

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА РІДИНИ І ГАЗУ

Методичні вказівки та завдання
до виконання розрахунково-графічних робіт
з дисципліни для здобувачів першого (бакалаврського)
рівня вищої освіти за спеціальністю
G 19 «Будівництво та цивільна інженерія»

Київ 2026

УДК 621.22
Т38

Укладачі: О.О. Гіжа, канд. техн. наук, доцент;
Ю.Д. Копаниця, канд. техн. наук, доцент;
О.М. Кушка, канд. техн. наук, доцент

Рецензент О.М. Нечипор, канд. техн. наук, доцент

Відповідальний за випуск В.П. Хоружий, д-р техн. наук,
професор

*Затверджено на засіданні кафедри водопостачання та
водовідведення, протокол № 9 від 28 травня 2025 року.*

В авторській редакції.

Т38 **Технічна** механіка рідини і газу : методичні вказівки та
завдання до виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни /
уклад. : О.О. Гіжа, Ю.Д. Копаниця, О.М. Кушка. – Київ : КНУБА,
2026. – 72 с.

Містять робочу програму, методичні вказівки і завдання до
виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни «Технічна
механіка рідини і газу»

Призначено для здобувачів першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти за спеціальністю G 19 «Будівництво та цивільна
інженерія»

© КНУБА, 2026

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Метою дисципліни є здобуття знань про теоретичні основи законів рівноваги та руху рідини та отримання практичних навичок для гідравлічних розрахунків систем водопостачання і водовідведення, гідротехнічних споруд та розв'язання різноманітних водогосподарських задач.

Вивчаючи курс «Технічна механіка рідини і газу», студенти виконують згідно із робочою програмою розрахунково-графічну роботу.

Кожне завдання охоплює відповідні розділи курсу і складається із кількох задач, що вимагають чисельних розрахунків і графічних побудов.

Виконання вправ сприяє отриманню навичок самостійної роботи студентів і допомагає закріпити матеріал.

Під час розв'язання задач необхідно користуватися міжнародною системою одиниць (СІ) (див. дод. 1). Треба знати позначення основних величин і їхні одиниці вимірювання, що застосовуються у курсі «Технічна механіка рідини і газу».

1. ГІДРОСТАТИКА

Тиск в точці і його властивості. Диференціальні рівняння рівноваги рідини та їх інтегрування. Основний закон гідростатики. Закон Паскаля. Манометричний і вакуумметричний тиски і їхнє вимірювання. Сила тиску на плоскі і криволінійні поверхні. Центр тиску. Плавання тіл. Закон Архімеда.

Методичні вказівки

Під час вивчення цієї теми слід зрозуміти поняття «гідростатичний тиск» і не плутати його із силою тиску. Важливо звернути увагу на те, що тиск, на відміну від сили – не векторна, а скалярна величина.

Розглядаючи диференціальні рівняння рівноваги Ейлера, слід зрозуміти фізичний зміст усіх величин, що в нього входять. Слід розглянути особливості інтегрування диференціального рівняння гідростатики під дією сили ваги. Необхідно знати основне рівняння гідростатики, мати чітке розуміння про абсолютний, манометричний і вакуумметричний тиски, методи їх вимірювання. Вміти будувати епюри гідростатичного тиску.

У процесі розрахунку багатьох інженерних споруд велике значення має правильне визначення сили тиску на плоскі і криволінійні поверхні. Слід вивчити методи визначення сили тиску, мати уяву про центр тяжіння поверхні і центр тиску. Необхідно звернути увагу на методи визначення горизонтальної і вертикальної складових сили тиску на криволінійної

поверхні, правильну побудову тіла тиску, коли воно буде дійсним, а коли фіктивним.

Розглянути закон Архімеда і умови плавання тіл.
[1. стор. 11 – 40, 2. стор. 86 – 90].

Питання для самоперевірки

1. Що таке гідростатичний тиск? Які його властивості?
2. Напишіть основне рівняння гідростатики.
3. Що таке п'єзометрична висота і п'єзометричний напір?
4. Наведіть закон Паскаля.
5. Що таке вакуумметричний тиск і вакуумметрична висота? Яке найбільше можливе значення вакууму і його допустиме значення у трубопроводах і насосних установках?
6. Як визначити силу тиску на плоскі стінки? Що таке центр тиску?
7. Як визначається сила тиску на криволінійні поверхні? Що таке тіло тиску?
8. Поясніть сутність закону Архімеда.

2. ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ І ДИНАМІКИ РІДИНИ. ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ І ВТРАТИ НАПОРУ

Види руху рідини. Лінія течії, елементарна струминка, потік, середня швидкість. Рівняння нерозривності для струминки і потоку. Рівняння Бернуллі для елементарної струминки. Плавномінний рух. Рівняння Бернуллі для потоку в'язкої і нев'язкої рідини. Геометричний і енергетичний зміст рівняння Бернуллі. Рівняння Бернуллі для стисливої рідини.

Фізична природа гідравлічних опорів. Основне рівняння рівномірного руху. Втрати напору по довжині. Режими руху рідини, число Рейнольдса. Ламінарний режим руху в трубі: розподіл швидкостей, втрати напору.

Турбулентний режим руху рідини. Структура турбулентного потоку в трубі, пульсаційна і осереднена швидкості, дотичні напруження, в'язкий підшарок. Гідравлічно гладкі і шорсткі труби. Втрати напору при турбулентному режимі. Формули для гідравлічного коефіцієнта тертя в трубах. Залежність коефіцієнта тертя від відносної еквівалентної шорсткості труби і числа Рейнольдса.

Місцеві опори і втрати напору. Формула Вейсбаха.

Методичні вказівки

Вивчення цього розділу слід розпочати з основних понять гідродинаміки («лінія течії», «елементарна струминка», «потік», «живий переріз», «змочений периметр», «гідравлічний радіус», «середня швидкість»).

Розглянути основні види руху: усталений і неусталений, рівномірний і нерівномірний, напірний і безнапірний. Зрозуміти рівняння нерозривності.

Слід засвоїти рівняння Бернуллі – одне з основних рівнянь гідродинаміки. Необхідно розуміти геометричний і енергетичний зміст рівняння Бернуллі, знати, що таке гідравлічний і п'єзометричний похили, які є умови застосування рівняння Бернуллі. Плавномірний рух.

Для засвоєння рівняння Бернуллі і можливості його застосування у практичних умовах необхідно розглянути роботу водоміра Вентурі, трубки Піто, водоструминного насоса.

[1. стор. 41 – 88, 3. стор. 5 – 9].

Вивчаючи гідравлічні опори і втрати напору, слід зрозуміти їхню фізичну природу, розглянути рівняння Бернуллі для потоку в'язкої рідини, ознайомитися із рівнянням рівномірного руху, зрозуміти, як з цього рівняння отримують формули для втрат напору по довжині у трубопроводах.

Вивчення гідравлічних опорів слід поєднати із режимами руху рідини – ламінарного і турбулентного, вміти визначати число Рейнольдса. Необхідно мати уяву про структуру ламінарного і турбулентного потоків.

Треба ознайомитися із формулою Дарсі, методами визначення гідравлічного коефіцієнта тертя.

Розглядаючи гідравлічні опори під час турбулентного режиму, необхідно ознайомитися із трьома областями гідравлічних опорів, зрозуміти залежність гідравлічного коефіцієнта тертя від числа Рейнольдса і відносної еквівалентної шорсткості труби.

Розібратися із причинами виникнення місцевих опорів. Знати формулу для визначення місцевих втрат напору.

[1. стор. 89 – 123, 3. стор. 25 – 32].

Питання для самоперевірки

1. Наведіть приклади усталеного і неусталеного, рівномірного і нерівномірного руху.
2. Що таке витрата рідини і середня в перерізі швидкість?
3. Поясніть рівняння нерозривності.
4. Наведіть рівняння Бернуллі для елементарної струминки і для потоку рідини.

5. У чому полягає геометричний і енергетичний зміст рівняння Бернуллі?
6. Які існують обмеження у застосуванні рівняння Бернуллі?
7. У чому полягає фізичний зміст втрат енергії або втрат напору?
8. Які бувають види гідравлічних опорів, причини їхнього виникнення?
9. Режими руху рідини. Як визначити число Рейнольдса?
10. Що таке миттєва, пульсаційна, осереднена швидкість? Поясніть відмінність між осередненою і середньою швидкостями.
11. Назвіть 3 області гідравлічних опорів під час турбулентного режиму.
12. Від яких факторів залежить гідравлічний коефіцієнт тертя в трубах?
13. Як визначаються втрати напору по довжині? Напишіть формулу Дарсі.
14. Що таке місцеві опори, як визначаються місцеві втрати напору?

3. УСТАЛЕНИЙ РУХ РІДИНИ У НАПІРНИХ ТРУБОПРОВОДАХ

Короткі і довгі трубопроводи. Основні залежності. Питомий опір труби. Витратна характеристика. Трубопроводи із послідовно з'єднаних труб. Паралельне з'єднання трубопроводів. Зміна пропускної здатності труби в процесі його експлуатації. Економічний діаметр труби.

Розрахунок всмоктуючої лінії насоса, сифонного трубопроводу. Трубопроводи із безперервною роздачею витрати вздовж шляху. Розрахунок дюкера.

Методичні вказівки

Вивчаючи дані теми, необхідно засвоїти, в чому існує різниця під час розрахунків коротких і довгих трубопроводів. В коротких трубопроводах враховуються всі втрати напору: місцеві і по довжині.

В довгих трубах більша частина енергії потоку витрачається на подолання опорів по довжині, що вимагає більших п'єзометричних напорів. Тому при розрахунках таких трубопроводів нехтують місцевими втратами і швидкісними напорами як малими величинами. Слід зрозуміти рівняння для розрахунків довгих труб, що таке питомий опір труби, витратна характеристика, від яких параметрів вони залежать.

Необхідно зрозуміти особливості розрахунку сифонного трубопроводу, всмоктуючої лінії насоса. Необхідно звернути увагу на розрахунки трубопроводів під час послідовного і паралельного з'єднання трубопроводів, а також під час безперервної роздачі витрати вздовж шляху.

[1. стор. 130 – 153, 3. стор. 69 – 77].

Питання для самоперевірки

1. Як встановити вид трубопроводу: довгий чи короткий?
2. Що таке питомий опір труби і витратна характеристика?
3. За якими залежностями розраховуються короткі і довгі трубопроводи?
4. Як визначається економічний діаметр труби?
5. В чому полягають особливості розрахунку послідовного і паралельного з'єднання трубопроводів?
6. Як враховуються місцеві втрати напору під час розрахунків довгих трубопроводів?

4. ВИТІКАННЯ РІДИНИ ЧЕРЕЗ ОТВОРИ І НАСАДКИ

Витікання рідини через малі отвори в тонкій стінці під час сталого напору. Стиснення струменя. Коефіцієнти опору, швидкості, витрати. Затоплене витікання (витікання під рівень). Витікання через великі отвори.

Витікання рідини з насадків. Основні типи насадків. Коефіцієнти швидкості і витрати для різних типів насадків. Вакуум у насадках.

Витікання рідини при змінному напорі.

Методичні вказівки

Вивчення цього розділу слід розпочати з розгляду витікання рідини через малі отвори в тонкій стінці при сталому напорі в атмосферу та під рівень, а також з ознайомленням з витіканням через великі отвори. При виводі розрахункових формул використовується рівняння Бернуллі.

Далі слід розглянути витікання через різні типи насадків, зокрема через зовнішній циліндричний насадок. Необхідно зрозуміти фізичну сутність коефіцієнтів швидкості, витрати, стиснення струменя, їхній зв'язок між собою.

Розглядаючи витікання із змінним рівнем, важливо знати, як визначається час повного або часткового опорожнення резервуарів.

[1. стор. 168 – 190, 3. стор. 98 – 104].

Питання для самоперевірки

1. За якими формулами визначають швидкість і витрату при витіканні рідини через отвори і насадки?
2. Як пов'язані між собою коефіцієнти швидкості, витрати і стиснення струменя? У чому їхній фізичний зміст?
3. Чим відрізняється вільне витікання від затопленого?
4. Чому виникає вакуум у зовнішньому циліндричному насадку? Як він пов'язаний із напором?
5. Як визначити час опорожнення резервуарів?

1.1 ГІДРОСТАТИЧНИЙ ТИСК В ТОЧЦІ

Гідростатичний тиск в точці є нормальним напруженням, що діє однаково по всіх напрямках і залежить тільки від місця розташування точки у рідині, яка перебуває в стані спокою:

$$p = \frac{dP}{d\omega},$$

де p – гідростатичний тиск, вимірюється у Паскалях;

dP – сила тиску, що діє на нескінченно малу площадку $d\omega$.

Для рідини, що перебуває в рівновазі під дією сили ваги, тиск в точці визначається за формулою

$$p = p_0 \pm \rho gh,$$

де p_0 – тиск на заданій горизонтальній поверхні рідини;

h – відстань від заданої поверхні до даної точки.

Знак перед другим членом в рівнянні залежить від розташування даної точки з тиском p : якщо ця точка знаходиться нижче горизонтальної площини p_0 , то слід приймати «+», а якщо вище поверхні p_0 , то «-».

В техніці зручно відраховувати тиск від умовного нуля, за який приймають тиск атмосферного повітря на поверхні землі ($p_a = 101325 \text{ Па} \approx 100 \text{ кПа}$).

Різницю між абсолютним і атмосферним тиском називають надлишковим або манометричним тиском

$$p_m = p - p_a.$$

Якщо вимірюваний тиск менше від атмосферного, то різниця між атмосферним і абсолютним тисками називається вакуумом або вакуумметричним тиском

$$p_{\text{вак}} = p_a - p.$$

Вакуум можна розглядати як від'ємний манометричний тиск.

Відношення манометричного тиску до ρg називається п'езометричною висотою

$$h_p = \frac{p_m}{\rho g}.$$

Сума двох висот $z + h_p = H_p$ називається п'езометричним напором, де z – координата точки або висота розташування точки від деякої горизонтальної площини відліку, яка називається площиною порівняння.

Вакуум, що виражений висотою стовпа рідини, називається вакуумметричною висотою

$$h_{\text{вак}} = \frac{p_{\text{вак}}}{\rho g}.$$

Атмосферному тиску $p_a = 101325 \text{ Па}$ відповідає п'езометрична висота $h_a = 10,33 \text{ м вод.ст}$ або 760 мм рт.ст.

Приклад 1.

До закритого резервуара приєднано ртутний манометр, показання якого становить $h = 0,4$ м (рис. 1.1). Атмосферному тиску відповідає 738 мм рт.ст. Визначити абсолютний тиск повітря у резервуарі, якщо $H = 1$ м.

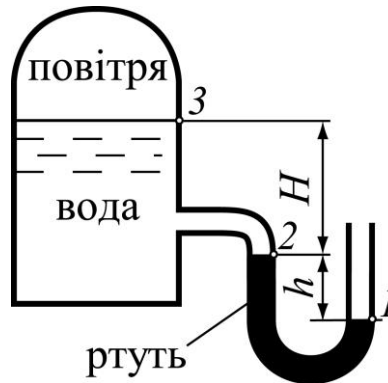


Рис. 1.1

Розв'язання.

Абсолютний тиск у точці 1 дорівнює:

$$p_a = \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot 0,738 = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,738 = 98461 \text{ Па.}$$

Тиск у точці 2 буде:

$$p_2 = p_1 - \rho_{\text{рт}} g h = 98461 - 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,4 = 45094,6 \text{ Па.}$$

Тиск на вільній поверхні води у резервуарі у точці 3:

$$p_3 = p_2 - \rho_{\text{в}} g H = 45094,6 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 1 = 35284,6 \text{ Па} = 35,3 \text{ кПа.}$$

Тиск на поверхні води у резервуарі менший від атмосферного, тобто на поверхні утворюється вакуум.

Приклад 2.

Визначити абсолютний та вакуумметричний тиски на поверхні води у резервуарі (рис. 1.2), якщо: $h_1 = 0,45$ м; $h_2 = 0,2$ м.

Розв'язання.

Тиск на поверхні у точці 1

$$p_1 = p_a = 100 \text{ кПа.}$$

Тиск у точці 2 буде

$$p_2 = p_1 - \rho_{\text{рт}} g h_2.$$

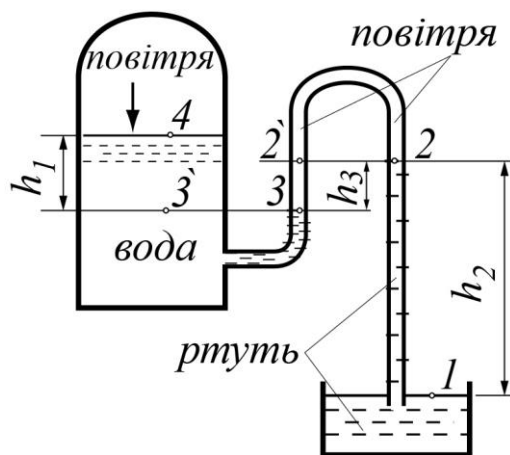


Рис. 1.2

Тиск у точках 2 і 3 можна приблизно вважати однаковим, тому що між ними розташоване повітря, а густина повітря набагато менша, ніж густина ртуті, тобто ($\rho_{\text{пов}} \ll \rho_{\text{рт}}$), тому можна вважати, що $p_2 \cong p_3$.

Тиск у точці 3 у трубці і у точці 3' однакові, тому що вони знаходяться на одній горизонтальній площині в однорідній рідині $p_3 = p_3'$.

Тиск у точці 4

$$p_4 = p_3 - \rho_{\text{в}} g h_1 = p_a - \rho_{\text{рт}} g h_2 - \rho_{\text{в}} g h_1.$$

$$p_4 = 100000 - 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,2 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,45 = 68902,3 \text{ Па.}$$

Абсолютний тиск у точці 4 менше від атмосферного, це означає, що на поверхні води у резервуарі буде вакуум.

$$p_{4\text{вак}} = p_a - p_4 = 100000 - 68902,3 = 31097,7 \text{ Па.}$$

ЗАДАЧІ

1.1. До сталевого гідропневмобаку (рис. 1.3), що перебуває під тиском, з лівого боку підключений ртутний манометр. Висота стовпчика ртуті h_1 . Глибина води у резервуарі $h_4 = 1 \text{ м}$. Густина ртуті $\rho_{\text{рт}} = 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Визначити манометричний тиск на вільній поверхні рідини у резервуарі p_m , а також знайти висоту h_2 , на яку піднімається вода у п'езометрі, що підключений до резервуара з правого боку.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_1 , мм	500	600	700	500	750	550	650	530	400	800
h_3 , мм	450	500	300	400	450	300	450	320	430	500

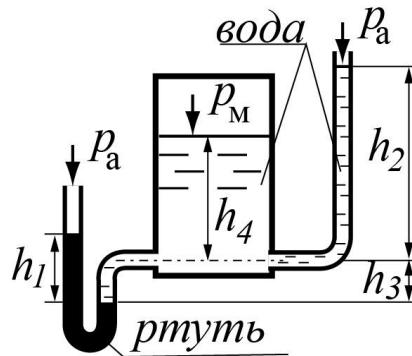


Рис. 1.3

1.2. До резервуара приєднаний батарейний манометр (рис. 1.4). Визначити вакуумметричний тиск у резервуарі, якщо задані висоти h_1, h_2, h_3 . Атмосферний тиск прийняти $p_a = 100$ кПа. Густина ртуті $\rho_{рт} = 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_1 , мм	140	180	170	130	160	100	110	120	150	200
h_2 , мм	200	230	220	260	270	240	230	220	250	210
h_3 , мм	240	100	190	150	200	260	250	300	270	250

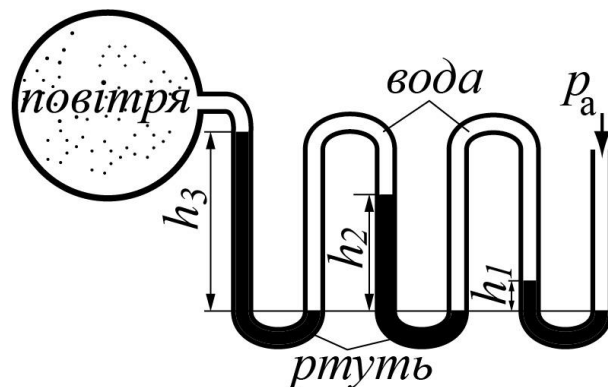


Рис. 1.4

1.3. Визначити висоту стовпчика ртуті h_2 (рис. 1.5), якщо манометричний тиск нафти ($\rho_H = 850 \text{ кг/м}^3$) у точці А дорівнює p_A , а висота стовпчика нафти h_1 .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_A, \text{кПа}$	80	50	65	55	40	45	75	90	60	85
$h_1, \text{см}$	65	60	50	40	70	60	55	60	50	65

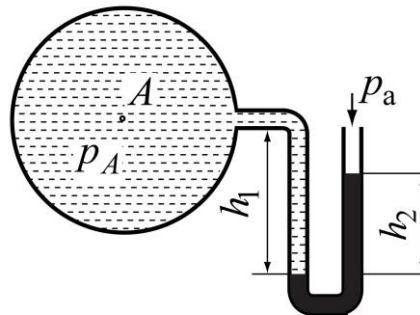


Рис. 1.5

1.4. У резервуарі, який розділений на 2 секції перегородкою (рис. 1.6) і має у нижній частині отвір на висоті $a = 0,2 \text{ м}$, перебуває вода з температурою t_1 і t_2 відповідно. Знайти різницю рівнів Δh , за якої не буде відбуватися перетікання води між секціями, якщо $h = 2 \text{ м}$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_1, ^\circ\text{C}$	15	10	15	10	5	20	5	20	10	15
$t_2, ^\circ\text{C}$	75	95	80	85	80	90	70	95	80	70

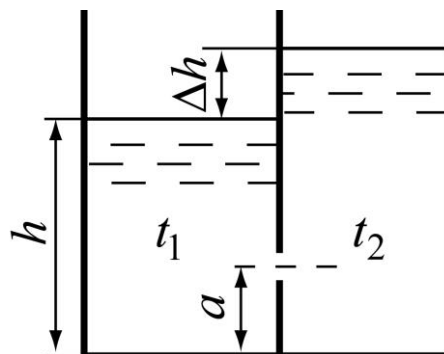


Рис. 1.6

1.5. До двох напірних трубопроводів А і В системи водопостачання (рис. 1.7) підключений диференціальний ртутний манометр. Знайти різницю тисків у трубопроводах, якщо задані h_1 і h_2 .

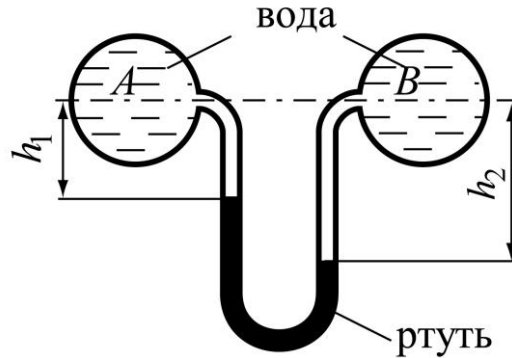


Рис. 1.7

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_1 , мм	250	380	270	320	210	400	250	350	310	200
h_2 , мм	780	730	620	710	530	650	800	760	630	750

1.6. Визначити манометричний (або вакуумметричний) та абсолютний тиски у точках 1,2,3,4,5,6 резервуара (рис. 1.8), який заповнений рідиною, а також у закритих вертикальних трубках I і II, що занурені в рідину, якщо задані h_1, h_2, h_3, h_4 і рідина. Густини рідин: вода $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$, нафта $\rho_n = 850 \text{ кг/м}^3$, спирт $\rho_{сп} = 800 \text{ кг/м}^3$.

Пара метр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_1 , м	3,0	3,5	2,8	2,0	4,0	5,0	3,7	5,5	2,5	3,8
h_2 , м	2,7	2,5	2,0	1,1	3,5	4,5	3,0	4,9	1,9	3,0
h_3 , м	0,8	1,0	0,7	1,0	0,6	1,2	0,8	1,0	0,5	0,9
h_4 , м	4,5	4,0	3,6	5,0	4,8	6,0	4,5	6,3	3,2	4,4
рідина	вода	нафта	спирт	вода	спирт	нафта	вода	спирт	нафта	вода

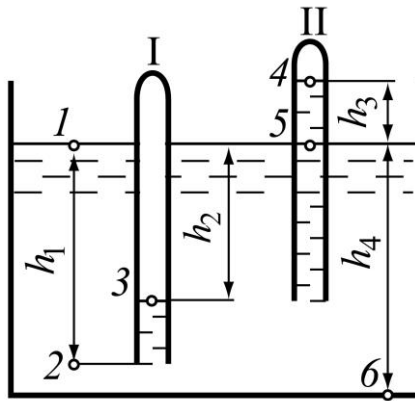


Рис. 1.8

1.7. Закритий та відкритий резервуари (рис. 1.9), що заповнені нафтою із густиною $\rho_1 = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, з'єднані між собою трубкою, де розташована вода $\rho_2 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Задані висоти h_1, h_2, h . Визначити манометричний тиск на поверхні у закритому резервуарі.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_1 , мм	40	63	50	75	84	55	67	90	39	45
h_2 , мм	47	53	55	68	80	62	58	84	33	95
h , мм	15	12	10	15	13	11	17	18	8	12

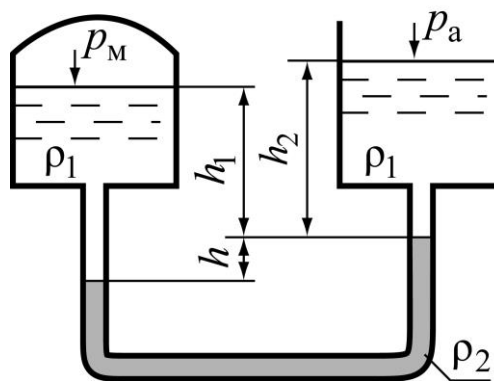


Рис. 1.9

1.2. СИЛА ТИСКУ РІДИНИ НА ПЛОСКІ ПОВЕРХНІ

Сили тиску рідини на плоскі поверхні визначається за формулою

$$P = (p_m + \rho g h_C) \cdot \omega,$$

де p_m – манометричний тиск на поверхні рідини;

h_C – відстань по вертикалі від п'єзометричної площини до центра тяжіння змоченої поверхні.

Якщо на вільній поверхні рідини тиск атмосферний ($p_m = 0$), то

$$P = \rho g h_C \cdot \omega.$$

В цьому випадку h_C – глибина занурення центра ваги змоченої поверхні.

Рівнодійна сила тиску прикладена в центрі тиску (точка D).

$$h_D = h_C + \frac{I_C}{h_C \cdot \omega},$$

де h_D – відстань від п'єзометричної площини до центра тиску, якщо $p_m = 0$, то ця відстань береться від вільної поверхні рідини;

I_C – центральний момент інерції розглядуваної площі ω відносно горизонтальної осі, що проходить через центр її ваги.

Значення I_C для деяких фігур наведено у списку літератури [1, 2].

Приклад 1.

Квадратний отвір розмірами $1,5 \times 1,5$, у боковій вертикальній стінці закритого резервуара закрито кришкою (рис. 1.10). Визначити силу тиску води на кришку і точку її прикладання, якщо горизонтальна основа квадратного отвору розташована на глибині $H = 3,0$ м, манометричний тиск на вільній поверхні рідини $p_m = 40$ кПа.

Розв'язання.

Сила тиску води на кришку визначається за формулою:

$$P = (p_m + \rho g h_C) \cdot \omega.$$

Площа кришки $\omega = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ м}^2$.

Глибина занурення центра ваги кришки:

$$h_C = H - \frac{1,5}{2} = 3,0 - 0,75 = 2,25 \text{ м}.$$

Тоді $P = (40000 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 2,25) \cdot 2,25 = 139663 \text{ Н} = 139,66 \text{ кН}$.

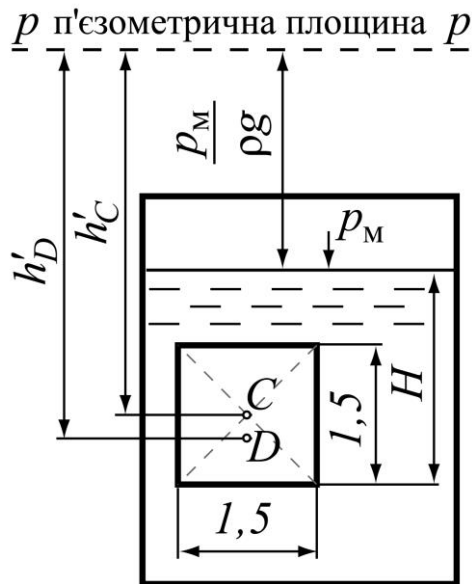


Рис. 1.10

Точку прикладання рівнодійної сили для закритого резервуара можна визначити за формулою:

$$h'_D = h'_C + \frac{I_C}{h'_C \cdot \omega},$$

де h'_C – глибина занурення центра ваги кришки від п'езометричної площини, $h'_C = h_C + \frac{p_M}{\rho g} = 2,25 + \frac{40000}{1000 \cdot 9,81} = 6,33$ м;

I_C – момент інерції квадратної кришки, $I_C = \frac{a^4}{12} = \frac{1,5^4}{12} = 0,422$ м⁴;

h'_D – глибина занурення центра тиску від п'езометричної площини,

$$h'_D = 6,33 + \frac{0,422}{6,33 \cdot 2,25} = 6,36 \text{ м.}$$

Приклад 2.

На рисунку (рис. 1.11) представлена гідросистема, що застосовується для підйому вантажу G . Діаметри поршнів $D = 300$ мм, $d = 100$ мм. Різницею висот знехтувати. Визначити тиск у гідросистемі та вагу вантажу G , що розташований на поршні 2, якщо до поршня 1 прикладена сила $F = 2$ кН.

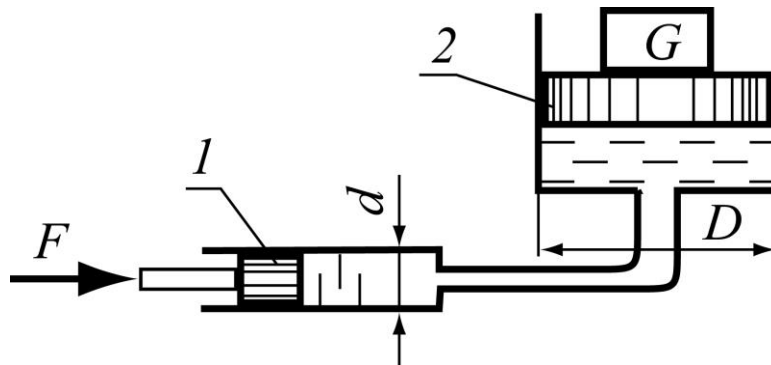


Рис. 1.11

Розв'язання.

Визначаємо тиск у нижньому поршні 1, який створюється силою F :

$$p = \frac{F}{\omega_1} = \frac{F \cdot 4}{\pi \cdot d^2},$$

де ω – площа малого круглого поршня діаметром $d = 100$ мм.

Згідно із законом Паскаля, тиск передається в усі точки. Таким чином, такий самий тиск буде і під великим поршнем 2.

Помножаючи тиск на площу великого поршня, можна отримати силу тиску G .

$$G = p \cdot \omega_2 = p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{F \cdot 4}{\pi \cdot d^2} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}.$$

Підставляючи цифри і проводячи деякі скорочення, отримаємо:

$$G = \frac{2000 \cdot 0,3^2}{0,1^2} = 18000 \text{ Н} = 18 \text{ кН}.$$

ЗАДАЧІ

1.8. У закритому циліндричному резервуарі діаметром D із бензином ($\rho_b = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$) відстоялася вода (рис. 1.12). Задані глибини H_1 і H_2 . Визначити силу тиску на дно резервуара, якщо манометричний тиск на поверхні резервуара $p_m = 15 \text{ кПа}$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D, \text{ м}$	1,8	1,5	2,3	1,6	2,0	2,4	3,0	3,5	2,5	1,9
$H_1, \text{ м}$	0,8	1,0	0,9	0,7	0,5	0,4	1,0	1,2	1,1	1,8
$H_2, \text{ м}$	3,5	4,2	3,3	3,8	4,0	3,1	3,8	3,5	3,7	4,3

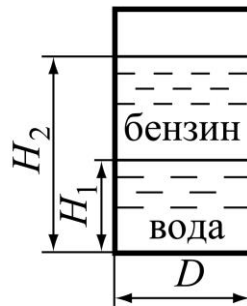


Рис. 1.12

1.9. Цегляна стінка розподіляє резервуари з двома рівнями рідини h_1 і h_2 (рис. 1.13). Висота стінки $h = 3 \text{ м}$, ширина $b = 1 \text{ м}$, довжина стінки у площині, що перпендикулярна до креслення, $l = 5 \text{ м}$. Коефіцієнт тертя кладки об ґрунт $f = 0,5$, густина кладки $\rho = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Перевірити остійність стінки на ковзання та перекидання.

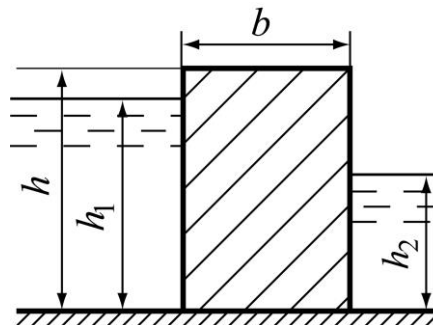


Рис. 1.13

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_1 , м	3,0	2,7	2,3	1,8	2,8	2,5	2,4	2,2	2,0	2,5
h_2 , м	1,0	1,5	0,7	0,9	0	0,8	1,2	0,8	0	0,9

1.10. У боковій стінці закритого резервуара є отвір, що перекривається кришкою у формі еліпса із розмірами $a = 2,5$ м, $b = 1,5$ м (рис. 1.14). Нижня кромка отвору занурена на глибину H від рівня води. Визначити силу гідростатичного тиску води на кришку та знайти місце розташування центра тиску, якщо абсолютний тиск на вільній поверхні резервуара дорівнює p_0 .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H , м	2,8	3,4	3,0	2,8	2,5	3,2	4,5	2,6	3,3	4,0
p_0 , кПа	130	100	110	105	120	150	90	160	100	95

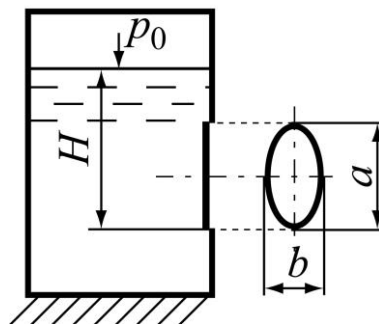


Рис. 1.14

1.11. Визначити загальну силу тиску рідини на плоску стінку та побудувати епюру тиску на 1 м довжини стінки, що нахилена до горизонту під кутом $\alpha = 60^\circ$ (рис. 1.15), якщо задані глибини h_1 і h_2 .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h_1 , м	4,0	3,0	5,0	2,0	0	3,0	4,0	3,0	0	5,0
h_2 , м	2,0	1,0	3,5	0	4,0	0	1,5	2,0	3,0	0

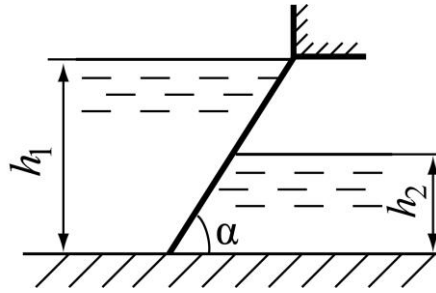


Рис. 1.15

1.12. Визначити, за якого вакуумметричного тиску у закритому циліндричному резервуарі, з діаметром D (рис. 1.16), сила тиску на дно дорівнює нулю, якщо задані: D , H_1 , H_2 . Густина води $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$, густина бензину $\rho_{\text{б}} = 800 \text{ кг/м}^3$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , м	1,0	1,2	1,3	1,0	1,4	1,1	1,5	1,2	1,5	1,0
H_1 , м	0,2	0,5	0,6	0,3	0,2	0,4	0,5	0,6	0,4	0,3
H_2 , м	1,5	1,8	1,6	2,0	1,7	2,4	1,0	2,2	1,9	2,0

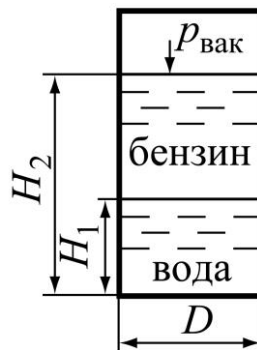


Рис. 1.16

1.13. У боковій стінці резервуара із нафтою ($\rho_{\text{н}} = 900 \text{ кг/м}^3$) є квадратний отвір $b \times b = 0,5 \times 0,5$ м (рис. 1.17). Визначити величину і точку прикладання рівнодійної сили тиску рідини на кришку, що закриває цей отвір, якщо напір H , показання ртутного U – подібного манометра, який прикріплений до резервуара, h , атмосферний тиск $p_{\text{а}} = 100$ кПа.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H , м	1,8	1,5	2,2	1,3	2,0	1,4	1,7	1,5	1,6	1,9
h , мм	200	250	240	190	300	210	170	220	200	180

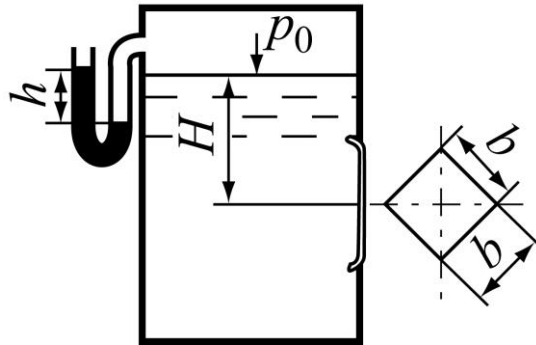


Рис. 1.17

1.14. У боковій вертикальній стінці закритого резервуара (рис. 1.18) круглий отвір, з діаметром $d = 0,5$ м, закритий кришкою. Нижня точка отвору розташована на глибині H .

Визначити силу тиску води на кришку та відстань точки прикладання цієї сили від п'єзометричної площини, якщо задані манометричний тиск на вільній поверхні води p_m і H .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_m , кПа	80	0	90	50	70	40	0	70	60	80
H , м	1,5	1,9	1,6	2,1	1,7	1,6	2,2	2,0	1,5	1,8

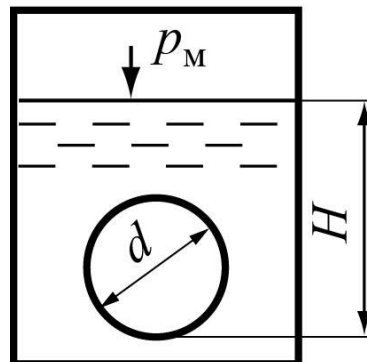


Рис. 1.18

1.3. СИЛА ТИСКУ РІДИНИ НА КРИВОЛІНІЙНІ ПОВЕРХНІ

Для криволінійної (неплоскої) поверхні елементарні сили тиску перпендикулярні до відповідної площадки, але не паралельні між собою. В загальному випадку вони утворюють систему сил, як завгодно розташованих у просторі. Розрахунок полягає у визначенні головного вектора і головного моменту системи.

Рівнодійна сила тиску на криволінійну поверхню в загальному випадку визначається за формулою:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2},$$

де P_x і P_y – горизонтальні складові сили тиску;

P_z – вертикальна складова сили тиску.

Для циліндричної поверхні

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}.$$

Горизонтальна складова сили тиску дорівнює силі тиску на вертикальну проекцію цієї поверхні

$$P_x = (p_m + \rho g h_{cx}) \cdot \omega_x,$$

де p_m – манометричний тиск на поверхні рідини;

h_{cx} – відстань по вертикалі від центра ваги площі до п'єзометричної площини;

ω_x – площа проекції криволінійної поверхні на вертикальну площину.

Якщо на вільній поверхні тиск атмосферний

$$p_m = 0, \text{ то } P_x = \rho g h_{cx} \cdot \omega_x.$$

Вертикальна складова сили тиску на криволінійну поверхню дорівнює силі тяжіння рідини в об'ємі тіла тиску W .

$$P_z = mg = \rho g W,$$

де W – об'єм тіла тиску. Визначається як вертикальний стовп рідини, що знизу спирається на криволінійну поверхню і зверху обмежений п'єзометричною площиною. (Або тіло тиску утворюється самою криволінійною поверхнею, її проекцією на п'єзометричну площину і вертикальними складовими, що проведені із кінців криволінійної поверхні).

В залежності від розташування стінки по відношенню до рідини напрямок вертикальної складової сили може бути додатним (вниз) або від'ємним (вгору). Тоді у загальному випадку:

$$P_z = \pm \rho g W.$$

Напрямок рівнодійної сили P визначається тангенсом кута нахилу цієї сили до горизонту

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{P_z}{P_x}.$$

Приклад 1.

Визначити величину, точку прикладання і напрямок сили тиску води на 1 м ширини секторного затвора, з радіусом $R = 2$ м, якщо $\alpha = 30^\circ$ (рис. 1.19).

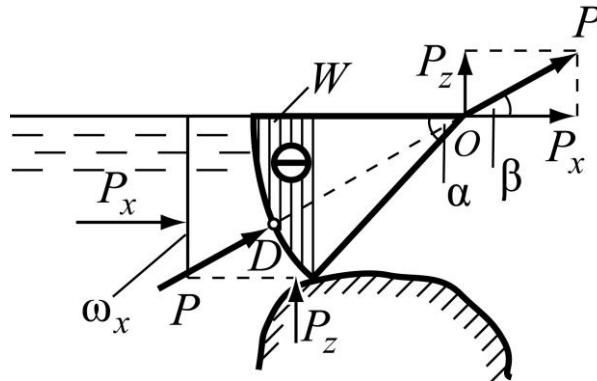


Рис. 1.19

Розв'язання.

Вертикальна проекція секторного затвора:

$$\omega_x = R \sin \alpha \cdot b = 2 \cdot 0,5 \cdot 1 = 1 \text{ м}^2.$$

Горизонтальна складова сили тиску на затвор:

$$\begin{aligned} P_x &= \rho g h_c \omega_x = \rho g \frac{R \sin \alpha}{2} \omega_x = \\ &= 1000 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1 = 4905 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Вертикальна складова сили тиску на затвор:

$$\begin{aligned} P_z &= \rho g W = \rho g \left(\pi R^2 \frac{30^\circ}{360^\circ} - \frac{R \sin \alpha \cdot R \cos \alpha}{2} \right) b; \\ P_z &= 1000 \cdot 9,81 \left[\frac{\pi \cdot 2^2}{12} - \frac{2^2}{2} \cdot 0,5 \cdot 0,866 \right] \cdot 1 = 1779 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Рівнодійна сили тиску на затвор:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{4905^2 + 1779^2} = 5225 \text{ Н} = 5,225 \text{ кН}.$$

$$\text{Кут нахилу рівнодійної } \beta = \operatorname{arctg} \frac{P_z}{P_x} = \operatorname{arctg} \frac{1799}{4905} = 20^{\circ}09'.$$

Значення рівнодійної можна також отримати, побудувавши у центрі кола O сили P_x і P_z , та скласти їх згідно з правилами теоретичної механіки. Точку прикладання рівнодійної D отримаємо, подовживши її напрямком до перетину з поверхнею затвора.

Приклад 2.

Визначити величину і напрямок сили гідростатичного тиску води на 1 метр ширини затвора, діаметром $D = 1,5$ м (рис. 1.20).

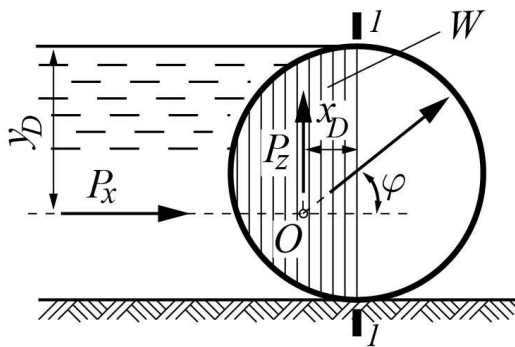


Рис. 1.20

Розв'язання.

Горизонтальна складова:

$$P_x = \rho g h_{cx} \cdot \omega_x = \rho g \frac{D}{2} \cdot D \cdot 1 = 1000 \cdot 9,81 \cdot \frac{1,5}{2} \cdot 1,5 \cdot 1 = 11000 \text{ Н} = 11 \text{ кН.}$$

Вертикальна складова:

$$P_z = \rho g W \cdot b = \rho g \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot b = 1000 \cdot 9,81 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3,14 \cdot 1,5^2}{4} \cdot 1 = 8660 \text{ Н} = 8,66 \text{ кН.}$$

Рівнодійна сила тиску на криволінійну поверхню:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{11^2 + 8,66^2} = 14 \text{ кН.}$$

Складова P_x проходить на відстані y_D від вільної поверхні:

$$y_D = \frac{2}{3} \cdot D = \frac{2}{3} \cdot 1,5 = 1,0 \text{ м.}$$

Вертикальна складова P_z проходить на відстані $x_D = 0,4244 \cdot r$ від лінії 1–1 і дорівнює $x_D = 0,4244 \cdot 0,75 = 0,318$ м.

Рівнодійна сила P прикладена у точці O під кутом φ до горизонту і проходить через центр кола:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{P_z}{P_x} = \operatorname{arctg} \frac{8,66}{11} = 38^{\circ}15'.$$

ЗАДАЧІ

1.15. Визначити величину і напрямок сили тиску води на затвор (рис. 1.21), шириною b , що представляє собою чверть кругового циліндра, радіусом R .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R , м	1,5	2,2	1,8	2,4	1,7	1,5	1,9	1,6	2,0	2,1
b , м	1,2	2,0	1,4	1,7	1,0	1,6	2,2	1,3	1,8	1,5

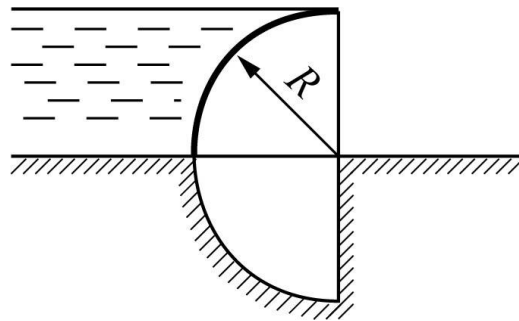


Рис. 1.21

1.16. Циліндричний затвор діаметром D і довжиною $l = 5$ м перекриває випуск води з водойми до каналу, глибина в якому h_1 (рис. 1.22). Знайти силу тиску води на затвор і її напрямок, якщо задані D і h_1 .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , м	1,6	1,5	1,8	2,0	1,2	1,9	1,4	3,0	1,5	1,6
h_1 , м	0,8	0,75	0,9	1,0	0,6	0,95	0,7	1,5	0,75	0,8

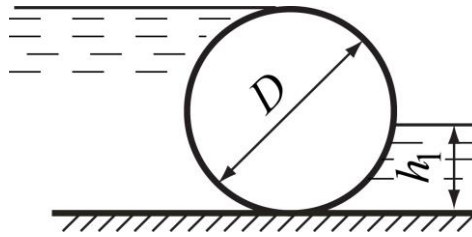


Рис. 1.22

1.17. Визначити силу тиску води на секторний затвор (рис. 1.23), її напрямок і точку прикладання, якщо: ширина $b = 1$ м, глибина води H , радіус затвора R .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R , м	0,8	1,0	0,7	1,0	0,9	1,2	0,6	1,0	0,8	1,3
H , м	3,0	2,5	2,4	2,8	4,0	4,2	1,8	2,0	2,5	3,2

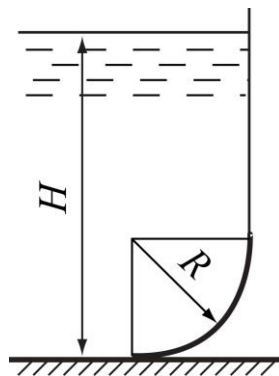


Рис. 1.23

1.18. Визначити величину і напрямок сили тиску рідини на гідравлічний затвор, діаметром $D = 2$ м довжиною l , що розподіляє два резервуари (рис. 1.24), якщо глибина води зліва h , а справа h_1 . Абсолютний тиск на поверхні рідини p_0 .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h , м	3,0	2,7	3,5	2,8	4,0	4,2	3,0	4,4	3,5	5,0
h_1 , м	1,5	1,0	1,6	1,3	1,2	1,0	1,4	1,3	1,5	1,0
l , м	4,0	5,0	3,5	3,7	5,0	3,8	4,3	4,1	4,5	4,0
p_0 , кПа	130	105	110	140	100	120	115	150	100	120

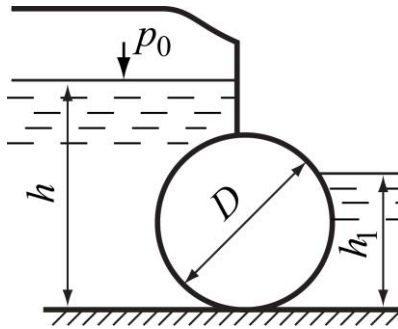


Рис. 1.24

1.19. Визначити величину і напрямок сили тиску води на криволінійний щит, шириною b з радіусом R (рис. 1.25), якщо $\beta = 45^\circ$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b , м	1,0	2,0	1,5	1,7	1,0	1,8	1,6	1,5	1,4	1,9
R , м	1,8	1,5	2,3	1,6	2,1	1,8	2,0	2,5	1,4	2,2

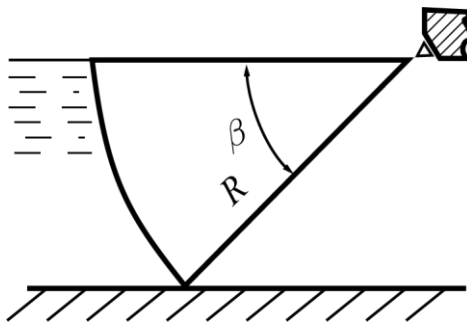


Рис. 1.25

1.20. Круглий отвір у вертикальній стінці закритого резервуара з водою перекривається сферичною кришкою (рис. 1.26). Радіус сфери $R = 1\text{ м}$, кут $\alpha = 120^\circ$. Глибина занурення центра ваги отвору H . Визначити силу тиску рідини на кришку за манометричного тиску на вільній поверхні рідини p_m .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_m , кПа	135	80	120	90	100	130	110	50	80	60
H , м	2,2	2,6	2,4	1,9	2,0	2,5	1,8	2,1	2,3	1,7

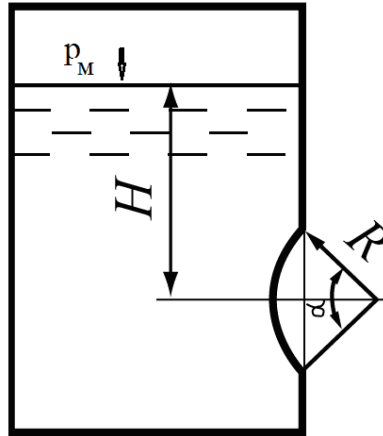


Рис. 1.26

1.21. Круглий отвір у дні відкритого резервуара прикривається клапаном на півсфері, радіусом R (рис. 1.27). Вага клапана $G = 250 \text{ Н}$. Визначити силу T , яку необхідно прикласти для підняття клапана, якщо глибина води в резервуарі H .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R, \text{ м}$	0,17	0,30	0,18	0,25	0,20	0,16	0,18	0,30	0,20	0,22
$H, \text{ м}$	2,0	1,7	2,3	1,9	2,5	2,0	1,8	2,4	2,1	2,6

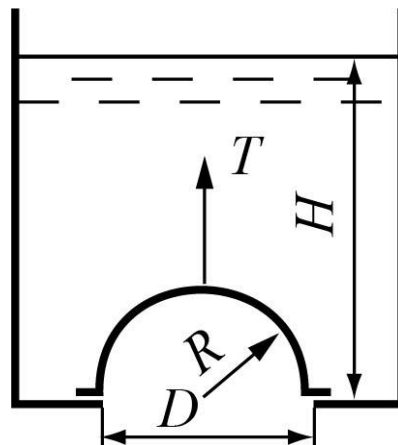


Рис. 1.27

4. ПЛАВАННЯ ТІЛ. ЗАКОН АРХІМЕДА

Згідно із законом Архімеда на тіло, що занурено в рідину, діє виштовхувальна сила, яка направлена вертикально вгору в дорівнює вазі рідини в об'ємі тіла

$$P_A = \rho g W,$$

де W – об'єм зануреної частини тіла.

Вага рідини, що витісняється тілом, яке повністю або частково занурено в рідину, називається водотоннажністю.

Якщо вага тіла G більше, ніж Архімедова сила, то тіло потоне. Якщо $G < P_A$ – тіло спливає. Якщо $G = P_A$ – тіло перебуває на тій глибині, на яку воно занурено.

Приклад 1.

Для вимірювання глибини води у річці застосовують дерев'яні жердини, діаметром $D = 5$ см та довжиною $l = 5,5$ м, густина деревини $\rho_d = 650 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Визначити, яку силу треба прикласти до жердини, щоб виміряти глибину $H = 4$ м.

Розв'язання.

Вага жердини G :

$$G = \rho_d \cdot g \cdot l \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 650 \cdot 9,81 \cdot 5,5 \cdot \frac{\pi \cdot 0,05^2}{4} = 68,87 \text{ Н.}$$

Виштовхувальна (Архімедова) сила:

$$P_A = \rho_v \cdot g \cdot H \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,05^2}{4} = 77,06 \text{ Н.}$$

Необхідне прикладене зусилля для вимірювання глибини:

$$P_1 = P_A - G = 77,06 - 68,87 = 8,19 \text{ Н.}$$

Приклад 2.

Визначити осадку прямокутного понтону, довжиною $l = 40$ м, шириною $b = 10$ м. Маса понтону із вантажем дорівнює $m = 16 \cdot 10^4$ кг.

Розв'язання.

Згідно із законом Архімеда, на тіло, що занурено в рідину, діє виштовхувальна сила P_A , що дорівнює вазі рідини в об'ємі тіла. Тоді

$$G_{\text{п}} = P_A.$$

Вага понтону із вантажем

$$G_{\Pi} = m \cdot g = 160000 \cdot 9,81 = 1569600 \text{ Н.}$$

Архімедова сила

$$P_A = \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot l \cdot b \cdot h.$$

Порівнюємо дві сили, знаходимо осадку прямокутного понтону

$$\rho_{\text{в}} \cdot g \cdot l \cdot b \cdot h = 1569600 \text{ Н.}$$

$$h = \frac{1569600}{1000 \cdot 9,81 \cdot 40 \cdot 10} = 0,4 \text{ м} = 40 \text{ см.}$$

ЗАДАЧІ

1.22. Бетонна плита важить у повітрі G_{Π} . У воді її вага становить $G_{\text{в}}$.
Визначити питому вагу бетону.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
G_{Π} , Н	1250	1290	1260	1240	1270	1240	1280	1300	1250	1210
$G_{\text{в}}$, Н	760	800	775	730	745	740	750	760	720	700

1.23. Визначити мінімальну площу криги, яка б зберігала свою плавучість з однією людиною, маса якої m . Густина льоду $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$, густина води $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$, товщина криги h .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m , кг	95	70	80	60	85	70	55	75	100	90
h , м	0,35	0,25	0,15	0,40	0,50	0,35	0,20	0,30	0,50	0,25

1.24. Скинувши баласт, спливає підводний апарат, масою m і об'ємом W . Визначити вертикальну силу, що діє на апарат, якщо густина води $\rho_{\text{в}} = 1020 \text{ кг/м}^3$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m , кг	10^5	9^5	10^5	11^5	10^5	9^5	8^5	9^5	9^5	10^5
W , м^3	160	130	140	180	120	160	110	130	120	140

1.25. У воді плаває пучок колод (рис. 1.28). Об'єм пучка W . Визначити об'єм деревини, що занурена у воду, якщо густина деревини ρ_d .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$W, \text{ м}^3$	26	23	32	25	20	28	30	24	22	27
$\rho_d, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	860	810	820	800	870	820	830	870	800	850

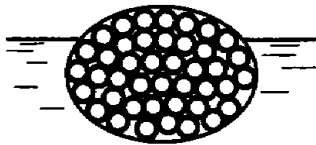


Рис. 1.28

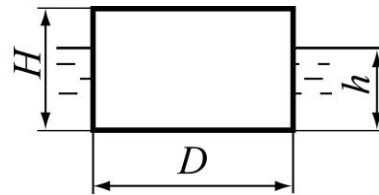


Рис. 1.29

1.26. Для вимірювання поверхневих швидкостей руху використовують поплавки із деревини (рис. 1.29). Діаметр поплавка D , густина дерева $\rho_d = 650 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Визначити висоту поплавка H , якщо його осадка h .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D, \text{ см}$	32	18	30	20	25	38	31	27	26	33
$h, \text{ см}$	6	3	5	3	4	6	7	3	5	4

1.27. Сталевий куб із стороною a плаває у ртуті. Підрахувати, на яку глибину h занурений куб, якщо відомі відносні густини сталі $\delta = 7,8$ і ртуті $\delta = 13,6$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a, \text{ см}$	20	35	25	45	30	20	35	40	25	30

1.28. Тіло має масу m , об'єм W . Яка сила необхідна для того, щоб його підняти у нафті ($\rho_n = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$)?

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m, \text{ кг}$	2,0	1,6	1,8	3,0	1,5	2,5	4,0	3,3	1,9	2,2
$W, \text{ л}$	2,0	1,5	1,3	2,7	1,2	2,3	3,7	3,0	1,5	1,8

2. ГІДРОДИНАМІКА. ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ І ВТРАТИ НАПОРУ. РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ ДЛЯ ПОТОКУ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ

Об'єм рідини, що проходить через живий переріз за одиницю часу називається витратою потоку Q . Середньою швидкістю у живому перерізі V називається умовна однакова для всіх точок живого перерізу місцева швидкість, за якою витрата потоку буде такою ж самою, як і при різних місцевих швидкостях u у різних точках перерізу. Витрата, середня і місцеві швидкості пов'язані такими залежностями:

$$Q = V\omega = \int_{\omega} u d\omega,$$
$$V = \frac{Q}{\omega}.$$

Зв'язок між площами живого перерізу і середніми швидкостями у будь-яких перерізах 1–1 і 2–2 за усталеного руху рідини визначається рівнянням нерозривності:

$$V_1\omega_1 = V_2\omega_2.$$

Рівняння Бернуллі характеризує закон збереження механічної енергії (або напорів) для двох будь-яких розрахункових перерізів потоку 1–1 і 2–2 відносно довільної площини порівняння $O' - O'$ і записується у такому вигляді:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Sigma h_{\text{втр}},$$

де $\Sigma h_{\text{втр}}$ – сума всіх втрат напорів між перерізами 1–1 і 2–2.

Втрати напорів складаються із втрат по довжині і місцевих втрат.

Втрати напорів по довжині залежать від опорів по довжині. Вони рівномірно розподіляються по всій довжині ділянки і визначаються за формулою Дарсі:

$$h_l = \lambda \frac{l \cdot V^2}{D \cdot 2g},$$

де l – довжина ділянки;

V – середня швидкість руху рідини;

D – діаметр труби;

λ – гідравлічний коефіцієнт тертя (коефіцієнт Дарсі).

В загальному випадку λ залежить від відносної еквівалентної шорсткості труби $\frac{\Delta_e}{D}$ і режиму руху рідини (числа Рейнольдса Re).

Існують два режиму руху рідини: ламінарний і турбулентний. Під час ламінарного режиму частинки рідини рухаються шарами, не переміщуються. У разі турбулентного режиму відбувається неупорядковане перемішування частинок. Режими руху характеризуються числом Рейнольдса, яке для круглих напірних труб має вигляд:

$$Re = \frac{VD}{\nu},$$

де D – діаметр труби; ν – кінематична в'язкість рідини, яка залежить від виду рідини і від температури.

Якщо число Рейнольдса менше від його критичного значення $Re_k \cong 2320$, тобто $Re < Re_k$, то у трубі встановлюється ламінарний режим. Якщо ж число Рейнольдса $Re > Re_k$, то режим руху турбулентний.

Під час ламінарного режиму гідравлічний коефіцієнт тертя не залежить від шорсткості стінок труби, а залежить тільки від числа Рейнольдса, і для круглих труб визначається за формулою:

$$\lambda = \frac{64}{Re}.$$

Під час турбулентного режиму руху можуть встановлюватися три області гідравлічних опорів: а) якщо $Re \frac{\Delta_e}{D} < 10$ – область гладких труб; б) якщо $10 < Re \frac{\Delta_e}{D} < 500$ – перехідна область опорів; в) якщо $Re \frac{\Delta_e}{D} > 500$ – область гідравлічно шорстких труб. (Більш детально про області гідравлічних опорів слід читати у [1,3,5]. Існує цілий ряд розрахункових формул різних дослідників).

Найбільш поширеними є наступні рекомендації.

В області гідравлічно гладких труб λ можна визначати за формулою Блазіуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}.$$

В перехідній області застосовують формулу Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{\text{Re}} + \frac{\Delta_{\epsilon}}{D} \right)^{0,25}$$

Для області шорстких труб рекомендують формулу Шифрінсона:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_{\epsilon}}{D} \right)^{0,25}$$

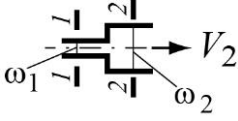
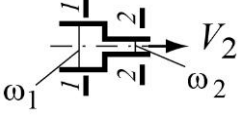
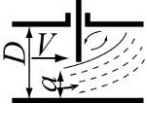
Місцеві трати напору визначаються за формулою Вейсбаха:

$$h_m = \zeta \frac{V^2}{2g},$$

де ζ – коефіцієнт місцевих опорів; V – середня швидкість.

Деякі значення $\zeta_{\text{кв}}$ наводяться у табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Вид опору		$\zeta_{\text{кв}}$
Вхід з резервуара в трубу		0,5
Вихід з труби у резервуар		1
Вхід в трубу з сіткою		6
те саме із зворотним клапаном		10
вентиль		2,5...6
Різкий поворот труби на кут φ		$1,19(1 - \cos\varphi)$
Плавний поворот труби на кут φ		$0,45\varphi/90$
Раптове розширення труби		$\alpha_1 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2$
Раптове звуження труби		$0,5 \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)$
Засувка		$Pe^{-\Phi n}$, де $n = \frac{a}{D}$

Рекомендації щодо вибору розрахункових перерізів і площини порівняння:

1. Рівняння Бернуллі можна застосовувати для розрахункових перерізів тільки із плавно-змінним рухом, де кут між сусідніми лініями течії невеликий, а їх кривизна незначна. Для трубопроводу, що показаний

на рис.2.1 розрахунковими можуть стати перерізи 0–0,1–1, 2–2... 6–6, але не можна застосовувати рівняння Бернуллі у перерізах, де є розширення, звуження, поворот потоку, або запірна арматура.

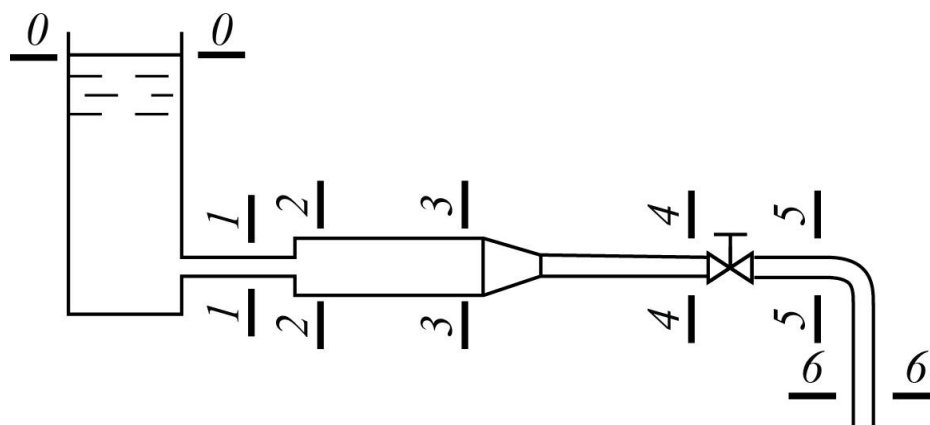


Рис. 2.1

2. Один з перерізів слід обрати там, де є невідома величина (тиск p , відмітка z , або швидкість V), а другим – де величини z , p , V є відомими. Якщо задана витрата Q , тоді швидкості визначаються для кожного перерізу як $V = Q/\omega$.

3. Позначати перерізи слід таким чином, щоб рідина рухалася від початкового перерізу до кінцевого. Часто перерізи вибирають по поверхні рівня рідини у резервуарі.

4. Площина порівняння $O' - O'$ завжди проводиться горизонтально.

5. Для зручності площину порівняння часто проводять через центр ваги одного з перерізів, або на поверхні рідини у резервуарі.

6. Якщо висота положення центра ваги якогось перерізу розташована вище площини порівняння, то її вважають додатною, а якщо нижче – то від'ємною.

7. Якщо площа одного з перерізів є набагато більшою, ніж другого, то середня швидкість у цьому перерізі буде набагато меншою, ніж швидкість у другому, і її можна прийняти за нуль.

8. Тиски p в обох перерізах приймаються залежно від умов задачі: або манометричними, або абсолютними. Якщо рідина в кінцевому перерізі витікає в атмосферу, то манометричний тиск в цьому перерізі буде дорівнювати нулю $p_M = 0$.

Приклад 1.

Розрахувати втрати тиску у прямому трубопроводі, довжиною $l = 40\text{ м}$ з внутрішнім діаметром $D = 16\text{ мм}$, у разі руху в ньому рідини із густиною $\rho = 890 \text{ кг/м}^3$ і в'язкістю $\nu = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. Середня швидкість потоку $V = 3 \text{ м/с}$.

Розв'язання.

Число Рейнольдса знаходимо за формулою:

$$\text{Re} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{3 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}} = 2400.$$

Оскільки режим руху турбулентний ($\text{Re} > \text{Re}_k$), то визначаємо область гідравлічних опорів при турбулентному режимі.

Для сталеві труби еквівалентна шорсткість $\Delta_e = 0,02 \text{ мм}$, тоді

$$\text{Re} \cdot \frac{\Delta_e}{D} = 2400 \cdot \frac{0,02}{16} = 3 < 10 \text{ — область гідравлічно гладких труб.}$$

Для визначення λ користуємося формулою Блазіуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} = \frac{0,3164}{2400^{0,25}} = 0,045.$$

Втрати тиску визначаються за формулою:

$$\Delta p = \Delta h \cdot \rho \cdot g = \frac{\lambda \cdot l \cdot V^2 \cdot \rho \cdot g}{2g \cdot D} = \frac{\lambda \cdot l \cdot V^2 \cdot \rho}{2 \cdot D} =$$

$$0,045 \cdot \frac{40 \cdot 3^2 \cdot 890}{2 \cdot 0,016} = 451000 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 451 \text{ кПа.}$$

Приклад 2.

Визначити втрати напору під час раптового розширення труби, діаметром до розширення $D_1 = 50\text{ мм}$ і діаметром після розширення $D_2 = 100\text{ мм}$, у разі витрати $Q = 8 \text{ л/с}$.

Розв'язання.

Місцеві трати напору визначаються за формулою Вейсбаха:

$$h_M = \zeta_{\text{р.розш.}} \frac{V^2}{2g}.$$

Коефіцієнт раптового розширення $\zeta_{p,розш}$ визначається за таблицями [1,2] в залежності від співвідношення діаметрів $\frac{D_2}{D_1}$.

Розраховуємо середню швидкість у перерізі після опору:

$$V_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_2^2} = \frac{4 \cdot 0,008}{3,14 \cdot 0,1^2} = 1,019 \text{ м/с}.$$

Для співвідношення $\frac{D_2}{D_1} = \frac{100}{50} = 2$ коефіцієнт місцевого опору за таблицею буде $\zeta_{p,розш} = 9$. Тоді втрати напору у разі раптового розширення труби:

$$h_{p,розш} = \zeta_{p,розш} \frac{V^2}{2g} = 9 \cdot \frac{1,019^2}{2 \cdot 9,81} = 0,476 \text{ м}.$$

ЗАДАЧІ

2.1. Визначити об'ємну та масову витрату води в напірному трубопроводі, діаметром D , якщо середня швидкість руху в живому перерізі потоку V .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , мм	100	150	200	350	300	80	70	50	400	250
V , м/с	1,2	1,5	0,9	1,1	1,4	1,6	1,5	1,8	0,8	1,0

2.2. По трубопроводу, діаметром D , протікає вода за температури $t^0 = 15^0 \text{ C}$. Визначити мінімальну витрату, за якої відбудеться зміна ламінарного режиму руху води на турбулентний.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , мм	100	250	80	300	200	150	125	70	350	400

2.3. Який режим руху води буде за температури $t^0 = 15^0 C$ у круглій напірній трубі, діаметром D , за сталої витрати Q .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , мм	250	100	125	300	200	400	125	300	150	250
Q , л/с	15	10	7	12	20	35	5	15	22	6

2.4. По новій азбестоцементній трубі, діаметром D , подається вода з витратою Q з температурою $t^0 = 15^0 C$. Визначити гідравлічний коефіцієнт тертя λ .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , мм	150	100	125	100	200	300	125	300	150	250
Q , л/с	40	18	25	15	55	85	35	110	50	70

2.5. Побудувати графік зміни втрат напору під час протікання води через вентиль за зміни витрати в межах $0,1 \dots 1,5$ л/с, якщо заданий діаметр труби D .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , мм	10	28	50	25	15	12	20	16	40	32

2.6. Горизонтальна труба, діаметром D_1 , раптово переходить у трубу, діаметром D_2 . Витрата Q . Визначити втрати напору у даному місцевому опорі під час руху води від перерізу, з діаметром D_1 до D_2 і у зворотному напрямку.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_1 , мм	300	80	150	40	100	150	250	200	150	70
D_2 , мм	100	100	250	80	200	250	100	150	100	150
Q , л/с	20	12	18	5	10	16	20	15	17	8

2.7. На всмоктуючій сталевій трубі насоса, довжиною $l = 7$ м і діаметром D , послідовно встановлені зворотний клапан з сіткою, плавний

поворот на 90° і засувка. Вода рухається за температури $t^0 = 20^\circ \text{C}$. Визначити втрати напору за витрати Q .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D, \text{мм}$	200	125	80	150	100	150	250	50	100	70
$Q, \text{л/с}$	35	13	7	23	12	20	50	4	10	5

2.8. Визначити, за якої граничної витрати Q у сталевому трубопроводі, діаметром $D = 150 \text{мм}$ і довжиною $l = 1 \text{км}$, втрати напору не перевищуватимуть величини h_l . Температуру води прийняти $t^0 = 15^\circ \text{C}$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h_l, \text{м}$	16	14	18	15	20	10	17	21	12	13

Вказівка. У першому наближенні слід прийняти гідравлічний коефіцієнт тертя λ для області гідравлічно шорстких труб. А після визначення середньої швидкості V значення λ і V уточнити.

2.9. Визначити втрати напору по довжині у новому сталевому нафтопроводі, довжиною $l = 100 \text{м}$ за витрати нафти Q , якщо кінематичний коефіцієнт в'язкості $\nu = 0,8 \text{см}^2/\text{с}$, а діаметр труби D .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D, \text{мм}$	200	300	250	150	250	200	350	150	300	200
$Q, \text{м}^3/\text{ГОД}$	150	210	170	120	180	140	250	110	200	160

2.10. Визначити втрати тиску у сталевому маслопроводі, довжиною $l = 3 \text{м}$ і діаметром $D = 50 \text{мм}$, за кінематичного коефіцієнта в'язкості $\nu = 0,4 \text{см}^2/\text{с}$, густини $\rho = 900 \text{кг}/\text{м}^3$ і витрати Q .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Q, \text{см}^3/\text{с}$	1200	1600	1900	1500	1000	1800	1700	1300	1100	1400

Приклад 3.

Із закритого резервуара за сталого напору $H=5\text{ м}$ витікає вода по трубопроводу, що має похил (рис. 2.2). Довжина труби $l=100\text{ м}$, діаметр $D=100\text{ мм}$, гідравлічний коефіцієнт тертя $\lambda=0,03$, манометричний тиск на вільній поверхні води в резервуарі $p_m=20\text{ кПа}$. На трубопроводі встановлено вентиль, що повністю відкритий. Відмітка початку трубопроводу $z_{\Pi}=3\text{ м}$, відмітка кінця $z_K=4\text{ м}$. Визначити витрату води в трубопроводі.

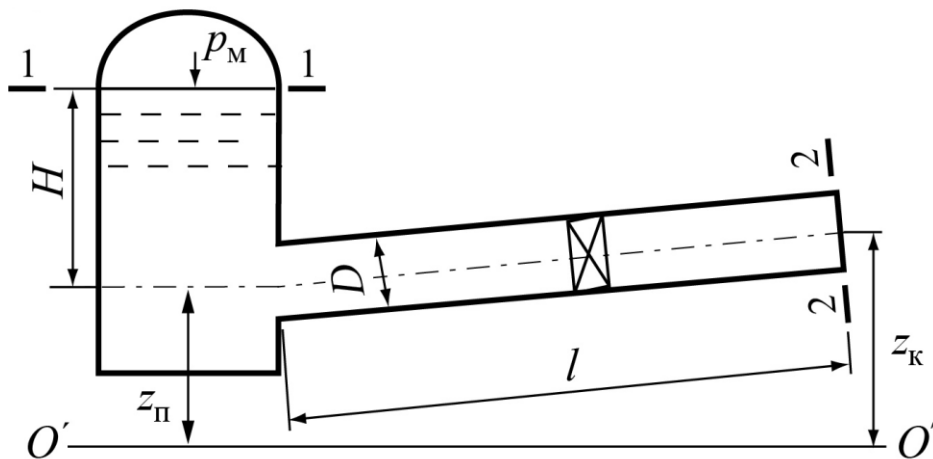


Рис. 2.2

Розв'язання.

Складаємо рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 по рівню води в резервуарі і 2–2 на виході з труби відносно площини порівняння $O' - O'$.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Sigma h_{\text{втр}1-2}.$$

У даному випадку $z_1 = z_{\Pi} + H + \frac{p_m}{\rho g}$, $p_1 = p_m$, $V_1 = 0$,

$z_2 = z_K$, $p_2 = 0$, $\alpha \approx 1,0$.

Сума втрат напору між перерізами 1–2

$$\Sigma h_{\text{втр}1-2} = h_m + h_l = \Sigma \zeta_m \frac{V_2^2}{2g} + \lambda \frac{l}{D} \frac{V_2^2}{2g}.$$

У розглядуваній схемі сума коефіцієнтів місцевих опорів складається із коефіцієнта опору при вході в трубу і коефіцієнту опору у вентилі: $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$, $\zeta_{\text{в}} = 4$.

$$\text{Втрати напору по довжині} \quad h_l = \lambda \frac{l \cdot V^2}{D \cdot 2g}.$$

Оскільки середня швидкість може бути виражена через витрату і діаметр, то можна записати

$$V_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}.$$

Тоді основне рівняння набуде вигляду:

$$z_{\Pi} + H + \frac{p_M}{\rho g} = z_K + \frac{V_2^2}{2g} \left(\alpha + \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{в}} + \lambda \frac{l}{D} \right),$$

або

$$z_{\Pi} + H + \frac{p_M}{\rho g} - z_K = \frac{8Q^2}{g\pi^2 D^4} \left(\alpha + \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{в}} + \lambda \frac{l}{D} \right).$$

Підставляючи відомі величини, отримаємо

$$3 + 5 + \frac{20000}{1000 \cdot 9,81} - 4 = \frac{8Q^2}{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,1^4} \left(1,1 + 0,5 + 4 + 0,03 \cdot \frac{100}{0,1} \right).$$

Звідси

$$6,039 = Q^2 \cdot 29445.$$

$$Q = \sqrt{\frac{6,039}{29445}} = 0,01432 \text{ м}^3/\text{с} = 14,32 \text{ л}/\text{с}.$$

Приклад 4.

Визначити витрату у неновому сталевому горизонтальному нафтопроводі, діаметром $D = 200$ мм, за густини $\rho = 880 \text{ кг}/\text{м}^3$, кінематичного коефіцієнта в'язкості $\nu = 0,9 \text{ см}^2/\text{с}$, якщо напір в резервуарі $H = 11$ м, довжина труби $l = 0,6$ км (рис. 2.3).

Розв'язання.

Складаємо рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 по рівню рідини в резервуарі і 2–2 на виході з труби відносно площини порівняння, що проведена по осі труби:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Sigma h_{\text{втр}1-2}.$$

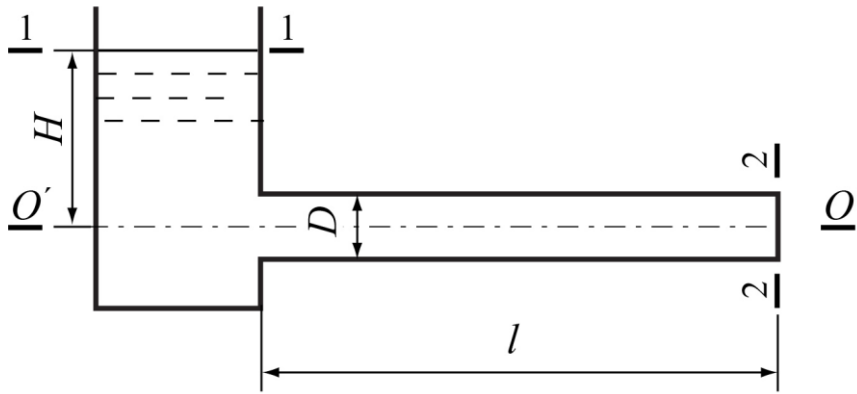


Рис. 2.3

В цьому випадку $z_1 = H$, $z_2 = 0$, швидкість в перерізі 1-1 $V_1 = 0$, тиск на поверхні нафти і на виході з труби $p_1 = p_2 = p_a$, $\alpha \approx 1,0$.

$$H = \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Sigma h_{\text{втр}1-2}.$$

Сума втрат напору між перерізами 1-1 і 2-2

$$\Sigma h_{\text{втр}1-2} = h_m + h_l = \zeta_{\text{вх}} \frac{V_2^2}{2g} + \lambda \frac{l}{D} \frac{V_2^2}{2g}.$$

У розглядуваній схемі із місцевих опорів буде тільки вхід із резервуара в трубу; коефіцієнт опору при вході $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$.

Втрати напору по довжині
$$h_l = \lambda \frac{l \cdot V_2^2}{D \cdot 2g}.$$

Підставимо в основне рівняння:

$$H = \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \zeta_{\text{вх}} \frac{V_2^2}{2g} + \lambda \frac{l}{D} \frac{V_2^2}{2g}.$$

Враховуючи, що середня швидкість може бути представлена через витрату і площу, то можна записати:

$$V_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}.$$

$$H = \frac{16 \cdot Q^2}{2g\pi^2 \cdot D^4} \left(\alpha + \zeta_{\text{вх}} + \lambda \frac{l}{D} \right).$$

В цьому рівнянні крім невідомої витрати, невідомий також гідравлічний коефіцієнт тертя. Він залежить як від числа Рейнольдса (тобто від режиму руху рідини), так і від відносної еквівалентної

шорсткості труби $\frac{\Delta_e}{D}$ (матеріалу труби). Оскільки швидкість без витрати знайти не можемо, то у першому наближенні можна припустити, що труба працює у разі турбулентного режиму в області шорстких труб. Тоді за формулою Шифрінсона можна знайти гідравлічний коефіцієнт тертя:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_e}{D} \right)^{0,25}.$$

За таблицею знаходимо для ненових сталевих труб еквівалентну шорсткість труби $\Delta_e = 0,15$ мм.

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{0,15}{200} \right)^{0,25} = 0,0182.$$

Підставляючи цей коефіцієнт в основне рівняння, знаходимо Q :

$$Q = \sqrt{\frac{g \cdot \pi^2 \cdot D^4 \cdot H}{8 \cdot \left(\alpha + \zeta_{\text{вх}} + \lambda \frac{l}{D} \right)}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,2^4 \cdot 11}{8 \cdot \left(1,1 + 0,5 + 0,0182 \cdot \frac{600}{0,2} \right)}} = 0,06153 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Тепер слід визначити швидкість і уточнити режим руху рідини:

$$V_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0,06153}{3,14 \cdot 0,2^2} = 1,9595 \approx 1,96 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса $Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{1,96 \cdot 0,2}{0,9 \cdot 10^{-4}} = 4354,4.$

Оскільки число Рейнольдса більше критичного, тобто $Re > (Re_k = 2320)$, то режим руху – турбулентний. Далі треба уточнити область гідравлічних опорів, в якій працює труба. Для цього знаходимо співвідношення:

$$Re \cdot \frac{\Delta_e}{D} = 4354,4 \cdot \frac{0,15}{200} = 3,27 < 10.$$

Оскільки це співвідношення менше 10, то труба працює в області гідравлічно гладких труб і треба уточнити λ .

Тепер використовуємо формулу Блазіуса для області гладких труб:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} = \frac{0,3164}{4354,4^{0,25}} = 0,0389.$$

Перераховуємо витрату, підставляючи нове значення λ :

$$Q = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,2^4 \cdot 11}{8 \cdot \left(1,1 + 0,5 + 0,0389 \cdot \frac{600}{0,2} \right)}} = 0,0424 \text{ м}^3/\text{с} = 42,4 \text{ л/с}.$$

Остаточню приймаємо витрату $Q = 0,0424 \text{ м}^3/\text{с}.$

ЗАДАЧІ

2.11. Нафта протікає із резервуара по новому сталевому нафтопроводу, діаметром $D=300$ мм і довжиною l . Густина нафти $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$, кінематичний коефіцієнт в'язкості $\nu = 1 \text{ см}^2/\text{с}$. Визначити необхідний напір нафти у резервуарі над входом в трубу, якщо задані похил трубопроводу i та витрата Q .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
i	0,001	0,0011	0	0,0014	0,0016	0	0,0012	0,001	0,0015	0
$Q, \text{ л/с}$	130	150	120	160	130	170	160	120	140	150
$l, \text{ км}$	1,3	1,0	0,8	1,2	1,5	1,1	0,9	1,4	1,2	1,1

2.12. Визначити витрату води, побудувати напірну і п'єзометричну лінії, враховуючи гідравлічні опори для трубопроводу (рис. 2.4), що складається із трьох ділянок і з'єднує два резервуари. У центрі другої ділянки встановлена засувка. Гідравлічні коефіцієнти тертя для трубопроводів $\lambda_1 = \lambda_3 = 0,022$, $\lambda_2 = 0,026$, довжина другої ділянки $l_2 = 30$ м, $d_1 = d_3 = 200$ мм. Різниця рівнів води в резервуарах $\Delta H = 14,0$ м.

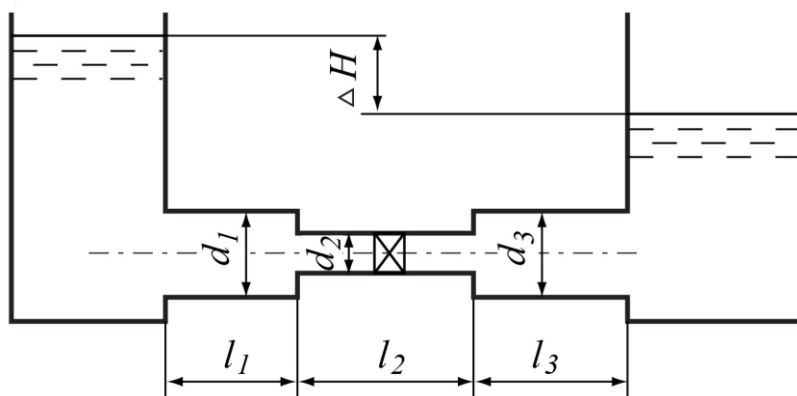


Рис. 2.4

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_1, \text{ м}$	20	35	45	40	30	43	35	27	42	50
$l_3, \text{ м}$	30	20	35	25	40	30	25	35	30	40
$d_2, \text{ мм}$	80	100	125	150	100	125	80	150	80	125

2.13. Вода протікає із закритого резервуара про трубопроводу змінного перерізу із діаметрами d_1 і d_2 з довжинами ділянок l_1 і l_2 (рис. 2.5). Манометричний тиск на вільній поверхні води в резервуарі $p_m = 80$ кПа, напір $H = 7$ м. Гідравлічні коефіцієнти тертя $\lambda_1 = 0,025$, $\lambda_2 = 0,022$. Посередині першої ділянки встановлена засувка. Визначити витрату води та побудувати напірну і п'єзометричну лінії.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_1 , м	50	60	20	25	40	55	30	35	45	50
l_2 , м	35	30	45	35	20	30	50	45	40	25
d_1 , мм	100	125	150	70	80	125	80	100	125	80
d_2 , мм	200	250	200	100	150	200	125	150	200	100

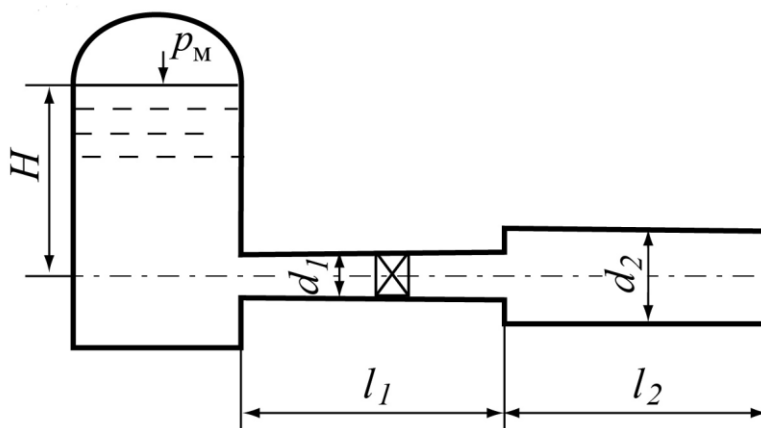


Рис. 2.5

2.14. Вода поступає з річки у колодязь з витратою $Q = 55$ л/с по трубі, довжиною l , що має сітку із зворотним клапаном (рис. 2.6). Визначити різницю рівнів води у річці і колодязі за діаметру d і гідравлічного коефіцієнта тертя λ .

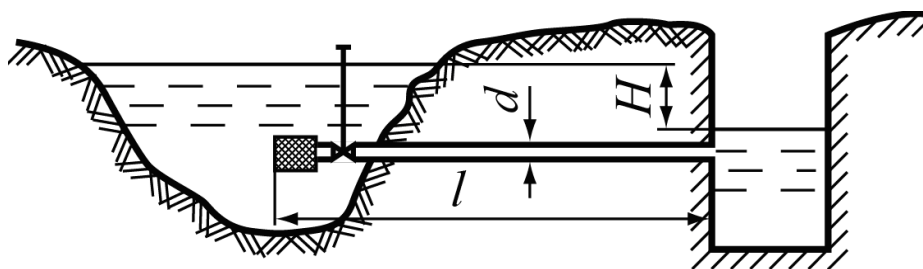


Рис. 2.6

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l , м	220	170	140	190	120	100	150	125	130	200
λ	0,024	0,031	0,022	0,027	0,032	0,030	0,026	0,035	0,040	0,037
d , мм	250	300	200	250	300	150	250	200	300	125

2.15. В резервуар подається вода із сталою витратою Q . Щоб запобігти переповненню резервуара встановлена зливна труба, діаметром d і довжиною l , з коефіцієнтом тертя λ (рис. 2.7). Визначити, за якого напору H витрати припливу і витікання води з резервуара дорівнюють Q .

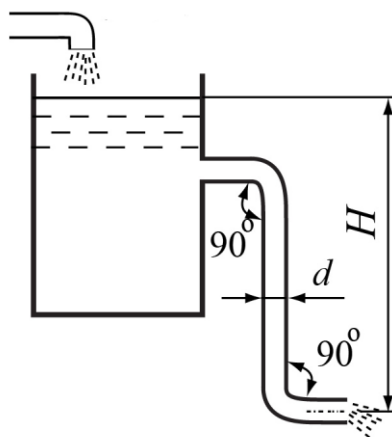


Рис. 2.7

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d , мм	250	150	100	200	150	100	200	125	300	125
l , м	9	12	10	7	8	11	10	15	9	12
λ	0,021	0,022	0,031	0,027	0,025	0,030	0,029	0,019	0,026	0,029
Q , л/с	56	45	20	52	50	21	48	32	80	30

2.16. Вода з напірного резервуара подається по новому сталевому трубопроводу змінного перерізу, з діаметрами ділянок D_1 і D_2 , довжинами l_1 і l_2 (рис. 2.8). Геодезична відмітка осі на початку трубопроводу $z_{\text{п}} = 5\text{ м}$ і в його кінці $z_{\text{к}} = 4\text{ м}$. Абсолютний тиск на поверхні води у резервуарі p_0 , а геометричний напір над входом в трубу H . Гідравлічні коефіцієнти тертя $\lambda_1 = 0,024$, $\lambda_2 = 0,022$. Побудувати напірну і п'єзометричну лінії, визначити витрату Q у трубопроводі.

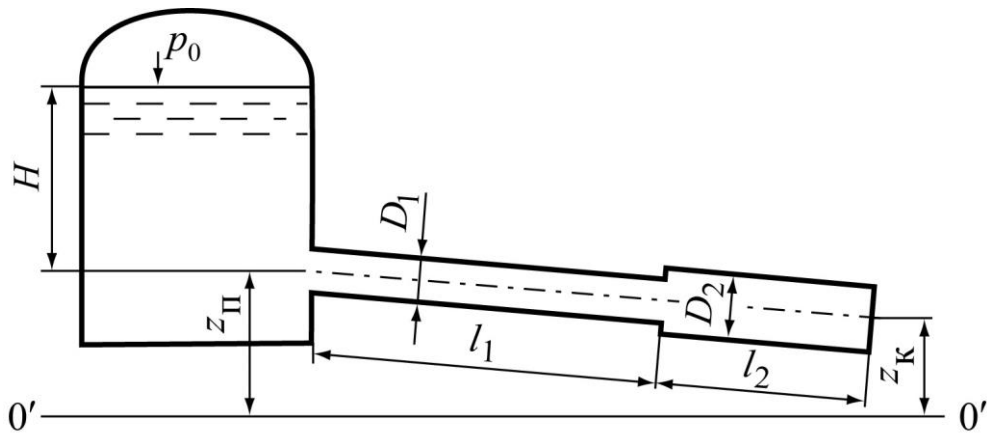


Рис. 2.8

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_1 , мм	100	150	125	100	200	100	150	100	150	200
D_2 , мм	150	200	100	150	150	125	100	125	200	125
l_1 , м	50	60	100	80	70	85	90	75	45	65
l_2 , м	40	35	60	30	45	50	70	65	30	40
p_0 , кПа	110	105	103	115	110	100	104	102	105	100
H , м	6	4	7	5	9	4	8	5	6	7

2.17. Из верхнього резервуара вода поступає по неновому сталевому сифонному трубопроводу (рис. 2.9), діаметром D , довжиною l з витратою Q . Температура води $t^0 C$. Відстань від початку трубопроводу до перерізу 1–1 дорівнює 4,5 м. Визначити вакуум у найвищій точці сифона, якщо перевищення її відмітки над рівнем води у верхньому резервуарі $h = 2,5$ м.

Вказівка. Гідравлічний коефіцієнт тертя λ визначається в залежності від числа Рейнольдса Re і відносної еквівалентної шорсткості труби $\frac{\Delta_e}{D}$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t^0 C$	15	5	20	10	45	15	10	5	20	45
D , мм	75	25	125	50	25	50	100	75	60	100
l , м	8	9	11	16	14	10	15	10	12	13
Q , л/с	4,0	0,7	8,6	1,8	0,6	1,9	6,8	3,2	2,5	6,0

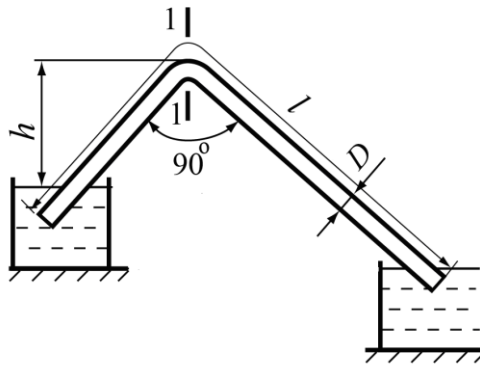


Рис. 2.9

2.18. Сифон з'єднує два резервуари (рис.2.10) за різниці рівнів у них $H = 3\text{ м}$. Висота розташування перерізу із точкою А над рівнем верхнього резервуара $h = 3,5\text{ м}$, діаметр труби $D = 100\text{ мм}$. Загальна довжина труби L , довжина до перерізу із найбільшим вакуумом l . Гідравлічний коефіцієнт тертя $\lambda = 0,035$. Визначити опір засувки В та пропускну здатність сифона, за яких найбільший вакуум у перерізі А не буде перевищувати $p_{\text{вак}}$.

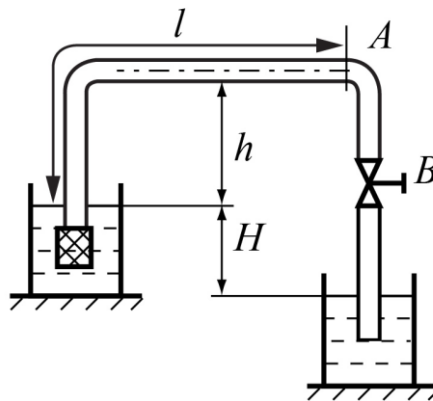


Рис. 2.10

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l , м	45	60	70	65	40	25	35	50	30	45
L , м	80	90	100	85	60	50	65	70	55	75
$p_{\text{вак}}$, кПа	60	45	55	45	50	40	50	70	40	65

2.19. Вода поступає із свердловини по новому сталевому трубопроводу у збірний колодязь (рис. 2.11) за температури $t^0 = 10^0 \text{ C}$. Допустима швидкість V . Визначити тиск у точці А, що розташована вище рівня води у свердловині на величину $z = 1\text{ м}$ і на відстані до кінця труби $l_1 = 6\text{ м}$ за витрати Q .

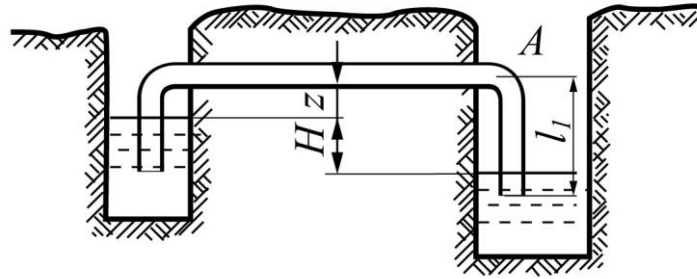


Рис. 2.11

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l, \text{ м}$	43	55	62	53	60	45	50	63	58	37
$V, \text{ м}^3/\text{с}$	1,2	1,0	0,75	1,3	0,8	1,1	0,7	0,9	0,85	1,0
$Q, \text{ л}^3/\text{с}$	8,0	6,9	6,5	7,2	8,0	7,5	5,9	6,3	5,8	7,0

2.20. Із резервуара за сталого манометричного тиску $p_m = 25 \text{ кПа}$ і сталого рівня витікає вода по трубі змінного перерізу (рис. 2.12). Нижній кінець труби занурений у відкритий резервуар. Нехтуючи втратами напору по довжині, визначити витрату води Q і повний тиск p_2 у перерізі 2–2, що розташований на висоті $h = 0,5 \text{ м}$ від вільної поверхні води у нижньому резервуарі, якщо задані d_1, d_2, H .

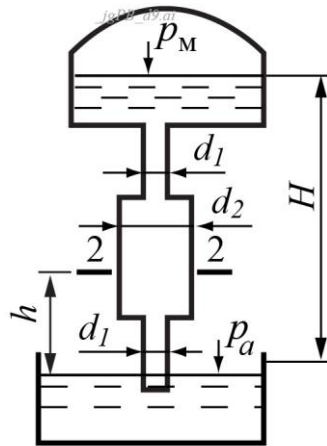


Рис. 2.12

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_1, \text{ мм}$	70	45	65	30	50	80	35	60	55	50
$d_2, \text{ мм}$	85	80	90	40	75	90	50	80	75	60
$H, \text{ м}$	1,4	1,2	1,0	1,3	0,9	1,0	1,1	1,4	1,2	0,9

3. РОЗРАХУНКИ НАПІРНИХ ТРУБОПРОВОДІВ

Залежно від співвідношення втрат напору по довжині і місцевих трубопроводи розподіляються на довгі і короткі.

Короткі трубопроводи розраховуються за рівнянням Бернуллі з урахування всіх втрат напору:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Sigma \lambda \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g} + \Sigma \zeta \frac{V^2}{2g}.$$

У довгих трубопроводах місцеві втрати напору незначні порівняно із втратами по довжині $\Sigma \zeta \frac{V^2}{2g} \ll \Sigma \lambda \frac{l \cdot V^2}{D \cdot 2g}$, і тоді ними можна знехтувати.

Це трохи зменшує загальні втрати напору і підвищує витрату у трубопроводі. Для більшої надійності результатів довжину труби рекомендується збільшувати на 5...10%.

Також можна знехтувати швидкісними напорами порівняно із п'езометричними:

$$H = z + \frac{P}{\rho g}.$$

З урахуванням вищезазначеного, виражаючи швидкісні напори через витрату і перетворюючи втрати напору по довжині через питомий опір труби S_0 :

$$S_0 = \frac{8\lambda}{g \cdot \pi^2 \cdot D^5},$$

можна отримати основне рівняння для розрахунку довгих трубопроводів:

$$H_{\text{п}} - H_{\text{к}} = S_0 Q^2 l,$$

де $H_{\text{п}}$ – п'езометричний напір на початку труби;

$H_{\text{к}}$ – п'езометричний напір у кінці труби;

S_0 – питомий опір труби, знаходять за таблицями [1, 3, 5].

Пропускну здатність довгих трубопроводів можна також визначати за формулою

$$Q = K \sqrt{i_p},$$

де $i_p = \frac{H_{\text{п}} - H_{\text{к}}}{l}$ – п'езометричний похил;

$K^2 = \frac{1}{S_0}$ – витратна характеристика труби, яка залежить, як і S_0 , від

діаметра, матеріалу труби і швидкості руху, тобто від числа Рейнольдса. Знаходиться за таблицями [1, 3, 5]. Тоді

$$H_{\text{п}} - H_{\text{к}} = \frac{Q^2 \cdot l}{K^2}.$$

Приклад 1.

Визначити необхідний напір перед сталевим дюкером, діаметром $D = 700$ мм довжиною $l = 0,5$ км (рис. 3.1), що прокладений під дном русла річки, для пропуску витрати $Q = 0,5 \text{ м}^3/\text{с}$.

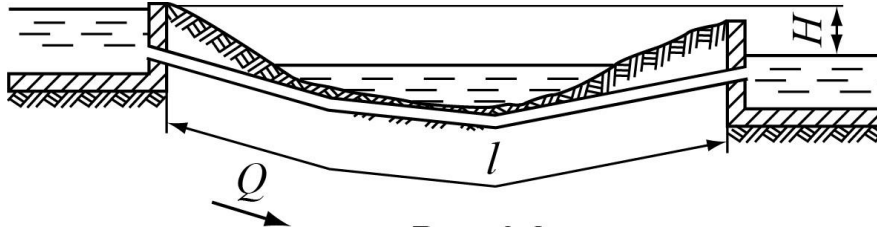


Рис. 3.1

Розв'язання.

Оскільки довжина трубопроводу складає $l = 500$ м, то він вважається довгим. Довгі труби розраховуються за рівнянням:

$$H = S_0 Q^2 l \cdot 1,05,$$

де S_0 – питомий опір труби, знаходять за таблицями [1,3,5],

H – необхідний напір перед дюкером.

Для врахування місцевих втрат напору довжину труби збільшують на 5 %, помножуючи на 1,05.

Знаходимо середню швидкість в трубі:

$$V = \frac{Q}{\omega} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0,5}{3,14 \cdot 0,7^2} = 1,299 \text{ м/с}.$$

Оскільки швидкість більше, ніж $1,2 \text{ м/с}$, то питомий опір труби уточнювати не треба. За таблицями $S_0 = 0,011 \text{ с}^2/\text{м}^6$.

Підставивши числові значення, отримаємо напір перед дюкером:

$$H = S_0 Q^2 l \cdot 1,05 = 0,011 \cdot 0,5^2 \cdot 500 \cdot 1,05 = 1,443 \text{ м}.$$

Приклад 2.

Визначити необхідну кількість паралельних гілок для заміни одного залізобетонного трубопроводу, діаметром $D_1 = 1200$ мм, трубами $D_2 = 900$ мм (рис. 3.2), якщо відповідні напори на початку і в кінці в обох випадках будуть однаковими.

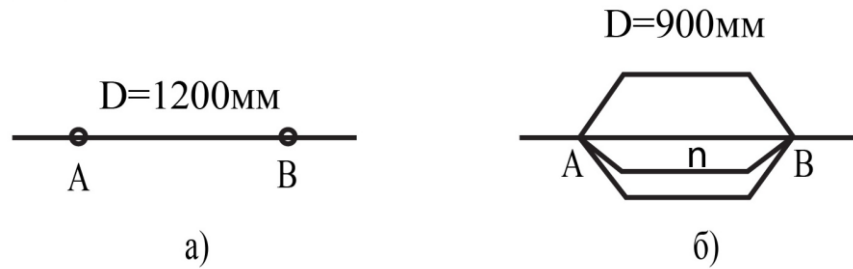


Рис. 3.2

Розв'язання.

Трубопроводи, що мають паралельні ділянки, розраховуються з врахуванням того, що втрати напору на всіх паралельних ділянках однакові. Тоді для першого випадку:

$$H_A - H_B = \frac{Q^2}{K^2} L.$$

Для другого випадку

$$H_A - H_B = \frac{\left(\frac{Q}{n}\right)^2}{K^2} L.$$

Далі знаходимо витратні характеристики для труб: $D_1 = 1200$ мм
 $K_1 = 33,78 \text{ м}^3/\text{с}$, для $D_2 = 900$ мм $K_2 = 15,62 \text{ м}^3/\text{с}$,

де K_1 і K_2 – відповідно витратні характеристики трубопроводів.

Оскільки ліві частини рівнянь однакові, то прирівняємо і праві частини

$$\frac{Q^2}{K_1^2} L = \frac{Q^2}{n^2 \cdot K_2^2} L.$$

Звідси визначаємо кількість труб, діаметром $D_2 = 900$ мм, що необхідно прокласти для заміни

$$n = \sqrt{\frac{K_1^2}{K_2^2}}.$$

Підставимо цифри, отримуємо

$$n = \sqrt{\frac{33,78^2}{15,62^2}} = 2,16.$$

Остаточно приймаємо 2 ділянки трубопроводів $D_2 = 900$ мм.

ЗАДАЧІ

3.1. Визначити пропускну здатність трубопроводу, що складається із трьох послідовних ділянок з довжинами $l_1 = 1100$ м, $l_2 = 1000$ м, $l_3 = 900$ м, якщо геодезична позначка на початку трубопроводу $z_{\text{п}} = 10$ м, у кінці $z_{\text{к}}$, тиски відповідно $p_{\text{п}} = 0,9$ МПа, $p_{\text{к}} = 0,25$ МПа. Задані також діаметри всіх ділянок D_1, D_2, D_3 .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z_{\text{к}}$, м	44	46	47	45	40	42	48	43	49	41
D_1 , мм	1200	500	700	300	1000	800	700	600	200	300
D_2 , мм	1000	600	500	400	900	700	600	800	250	200
D_3 , мм	700	700	600	250	800	600	500	900	300	250
труби	Сталеві			Чавунні		азбестоцементні		поліетилен		

3.2. Визначити необхідний діаметр залізобетонного дюкера (рис. 3.3), довжиною l , що має два повороти з кутами $\alpha = \frac{\pi}{8}$ за напору H і витрати Q .

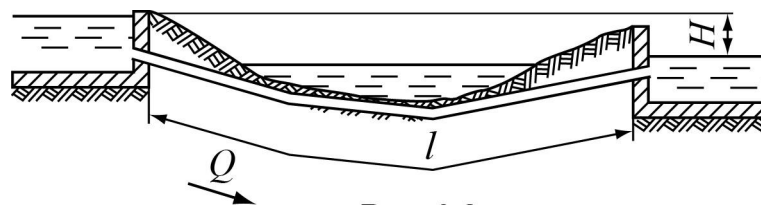


Рис. 3.3

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H , м	1,0	0,9	0,8	1,0	1,2	1,1	0,9	1,2	1,1	1,3
l , м	48	47	44	46	50	45	49	42	43	41
Q , м ³ /с	1,6	1,4	1,2	0,8	2,0	1,8	1,0	0,6	0,7	0,5

3.3. Трубопровід запроектовано з двох паралельних ділянок сталевих труб, діаметром $D_1 = 1400$ мм кожна. Скільки необхідно прокласти гілок під час заміни заданих труб трубами D_2 для пропуску тієї ж витрати за тих самих умов?

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_2 , мм	700	600	900	500	1000	450	800	600	900	700

3.4. Визначити необхідний діаметр сталевого сифонного трубопроводу (рис. 3.4) для пропуску витрати Q , якщо відмітка рівня води у водосховищі $A = 10$ м, загальна довжина сифона $l = 1500$ м. Найвища точка сифона з відміткою B розташована на відстані l_1 від його початку.

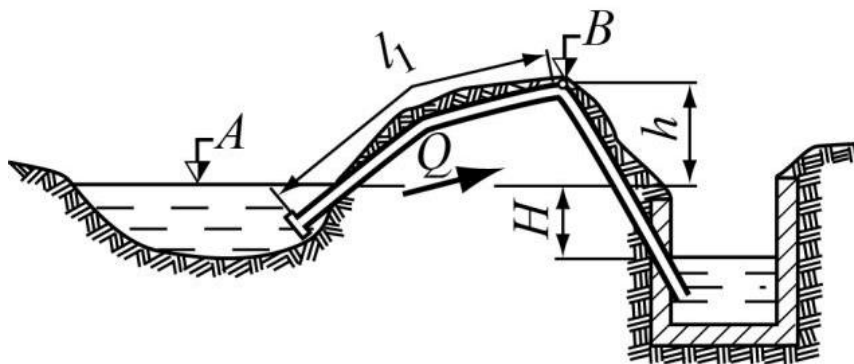


Рис. 3.4

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B , м	12,5	12,0	11,3	11,9	14,0	13,5	13,0	14,1	15,0	13,0
l_1 , м	1050	1000	950	850	1300	1200	980	500	300	700
Q , л/с	450	500	520	540	300	350	400	580	600	560

3.5. Визначити витрати Q_3 і Q_4 , що надходять у кінцеві точки водопровідної мережі (рис. 3.5), якщо задані геодезичні відмітки $z_1 = 25$ м, $z_2 = 23$ м, $z_3 = 24$ м, $z_4 = 22$ м. Довжини ділянок $l_{1-2} = 1000$ м, $l_{2-3} = 600$ м, l_{2-4} . Вільні напори в кінцевих точках 3 і 4 $H_B = 12$ м. Висота башти у точці 1 h_6 . Діаметри ділянок $D_{1-2} = 350$ мм, $D_{2-3} = 200$ мм, $D_{2-4} = 150$ мм, труби сталеві.

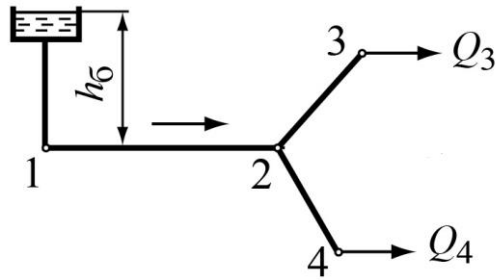


Рис. 3.5

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h_6, \text{ м}$	28	29	26	27	30	29	23	27	25	24
$l_{2-4}, \text{ м}$	400	550	500	450	700	650	300	250	350	400

3.6. Насос подає воду з витратою $Q=150 \frac{\text{м}^3}{\text{ГОД}}$ по сталевому горизонтальному трубопроводу, довжиною $l=3 \text{ км}$, на висоту H . Визначити потужність насоса за діаметра трубопроводу D і коефіцієнта корисної дії η .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$H, \text{ м}$	40	35	38	45	42	36	39	37	41	44
$\eta, \text{ ккд}$	0,75	0,80	0,70	0,75	0,70	0,75	0,80	0,70	0,80	0,75
$D, \text{ мм}$	200	300	250	350	200	300	250	250	300	350

3.7. Розгалужена водопровідна мережа (рис. 3.6) характеризується наступними даними: довжини ділянок $l_{1-2}=320 \text{ м}$, $l_{2-3}=250 \text{ м}$, $l_{2-4}=200 \text{ м}$, геодезичні відмітки $z_1=35 \text{ м}$, $z_2=34 \text{ м}$, $z_3=36 \text{ м}$, z_4 . Вузлові витрати $Q_2=5 \frac{\text{л}}{\text{с}}$, $Q_3=10 \frac{\text{л}}{\text{с}}$, Q_4 , питома шляхова витрата на ділянці 2–4 $q_0=0,02 \text{ л/с/м}$. Вільний напір $H_v \geq 16 \text{ м}$. Визначити діаметри ділянок і напори в точках 1 і 2.

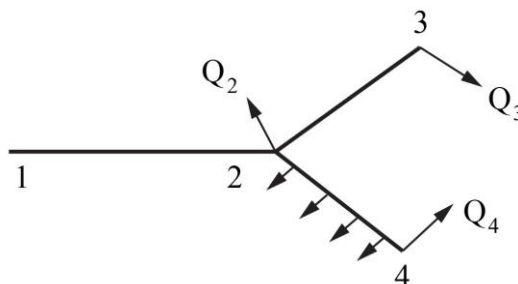


Рис. 3.6

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Q_4, \text{ л/с}$	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0	10,5	11,5	13,0	12,5	12,0
$z_4, \text{ м}$	38,5	38,0	37,5	37,0	36,5	36,0	34,0	35,5	35,0	34,5
труби	сталеві			чавунні			азбестоцементні		поліетилен	

3.8. Визначити напір у точці 2 і витрату у точці 3 горизонтального сталевого трубопроводу (рис. 3.7) за довжин ділянок $l_{1-2} = 400 \text{ м}$, $l_{2-3} = 300 \text{ м}$, діаметрів D_{1-2} і $D_{2-3} = 200 \text{ мм}$, для подачі води з витратою Q_2 , за напорів H_1 і H_3 .

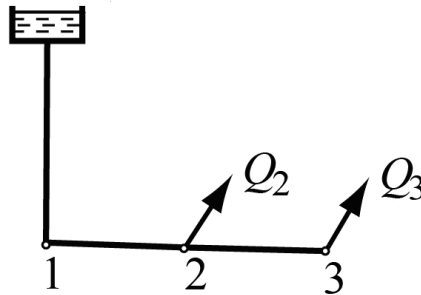


Рис. 3.7

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{1-2}, \text{ мм}$	250	300	250	350	250	300	300	250	350	250
$Q_2, \text{ л/с}$	13	15	10	17	12	15	14	16	18	11
$H_1, \text{ м}$	28	36	31	35	27	30	33	34	32	30
$H_3, \text{ м}$	12	15	10	12	11	14	12	13	10	12

3.9. Чавунний трубопровід, довжиною l і діаметром D , має різницю тисків на початку і в кінці Δp . Визначити, можливу транзитну витрату $Q_{\text{тр}}$ в трубопроводі за безперервної роздачі вздовж шляху, якщо питома шляхова витрата $q_0 = 0,015 \text{ л/с/м}$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l, \text{ км}$	1,3	0,9	1,1	0,8	1,0	1,4	0,8	1,0	1,2	1,1
$\Delta p, \text{ кПа}$	120	130	100	110	90	100	95	110	150	120
$D, \text{ мм}$	200	300	250	150	200	100	250	250	300	150

4. ВИТІКАННЯ РІДИНИ З ОТВОРІВ І НАСАДКІВ

В гідравліці відрізняють отвори малі і великі. Отвір називається малим, якщо його вертикальний розмір d (a) менше або дорівнює $(0.1...0.2)H$, де H – геометричний напір над центром отвору (рис. 4.1).

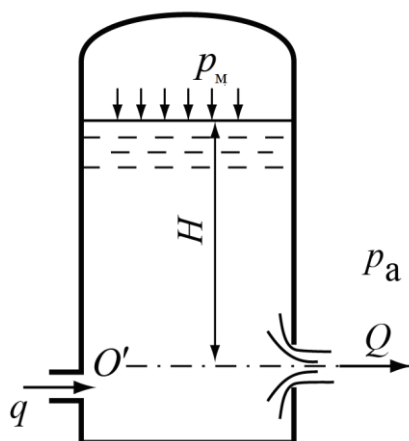


Рис. 4.1

Швидкість V і витрата Q під час витікання через малий отвір визначаються за формулами:

$$V = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{p_m}{\rho g} \right)},$$

$$Q = \mu \omega \sqrt{2g \left(H + \frac{p_m}{\rho g} \right)},$$

де φ – коефіцієнт швидкості $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}}$;

ζ – коефіцієнт опору отвору; μ – коефіцієнт витрати; ω – площа отвору.
 $\mu = \varphi \cdot \varepsilon$,

ε – коефіцієнт стиснення струменя $\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega} < 1$;

ω_c – площа стисненого струменя.

Коефіцієнти μ , φ , ε залежать від форми отвору і типу витікання.

Для малого незатопленого отвору $\varphi = 0,97$, $\mu = 0,62$, $\varepsilon = 0,64$.

Більш детальні значення для деяких отворів можна взяти з табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Тип отвору і умови протікання	Коефіцієнти		
	φ	ε	μ
Малий незатоплений отвір у тонкій стінці	0,97	0,64	0,62
Малий затоплений отвір	–	–	0,6
Великий отвір із стиснення всіх сторін	–	–	0,65
Донний отвір із значним впливом бокового стиснення	–	–	0,65 – 0,67

Для затоплених отворів (рис. 4.2) у випадку відкритого резервуара швидкість і витрата визначаються

$$V = \varphi_3 \sqrt{2g(H_1 - H_2)},$$

$$Q = \mu_3 \omega \sqrt{2g(H_1 - H_2)}.$$

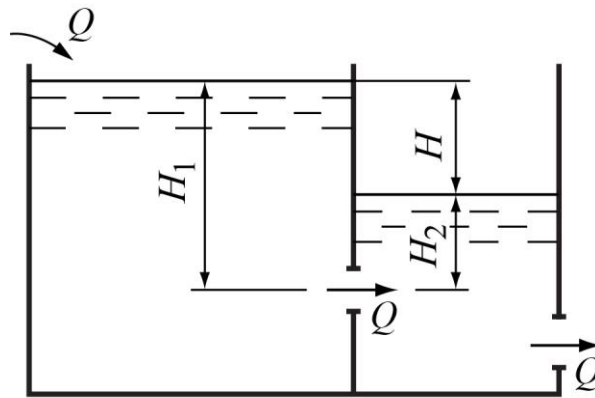


Рис. 4.2

Час часткового опорожнення резервуара від рівня H_1 до рівня H_2 :

$$T = \frac{2\Omega(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\mu \omega \sqrt{2g}},$$

де Ω – площа поперечного перерізу резервуара.

Час повного опорожнення резервуара

$$T = \frac{2W}{Q_1},$$

де W – початковий об'єм рідини в резервуарі; Q_1 – початкова витрата за напору H_1 .

Витікання рідини через насадки

Насадком називається короткий патрубок, що приєднується до отвору. На рис. 4.3 показані основні типи насадків.

Залежно від форми насадки бувають різних типів: зовнішній циліндричний (рис. 4.3, а) зовнішній циліндричний з плавним входом (рис. 4.3, б), коноїдальний (рис.4.3, в), конічно збіжний (рис. 4.3, г), внутрішній циліндричний (рис. 4.3, д), конічно розбіжний (рис. 4.3, е).

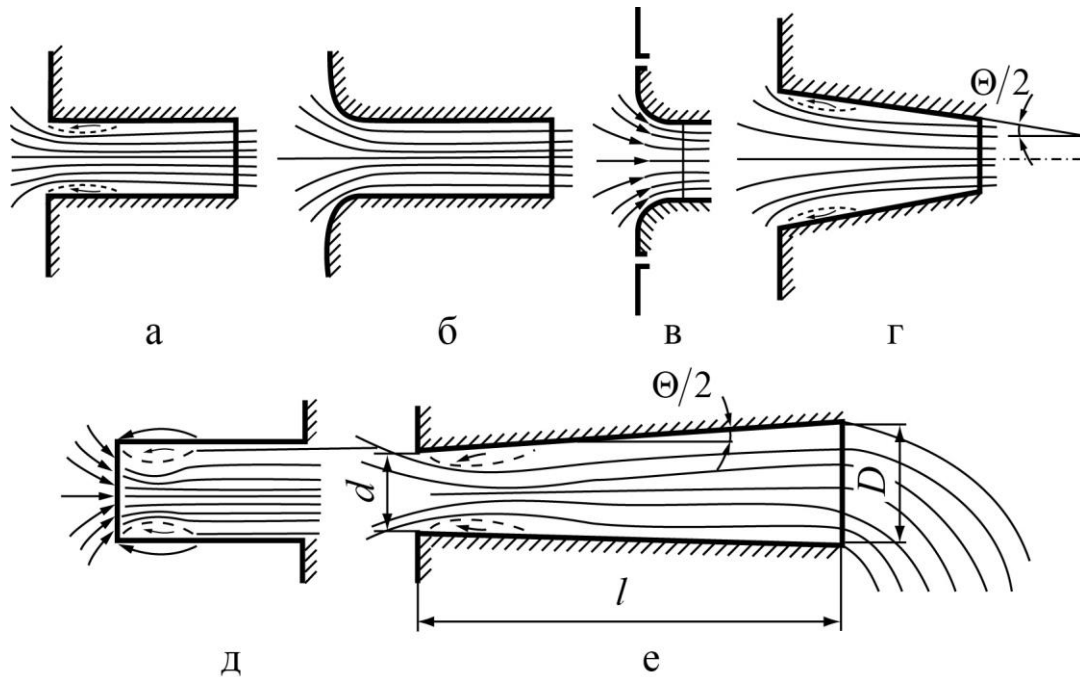


Рис. 4.3

Розрахунки насадків проводяться за формулами:
середня швидкість

$$V = \varphi_H \sqrt{2g \left(H + \frac{P_M}{\rho g} \right)},$$

витрата

$$Q = \mu_H \omega \sqrt{2g \left(H + \frac{P_M}{\rho g} \right)}.$$

Коефіцієнти μ_H , φ_H наводяться у табл. 4.2

Таблиця 4.2

Тип насадка	Коефіцієнти		
	ε	φ	μ
Зовнішній циліндричний	1	0,82	0,82
Зовнішній циліндричний з плавним входом	1	0,93...0,95	0,93...0,95
Внутрішній циліндричний	1	0,71	0,71
Конічно збіжний (кут конусності 12 – 15°)	0,98	0,96	0,94
Конічно розбіжний (кут конусності 5 – 7°)	1	0,45...0,5	0,45...0,5
Коноїдальний	1	0,97	0,97

Приклад 1.

Вода витікає із відкритого резервуара через малий квадратний отвір за сталого напору $H = 3\text{ м}$. Визначити розміри отвору для пропуску витрати $Q = 5 \text{ л/с}$.

Розв'язання.

Витрата для відкритого резервуара визначається за формулою

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}.$$

За табл. 4.1 знаходимо $\mu = 0,62$.

$$\text{Площа отвору } \omega = \frac{Q}{\mu \sqrt{2gH}} = \frac{0,005}{0,62 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3}} = 0,00105 \text{ м}^2.$$

Звідси розмір квадратного отвору $\omega = a^2$,

$$a = \sqrt{\omega} = \sqrt{0,00105} = 0,0324 \text{ м} = 3,24 \text{ см}.$$

Приклад 2.

Із закритого бака з малого отвору в тонкій стінці витікає вода у відкритий резервуар, а з нього через зовнішній циліндричний насадок – в атмосферу (рис. 4.4). Визначити рівень води у відкритому резервуарі за манометричного тиску на поверхні води в закритому резервуарі $p_M = 20 \text{ кПа}$ і глибини в ньому $z_1 = 4 \text{ м}$. Діаметр отвору $d_1 = 12 \text{ мм}$, діаметр насадка $d_2 = 18 \text{ мм}$.

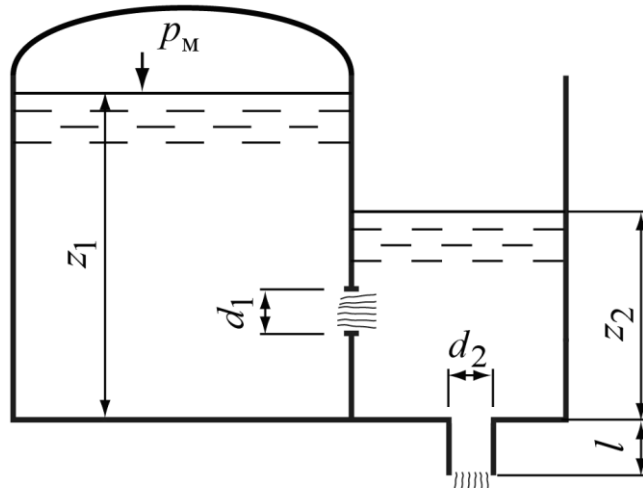


Рис. 4.4

Розв'язання.

У разі усталеного руху води $Q_{от} = Q_{нас}$. Витрату через затоплений отвір визначають за формулою:

$$Q_{от} = \mu_{от} \omega_{от} \sqrt{2g \left(z_1 + \frac{p_M}{\rho g} - z_2 \right)}.$$

Під час виведення формули витікання з насадка рівняння Бернуллі застосовують для перерізів по поверхні води і на виході з насадка.

Тому

$$Q_{нас} = \mu_{нас} \omega_{нас} \sqrt{2g(z_2 + l)},$$

де l – довжина насадка ($l \cong 4d_2$).

$$\text{Звідси} \quad \mu_{от} \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{2g \left(z_1 + \frac{p_M}{\rho g} - z_2 \right)} = \mu_{нас} \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{2g(z_2 + l)}.$$

Після підстановки даних отримаємо:

$$\begin{aligned} & 0,6 \frac{3,14 \cdot 0,012^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \left(4 + \frac{20000}{1000 \cdot 9,81} - z_2 \right)} = \\ & = 0,82 \frac{3,14 \cdot 0,018^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 (z_2 + 4 \cdot 0,018)}. \end{aligned}$$

Звідси $z_2 = 0,57 \text{ м}$.

ЗАДАЧІ

4.1. Вода витікає з бака через отвір у дні та внутрішній циліндричний насадок у боковій стінці (рис. 4.5). Діаметри отвору і насадка однакові d , висота $z = 30$ см. Визначити напір H , що встановлюється в баку, якщо в нього поступає вода із витратою Q .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d , см	1,7	2,1	1,5	1,9	2,0	1,8	1,6	2,2	1,5	2,0
Q , л/с	1,8	2,8	2,0	3,1	2,6	3,0	2,4	3,1	2,2	2,9

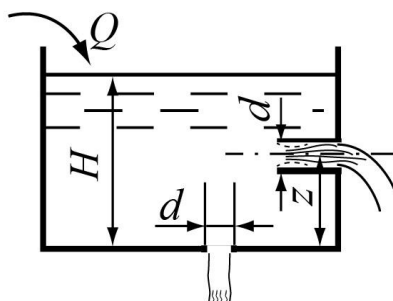


Рис. 4.5

4.2. Вода витікає в атмосферу з закритого резервуара через круглий отвір та зовнішній циліндричний насадок, діаметром $d_1 = d_2 = 25$ мм (рис. 4.6). Визначити різницю витрат ΔQ в отворі і насадку за манометричного тиску на поверхні води в резервуарі p_M і напорі H .

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H , м	1,8	1,5	2,0	1,4	1,2	1,6	1,3	1,5	1,7	1,0
p_M , кПа	60	75	65	80	72	64	85	70	63	72

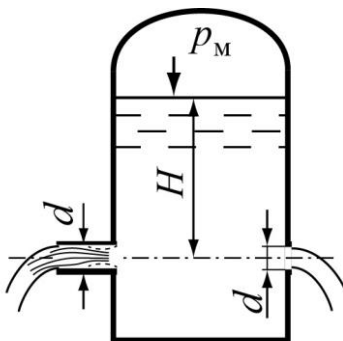


Рис. 4.6

4.3. Рідина витікає із закритого резервуара в атмосферу через зовнішній циліндричний насадок, діаметром d , за манометричного тиску p_m і геометричного напору H . Визначити об'ємну і масову витрату рідини, якщо задані вказані величини.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d , мм	25	15	18	16	20	14	22	17	19	15
H , м	1,7	2,0	1,5	1,8	2,0	1,6	2,1	1,9	2,0	1,7
p_m , кПа	60	50	48	53	50	42	55	47	45	52
рідина	нафта	вода	бенз	нафта	вода	нафта	бенз	нафта	вода	бенз

4.4. Ширина прямокутного отвору, крізь який вода випускається в канал, $b = 1,2$ м (рис. 4.7). Відстань від нижньої кромки отвору до вільної поверхні води H_2 . Визначити витрату Q , якщо висота отвору a .

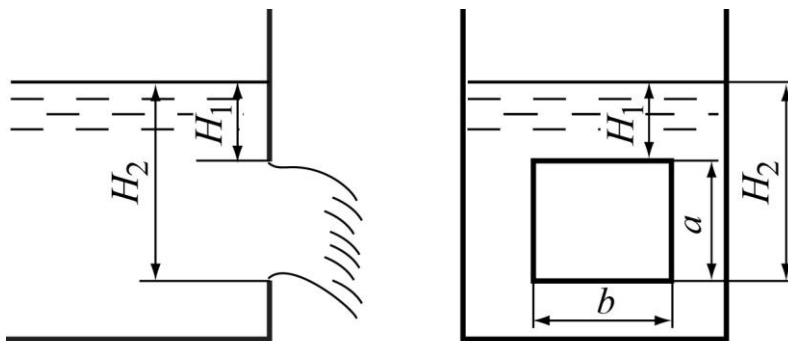


Рис. 4.7

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H_2 , м	2,5	2,2	3,0	2,6	2,9	2,0	3,5	2,4	2,7	2,8
a , м	0,6	1,0	1,2	0,9	1,1	0,8	1,5	0,7	0,9	1,3

4.5. Визначити час опорожнення резервуара з водою за наступних даних: діаметр резервуара D , діаметр зливного патрубку $d = 100$ мм, об'єм води в резервуарі W , коефіцієнт витрати $\mu = 0,68$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , м	2,7	3,2	3,5	2,4	3,0	3,2	3,3	2,5	2,6	3,3
W , м ³	40	60	100	25	50	80	90	70	35	110

4.6. Визначити час, за який рівень води у відстійнику із розмірами $a \times b$ зменшиться у 2 рази. Початкова глибина води H . Відстійник спорожнюється через короткий патрубок (зовнішній циліндричний насадок), діаметром $d = 150$ мм, коефіцієнт витрати $\mu = 0,82$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H , м	3,3	2,0	3,2	3,0	3,5	2,6	3,4	2,5	2,8	3,1
$a \times b$, м \times м	3x25	4x35	3x30	4x20	5x15	3x20	5x25	6x30	5x20	4x25

4.7. Визначити витрату і тиск в отворі греблі (рис. 4.8), якщо задані величини: d , H , $l = 4 \cdot d$.

Параметр	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d , м	0,6	0,52	0,3	0,42	0,5	0,55	0,4	0,6	0,45	0,5
H , м	7,5	7,1	6,5	7,2	8,0	7,4	7,0	8,2	6,8	7,7

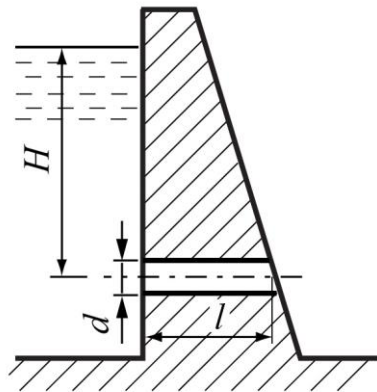


Рис. 4.8

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Константинов Ю.М. Технічна механіка рідини і газу : підручник / Ю.М. Константинов, О.О. Гіжа. – Київ : Вища школа, 2002. – 278 с.
2. Константинов Ю.М. Гідростатика. Приклади і задачі : навчальний посібник / Ю.М. Константинов, О.О. Гіжа, Ю.Д. Копаниця. – Київ : КНУБА, 2012. – 112 с.
3. Константинов Ю.М. Технічна механіка рідини і газу. Кінематика і динаміка рідини. Приклади і задачі : навчальний посібник / Ю.М. Константинов, О.О. Гіжа, Ю.Д. Копаниця. – Київ : КНУБА, 2015. – 154 с.
4. Константинов Ю.М. Інженерна гідравліка : підручник / Ю.М. Константинов, О.О. Гіжа. – Київ : Видавничій Дім Слово, 2006. – 432 с.
5. Смыслов В.В. Гідравліка і аеродинаміка : підручник / В.В. Смыслов. – Київ : Вища школа, 1979. – 336 с.

Позначення та одиниці вимірювання основних величин

Величини	Позначення	Одиниці вимірювання
Основні одиниці		
Довжина	L, l	м
Маса	m	кг
Сила	P, T, G, R	$H = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$
Час	t	с
Похідні одиниці		
Площа	S	м^2
Площа живого перерізу	ω	м^2
Об'єм	W	м^3
Витрата	Q	$\frac{\text{м}^3}{\text{с}}$
Місцева і середня швидкість	u, V	$\frac{\text{м}}{\text{с}}$
Прискорення вільного падіння	g	$\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
В'язкість:		
Динамічна	μ	$\text{Па} \cdot \text{с}$
Кінематична	ν	$\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$
Густина	ρ	$\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
Питома вага	γ	$\frac{\text{Н}}{\text{м}^3}$
Тиск	p	$\text{Па} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$
Напір	H	м

Крім основних одиниць у ТМРГ застосовують також деякі позасистемні одиниці:

$$1 \text{ літр} = 1 \text{ дм}^3;$$

$$\text{кілоПаскаль (кПа)} = 10^3 \text{ Па};$$

$$\text{мегаПаскаль (МПа)} = 10^6 \text{ Па};$$

$$\text{міліметр ртутного стовпа} = 133,3 \text{ Па};$$

$$\text{метр водяного стовпа} = 9,81 \text{ кПа};$$

$$1 \text{ літр} / \text{секунда} = 0,001 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

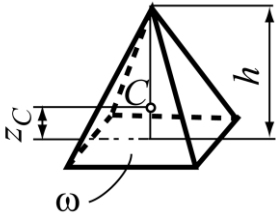
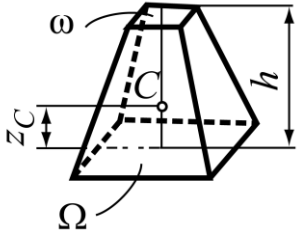
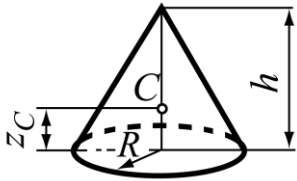
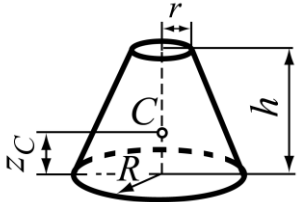
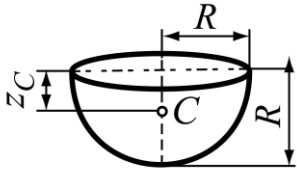
Густина рідин за атмосферного тиску

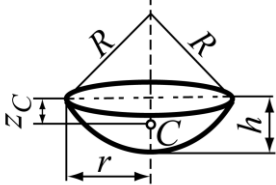
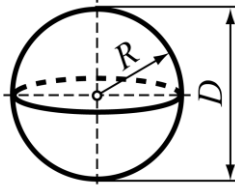
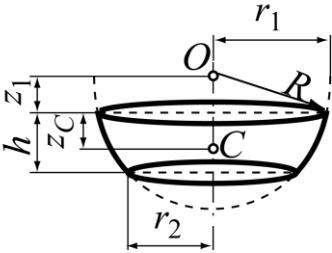
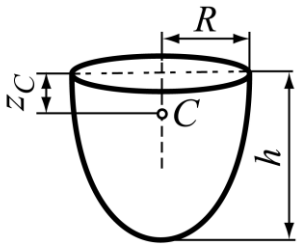
Рідина	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$
Вода:		
дистильована	4	1000
морська	4	1020...1030
Бензин	15	700
Гліцерин	0	1260
Гас	15	790...820
Мазут	15	890...940
Нафта	15	700...900
Ртуть	20	13546
метиловий спирт	15	810
етиловий спирт	15...18	790
масло	20	890...960

Густина води залежно від температури
за атмосферного тиску

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$
0	999,9	50	988,1
4	1000	60	983,2
10	999,7	70	977,8
20	998,2	80	971,8
30	995,7	90	965,3
40	992,2	100	958,4

Об'єми і центри ваги

Фігура	Об'єм	Координата центра ваги
1	2	3
Піраміда 	$W = \omega \frac{h}{3},$ де ω - площа основи	$z_C = \frac{h}{4}$
Усічена піраміда 	$W = (\Omega + \omega + \sqrt{\Omega\omega}) \frac{h}{3}$	$z_C = \frac{h}{4} \cdot \frac{\Omega + 2\sqrt{\Omega\omega} + 3\omega}{\Omega + \sqrt{\Omega\omega} + \omega}$
Конус 	$W = \pi R^2 \frac{h}{3}$	$z_C = \frac{h}{4}$
Усічений конус 	$W = \pi \frac{h}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$	$z_C = \frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}$
Півкулі 	$W = \frac{2}{3} \pi R^3$	$z_C = \frac{3}{8} R$

1	2	3
<p data-bbox="236 304 486 338">Кульбовий сегмент</p> 	$W = \pi \frac{h^3}{3} (3R - h) =$ $= \frac{\pi h}{2} \left(r^2 + \frac{h^2}{3} \right)$	$z_C = \frac{3R^2}{4(3R - h)}$
<p data-bbox="325 654 397 687">Куля</p> 	$W = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi D^3}{6}$	$z_C = R = 0,5D$
<p data-bbox="261 963 456 996">Кульбовий шар</p> 	$W = \pi \frac{h}{2} \left(r_1^2 + r_2^2 + \frac{h^2}{3} \right)$	$z_C = \frac{r_1^4 + r_2^4}{4W} - z_1,$ <p data-bbox="1082 1182 1362 1249">де $z_1 = \sqrt{R^2 - r_1^2}$</p>
<p data-bbox="280 1366 437 1400">Параболоїд</p> 	$W = \pi R^2 \frac{h}{2}$	$z_C = 0,33h$

ДЛЯ ПОДАТОК

ДЛЯ ПОДАТОК

Навчально-методичне видання

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА РІДИНИ І ГАЗУ

Методичні вказівки та завдання
до виконання розрахунково-графічних робіт
з дисципліни для здобувачів першого (бакалаврського)
рівня вищої освіти за спеціальністю
G 19 «Будівництво та цивільна інженерія»

Укладачі: **Гіжа** Олена Олександрівна,
Копаниця Юрій Дмитрович,
Кушка Олександр Миколайович

Випусковий редактор *Л. С. Тавлуй*
Комп'ютерне верстання *К. А. Мавроді*

Підписано до друку 01.04.2026. Формат 60 x 84_{1/16}
Ум. друк. арк. 4,18. Обл.-вид. арк. 4,5.
Електронний документ. Вид. № 11/III-26

Видавець і виготовлювач:
Київський національний університет будівництва і архітектури
Проспект Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03037

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002