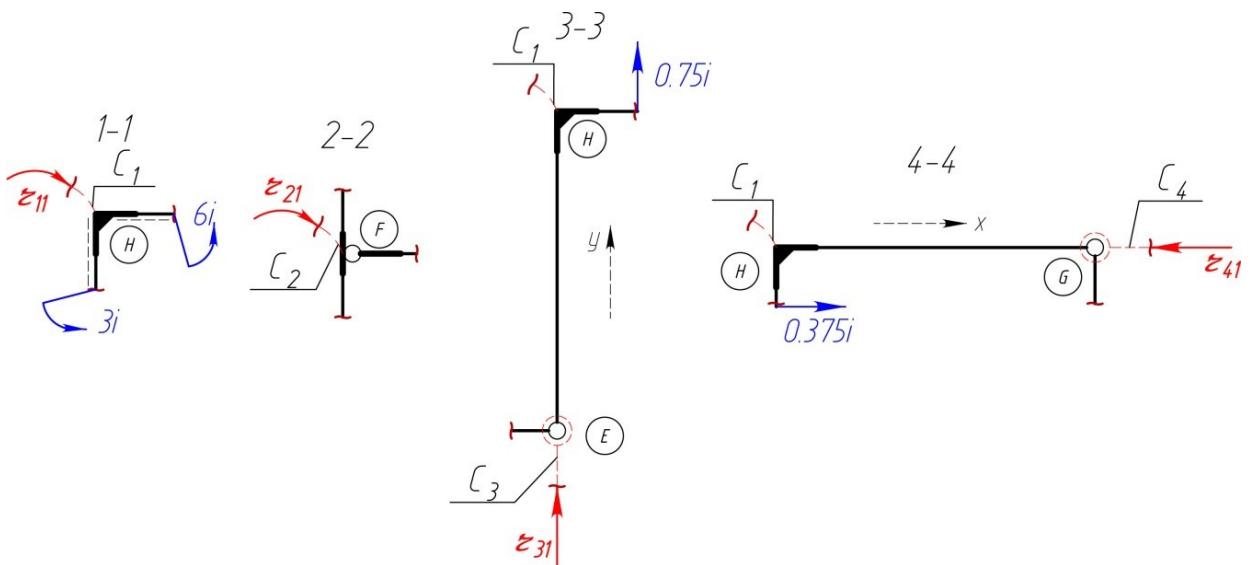
- 1) Перший одиничний стан ОСМП ($Z_1 = 1$).

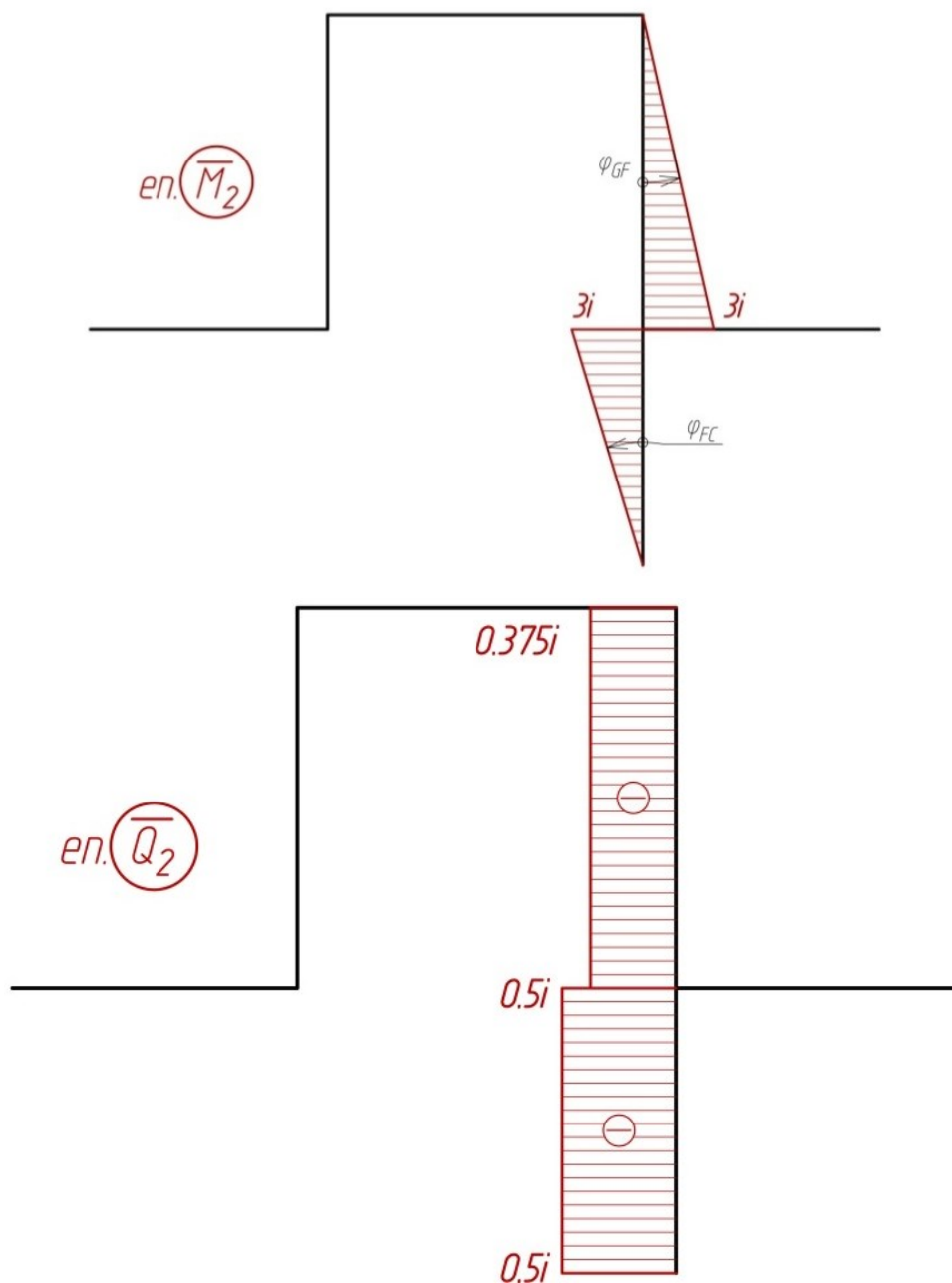


- 2) Побудова $en. \overline{M}_1, en. \overline{Q}_1$.

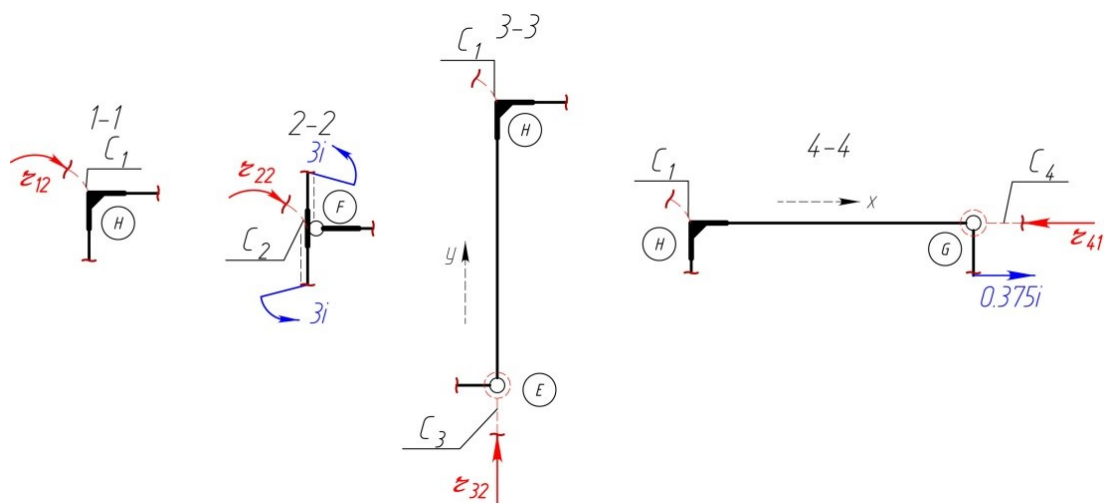


3) Визначення коефіцієнтів ($r_{11}, r_{21}, r_{31}, r_{41}$).





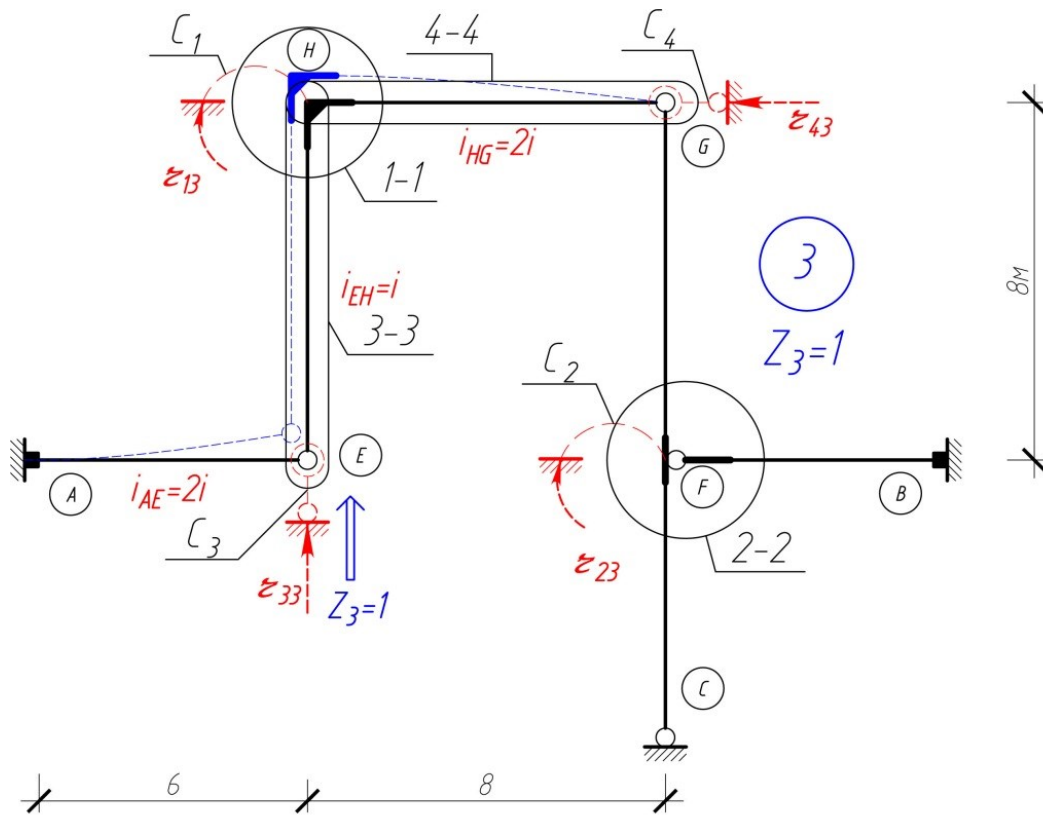
3) Визначення коефіцієнтів ($r_{12}, r_{22}, r_{32}, r_{42}$).



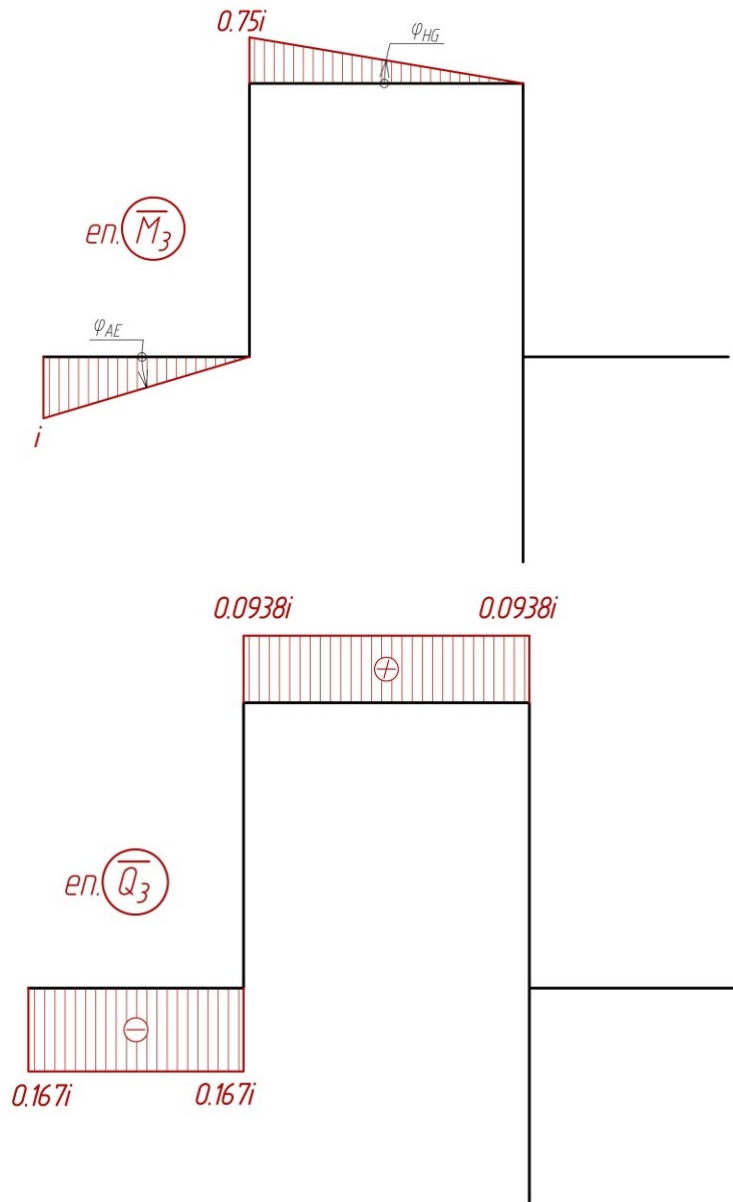
- а) $r_{12} - ? \sum M_H^{1-1} = 0; \boxed{r_{11} = 0}.$
- б) $r_{22} - ? \sum M_F^{2-2} = 0; r_{22} - 3i - 3i = 0; \boxed{r_{22} = 6i}.$
- в) $r_{32} - ? \sum F_y^{3-3} = 0; \boxed{r_{32} = 0}.$
- г) $r_{42} - ? \sum F_x^{4-4} = 0; -r_{42} + 0.375i = 0; \boxed{r_{42} = 0.375i}.$

Визначення коефіцієнтів третього стовпця СКРМП($r_{13}, r_{23}, r_{33}, r_{43}$)

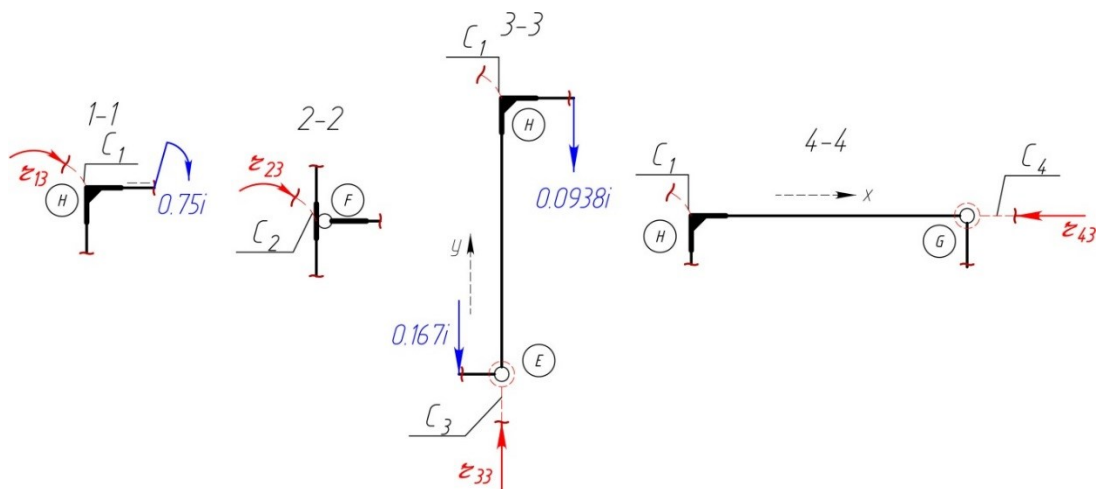
- 1) Третій одиничний стан ОСМП ($Z_3 = 1$)



- 2) Побудова ен. $\overline{M}_3$, ен. $\overline{Q}_3$.



3) Визначення коефіцієнтів ($r_{13}, r_{23}, r_{33}, r_{43}$)



a) $r_{13} - ? \sum M_H^{1-1} = 0; r_{13} + 0.75i = 0; \boxed{r_{13} = -0.75i}.$

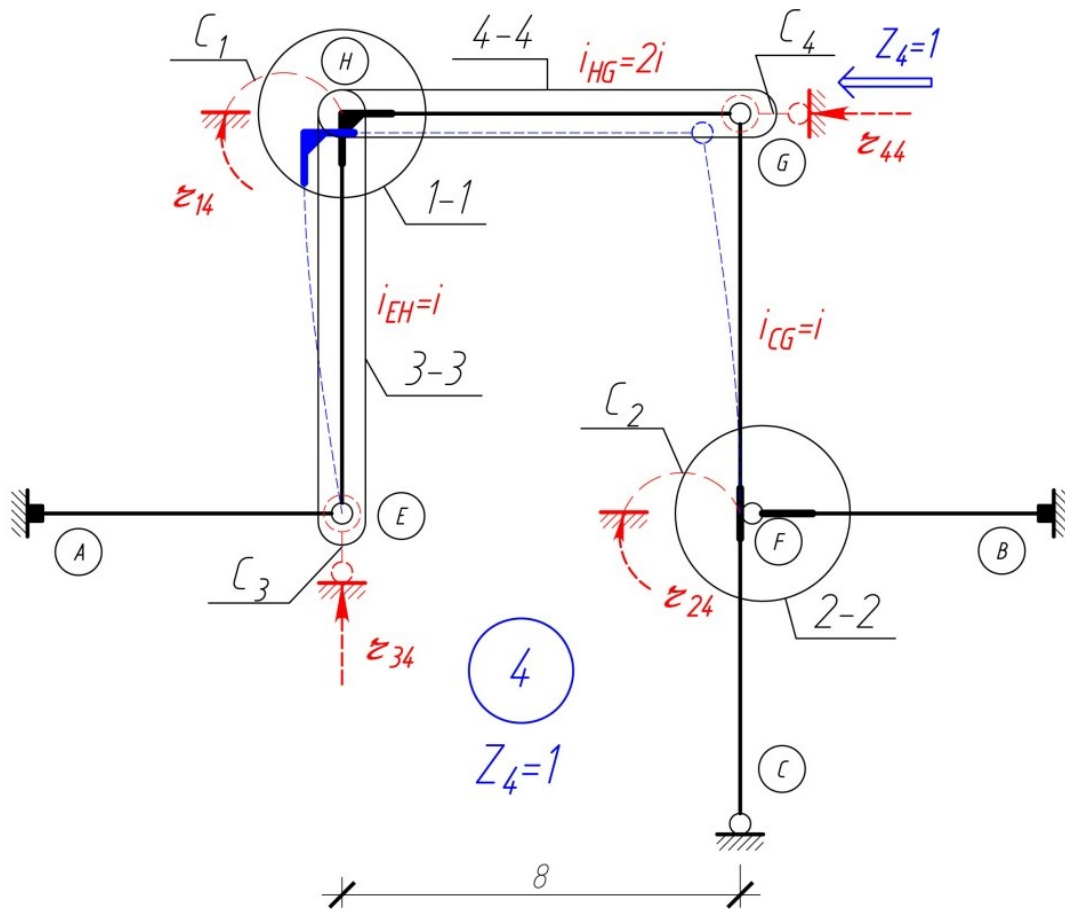
$$\text{б)} \quad r_{23} - ? \quad \underline{\sum M_F^{2-2} = 0}; \quad \boxed{r_{23} = 0}.$$

$$\text{в)} \quad r_{33} - ? \quad \underline{\sum F_y^{3-3} = 0}; \quad r_{33} - 0.0938i - 0.167i = 0; \quad \boxed{r_{33} = 0.2608i}.$$

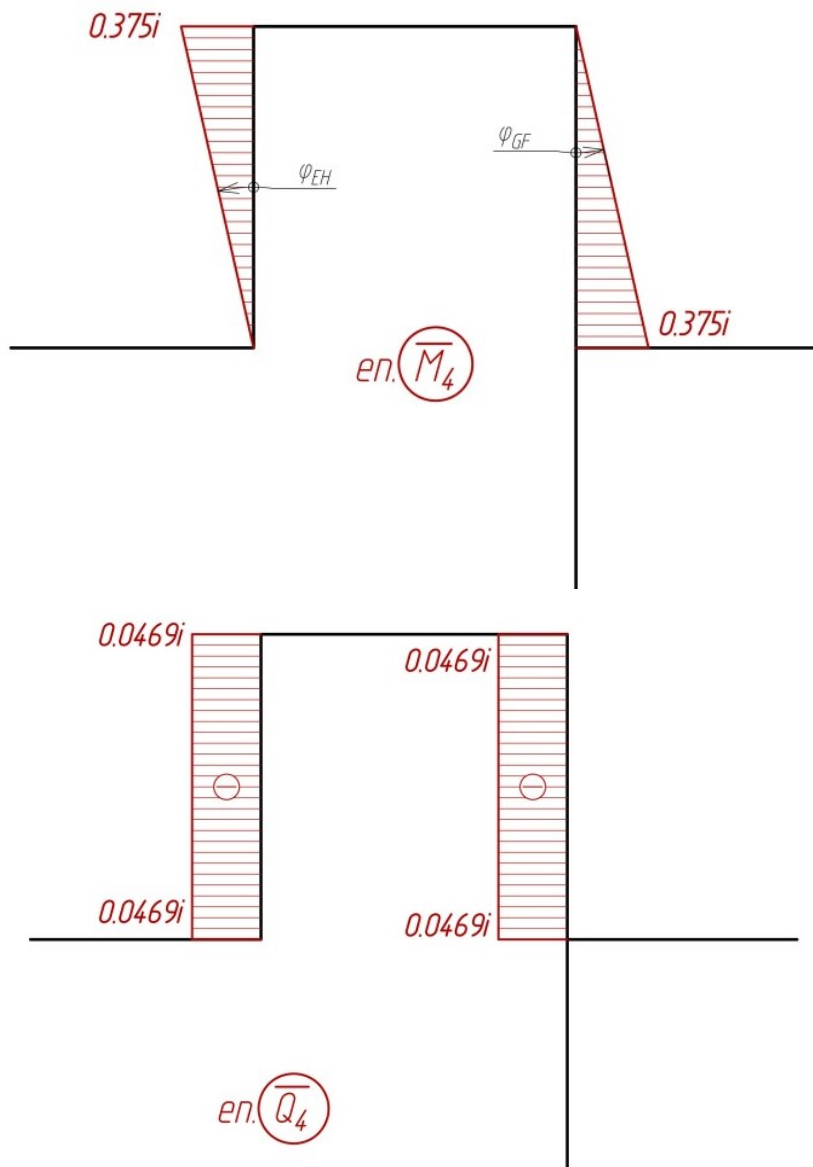
$$\text{г)} \quad r_{43} - ? \quad \underline{\sum F_x^{4-4} = 0}; \quad \boxed{r_{43} = 0}.$$

Визначення коефіцієнтів четвертого стовпця СКРМП($r_{14}, r_{24}, r_{34}, r_{44}$)

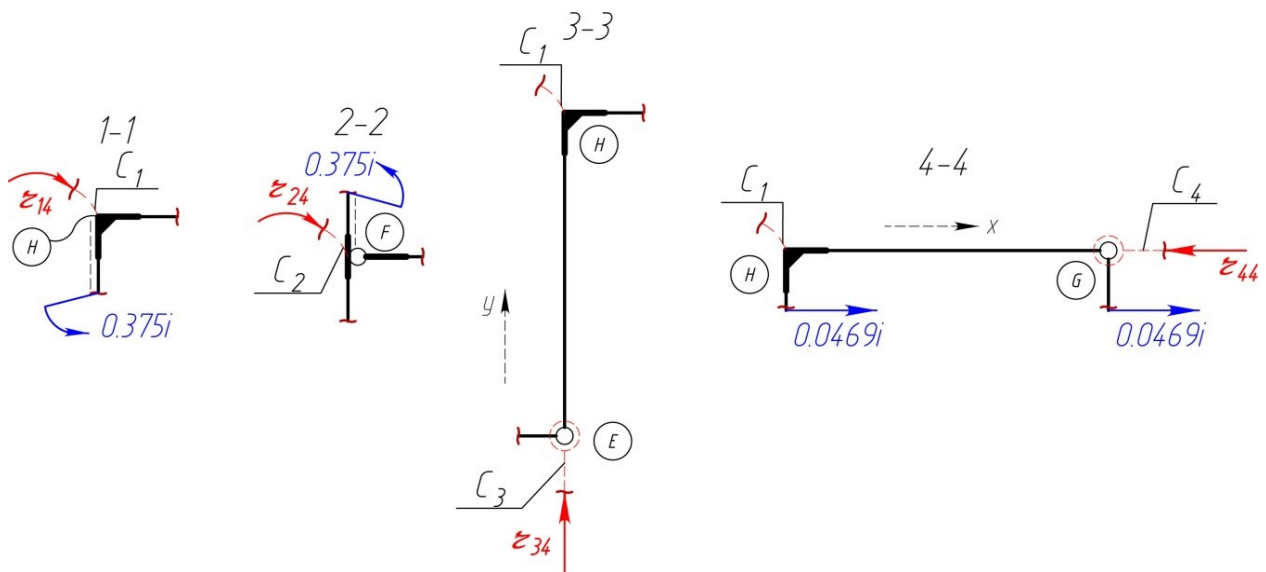
1) Четвертий одиничний стан ОСМП ($Z_4 = 1$)



2) Побудова ен. $\overline{M_4}$, ен. $\overline{Q_4}$.



3) Визначення коефіцієнтів ($r_{14}, r_{24}, r_{34}, r_{44}$)



a) $r_{14} - ? \sum M_H^{1-1} = 0; r_{14} - 0.375i = 0; \boxed{r_{14} = 0.375i}.$

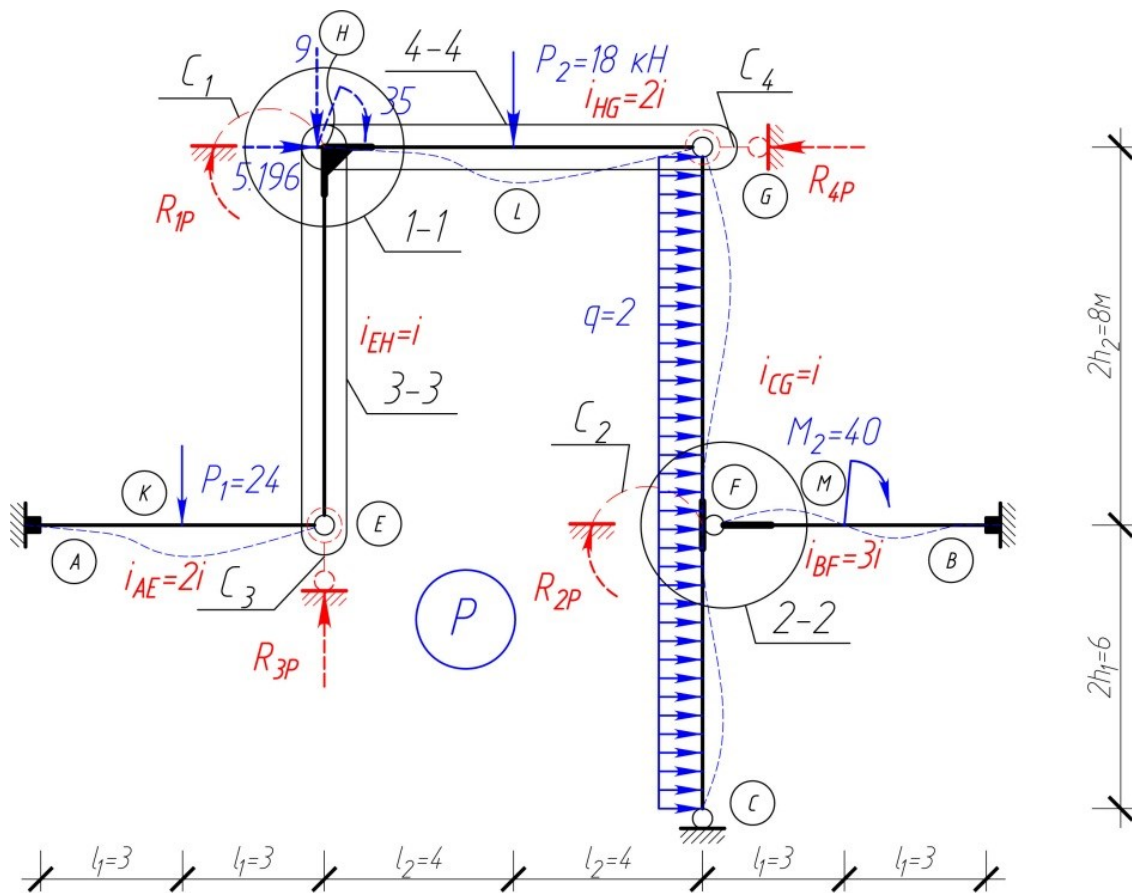
$$\text{б)} \quad r_{24} - ? \sum M_F^{2-2} = 0; \quad r_{24} - 0.375i = 0; \quad \boxed{r_{24} = 0.375i}.$$

$$\text{в)} \quad r_{34} - ? \sum F_y^{3-3} = 0; \quad \boxed{r_{34} = 0}.$$

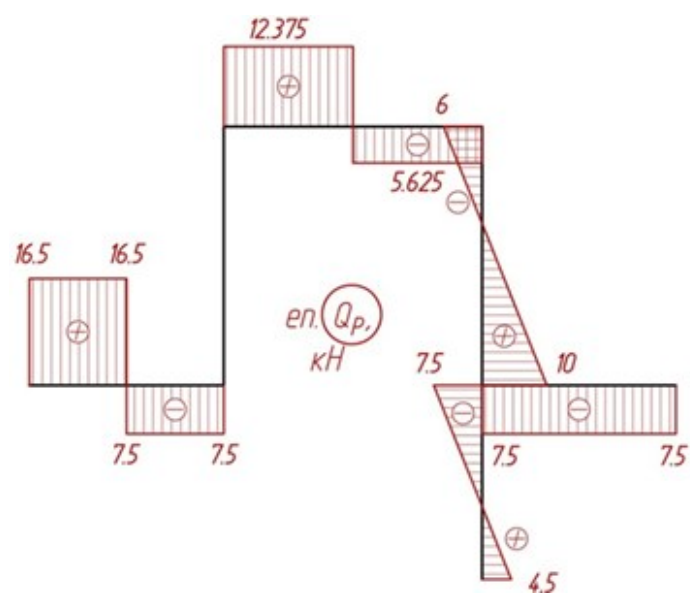
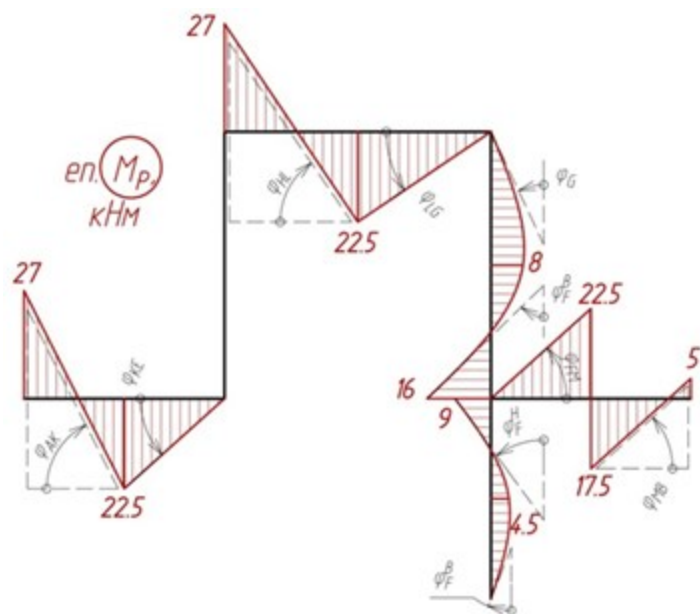
$$\text{г)} \quad r_{44} - ? \sum F_x^{4-4} = 0; \quad -r_{44} + 0.0469i + 0.0469i = 0; \quad \boxed{r_{44} = 0.0938i}.$$

Визначення вільних членів СКРМП($R_{1P}, R_{2P}, R_{3P}, R_{4P}$)

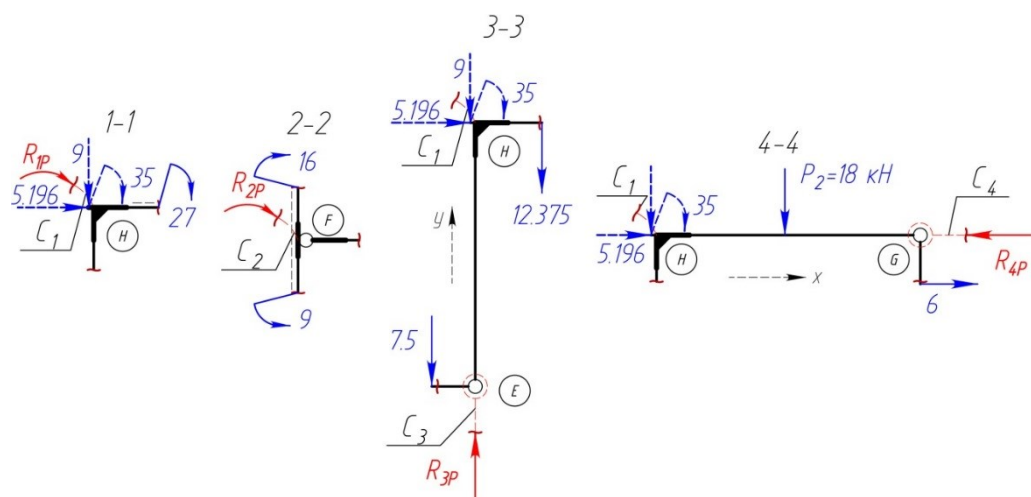
1) Вантажний стан ОСМП ($[P]$).



2) Побудова ен. M_P , ен. Q_P .



3) Визначення коефіцієнтів ($R_{1P}, R_{2P}, R_{3P}, R_{4P}$).



$$\text{a)} \quad R_{1P} - ? \quad \underline{\sum M_H^{1-1} = 0}; \quad R_{1P} + 35 + 27 = 0; \quad \boxed{R_{1P} = -62 \text{ кНм}}.$$

$$\text{б)} \quad R_{2P} - ? \quad \underline{\sum M_F^{2-2} = 0}; \quad R_{2P} + 16 - 9 = 0; \quad \boxed{R_{2P} = -7 \text{ кНм}}.$$

$$\text{в)} \quad R_{3P} - ? \quad \underline{\sum F_y^{3-3} = 0}; \quad R_{3P} - 7.5 - 12.375 - 9 = 0;$$

$$\boxed{R_{3P} = 28.875 \text{ кН}}.$$

$$\text{г)} \quad R_{4P} - ? \quad \underline{\sum F_x^{4-4} = 0}; \quad -R_{4P} + 5.196 + 6 = 0; \quad \boxed{R_{4P} = 11.196 \text{ кН}}.$$

Вирішення СКРМП

$$\begin{cases} 9i \cdot Z_1 & + & 0 \cdot Z_2 & - & 0.75i \cdot Z_3 & + & 0.375i \cdot Z_4 & - \\ 0 \cdot Z_1 & + & 6i \cdot Z_2 & + & 0 \cdot Z_3 & + & 0.375i \cdot Z_4 & - \\ -0.75i \cdot Z_1 & + & 0 \cdot Z_2 & + & 0.2608i \cdot Z_3 & + & 0 \cdot Z_4 & + \\ 0.375i \cdot Z_1 & + & 0.375 \cdot Z_2 & + & 0 \cdot Z_3 & + & 0.0938 \cdot Z_4 & + \end{cases}$$

$$62 = 0 ;$$

$$7 = 0 ;$$

$$28.875 = 0 ;$$

$$11.196 = 0 .$$

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{8.4555}{i}; \\ Z_2 = \frac{14.317}{i}; \\ Z_3 = -\frac{86.400}{i}; \\ Z_4 = -\frac{210.40}{i}; \end{cases}$$

Перевірка розв'язку:

$$8.625 \cdot Z_1 + 6.375 \cdot Z_2 - 0.4892 \cdot Z_3 + 0.8438 \cdot Z_4 - 28.929 \equiv 0;$$

$$8.625 \cdot (8.4555) + 6.375 \cdot (14.317) - 0.4892 \cdot (-86.4) + 0.8438 \cdot (-210.4) - 28.929 \equiv 0;$$

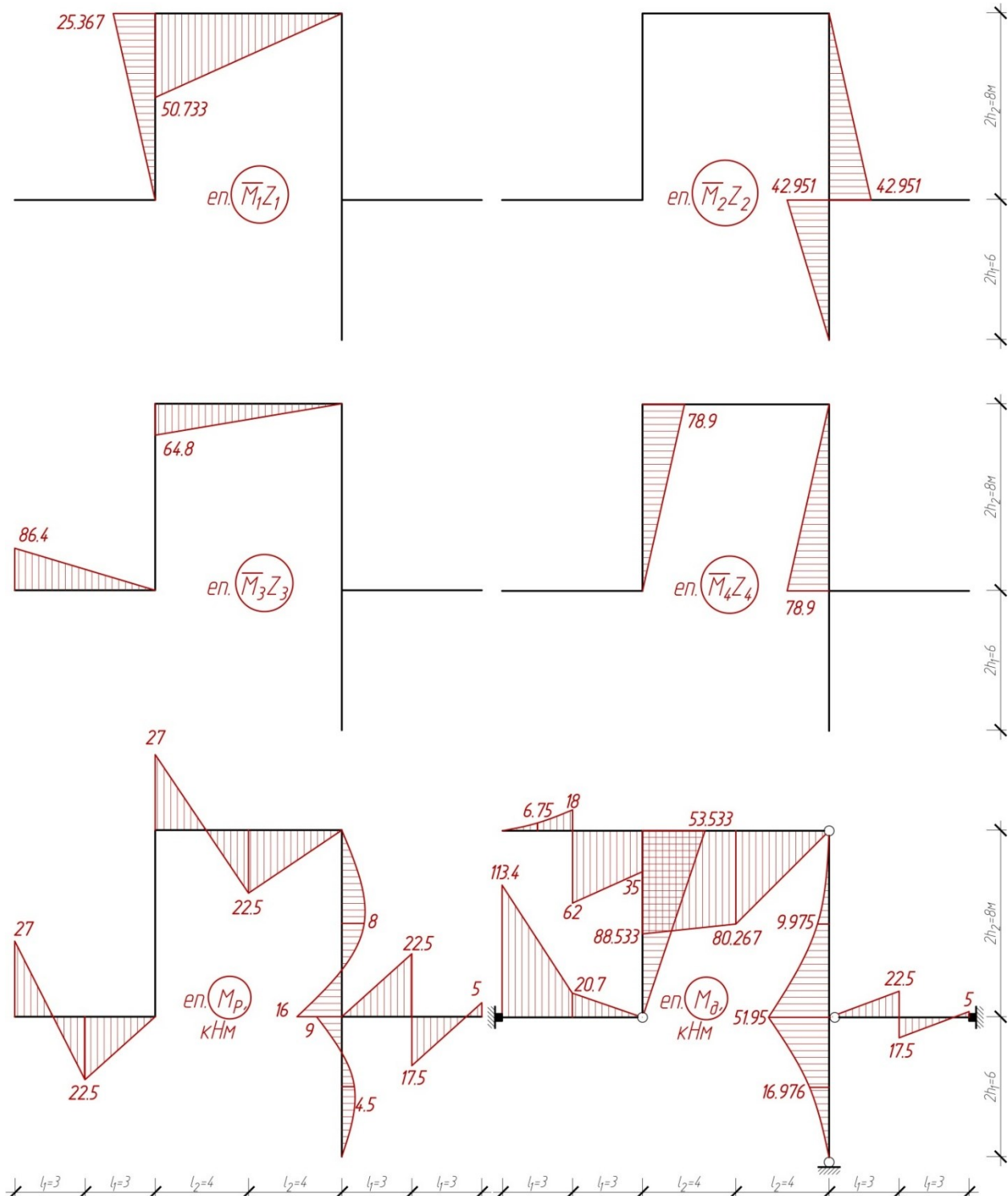
$$72.929 + 91.271 + 42.267 - 177.54 - 28.929 \equiv 0;$$

$$206.47 - 206.47 \equiv 0.$$

Побудова дійсної епюри згинальних моментів $en. M_0$

за допомогою способу суперпозиції:

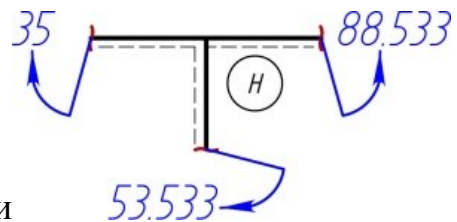
$$en. M_0 = en. \overline{M}_1 \cdot Z_1 + en. \overline{M}_2 \cdot Z_2 + en. \overline{M}_3 \cdot Z_3 + en. \overline{M}_4 \cdot Z_4 + en. M_P$$



Перевірка епюри згинальних моментів *еп. M_0*

Якісна перевірка

- ✓ У точці прикладання зосередженої сили на епюрі Q буде скачок на величину проєкції сили на поперечну вісь, а на епюрі M буде злам, причому напрямок зламу відповідатиме напрямку дії сили.
- ✓ У точці прикладання зосередженого моменту на епюрі M буде скачок на величину цього моменту.
- ✓ На ділянках, де прикладене рівномірно розподілене навантаження, епюра Q похила пряма, епюра M – парабола. На ділянках, де немає розподіленого навантаження, епюра Q горизонтальна, епюра M – пряма.
- ✓ На ділянках, де $Q > 0$ епюра M – зростає, де $Q < 0$, M – спадає, у точці, де $Q = 0$ – епюра M набуває екстремальних значень.



Статична перевірка рівноваги вирізаних вузлів рами

$$\sum M_H^{\text{вузл. H}} \equiv 0; 35 - 88.533 + 53.533 = 88.533 - 88.533 = 0; 0 \equiv 0.$$

Головна (кінематична) перевірка *еп. M_0* :

Формула Максвелла-Мора: $\Delta_{\Sigma\theta} = \sum_1^{N_\theta} \int_{l_\theta} \frac{\overline{M_\Sigma^{OСМС}} \cdot M_\theta}{EI} dl$

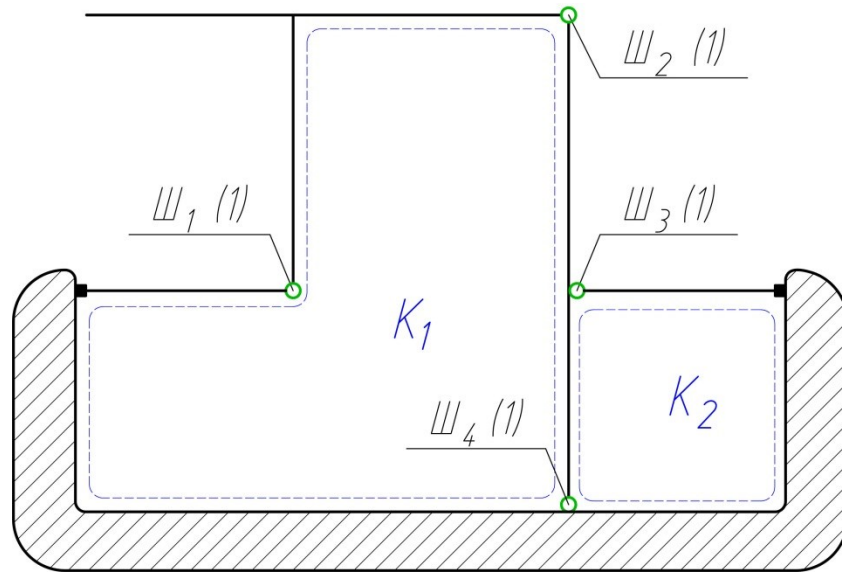
Визначення ступеня статичної невизначуваності РС

Формула, аналогічна формулі Чебишова:

$$n = 3K - III,$$

де n – ступінь статичної невизначуваності (кількість зайвих в'язей), K – кількість замкнутих контурів, III – кількість простих шарнірів.

Структурна схема РС



$$n = 3K - Ш = 3 \cdot 2 - 4 = 2.$$

Висновок:

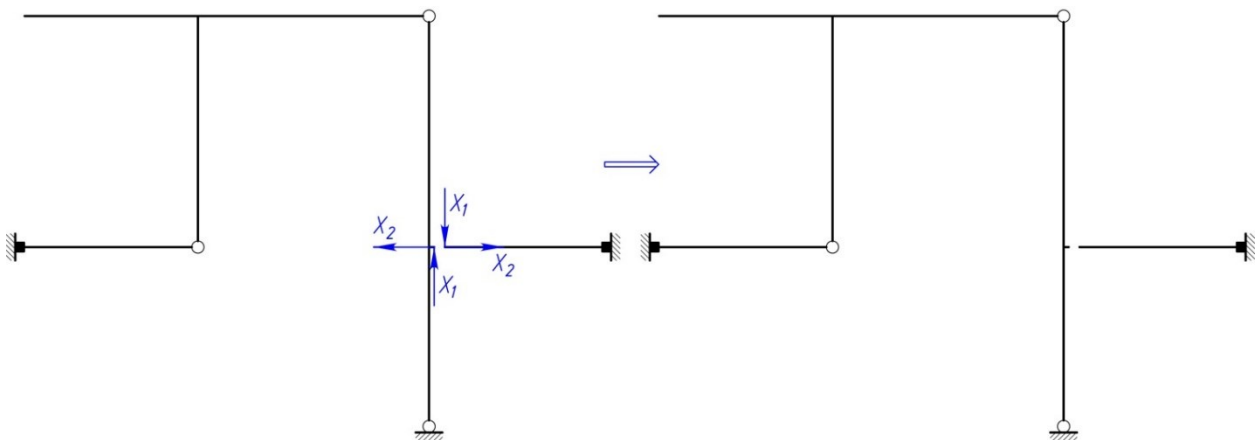
вихідна РС два рази статично-невизначувана (має дві зайві в'язі).

Вибір основної системи методу зусиль (ОСМЗ)

ОСМЗ – ГН і СВ система, яка утворилася на основі вихідної РС шляхом відкидання n - зайвих в'язей.

І варіант ОСМЗ

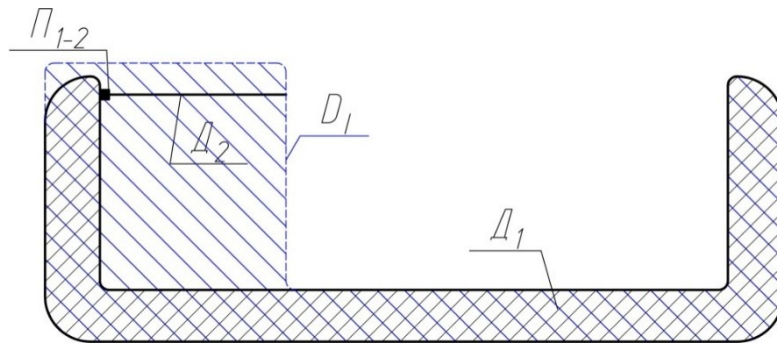
в) відкидання в'язей $\Rightarrow$ отримана ОСМЗ:



г) доказ ГН і СВ отриманої ОСМЗ:

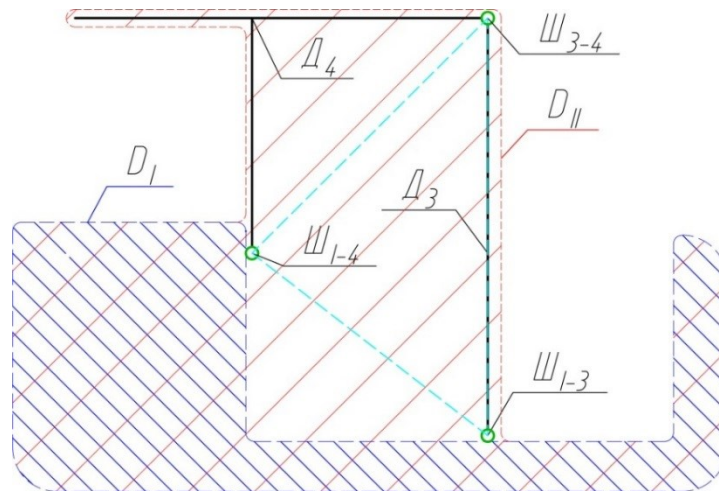
1) І етап побудови ОСМЗ за способом припайки

Геометричне представлення (ГП) І етапу:



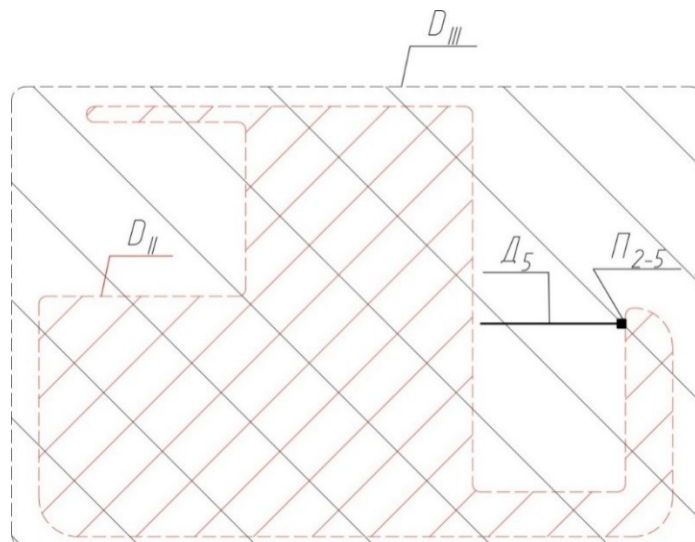
Символічне представлення (СП) I етапу: $\frac{D_1 + D_2}{\Pi_{1-2}} \Rightarrow D_I$.

2) II етап побудови ОСМЗ за способом шарнірного трикутника. ГП II етапу



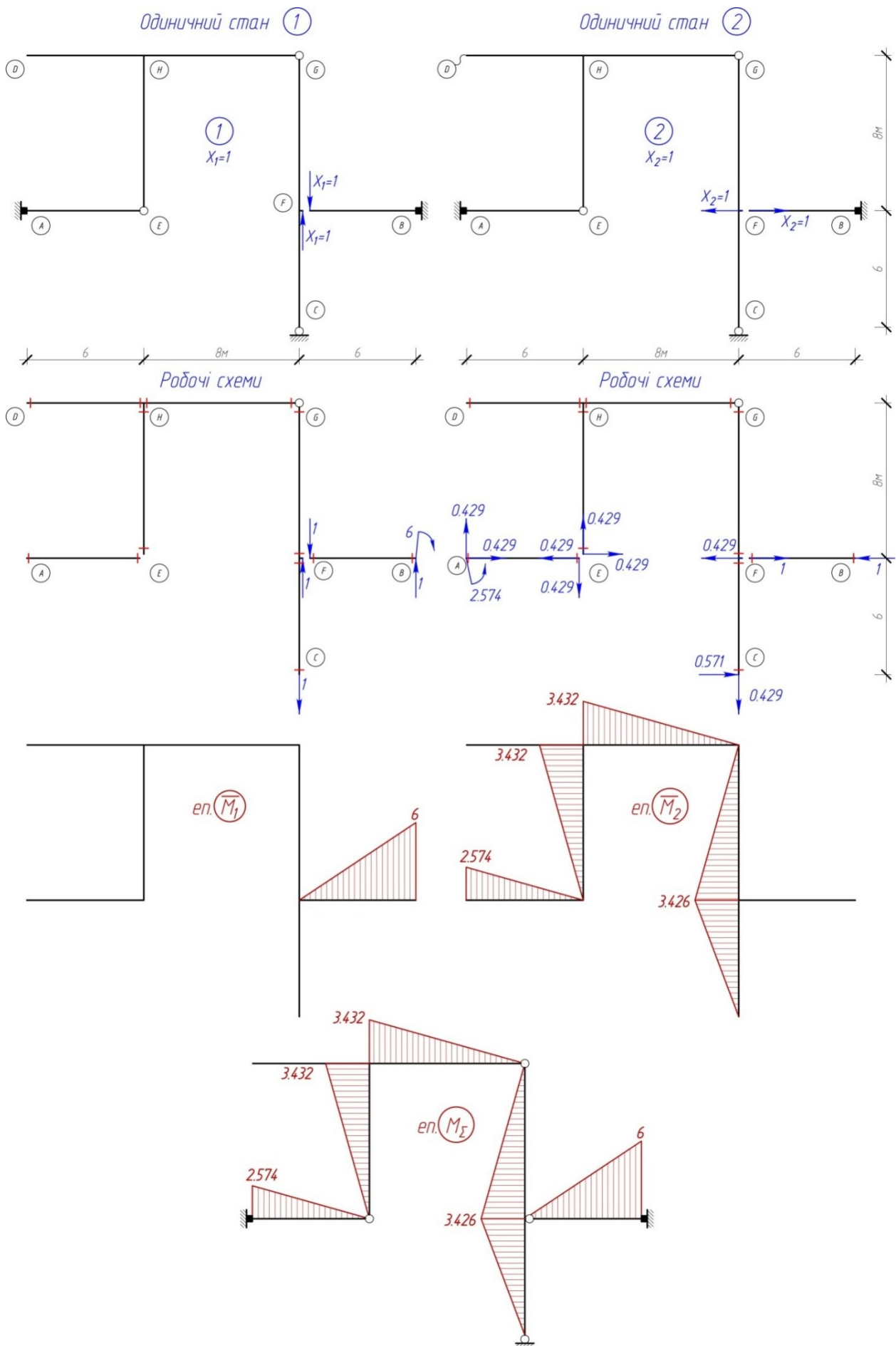
СП II етапу: $\frac{D_I + D_3 + D_4}{\underbrace{\text{Ш}_{1-4}, \text{Ш}_{1-3}, \text{Ш}_{3-4}}_{\text{(які утворюють трикутник - не лежать на одній прямій)}}} \Rightarrow D_{II}$

3) III етап побудови ОСМЗ за способом припайки. ГП III етапу:

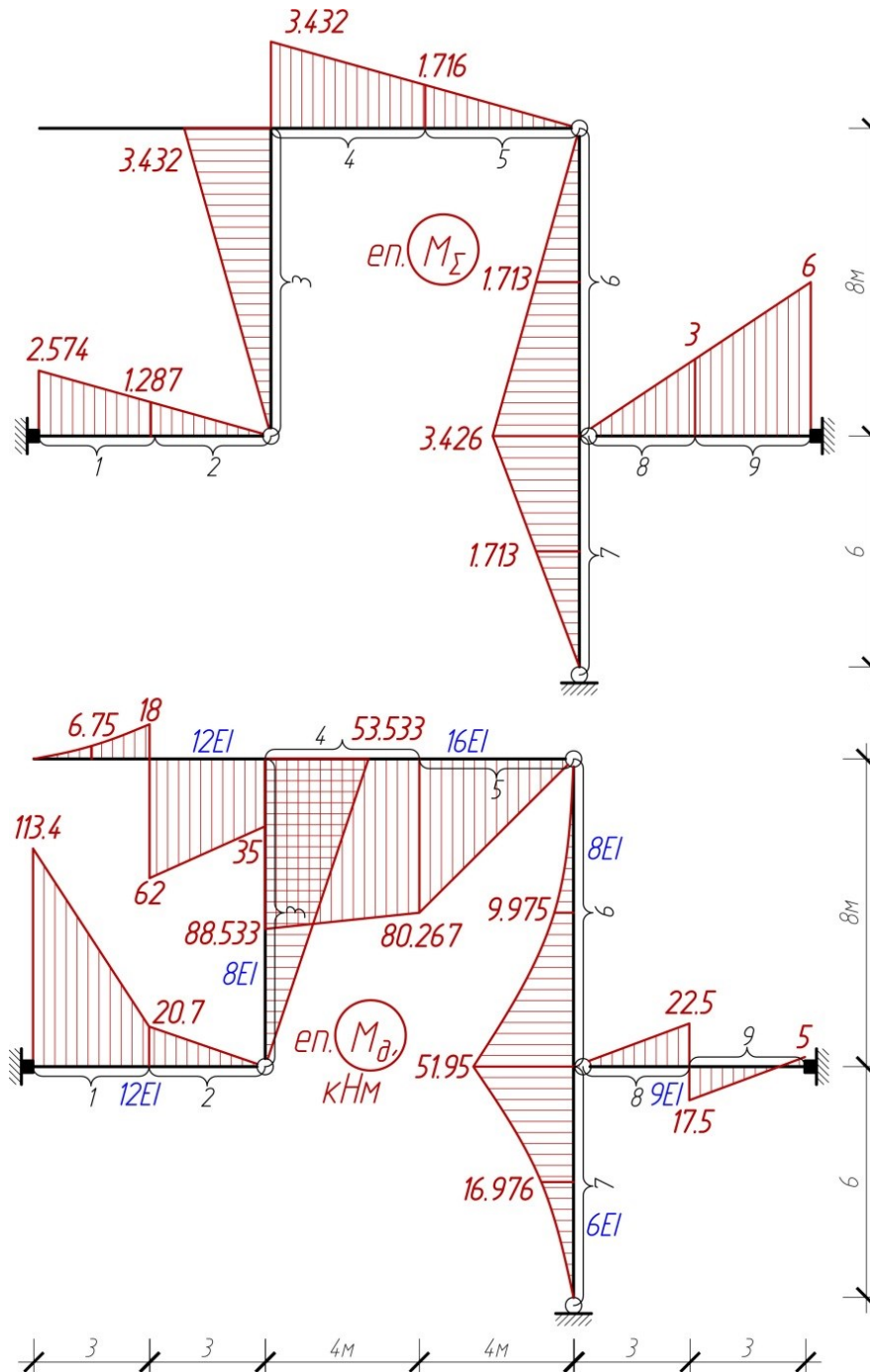


СП III етапу: $\frac{D_{II} + D_5}{\Pi_{II-5}} \Rightarrow D_{III}$

Побудова $en. \overline{M_1}$, $en. \overline{M_2}$, $en. \overline{M_\Sigma} = en. \overline{M_1} + en. \overline{M_2}$.



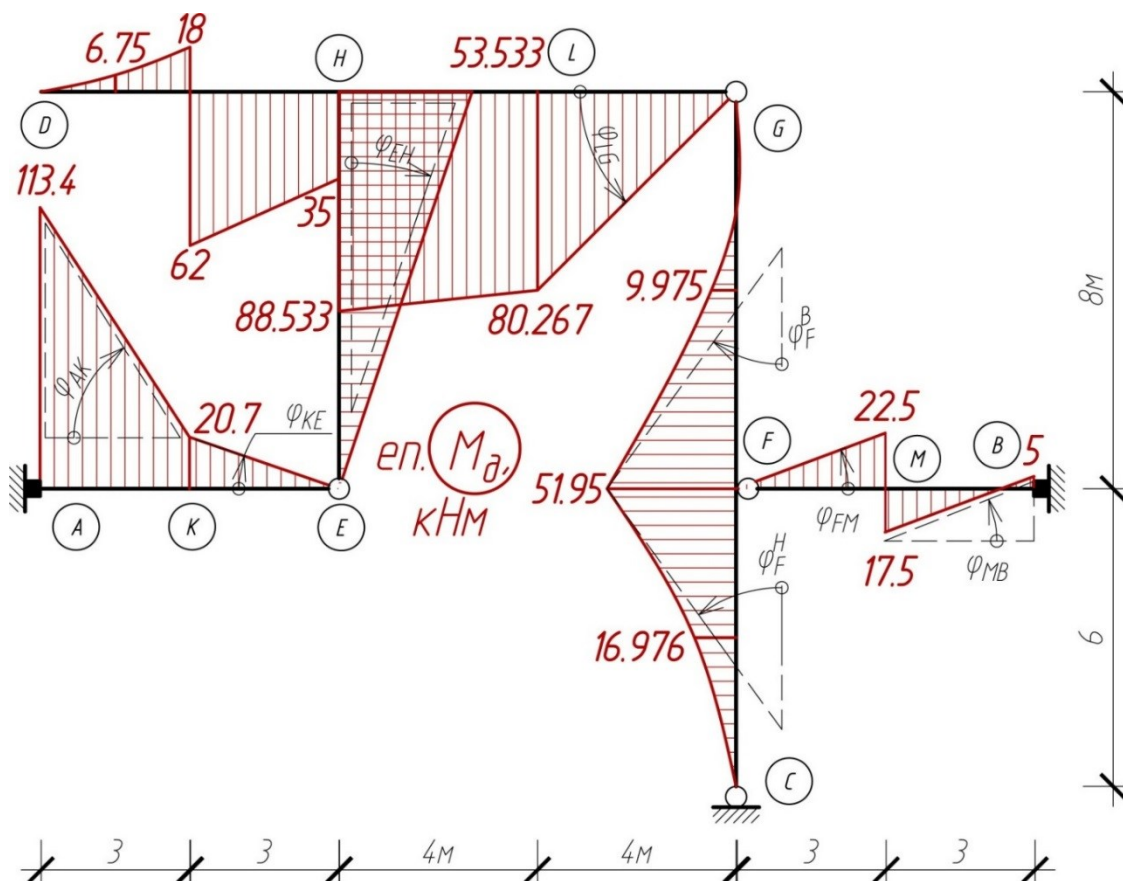
Головна (кінематична) перевірка $en. M_{\partial}$:



$$\begin{aligned}
 \Delta_{\Sigma\partial} &= \sum_{N_{\partial}} \int_{l_0} \frac{\overline{M}_{\Sigma} \cdot M_{\partial}}{EI} dl \\
 &= \frac{3}{6 \cdot (12EI)} \cdot \left(2.574 \cdot 113.4 + 4 \cdot \frac{3}{4} 2.574 \cdot \frac{113.4 + 20.7}{2} + 1.287 \cdot 20.7 \right) \\
 &\quad + \frac{1}{12EI} \cdot \frac{1}{2} \times \\
 &\quad \times 1.287 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 20.7 - \frac{1}{8EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3.432 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 53.533 - \frac{4}{6 \cdot (16EI)} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(3.432 \cdot 88.533 + 4 \cdot \frac{3}{4} 3.432 \cdot \frac{88.533 + 80.267}{2} + 1.716 \cdot 80.267 \right) - \frac{1}{16EI} \cdot \frac{1}{2} \\
& \quad \cdot 1.716 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} 80.267 + \\
& + \frac{8}{6 \cdot (8EI)} \cdot (0 \cdot 0 + 4 \cdot 1.713 \cdot 9.975 + 3.426 \cdot 51.95) + \frac{6}{6 \cdot (6EI)} \\
& \quad \cdot (3.426 \cdot 51.95 + 4 \cdot 1.713 \cdot 16.976 + 0 \cdot 0) + \\
& + \frac{1}{9EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 22.5 - \frac{3}{6 \cdot (9EI)} \cdot \left(3 \cdot 17.5 + 4 \cdot \frac{3}{4} 6 \cdot \frac{17.5 - 5}{2} - 6 \cdot 5 \right) = \\
& = \frac{34.846 + 2.22 - 61.242 - 54.607 - 11.478 + 41.055 + 49.05 + 7.5 - 7.5}{EI} \\
& = \frac{134.671 - 134.827}{EI} \approx 0; 0 \equiv 0. \\
\varepsilon & = \frac{|134.671 - 134.827|}{134.671} \cdot 100\% = \frac{0.156}{134.671} \cdot 100\% = 0.116\%.
\end{aligned}$$

Побудова $en. Q_d$ за допомогою $en. M_d$



а) для прямолінійних ділянок $en. M_d$ використовуємо диференційну залежність Журавського:

$$Q_{\partial}^i = \frac{dM_{\partial}}{dl} = tg\varphi_i$$

$$Q_{\partial}^{AK} = tg\varphi_{AK} = \frac{113.4-20.7}{3} = 30.9 \text{ кН};$$

$$Q_{\partial}^{KE} = tg\varphi_{KE} = \frac{20.7}{3} = 6.9 \text{ кН};$$

$$Q_{\partial}^{EH} = tg\varphi_{EH} = \frac{53.533}{8} = 6.692 \text{ кН};$$

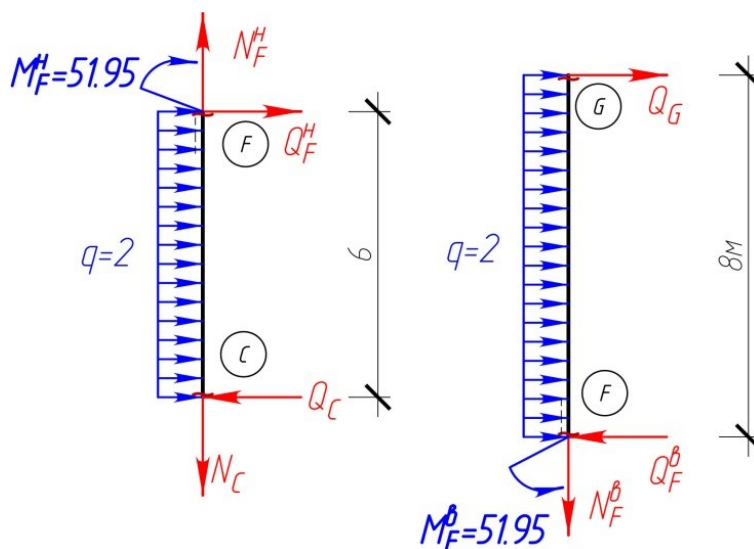
$$Q_{\partial}^{HL} = tg\varphi_{HL} = -\frac{88.533 - 80.267}{4} = -2.067 \text{ кН};$$

$$Q_{\partial}^{LG} = tg\varphi_{LG} = -\frac{80.267}{4} = -20.07 \text{ кН};$$

$$Q_{\partial}^{FM} = tg\varphi_{FM} = -\frac{22.5}{3} = -7.5 \text{ кН};$$

$$Q_{\partial}^{MB} = tg\varphi_{MB} = -\frac{17.5 + 5}{3} = -7.5 \text{ кН};$$

б) для криволінійної ділянки $en.M_{\partial}$ поперечні сили знаходяться з рівноваги відсіченої частини рами:



$$1) \sum M_F^{F-G} = 0; 2 \cdot 8 \cdot 4 + Q_G \cdot 8 - 51.95 = 0;$$

$$Q_G = \frac{51.95 - 64}{8} = -1.506;$$

$$2) \sum M_G^{F-G} = 0; -2 \cdot 8 \cdot 4 + Q_F^G \cdot 8 - 51.95 = 0;$$

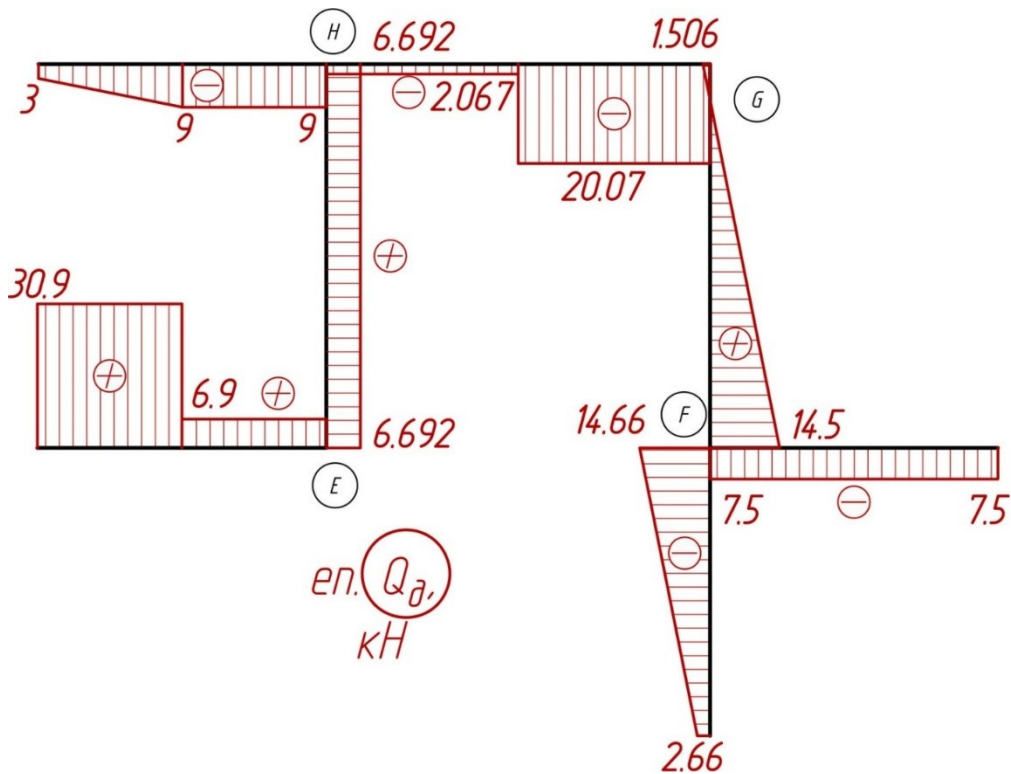
$$Q_F^g = \frac{51.95 + 64}{8} = 14.5;$$

$$3) \sum M_C^{C-F} = 0; 2 \cdot 6 \cdot 3 + Q_F^H \cdot 6 + 51.95 = 0;$$

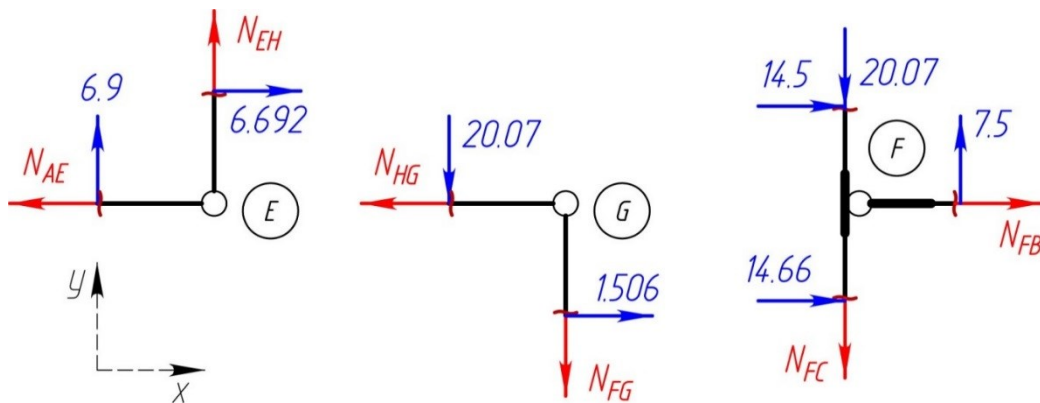
$$Q_F^H = \frac{-51.95 - 36}{6} = -14.66;$$

$$4) \sum M_F^{C-F} = 0; -2 \cdot 6 \cdot 3 + Q_C \cdot 6 + 51.95 = 0;$$

$$Q_C = \frac{-51.95 + 36}{6} = -2.66.$$



Побудова $еп. N_d$ за допомогою $еп. M_d$ шляхом вирізання вузлів



$$1) \sum F_x^E = 0; 6.692 - N_{AE} = 0; \boxed{N_{AE} = 6.692 \text{ кН}};$$

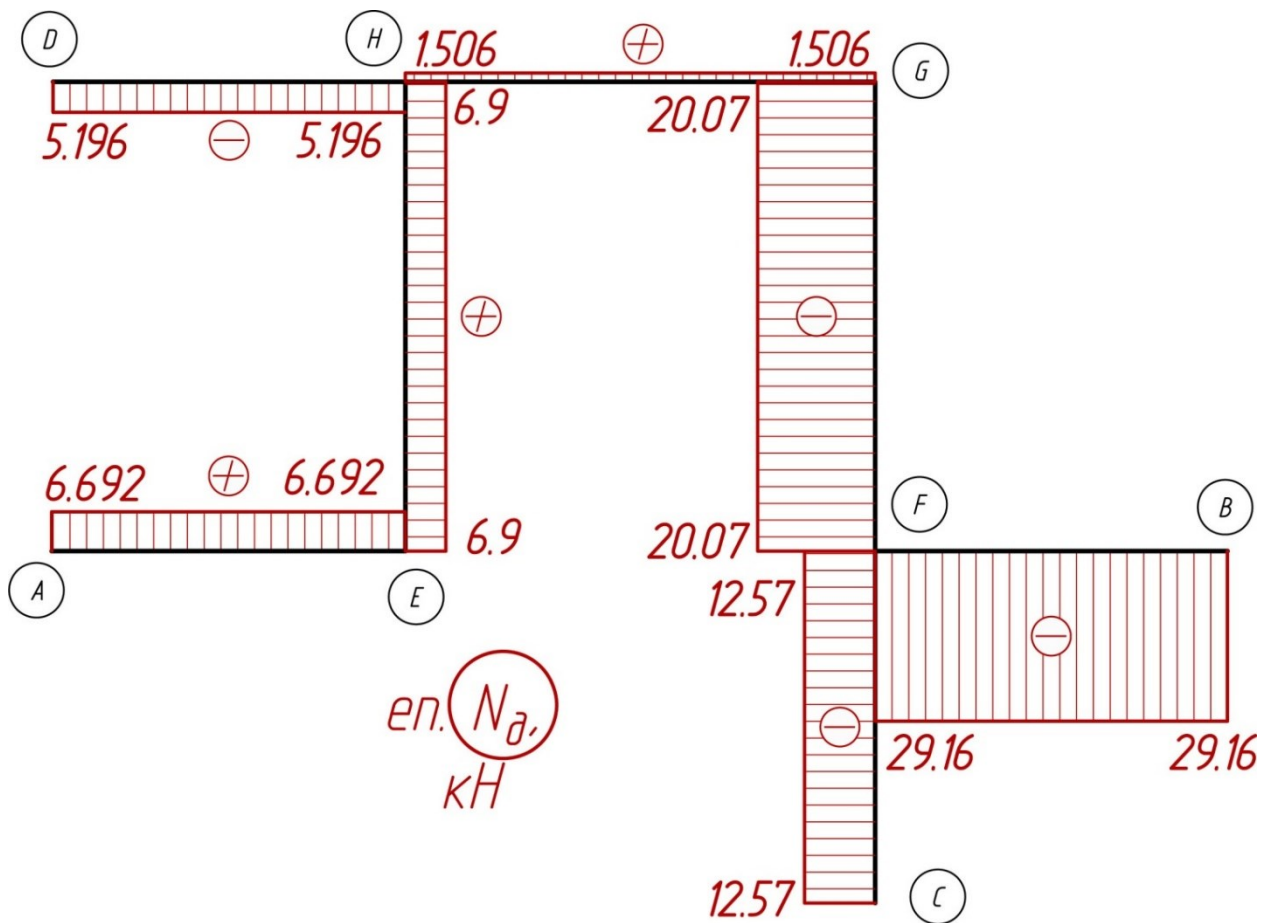
$$2) \sum F_y^E = 0; 6.9 + N_{EH} = 0; \boxed{N_{EH} = 6.9};$$

$$3) \sum F_x^G = 0; 1.506 - N_{HG} = 0; \boxed{N_{HG} = 1.506};$$

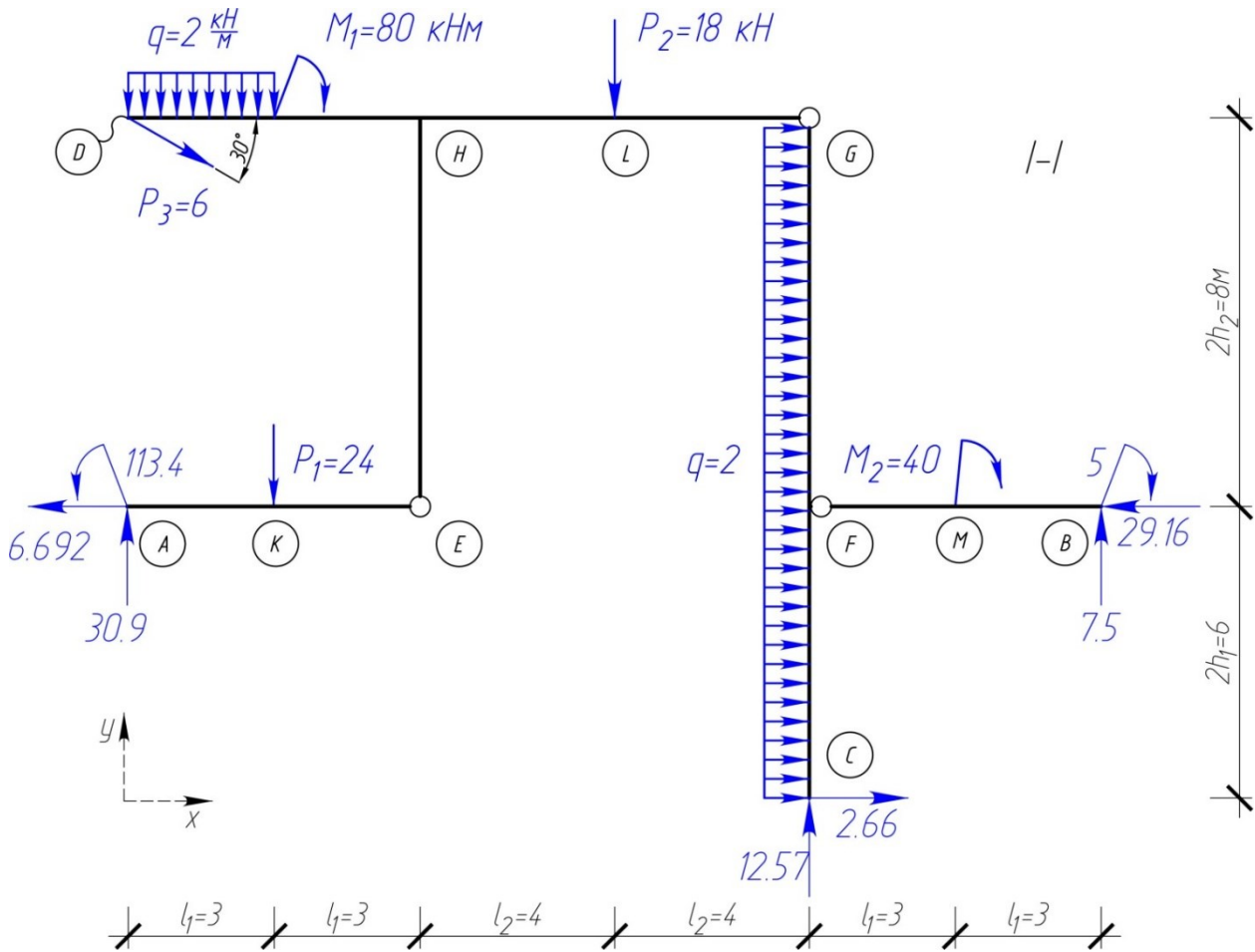
$$4) \sum F_y^G = 0; -20.07 - N_{FG} = 0; \boxed{N_{FG} = -20.07};$$

$$5) \sum F_x^F = 0; 14.5 + 14.66 + N_{FB} = 0; \boxed{N_{FB} = -29.16};$$

$$6) \sum F_y^F = 0; -20.07 + 7.5 - N_{FC} = 0; \boxed{N_{FC} = -12.57};$$



Загальна статична перевірка рівноваги всієї конструкції.



$$1) \sum F_x^{I-I} \equiv 0; -6.692 + 6 \cdot \cos 30^\circ + 2 \cdot 14 - 29.16 + 2.66$$

$$= 0; 35.856 - 35.852 \approx 0; 0 \equiv 0;$$

$$\varepsilon = \frac{35.856 - 35.852}{35.852} \cdot 100\% = 0.011\%.$$

$$2) \sum F_y^{I-I} \equiv 0; 30.9 - 24 - 2 \cdot 3 - 6 \cdot \sin 30^\circ - 18 + 12.57 + 7.5$$

$$= 50.97 - 51 \approx 0; 0 \equiv 0;$$

$$\varepsilon = \frac{|50.97 - 51|}{50.97} \cdot 100\% = 0.059\%.$$

$$3) \sum M_A^{I-I} \equiv 0; -113.4 + 23 \cdot 3 + 80 + 6 \cdot \cos 30^\circ \cdot 8 + 2 \cdot 3 \cdot 1.5 + 18 \cdot 10$$

$$+ 2 \cdot 14 \cdot 1 + 40 + 5 - 7.5 \cdot 20 -$$

$$-12.57 \cdot 14 - 2.66 \cdot 6 = 452.57 - 455.34 \approx 0; 0 \equiv 0.$$

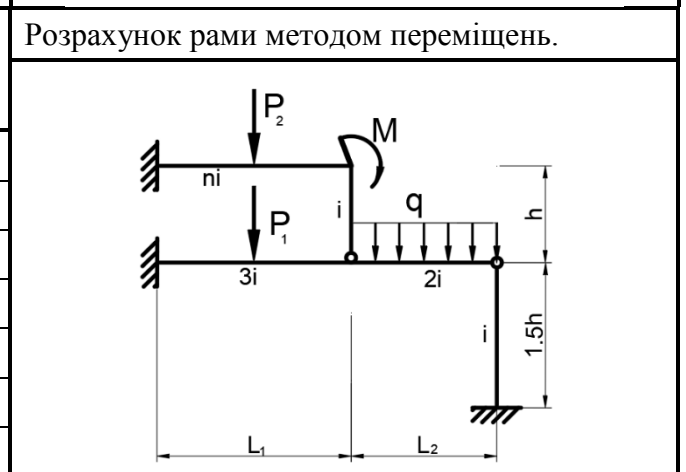
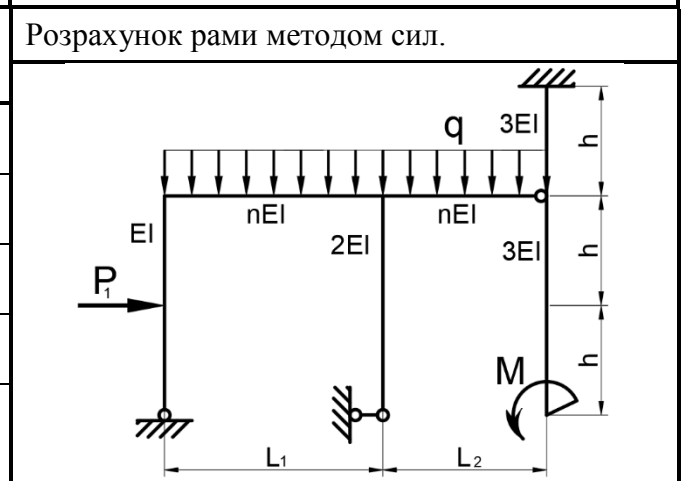
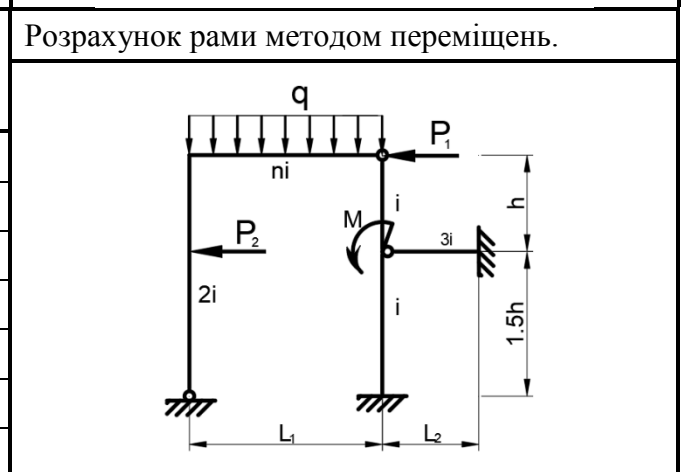
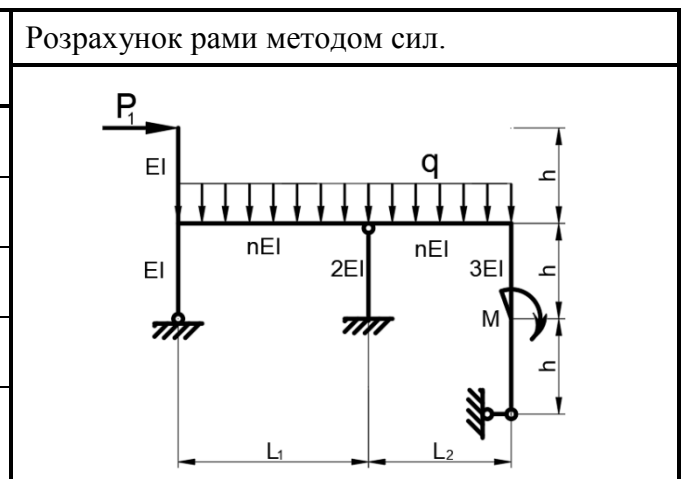
$$\varepsilon = \frac{|452.57 - 455.34|}{455.34} \cdot 100\% = 0.608\%.$$

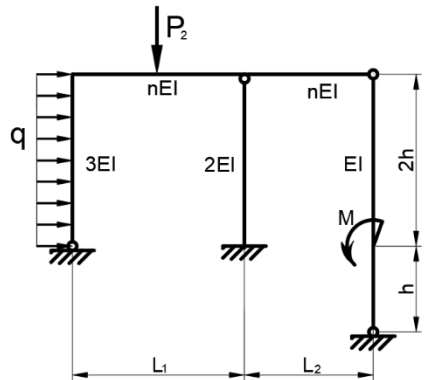
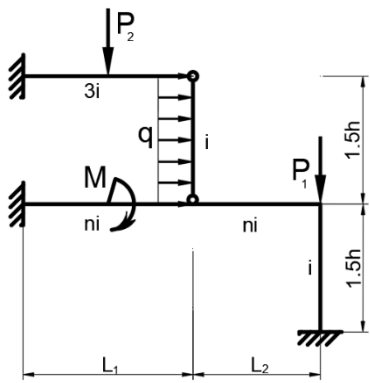
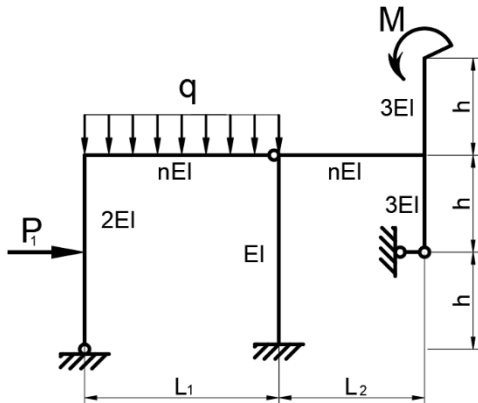
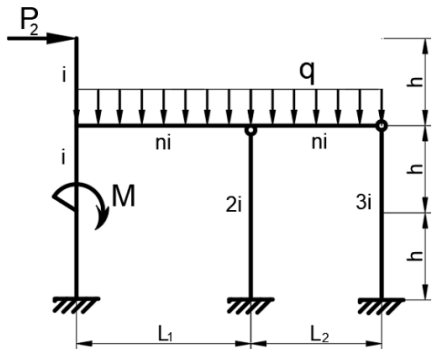
Статично невизначувані системи
<u>Варіант 1</u>
Група _____
Студент _____
Викладач _____
« _____ » _____ 20 ____ р.

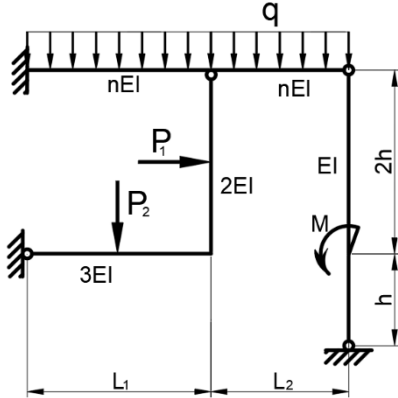
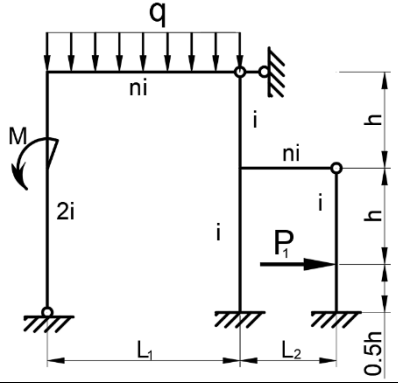
	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

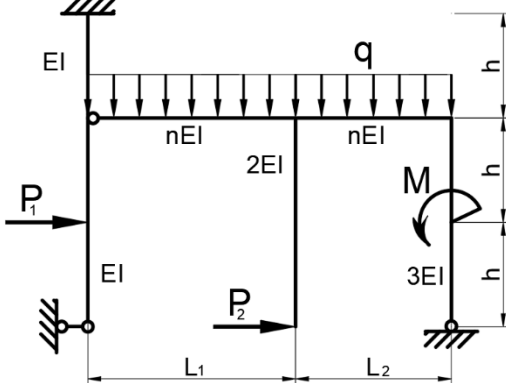
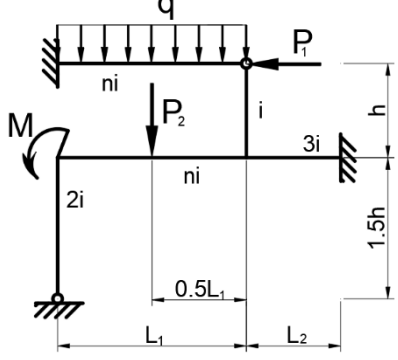
Статично невизначувані системи
<u>Варіант 2</u>
Група _____
Студент _____
Викладач _____
« _____ » _____ 20 ____ р.

	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



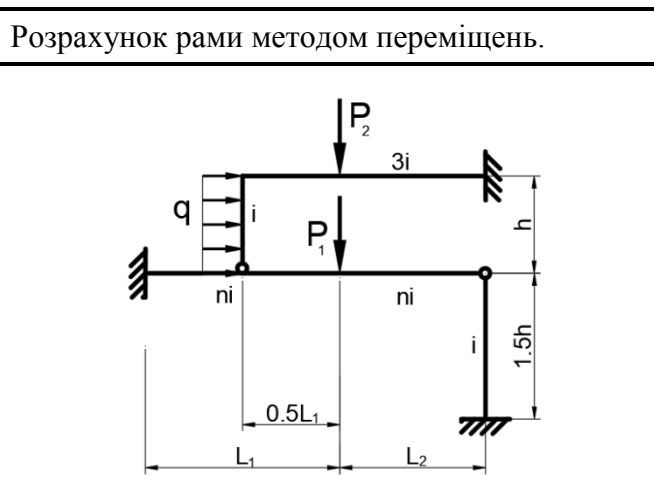
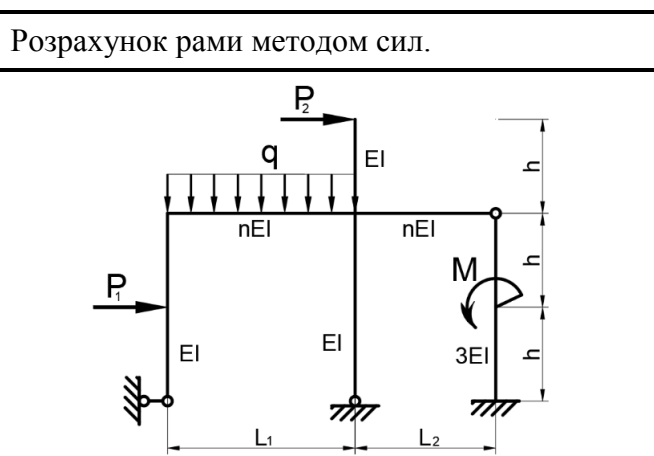
Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.
Варіант 3									
Група _____									
Студент _____									
Викладач _____									
«_____» _____ 20 ____ р.									
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	Розрахунок рами методом переміщень.
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8	
2	6	4	3	2	7	8	14	15	
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20	
4	4	5	3	3	7	20	16	14	
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6	
6	6	5	3	2	4	14	6	10	
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18	
Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.
Варіант 4									
Група _____									
Студент _____									
Викладач _____									
«_____» _____ 20 ____ р.									
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	Розрахунок рами методом переміщень.
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8	
2	6	4	3	2	7	8	14	15	
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20	
4	4	5	3	3	7	20	16	14	
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6	
6	6	5	3	2	4	14	6	10	
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18	

Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.
Варіант 5									
Група _____									
Студент _____									
Викладач _____									
« _____ » _____ 20 ____ р.									
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8	
2	6	4	3	2	7	8	14	15	
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20	
4	4	5	3	3	7	20	16	14	
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6	
6	6	5	3	2	4	14	6	10	
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18	

Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.
Варіант 6									
Група _____									
Студент _____									
Викладач _____									
« _____ » _____ 20 ____ р.									
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8	
2	6	4	3	2	7	8	14	15	
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20	
4	4	5	3	3	7	20	16	14	
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6	
6	6	5	3	2	4	14	6	10	
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18	

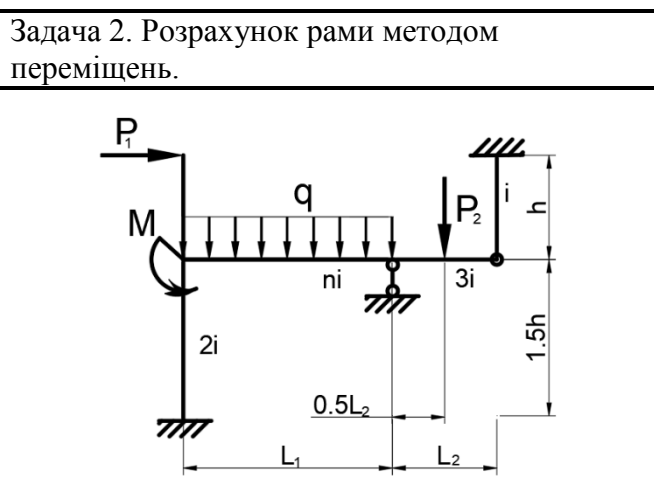
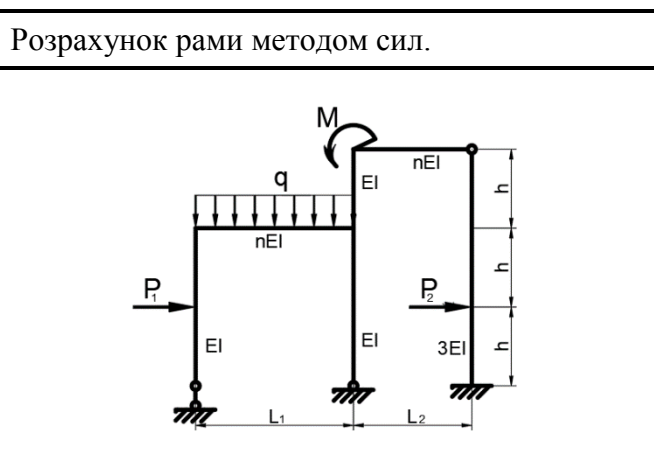
Статично невизначувані системи								
<u>Варіант 7</u>								
Група _____								
Студент _____								
Викладач _____								
«_____» _____ 20____ р.								

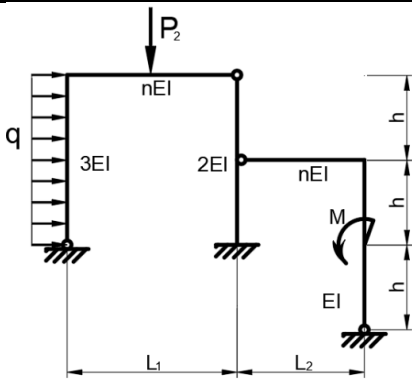
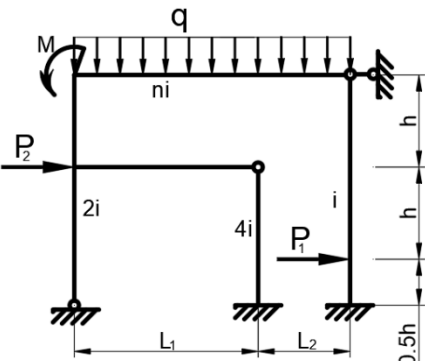
	L ₁ , м	L ₂ , м	h, м	n	q, кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M, кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

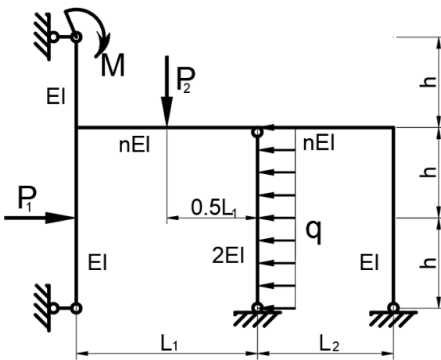
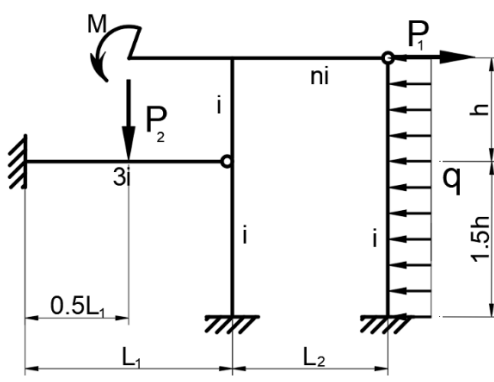


Статично невизначувані системи								
<u>Варіант 8</u>								
Група _____								
Студент _____								
Викладач _____								
«_____» _____ 20____ р.								

	L ₁ , м	L ₂ , м	h, м	n	q, кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M, кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



Статично невизначувані системи										Розрахунок рами методом сил.
Варіант 9										
Група _____										
Студент _____										
Викладач _____										
«_____» _____ 20____ р.										
	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм	Розрахунок рами методом переміщень.	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8		
2	6	4	3	2	7	8	14	15		
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20		
4	4	5	3	3	7	20	16	14		
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6		
6	6	5	3	2	4	14	6	10		
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18		

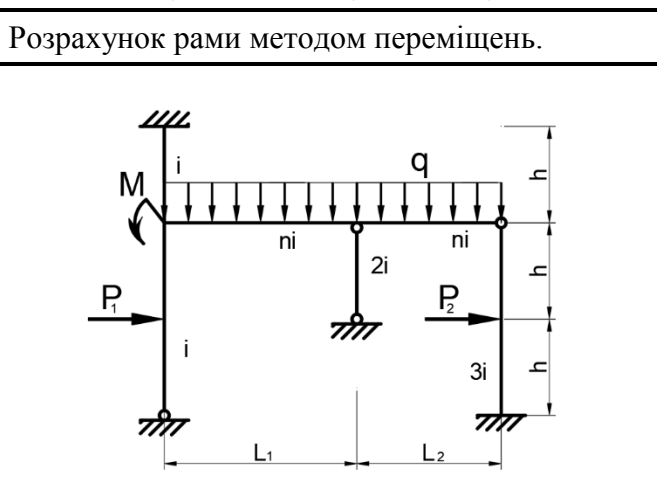
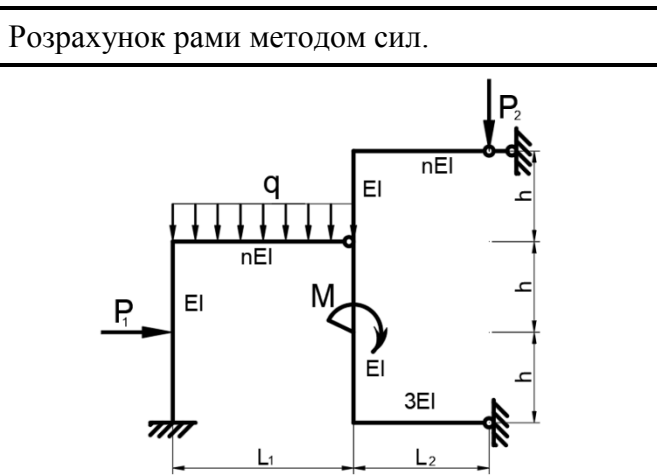
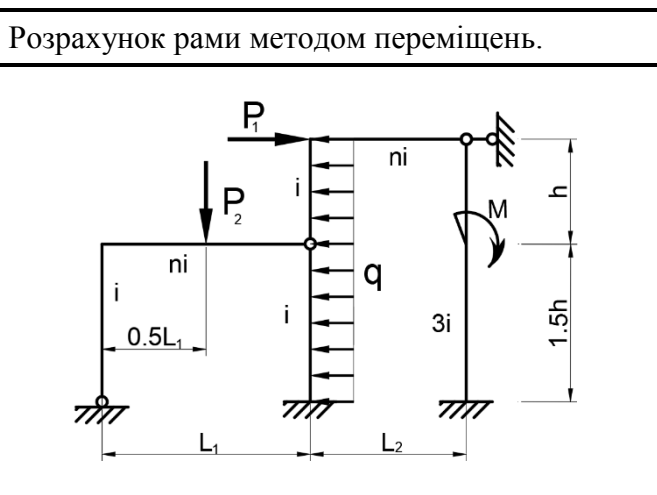
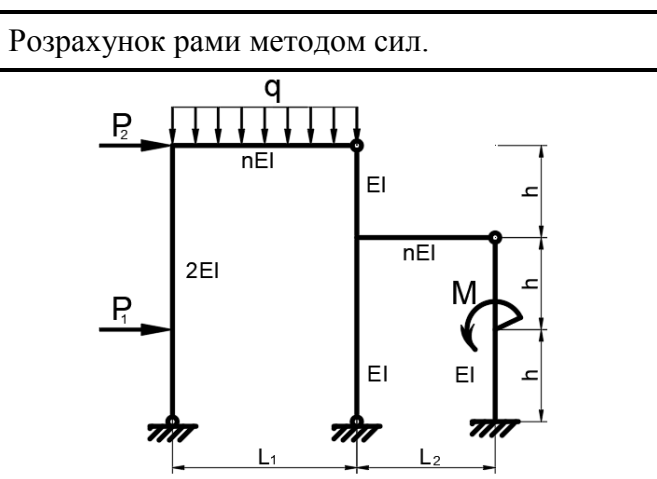
Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.	
Варіант 10										
Група _____										
Студент _____										
Викладач _____										
«_____» _____ 20____ р.										
	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм	Розрахунок рами методом переміщень.	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8		
2	6	4	3	2	7	8	14	15		
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20		
4	4	5	3	3	7	20	16	14		
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6		
6	6	5	3	2	4	14	6	10		
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18		

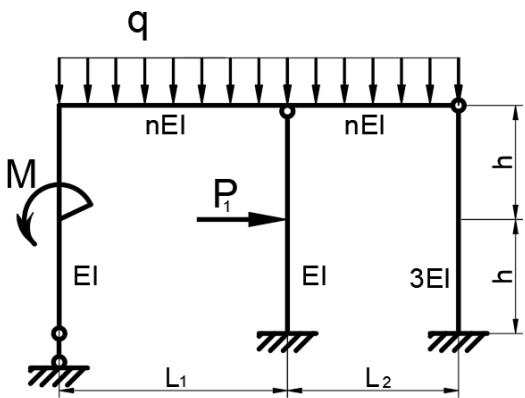
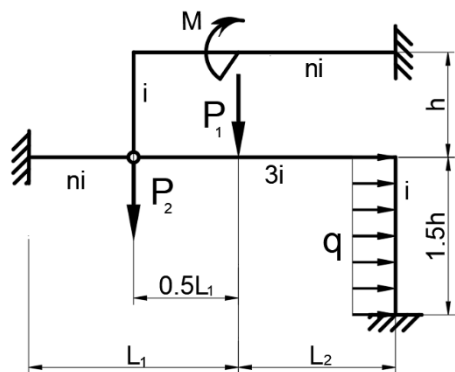
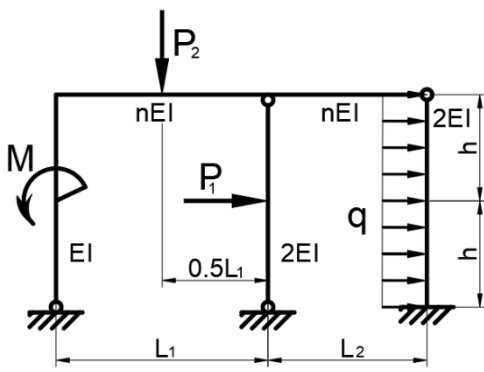
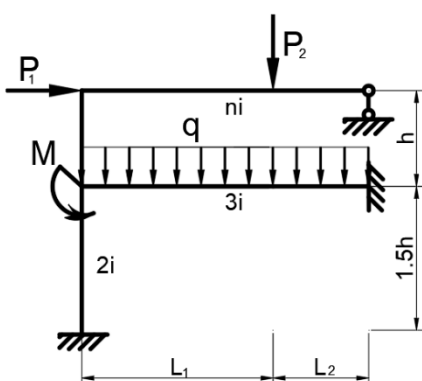
Статично невизначувані системи
Варіант 11
Група _____
Студент _____
Викладач _____
«_____» _____ 20____ р.

	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

Статично невизначувані системи
Варіант 12
Група _____
Студент _____
Викладач _____
«_____» _____ 20____ р.

	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



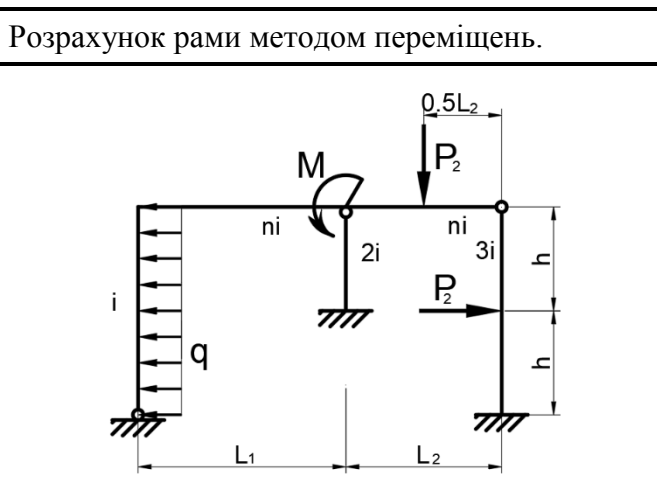
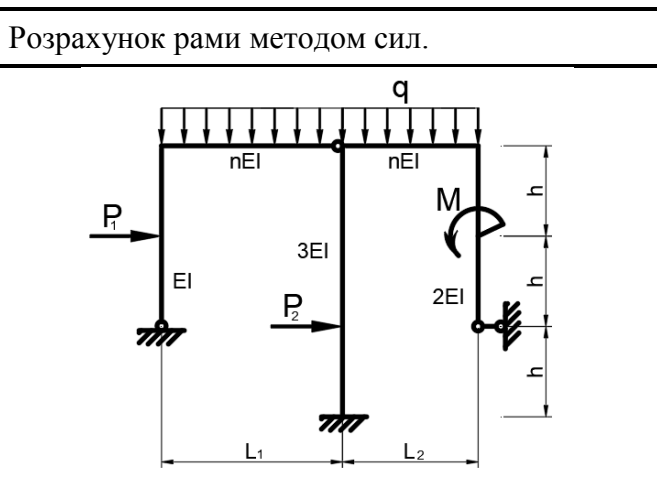
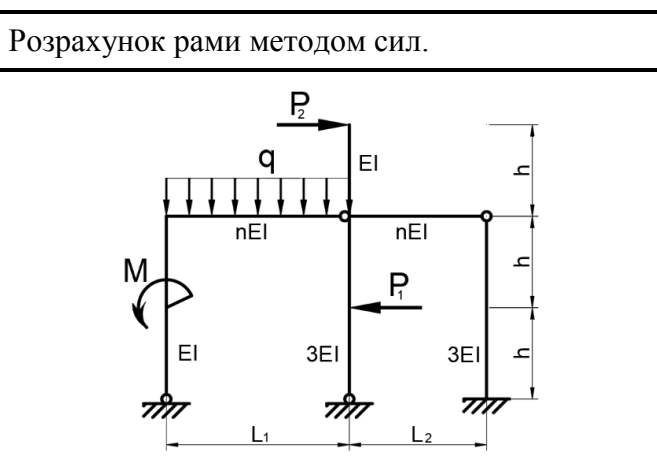
Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.	
Варіант 13										
Група _____										
Студент _____										
Викладач _____										
«_____» _____ 20____ р.										
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	Розрахунок рами методом переміщень.	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8		
2	6	4	3	2	7	8	14	15		
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20		
4	4	5	3	3	7	20	16	14		
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6		
6	6	5	3	2	4	14	6	10		
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18		
Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.	
Варіант 14										
Група _____										
Студент _____										
Викладач _____										
«_____» _____ 20____ р.										
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	Розрахунок рами методом переміщень.	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8		
2	6	4	3	2	7	8	14	15		
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20		
4	4	5	3	3	7	20	16	14		
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6		
6	6	5	3	2	4	14	6	10		
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18		

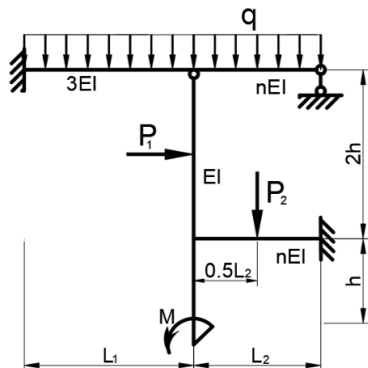
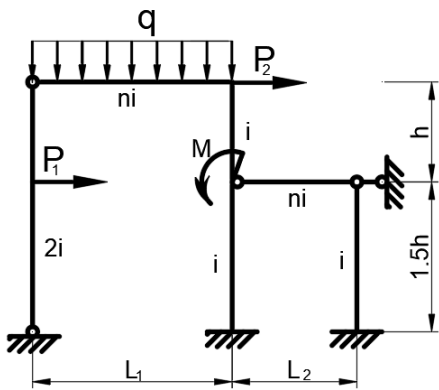
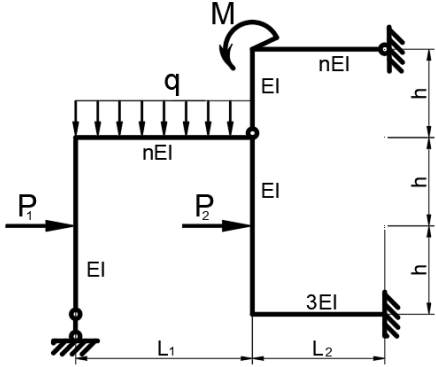
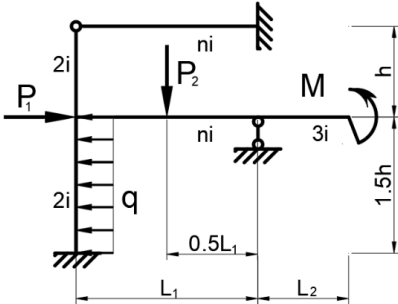
Статично невизначувані системи
Варіант 15
Група _____
Студент _____
Викладач _____
«_____» _____ 20____ р.

	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

Статично невизначувані системи
Варіант 16
Група _____
Студент _____
Викладач _____
«_____» _____ 20____ р.

	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



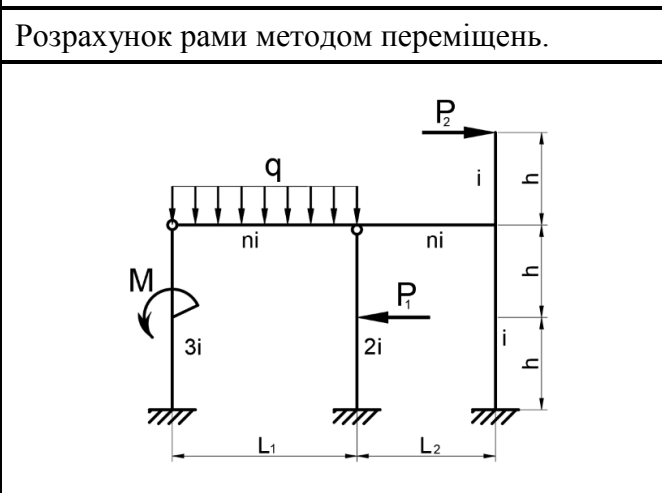
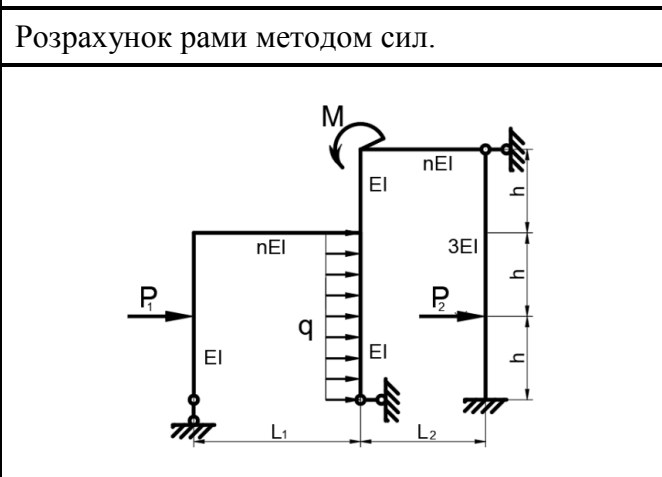
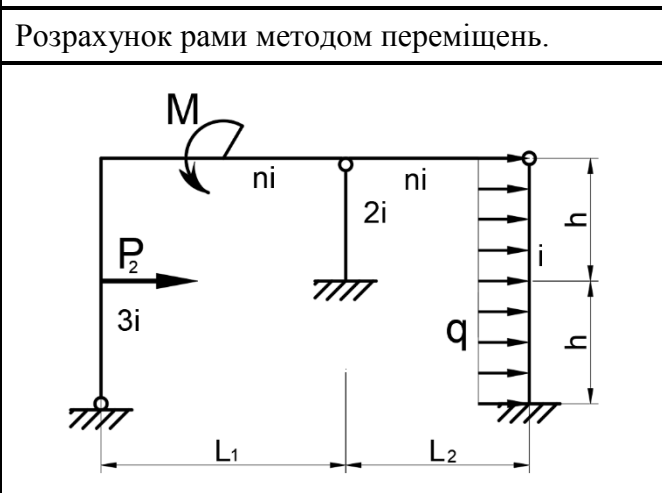
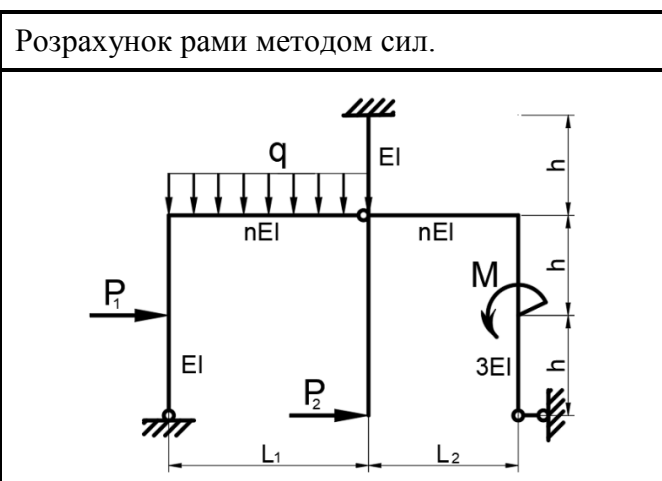
Статично невизначувані системи										Розрахунок рами методом сил.
Варіант 17										
Група _____										
Студент _____										
Викладач _____										
«_____» _____ 20 ____ р.										
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	Розрахунок рами методом переміщень.	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8		
2	6	4	3	2	7	8	14	15		
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20		
4	4	5	3	3	7	20	16	14		
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6		
6	6	5	3	2	4	14	6	10		
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18		
Статично невизначувані системи										Розрахунок рами методом сил.
Варіант 18										
Група _____										
Студент _____										
Викладач _____										
«_____» _____ 20 ____ р.										
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	Розрахунок рами методом переміщень.	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8		
2	6	4	3	2	7	8	14	15		
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20		
4	4	5	3	3	7	20	16	14		
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6		
6	6	5	3	2	4	14	6	10		
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18		

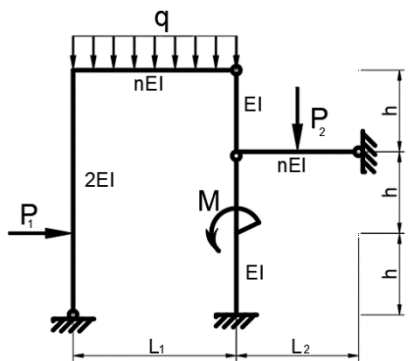
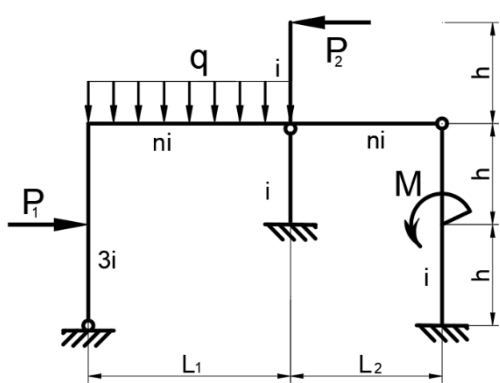
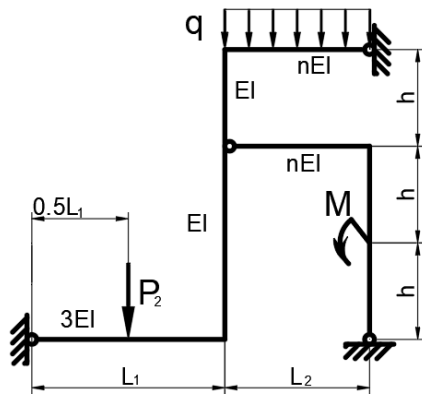
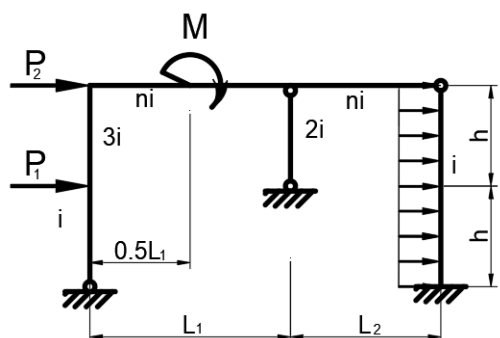
Статично невизначувані системи
Варіант 19
Група _____
Студент _____
Викладач _____
« _____ » _____ 20 ____ р.

	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

Статично невизначувані системи
Варіант 20
Група _____
Студент _____
Викладач _____
« _____ » _____ 20 ____ р.

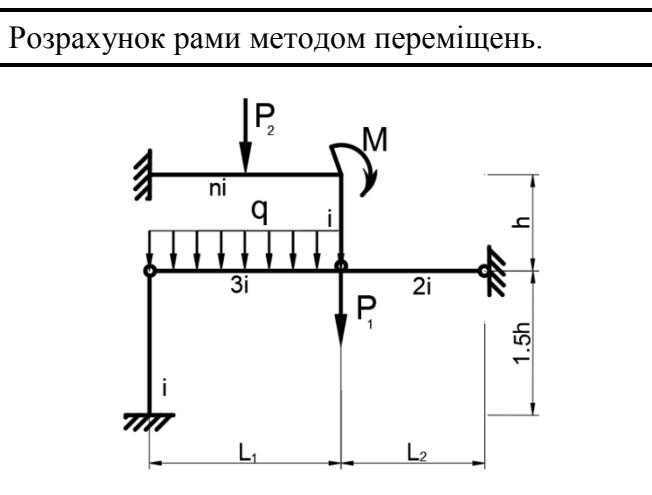
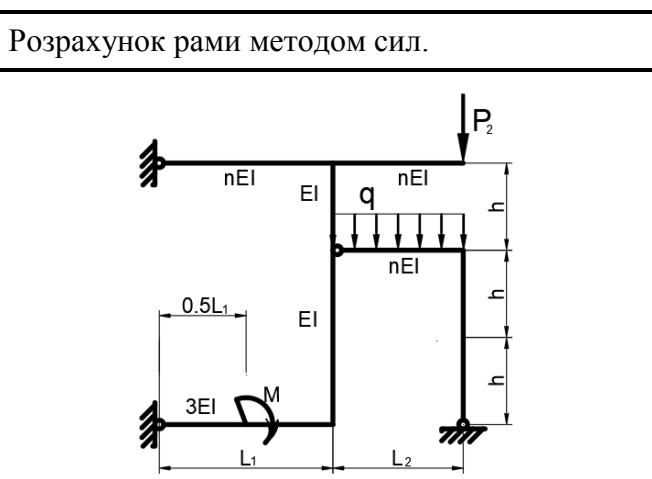
	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.	
Варіант 21										
Група _____										
Студент _____										
Викладач _____										
«_____» _____ 20 ____ р.										
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	Розрахунок рами методом переміщень.	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8		
2	6	4	3	2	7	8	14	15		
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20		
4	4	5	3	3	7	20	16	14		
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6		
6	6	5	3	2	4	14	6	10		
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18		
Статично невизначувані системи									Розрахунок рами методом сил.	
Варіант 22										
Група _____										
Студент _____										
Викладач _____										
«_____» _____ 20 ____ р.										
	L1, м	L2, м	h, м	n	q, кН/м	P1, кН	P2, кН	M, кНм	Розрахунок рами методом переміщень.	
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8		
2	6	4	3	2	7	8	14	15		
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20		
4	4	5	3	3	7	20	16	14		
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6		
6	6	5	3	2	4	14	6	10		
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18		

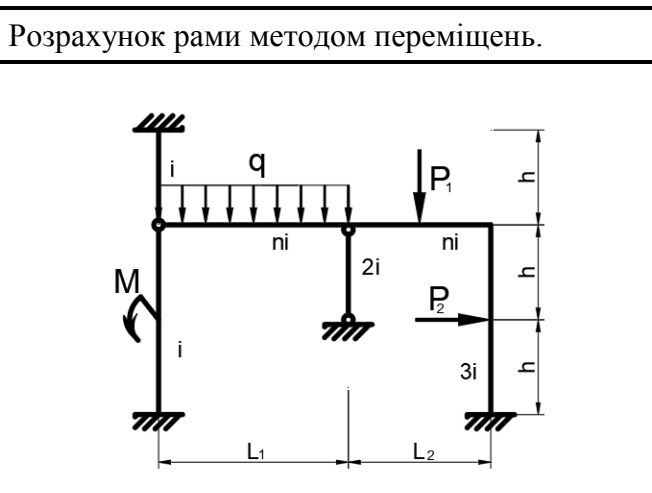
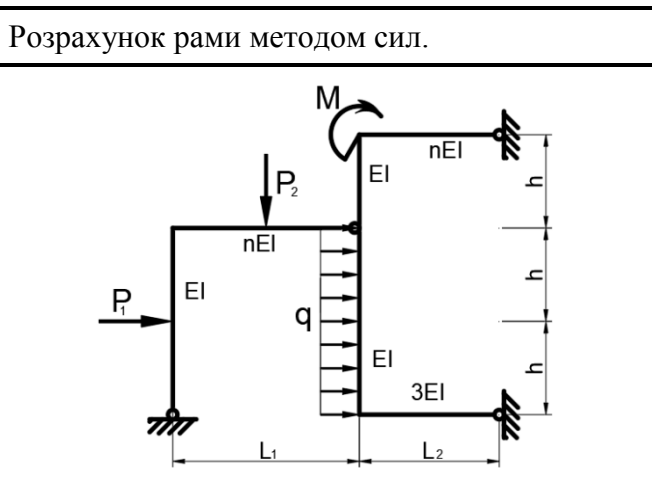
Статично невизначувані системи
<u>Варіант 23</u>
Група _____
Студент _____
Викладач _____
«_____» _____ 20____ р.

	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



Статично невизначувані системи
<u>Варіант 24</u>
Група _____
Студент _____
Викладач _____
«_____» _____ 20____ р.

	L_1 , м	L_2 , м	h , м	n	q , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M , кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

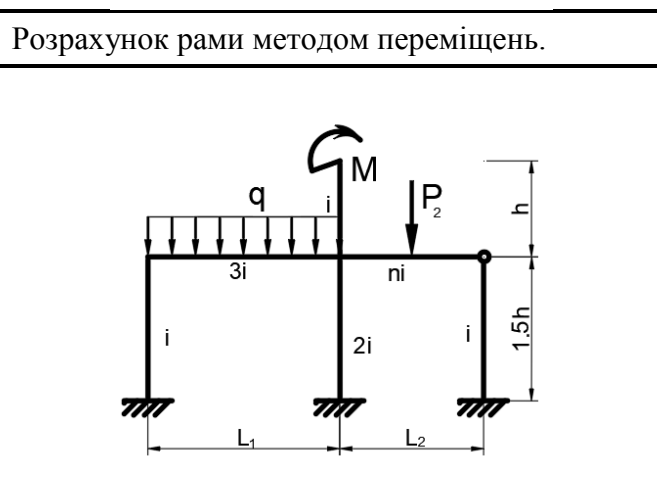
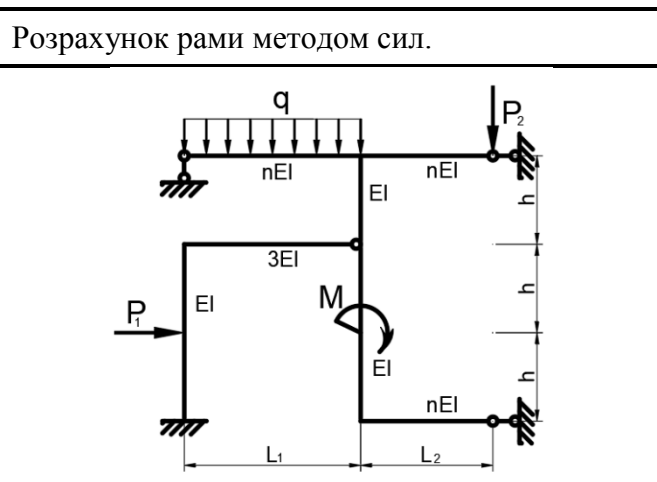
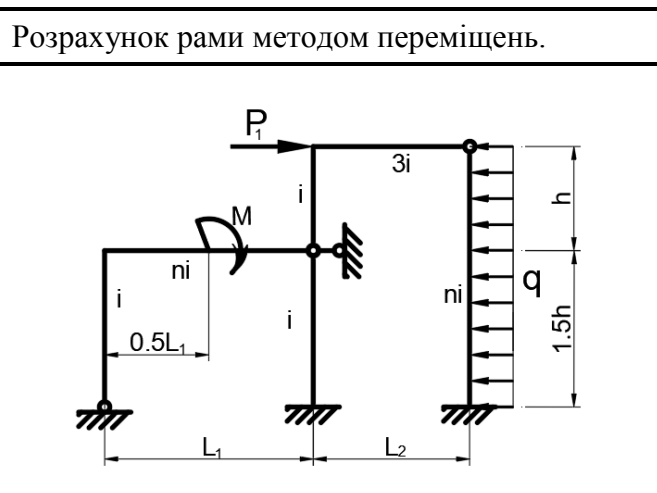
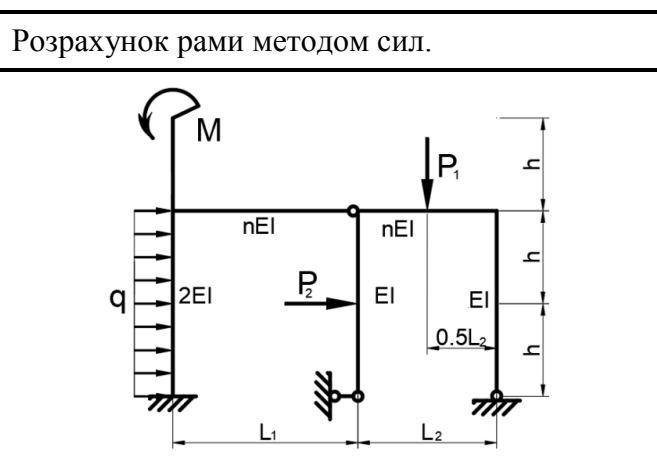


Статично невизначувані системи								
<u>Варіант 25</u>								
Група _____								
Студент _____								
Викладач _____								
«_____» _____ 20____ р.								

	L ₁ , м	L ₂ , м	h, м	n	q, кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M, кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

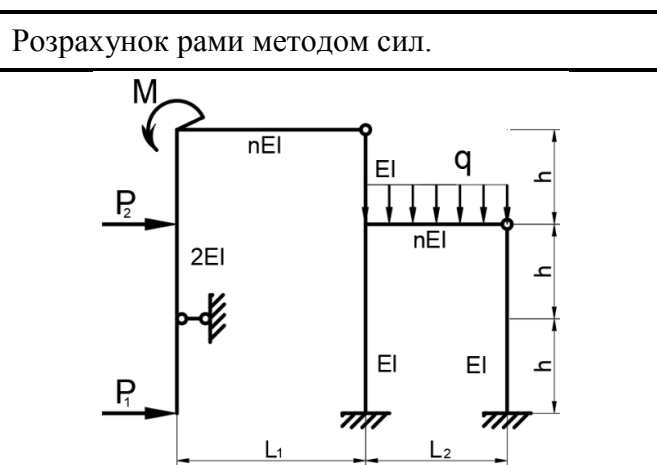
Статично невизначувані системи								
<u>Варіант 26</u>								
Група _____								
Студент _____								
Викладач _____								
«_____» _____ 20____ р.								

	L ₁ , м	L ₂ , м	h, м	n	q, кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M, кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



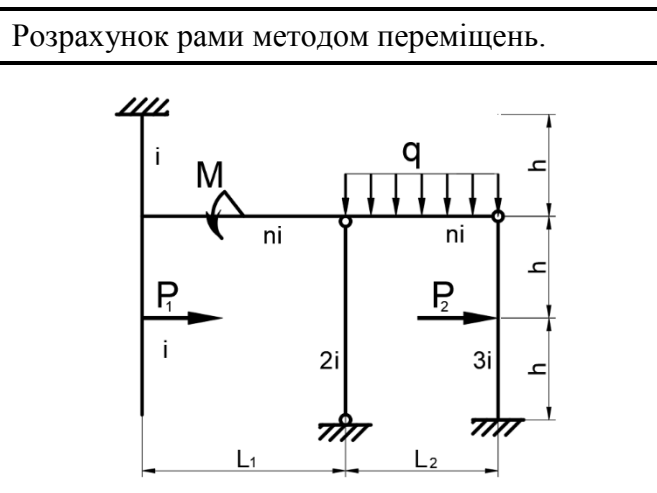
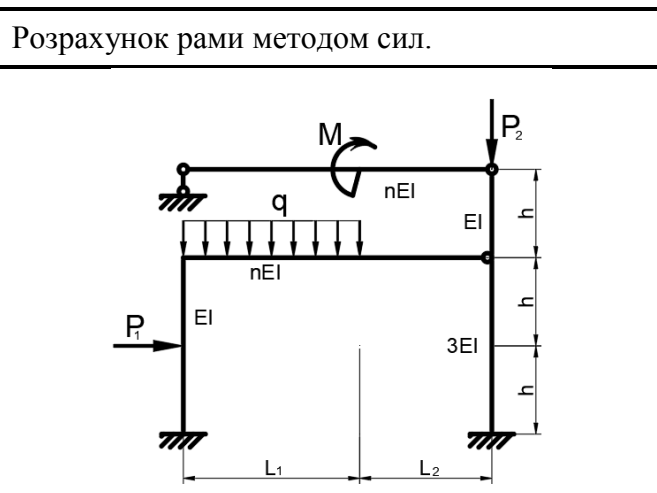
Статично невизначувані системи								
<u>Варіант 27</u>								
Група _____								
Студент _____								
Викладач _____								
« _____ » _____ 20 ____ р.								

	L ₁ , м	L ₂ , м	h, м	n	q, кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M, кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



Статично невизначувані системи								
<u>Варіант 28</u>								
Група _____								
Студент _____								
Викладач _____								
« _____ » _____ 20 ____ р.								

	L ₁ , м	L ₂ , м	h, м	n	q, кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M, кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

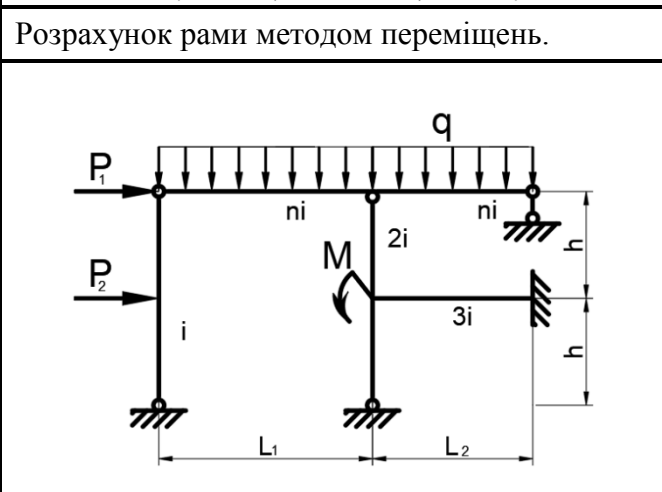
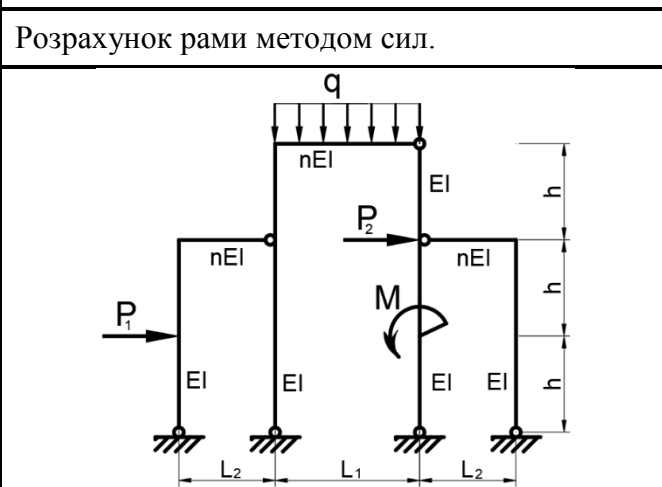
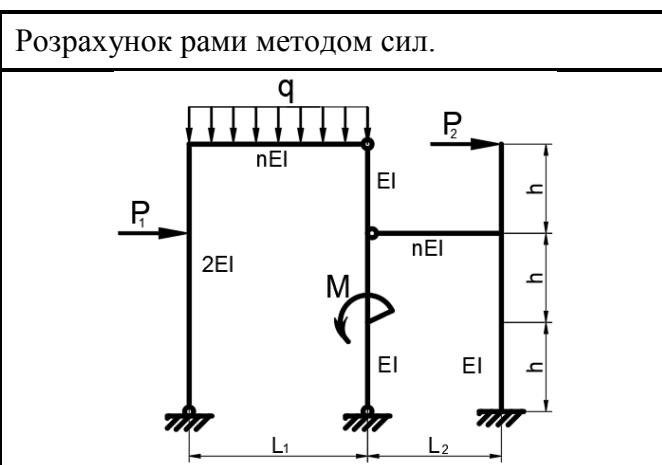


Статично невизначувані системи								
<u>Варіант 29</u>								
Група _____								
Студент _____								
Викладач _____								
« _____ » _____ 20 ____ р.								

	L ₁ , м	L ₂ , м	h, м	n	q, кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M, кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18

Статично невизначувані системи								
<u>Варіант 30</u>								
Група _____								
Студент _____								
Викладач _____								
« _____ » _____ 20 ____ р.								

	L ₁ , м	L ₂ , м	h, м	n	q, кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M, кНм
1	5	6	4	1.5	8	10	12	8
2	6	4	3	2	7	8	14	15
3	7	5	4	2.5	6	12	18	20
4	4	5	3	3	7	20	16	14
5	3	6	4	2.5	3	6	10	6
6	6	5	3	2	4	14	6	10
7	5	3	4	1.5	6	16	8	18



СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Баженов В.А., Гранат С.Я., Шишов О.В. Будівельна механіка. – Київ, 1999. – 583 с.
2. Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В. Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування: навч. посібн. 2-ге вид. – Київ: Каравела, 2007. – 368 с.
3. Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В. Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування: навч. посібн. 1-ше вид. – Київ: Каравела, 2006. – 344 с.
4. Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В., Пискунов С.О. Будівельна механіка. Розрахункові роботи. Задачі. Комп'ютерне тестування. – Київ: ВІПОЛ, 2013. - 382 с.
5. Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В., Пискунов С.О. Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування: навч. посібн. 3-тє вид. – Київ: Каравела, 2010. – 504 с.
6. Баженов В.А., Перельмутер А.В., Ворона Ю.В. Київська школа теорії споруд. Kyiv school of the theory of structures. – Київ: Каравела, 2020. – 180 с.
7. Баженов В.А., Перельмутер А.В., Пискунов С.О., Ворона Ю.В. Будівельна механіка і теорія споруд. Напрями розвитку. – Київ: Каравела, 2020. – 520 с.
8. Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В. Будівельна механіка. – Київ: ВІПОЛ, 2013. - 896 с.
9. Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології – Київ: Каравела, 2008. – 820 с.
10. Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології – Київ, «Каравела». 2009. – 696 с.
11. Баженов В.А., Шишов О.В. Будівельна механіка. – Київ: Вища освіта. 2008. - 650 с.
12. Лізунов П.П. Будівельна механіка: конспект лекцій / П.П. Лізунов, В.О. Недін. – Київ: КНУБА, 2022. – 172 с.
13. Розрахунок статично невизначуваних рам методом сил: методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи / уклад.: Ю.В. Максим'юк, В.П. Андрієвський, А. А. Козак. – Київ : КНУБА, 2024. – 44 с.
14. Розрахунок статично невизначуваної несиметричної рами методом сил: методичні вказівки та індивідуальні завдання до виконання розрахунково-графічної роботи / уклад.: І.Д. Кара, М.Г. Кушніренко, Р.М. Остапенко. – Київ: КНУБА, 2022. – 32 с.

РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНИХ РАМ МЕТОДОМ СИЛ І МЕТОДОМ ПЕРЕМІЩЕНЬ

Методичні вказівки і індивідуальні завдання
до виконання розрахунково-графічних робіт
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
галузі знань G «Інженерія, виробництво та будівництво»
для спеціальностей

G16 «Гірництво та нафтогазові технології»

G17 «Архітектура та містобудування»

G18 «Геодезія та землеустрій»

G19 «Будівництво та цивільна інженерія»

Укладачі: **МАКСИМ'ЮК** Юрій Всеволодович,
ГОНЧАРЕНКО Марина Вікторівна,
КОЗАК Андрій Анатолійович,
МАКСИМ'ЮК Олександр Всеволодович

Комп'ютерне верстання *А. П. Селівестрової*

Ум. друк. арк. 4,18. Обл.-вид. арк. 4,5
Електронний документ. Вид № 71/V-26.

Виконавець і виготовлювач

Київський національний університет будівництва і архітектури
Проспект Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03037

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002