

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

**СУЧАСНІ МЕТОДИ
МОДЕЛЮВАННЯ
ВОДНИХ ПОТОКІВ**

Методичні вказівки та завдання
до проведення практичних занять
і виконання розрахунково-графічної роботи
для здобувачів другого (магістерського) рівня
вищої освіти за спеціальністю 194 «Гідротехнічне
будівництво, водна інженерія та водні технології»

Київ 2024

УДК 628
С89

Укладачі: А.М. Кравчук, д-р техн. наук, професор;
О.А. Кравчук, канд. техн. наук, доцент

Рецензент: О.В. Дупляк, канд. техн. наук, професор

Відповідальний за випуск В.П. Хоружий, д-р техн. наук,
професор, завідувач кафедри

*Затверджено на засіданні кафедри водопостачання та
водовідведення, протокол № 2 від 11 серпня 2024 року.*

В авторській редакції.

Сучасні методи моделювання водних потоків [Електронний
С89 ресурс]: методичні вказівки / уклад.: А. М. Кравчук, О. А. Кравчук. –
Київ : КНУБА, 2024. – 16 с.

Розглянуто порядок і послідовність вивчення курсу та виконання
практичних занять з дисципліни «Сучасні методи моделювання
водних потоків». Містять завдання до розрахунково-графічної роботи.

Призначено для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої
освіти за спеціальністю 194 «Гідротехнічне будівництво, водна
інженерія та водні технології»

© КНУБА, 2024

Загальні положення

У процесі вивчення курсу «Сучасні методи моделювання водних потоків» здобувач розглядає питання, що пов'язані з моделюванням, проектуванням і розрахунком параметрів водних потоків в гідротехнічних спорудах різного призначення.

Особливу увагу при цьому приділяють розділам, в яких представлено різні критерії подібності, які застосовуються під час моделювання водних потоків. Наведено сучасні, найбільш розповсюджені моделі, які використовуються під час описання турбулентних характеристик потоків. Оцінено вплив хімічних і біохімічних реакцій на параметри потоків у гідротехнічних спорудах різних конструкцій. У кінці цих методичних вказівок наводяться конкретні завдання, які повинні виконати здобувачі в рамках розрахунково-графічної роботи на практичних заняттях.

Використання цих методичних вказівок допоможе студенту закріпити отримані теоретичні знання і практичні навички.

ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1

«Сучасні методи моделювання водних потоків»

Тема №1. Загальні поняття про моделювання і моделі

Визначення загального методу «моделювання» і його застосування при вирішенні технічних задач. Зміст понять матеріальна предметна і обчислювальна моделі. Моделювання різних фізичних явищ та процесів як засіб наукового пізнання. Фізичні і математичні моделі. Види моделей та їх класифікація. Методи побудови моделей і основні вимоги до них.

Запитання для самоперевірки

1. Сформулюйте в чому полягає відмінність між аналітичними, імітаційними, комбінованими і реальними моделями.
2. Що таке аналогові моделі?
3. Поясніть різницю між простими і складними системами і моделями.

Тема №2. Особливості методу математичного моделювання потоків

Основні характеристики методу математичного моделювання і математичних моделей. Сформулювати відмінність між фізичними і математичними моделями. Поняття функціональних, функціонально-фізичних, параметричних математичних моделей. Вказати відмінності між аналітичними і імітаційними моделями. Основні правила і етапи побудови математичних моделей. Визначення їх вигляду. Постановка задачі регресійного аналізу. Перевірка коректності, адекватності якості прийнятої математичної моделі. Критерії Кохрена і Фішера. Практичне використання розробленої моделі.

Запитання для самоперевірки

1. У чому полягає відмінність між фізичними і математичними моделями?
2. Сформулюйте основні правила і етапи побудови математичних моделей.
3. Що таке регресійний аналіз?
4. Поясніть призначення критеріїв Кохрена і Фішера.

Тема №3. Моделі і режими руху потоків рідини

Розглянути поняття в'язкої (реальної) і нев'язкої (ідеальної) рідини. Математична модель руху нев'язкої рідини (рівняння динамічної рівноваги – рівняння Ейлера). Визначення втрат енергії (напору) на гідравлічне тертя – гіпотеза Ньютона. Рівняння балансу питомої енергії – Рівняння Бернуллі. Ламінарний і турбулентний режими руху рідини. Критерій Рейнольдса. Критичне число Рейнольдса. Формула Дарсі. Визначення гідравлічного коефіцієнта тертя (лямбда) для різних режимів руху. Формула Альтшуля. Математична модель ламінарного руху рідини – система диференціальних рівнянь Нав'є-Стокса. Математична модель турбулентного руху потоку – система диференціальних рівнянь Рейнольдса.

Запитання для самоперевірки

1. Поясніть, у чому різниця між в'язкою і нев'язкою рідинами.
2. Поясніть фізичний зміст рівняння Бернуллі.

3. Поясніть фізичний зміст системи диференціальних рівнянь Нав'є-Стокса.
4. Поясніть фізичний зміст системи диференціальних рівнянь Рейнольдса.

**Тема №4. Застосування теорії подібності при моделюванні.
Критерії подібності**

Вивчити основні положення теорії подібності. Обґрунтувати застосування критеріїв подібності при описанні характеру руху рідин. Визначальні і невизначальні критерії. Поняття автомодельності явищ відносно того чи іншого критерію і його застосування при описанні руху потоків рідини. Пояснити теореми теорії подібності. Розглянути основні критерії подібності, які застосовують при описанні закономірностей руху потоків рідини. А також вигляд основних диференціальних рівнянь, які вони будуть мати, при застосуванні цих критеріїв.

Запитання для самоперевірки

1. Для чого введено поняття критеріїв подібності?
2. Що таке поняття автомодельності і як воно використовується під час описання руху потоків рідини?
3. Охарактеризуйте три теореми теорії подібності.
4. Наведіть і поясніть основні критерії подібності, які застосовують під час описання руху потоків.

Тема №5. Гідравлічне моделювання потоків рідини

Вивчити основні задачі гідравлічного моделювання потоків рідини. Розглянути особливості динамічно подібних потоків (критерій Ньютона). Детально характеризувати поняття геометричної, кінематичної і динамічної подібності. Ознайомитись з терміном масштабу геометричних, кінематичних і динамічних характеристик потоку. Вивчити випадок переважаючого впливу сил тертя і сил інерції на потік і гідротехнічні споруди. Те ж саме при дії сил тиску, сил гравітації.

Запитання для самоперевірки

1. Що характеризує критерій Ньютона?
2. Охарактеризуйте геометричну, кінематичну і динамічну подібність потоків.
3. Для чого визначається величина масштабу подібних явищ?
4. Як визначається і від чого залежить масштаб подібності при переважаючій дії сил тертя і сил інерції, тиску, сил гравітації на потік і гідротехнічні споруди?

Тема №6. Сучасні моделі турбулентності

Ознайомитись з основними характеристиками турбулентного руху рідини. Дати поняття величини осередненого в часі параметра і пульсаційної добавки. Оцінити степінь незамкнутості рівнянь Рейнольдса при врахуванні дії пульсацій характеристик потоку. Характеризувати два основних підходи при описанні параметрів турбулентного потоку. Напівемпіричні теорії турбулентності. Моделі, які базуються на статистичних властивостях турбулентного поля потоку. Вивчити основні характеристики моделей турбулентності: модель Бусінеска, Прандтля, Тейлора, Кармана. Сучасні тенденції в розвитку теорії турбулентності. Застосування поняття переносу параметрів турбулентності: k – кінетична енергія турбулентності; L – масштаб турбулентності; v_t – турбулентна в'язкість потоку; ε – швидкість дисипації турбулентної енергії. Більш детально ознайомитись з $k - \varepsilon$ моделлю турбулентності (моделлю Лоундера).

Запитання для самоперевірки

1. У чому полягає незамкнутість рівнянь Рейнольдса?
2. Дайте загальне описання напівемпіричних теорій турбулентності.
3. Опишіть характеристики сучасних теорій турбулентності.
4. Дайте характеристику параметрів переносу турбулентності: k – кінетична енергія турбулентності; L – масштаб турбулентності; v_t – турбулентна в'язкість потоку; ε – швидкість дисипації турбулентної енергії.
5. Охарактеризуйте $k - \varepsilon$ модель турбулентності (модель Лоундера) і наведіть приклади її застосування на практиці під час описання турбулентного руху рідини.

Тема №7. Принцип типізації гідродинамічних моделей потоків (спрощені моделі руху)

Ознайомитись і оцінити відмінності між реальними параметрами потоку рідини з теоретичними залежностями для їх описання. Застосування спрощених моделей руху рідини в гідротехнічних об'єктах. Вивчити основні характеристики і випадки застосування спрощених моделей руху: модель ідеального витіснення, модель ідеального змішування, коміркова (псевдосекційна) модель, дифузійні однопараметрична і двопараметрична моделі. Застосування комбінованих моделей руху потоку рідини в гідротехнічних спорудах різного призначення.

Запитання для самоперевірки

1. Для чого на практиці застосовуються спрощені моделі руху рідини?
2. Дати характеристику моделей ідеального витіснення і ідеального перемішування.
3. У чому полягає особливість і коли застосовуються дифузійні (одно- і двопараметричні) моделі.
4. В яких випадках застосовуються комбіновані моделі руху потоку?

Тема №8. Врахування хімічних і біохімічних реакцій при складанні моделі потоків

Засвоїти загальний підхід до складання математичного опису потоків в каналах різної форми при одночасному проходженні в потоці хімічних і біохімічних реакцій. Встановити різницю між процесами хімічних і біохімічних реакцій. Розглянути поняття кінетики проходження реакцій. Основні характеристики хімічних реакцій. Оцінити характер хімічних реакцій 1, 2 і 3 порядку. Розглянути поняття швидкості реакції. Ознайомитися з класифікацією біохімічних реакцій. Реактори періодичної, безперервної і напівбезперервної дії. Розглянути класифікацію реакторів за їх конструкцією. Основні характеристики біохімічних реакцій. Ознайомитись з різними типами моделей потоків.

Запитання для самоперевірки

1. Які реактори відносяться до хімічних, а які до біохімічних?
2. Що таке швидкість хімічної і біохімічної реакції?

3. Поясніть відмінність між реакторами періодичної, безперервної і напівбезперервної дії?
4. Наведіть найбільш типові моделі потоків в реакторах різних типів.

Тема №9. Моделі багатофазних потоків

Ознайомитися з основними характеристиками двофазних потоків. Що таке фаза системи. Розглянути основні витратні і дійсні параметри потоків. Визначити швидкість руху суміші двофазних потоків. Поняття швидкість ковзання. Основні розрахункові залежності для визначення втрат напору двофазних (багатофазних) потоків. Розглянути основні характеристики і режими руху двофазних потоків. Ознайомитись з поняттям гідротранспорту. Гідросуміш, пульпа. Характеризувати терміни: гідравлічна крупність, концентрація, консистенція гідросуміші, незамулююча і критична швидкості. Розглянути методики розрахунку пульпопроводів.

Запитання для самоперевірки

1. Що таке багатофазні потоки?
2. Як розраховуються втрати напору під час руху газорідних потоків?
3. Від чого залежить критична і незамулююча швидкість руху багатофазних потоків?
4. Наведіть порядок розрахунку каналів при русі багатофазних потоків.

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

Завдання до розрахунково-графічної роботи

Вивчивши теоретичну частину курсу, здобувач повинен виконати розрахунково-графічну роботу, яка складається з задач. Необхідну кількість задач визначає викладач. Використані формули повинні супроводжуватись необхідними поясненнями. Розрахунково-графічну роботу необхідно здати не пізніше, як за 10 днів до початку екзаменаційної сесії. Варіанти розрахунково-графічних робіт визначає викладач.

Задача № 1. Відомо, що витрата рідини з кінематичною в'язкістю ν_n в реальному трубопроводі діаметром D_n з еквівалентною шорсткістю $\Delta_{\text{екв},n}$ становить Q_n . Визначити граничну витрату води (кінематична в'язкість $\nu_m = 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$) на моделі сталевого трубопроводу діаметром D_m з еквівалентною шорсткістю $\Delta_{\text{екв},m} = 0,05 \text{ мм}$, при забезпеченні гідродинамічної подібності натурального і модельного потоків.

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_n, \text{ мм}$	300	250	200	150	100	300	250	200	150	100
$Q_n, \text{ л/с}$	50	40	35	30	20	0,03	0,04	0,05	0,03	0,04
$\nu_n, \text{ см}^2/\text{с}$	0,015	0,012	0,02	0,011	0,018	0,015	0,012	0,02	0,011	0,018
$\Delta_{\text{екв},n}, \text{ мм}$	0,1	0,08	0,05	0,15	0,03	0,1	0,08	0,05	0,15	0,03
$D_m, \text{ мм}$	100	70	50	40	25	100	70	50	40	25

Задача № 2. У лабораторії досліджується модель діафрагми діаметром d , встановленої в напірному трубопроводі діаметром D . Діафрагма призначена для вимірювання витрати води. Масштаб використовуваної моделі становить δ . Яка витрата води повинна бути на моделі Q_m при пропуску води в натурному трубопроводі Q_n ? Які будуть втрати напору на діафрагмі в натурі, якщо показник ртутного диференціального манометра на моделі h_m ?

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D, \text{ мм}$	40	50	70	40	50	70	40	50	70	40
$d, \text{ мм}$	10	15	20	10	15	20	10	15	20	10
δ	5	7	10	4	6	12	6	20	10	6
$Q_n, \text{ л/с}$	50	70	100	50	70	150	50	100	110	40

Задача № 3. Знайти співвідношення кінематичних в'язкостей рідини в натурі і на моделі при одночасному збереженні в'язкісного (критерій Рейнольдса $Re_H = Re_M$) і гравітаційного (критерій Фруда $Fr_H = Fr_M$) подібності потоків, якщо геометричний масштаб моделювання $l_H/l_M = \delta$.

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
δ	100	70	50	20	10	80	60	30	10	5

Задача № 4. Водоскидна споруда у вигляді водозливу практичного профілю з отвором шириною b_H розрахована на пропуск витрати Q_H . Визначити необхідну витрату води на моделі Q_M у випадку, якщо остання зменшена у δ разів.

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b_H , м	5	10	15	20	5	10	15	20	5	10
Q_H , м ³ /с	20	50	80	100	10	20	30	40	5	10
δ	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30

Задача № 5. Проектуємий натурний залізобетонний канал прямокутного поперечного перерізу розміром $(a \times b)_H$ розрахований на пропуск витрати води Q_H . Яку витрату необхідно використати на моделі, розміри якого в δ разів менші за розміри натурального каналу. Для розрахунку прийняти еквівалентну шорсткість стінок моделі і натури однаковими ($\Delta_{екв,н} = \Delta_{екв,м}$; $\lambda_H = \lambda_M$).

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(a \times b)_H$, м	5	10	15	20	5	10	15	20	5	10
Q_H , м ³ /с	20	50	80	100	10	20	30	40	5	10
δ	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30
$\Delta_{екв,н}$ мм	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,1	0,3	0,5	0,7	1,2
λ_H	0,03	0,035	0,04	0,05	0,06	0,05	0,08	0,09	0,1	0,12

Задача № 6. При довжині ідеального витиснювача l за даними задачі 16 визначити час, за який забезпечиться перехід речовини із фази у фазу від концентрації C_0 до концентрації C_K .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l , м	60	70	80	90	100	60	70	80	90	100

Задача № 7. Визначити загальний об'єм ідеального змішувача W , в якому за час t буде забезпечено перехід речовини із фази у фазу, при витраті рідини Q , початковій і кінцевій концентрації речовини, відповідно C_0 і C_k .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25
$t, \text{ год}$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$C_k, \text{ мг/л}$	15	12	5	20	15	10	5	15	10	5
$C_0, \text{ мг/л}$	150	140	130	120	110	150	140	130	120	110

Задача № 8. Визначити необхідний час знаходження рідини з витратою Q в ідеальному змішувачі об'ємом W для зміни концентрації речовини від C_0 до C_k .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0,2	0,15	0,1	0,12	0,14	0,2	0,15	0,1	0,12	0,14
$W, \text{ м}^3$	20	18	12	13	15	22	16	10	11	14
$C_0, \text{ мг/л}$	120	130	140	150	160	120	130	140	150	160
$C_k, \text{ мг/л}$	5	3	4	6	7	5	3	4	6	7

Задача № 9. Визначити довжину ідеального витиснювача l , який забезпечить зміну концентрації від C_0 до C_k при наявності хімічної реакції першого порядку з константою швидкості реакції k_1 . Поперечні розміри споруди $A \times B$, витрата води Q . Побудувати графік зміни концентрації речовини за довжиною споруди.

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C_0, \text{ мг/л}$	150	130	110	160	140	120	100	150	130	110
$C_k, \text{ мг/л}$	20	10	5	25	15	10	5	10	15	0
$A, \text{ м}$	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
$B, \text{ м}$	3,5	3,6	3,7	3,8	4,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,2
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	2,0	2,1	2,2	2,3	2,5	2,0	2,1	2,2	2,3	2,5
$k_1, 1/\text{с}$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

Задача № 10. При довжині ідеального витиснювача l за даними задачі (9) визначити час, за який буде забезпечена зміна концентрації речовини від C_0 до C_k .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l, \text{ м}$	50	60	70	80	100	50	60	70	80	100

Задача № 11. Визначити загальний об'єм ідеального змішувача W , в якому при витраті Q і наявності хімічної реакції першого порядку з константою швидкості реакції k_1 , за час t буде забезпечено зміну концентрації речовини від C_0 до C_k .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q , м ³ /с	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25
t , год	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
C_0 , мг/л	15	12	5	20	15	10	5	15	10	5
C_k , мг/л	150	140	130	120	110	150	140	130	120	110
k_1 , 1/с	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

Задача № 12. За даними задачі (27) визначити необхідний час знаходження рідини з витратою Q в ідеальному змішувачі об'ємом W для зміни концентрації речовини від C_0 до C_k .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
W , м ³	10	12	15	18	20	10	12	15	18	20

Задача № 13. Визначити гідравлічну крупність частинок для таких даних: середній діаметр частинок d , щільність матеріалу частинок $\rho_{ч}$, густина води $\rho_{в} = 1000$ кг/м³, температура води t .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d , мм	2,0	1,0	1,5	0,5	0,3	1,2	0,6	0,8	0,05	0,1
$\rho_{ч}$, кг/м ³	1500	1200	1100	1400	1300	1600	1200	1100	1300	1500
t , °C	5	10	15	20	5	10	15	20	10	15

Задача № 14. Визначити витрату гідросуміші та втрати напору в сталевому пульпопроводі, що працює без намулу, при таких даних: довжина трубопроводу l ; діаметр D ; середній розмір частинок матеріалу, що транспортуються d ; щільність пульпи $\rho_{п}$; температура води 20 °C; гідравлічний коефіцієнт тертя λ ; процентний вміст ґрунту за об'ємом у пульпі C_T .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l , м	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
D , мм	200	250	300	400	500	200	250	300	400	500
d , мм	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
$\rho_{п}$, кг/м ³	1050	1100	1150	1200	1050	1100	1150	1200	1050	1100
λ	0,03	0,032	0,033	0,034	0,036	0,037	0,031	0,035	0,034	0,036
C_T	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19

Задача № 15. Визначити діаметр сталевго пульпопроводу і втрати напору в ньому для таких даних: довжина трубопроводу l ; витрата гідросуміші (пульпи) Q ; щільність пульпи $\rho_{п}$; середній розмір частинок матеріалу, що транспортується d ; процентний вміст ґрунту за об'ємом у пульпі C_T ; температура гідросуміші t .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l, \text{ м}$	400	500	600	700	800	300	400	500	600	700
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0,2	0,3	0,4	0,25	0,35	0,22	0,32	0,18	0,26	0,21
$\rho_{п}, \text{ кг}/\text{м}^3$	1100	1150	1200	1050	1250	1100	1150	1200	1050	1250
$d, \text{ мм}$	1,0	1,1	1,2	0,9	0,8	1,0	1,1	1,2	0,9	0,8
C_T	0,15	0,14	0,13	0,12	0,11	0,15	0,14	0,13	0,12	0,11
$t, \text{ }^\circ\text{C}$	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25

Задача № 16. Визначити втрати напору в сталевому трубопроводу діаметром D під час руху газорідної суміші при наступних даних: витрата води Q ; дійсне об'ємне газовміщення φ ; густина води $\rho_{в} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$; густина газу $\rho_{г} = 1,2 \text{ кг}/\text{м}^3$; температура гідросуміші t .

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D, \text{ м}$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,1	0,15	0,2	0,25	0,15	0,2
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,02	0,03	0,04	0,05	0,03	0,04
φ	0,2	0,22	0,25	0,28	0,3	0,21	0,23	0,24	0,26	0,27
$t, \text{ }^\circ\text{C}$	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25

Скласти математичну модель потоку

1. Ідеальний витиснювач з хімічною реакцією нульового порядку.
2. Те саме з хімічною реакцією першого порядку.
3. Те саме з хімічною реакцією другого порядку.
4. Те саме з хімічною реакцією третього порядку.
5. Те саме з біохімічною реакцією.
6. Ідеальний змішувач з хімічною реакцією нульового порядку.
7. Те саме з хімічною реакцією першого порядку.
8. Те саме з хімічною реакцією другого порядку.
9. Те саме з хімічною реакцією третього порядку.
10. Те саме з біохімічною реакцією.
11. Дифузійна модель з хімічною реакцією нульового порядку.

12. Те саме з хімічною реакцією першого порядку.
13. Те саме з хімічною реакцією другого порядку.
14. Те саме з хімічною реакцією третього порядку.
15. Те саме з біохімічною реакцією.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Константинов Ю.М.* Інженерна гідравліка: підручник / Ю.М. Константинов, О.О. Гіжа. – К. : Слово, 2006. – 431 с.
2. *Кравчук А.М.* Спеціальні питання гідравліки систем водопостачання і водовідведення: навч. посіб. / А.М. Кравчук, О.А. Кравчук. – Київ : КНУБА, 2020. – 176 с.
3. *Кравчук А.М.* Масопередача в спорудах систем водопостачання та водовідведення: навч. посіб. / А.М. Кравчук. – К.: Віпол, 2000. – 168 с.
4. *Возняк Л.В.* Гідравліка: навч. посіб. / Л.В. Возняк, П.Р. Гімер, М.І. Мердух, О.В. Паневник. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2012. – 327 с.

Навчально-методичне видання

СУЧАСНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ВОДНИХ ПОТОКІВ

Методичні вказівки та завдання
до проведення практичних занять
і виконання розрахунково-графічної роботи
для здобувачів другого (магістерського) рівня
вищої освіти за спеціальністю 194 «Гідротехнічне
будівництво, водна інженерія та водні технології»

Укладачі: **Кравчук Андрій Михайлович**
Кравчук Олександр Андрійович

Комп'ютерне верстання *А. П. Селівестрової*

Ум. друк. арк. 0,93. Обл.-вид. арк. 1,0
Електронний документ. Вид № 47/V-24.

Виконавець і виготовлювач
Київський національний університет будівництва і архітектури

Проспект Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03680

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р