

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

ДИНАМІЧНИЙ РОЗРАХУНОК РАМ

Методичні вказівки
до виконання розрахунково-графічної роботи
для студентів спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія»
освітньої програми «Промислове і цивільне будівництво»

Київ 2024

УДК 531.3

Д44

Укладачі: В.П. Андрієвський, канд. техн. наук, доцент;

А.А. Козак, канд. техн. наук, доцент

Рецензент Г.М. Іванченко, д-р техн. наук, професор

Відповідальний за випуск П.П. Лізунов, д-р техн. наук, професор

*Затверджено на засіданні кафедри будівельної механіки,
протокол №05 від 13 грудня 2023 року.*

В авторській редакції.

Динамічний розрахунок рам : методичні вказівки до виконання
Д44 розрахунково-графічної роботи / уклад. : В.П. Андрієвський,
А.А. Козак. – Київ : КНУБА, 2024. – 24 с

Методичні вказівки складаються із загальних положень та прикладу виконання розрахунку рами на вільні та змушенні коливання з поетапними поясненнями і рисунками.

Призначено для студентів спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія» освітньої програми «Промислове і цивільне будівництво».

© КНУБА, 2024

ЗМІСТ

Загальні положення	4
Приклад розв'язання та оформлення РГР «Динамічний розрахунок рам».....	5
Список літератури	22

Загальні положення

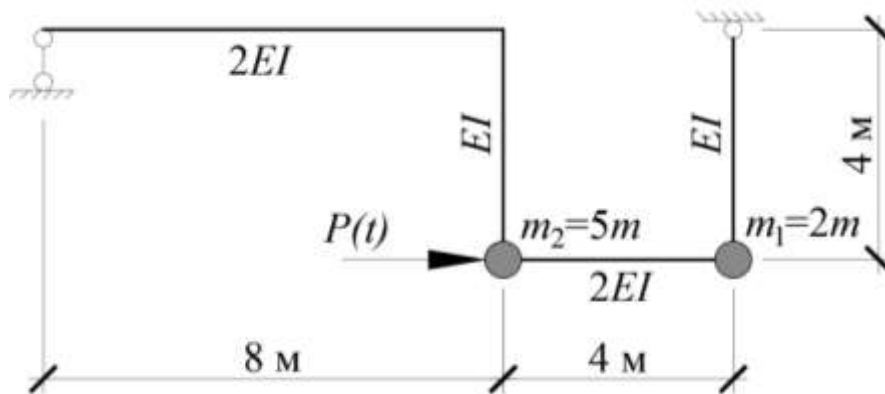
Однією з ключових дисциплін, необхідних для якісної підготовки фахівців у сфері будівництва, є будівельна механіка. Вона досліджує методи розрахунків міцності, жорсткості і стійкості будівель і споруд. Студенти отримують основні знання щодо підходів до аналізу конструкцій під дією як статичних, так і динамічних навантажень. Окремого відзначення заслуговує розділ будівельної механіки, який має назву «Динаміка і стійкість будівель і споруд». Дисципліна «Динаміка і стійкість будівель і споруд» є важливою складовою інженерної освіти та вивчає різноманітні аспекти динамічної поведінки та стійкості будівельних конструкцій і споруд. Зокрема, динаміка споруд – це розділ будівельної механіки, що вивчає методи розрахунку споруд під час динамічного впливу.

Для засвоєння основ розрахунку будівельних конструкцій під час впливу динамічних навантажень студентам потрібно відвідати курс лекцій з дисципліни «Динаміка і стійкість будівель і споруд», пройти практичні заняття і виконати розрахунково-графічну роботу (РГР). Методичні вказівки «Динамічний розрахунок рам» розроблені для надання допомоги студентам під час виконання цієї РГР, пояснення алгоритму та принципів розрахунку. Додатково, для кращого розуміння матеріалу, буде корисно ознайомитись із навчальною літературою з будівельної механіки [1–4], яка висвітлює важливі аспекти розрахунку конструкцій.

Розрахунково-графічна робота має бути оформлена на аркушах паперу формату А4. Робота виконується охайно, текст наводиться розбірливо, рисунки – в масштабі та під лінійку. Титульний аркуш є першим аркушем роботи. В РГР після титульного аркуша вкладається видане завдання, після чого всі аркуші роботи скріпляються з лівого боку двома скобами.

Приклад розв'язання та оформлення РГР «Динамічний розрахунок рам»

Вихідні дані для розрахунку.



$$P(t) = P_0 \cdot \sin \theta t,$$

$$\theta = k \omega_1 = 0,85 \omega_1,$$

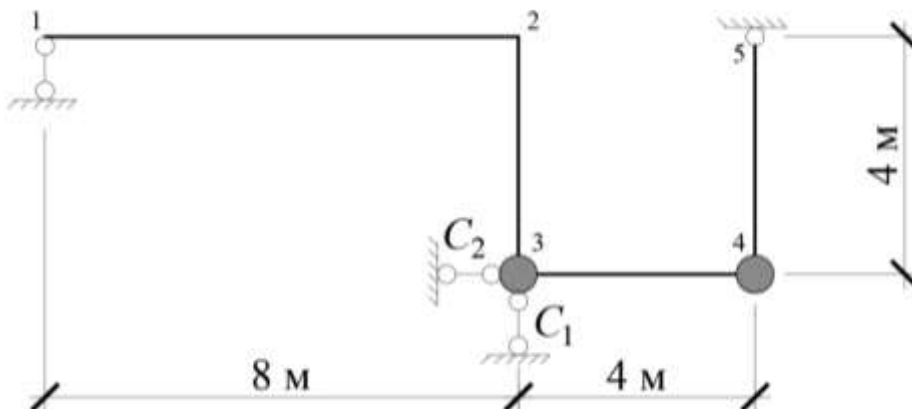
$$k = 0,85,$$

$$P_0 = 50 \text{ кН.}$$

1. Розрахунок на вільні коливання

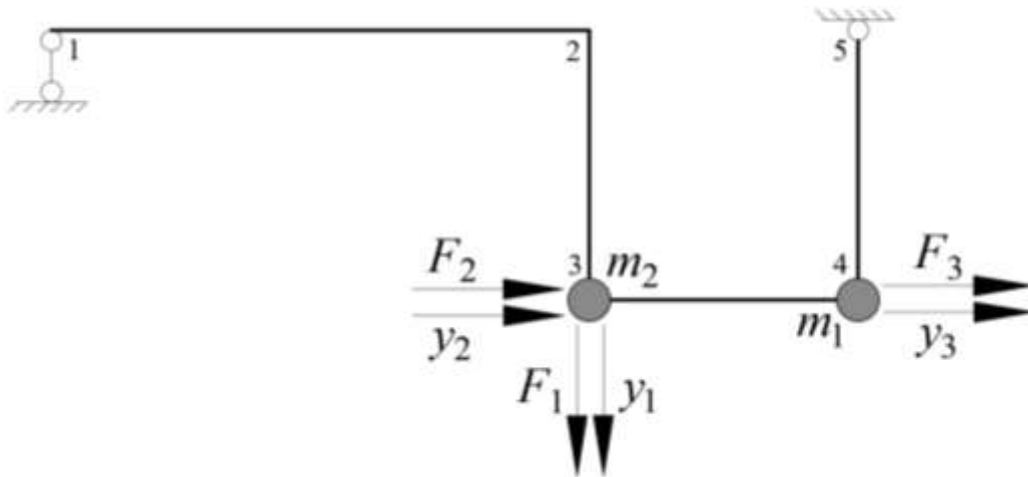
1.1. Визначення кількості динамічних ступенів свободи.

Ступінь динамічної вільності визначається числом незалежних геометричних параметрів, які визначають положення мас у певній системі відліку. Для закріплення мас системи достатньо ввести два додаткових опорних стрижні.



$n_{\text{дин}} = 2$. Рама має 2 ступені динамічної свободи.

Напрямки можливих переміщень по напрямку сил інерції $F_1; F_2; F_3$ (додатні) зумовлені рухом точкових мас системи. Також слід зазначити, що переміщення y_2 та y_3 є лінійно залежні. До того ж очевидно, що $y_2 = y_3$.



1.2. Складання системи диференціальних рівнянь руху.

Запишемо можливі незалежні переміщення як суми переміщень від дії сил інерції

$$\begin{aligned} y_1 &= \delta_{11}F_1 + \delta_{12}F_2 + \delta_{13}F_3; \\ y_2 &= \delta_{21}F_1 + \delta_{22}F_2 + \delta_{23}F_3. \end{aligned}$$

Враховуючи рівність горизонтальних переміщень $y_2 = y_3$, можна записати

$$\begin{aligned} \delta_{13} &= \delta_{12}, \\ \delta_{23} &= \delta_{22}. \end{aligned}$$

Сили інерції виразимо через можливі незалежні переміщення y_1 і y_2 :

$$\begin{aligned} F_1 &= -m_2\ddot{y}_1 = -5m\ddot{y}_1; \\ F_2 &= -m_2\ddot{y}_2 = -5m\ddot{y}_2; \\ F_3 &= -m_1\ddot{y}_3 = -2m\ddot{y}_3. \end{aligned}$$

Система рівнянь з урахуванням $\delta_{13} = \delta_{12}$ та $\delta_{23} = \delta_{22}$ набуде вигляду

$$\begin{aligned} (5m\ddot{y}_1\delta_{11} - y_1) + 7m\ddot{y}_2\delta_{12} &= 0; \\ 5m\ddot{y}_1\delta_{21} + (7m\ddot{y}_2\delta_{22} - y_2) &= 0. \end{aligned}$$

Закон зміни переміщень :

$$\begin{aligned} y_1(t) &= a_1\sin(\omega t + \lambda); \\ y_2(t) &= a_2\sin(\omega t + \lambda); \\ y_1'(t) &= a_1\omega\cos(\omega t + \lambda); \\ y_2'(t) &= a_2\omega\cos(\omega t + \lambda); \\ y_1''(t) &= -a_1\omega^2\sin(\omega t + \lambda); \\ y_2''(t) &= -a_2\omega^2\sin(\omega t + \lambda), \end{aligned}$$

де a_1, a_2 – амплітудні значення переміщень по амплітудних напрямках ($y_1; y_2$);

ω – частота власних коливань;

$F_i(t) = -m_i \cdot \ddot{y}_i(t)$, де $F_i(t)$ – сили інерції маси по i -му напрямку.

$$F_1(t) = -m_2 \cdot \ddot{y}_1(t) = -5m(-a_1\omega^2 \sin(\omega t + \lambda)) = 5ma_1\omega^2 \sin(\omega t + \lambda);$$

$$F_2(t) = -m_2 \cdot \ddot{y}_2(t) = -5m(-a_2\omega^2 \sin(\omega t + \lambda)) = 5ma_2\omega^2 \sin(\omega t + \lambda);$$

$$F_3(t) = -m_1 \cdot \ddot{y}_2(t) = -2m(-a_2\omega^2 \sin(\omega t + \lambda)) = 2ma_2\omega^2 \sin(\omega t + \lambda).$$

$$\tilde{F}_1(t) = \tilde{m}_1\omega^2 a_1 \sin(\omega t + \lambda) = 5m\omega^2 a_1 \sin(\omega t + \lambda);$$

$$\tilde{F}_2(t) = \tilde{m}_2\omega^2 a_2 \sin(\omega t + \lambda) = 7m\omega^2 a_2 \sin(\omega t + \lambda),$$

де \tilde{m}_1 та \tilde{m}_2 – зведені маси, які переміщаються у напрямках незалежних переміщень y_1 та y_2 , дорівнюють

$$\tilde{m}_1 = m_2 = 5m;$$

$$\tilde{m}_2 = m_1 + m_2 = 7m.$$

Позначимо

$$\lambda = \frac{1}{\omega^2}.$$

Після підстановки система однорідних алгебраїчних рівнянь набуде вигляду:

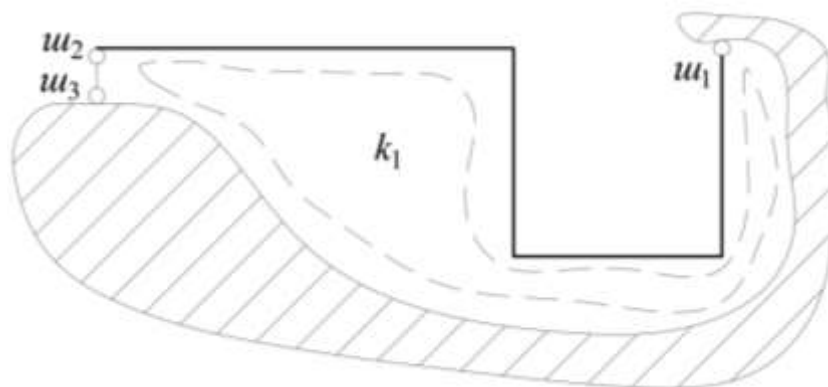
$$(5m\delta_{11} - \lambda)a_1 + 7m\delta_{12}a_2 = 0,$$

$$5m\delta_{21}a_1 + (7m\delta_{22} - \lambda)a_2 = 0.$$

1.3. Розрахунок заданої рами на одиничні дії.

Для обчислення коефіцієнтів системи рівнянь необхідно побудувати епюри згинальних моментів, що виникають у заданій схемі від дії одиничних сил інерції.

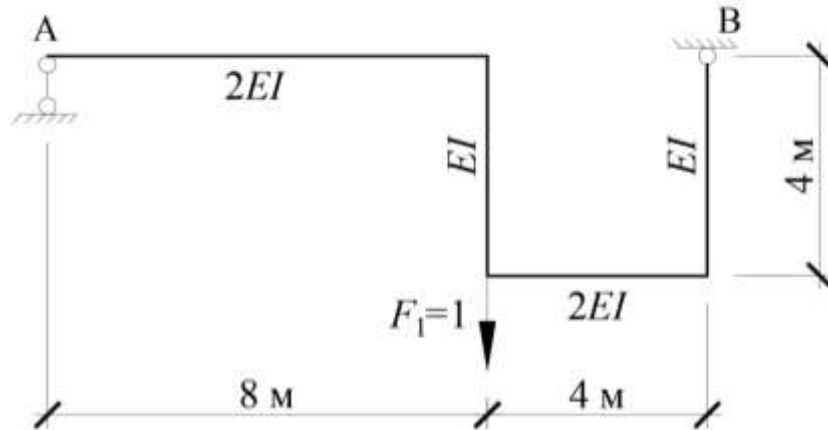
Визначаємо ступінь статичної невизначуваності рами



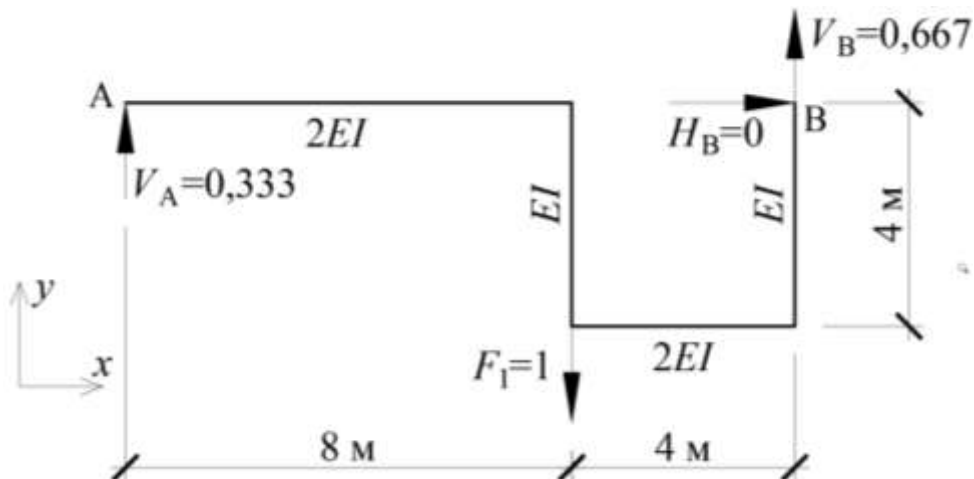
$$n = 3k - u = 3 \cdot 1 - 3 = 0.$$

Система є статично визначувана та геометрично незмінювана.

1.3.1. Розрахунок на дію сили $F_1 = 1$.



Обчислюємо опорні реакції від дії на раму сили $F_1 = 1$

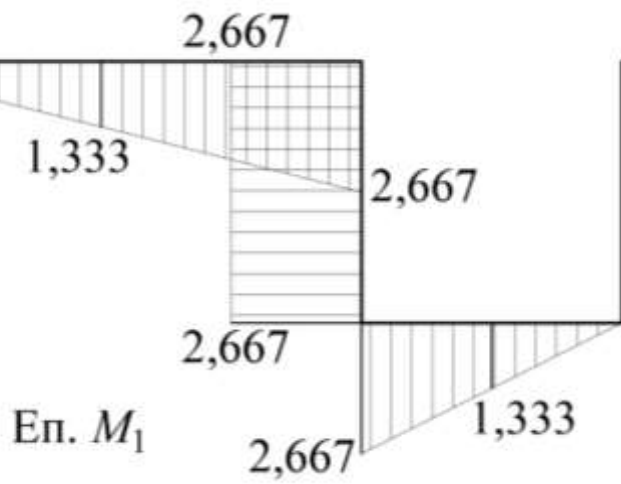


$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; \quad V_A \cdot 12 - F_1 \cdot 4 = 0; \quad V_A = \frac{4}{12} = 0,333; \\ \sum M_A = 0; \quad F_1 \cdot 8 - V_B \cdot 12 = 0; \quad V_B = \frac{8}{12} = 0,667; \\ \sum F_x = 0; \quad H_B = 0. \end{aligned}$$

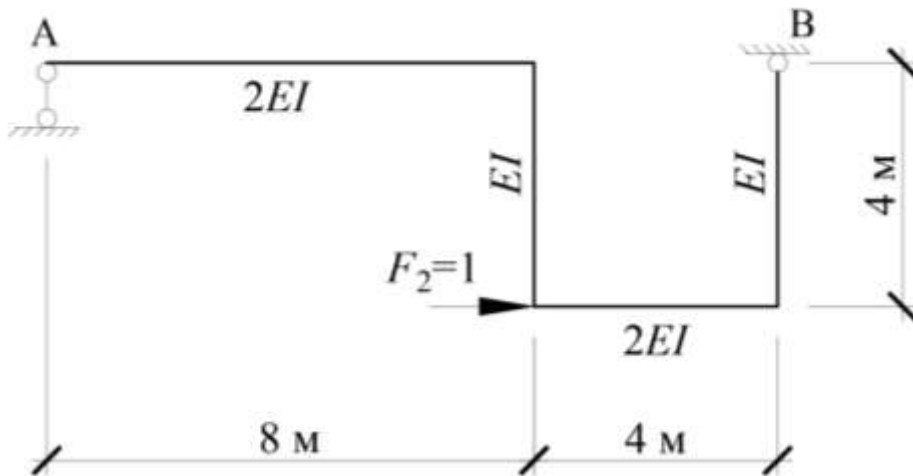
Перевірка:

$$\sum F_y = 0; \quad V_A + V_B - F_1 = 0,333 + 0,667 - 1 = 0.$$

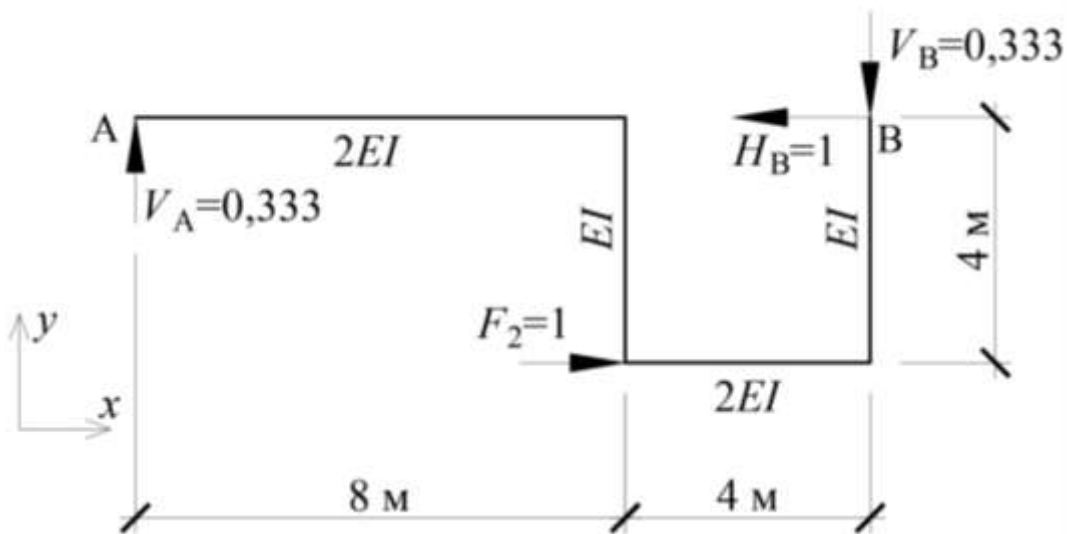
Побудова епюри згинальних моментів M_1



1.3.2. Розрахунок на дію сили $F_2 = 1$.



Обчислюємо опорні реакції від дії на раму сили $F_2 = 1$



$$\sum M_B = 0; \quad V_A \cdot 12 - F_2 \cdot 4 = 0; \quad V_A = \frac{4}{12} = 0,333;$$

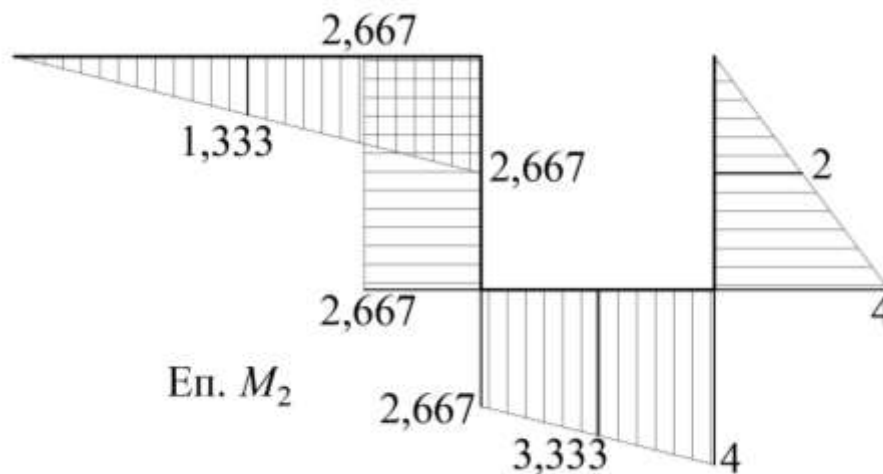
$$\sum M_A = 0; \quad V_B \cdot 12 - F_2 \cdot 4 = 0; \quad V_B = \frac{4}{12} = 0,333;$$

$$\sum F_X = 0; \quad -H_B + F_2 = 0; \quad H_B = F_2 = 1.$$

Перевірка:

$$\sum F_y = 0; \quad V_A - V_B = 0,333 - 0,333 = 0.$$

Побудова епюри згинальних моментів M_2



1.4. Обчислення коефіцієнти характеристичного рівняння.

$$\delta_{11} = \sum \int_0^l \frac{M_1 M_1}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,667 +$$

$$+ \frac{1}{EI} \cdot 4 \cdot 2,667 \cdot 2,667 + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,667 = \frac{42,677}{EI};$$

$$\delta_{12} = \sum \int_0^l \frac{M_1 M_2}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,667 + \frac{1}{EI} \cdot 4 \cdot 2,667 \cdot$$

$$\cdot 2,667 + \frac{4}{6 \cdot 2EI} \cdot (2,667 \cdot 2,667 + 4 \cdot 3,333 \cdot 1,333 + 4 \cdot 0) = \frac{46,23}{EI};$$

$$\delta_{22} = \sum \int_0^l \frac{M_2 M_2}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,667 +$$

$$+ \frac{1}{EI} \cdot 4 \cdot 2,667 \cdot 2,667 + \frac{4}{6 \cdot 2EI} \cdot (2,667 \cdot 2,667 + 4 \cdot 3,333 \cdot 3,333 +$$

$$+ 4 \cdot 4) + \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{81,785}{EI}.$$

Дані коефіцієнти складають матрицю піддатливості

$$D = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{42,677}{EI} & \frac{46,23}{EI} \\ \frac{46,23}{EI} & \frac{81,785}{EI} \end{bmatrix}.$$

1.5. Складання «вікового» рівняння.

Підставляємо переміщення в систему рівнянь

$$\begin{aligned} (213,385 - \tilde{\lambda})a_1 + 323,61a_2 &= 0, \\ 231,15a_1 + (572,495 - \tilde{\lambda})a_2 &= 0. \end{aligned}$$

Тут позначено

$$\tilde{\lambda} = \frac{EI}{m}; \quad \lambda = \frac{EI}{m\omega^2}.$$

Для отримання динамічних характеристик системи необхідно обчислити власні числа і власні вектори матриці:

$$A = \begin{bmatrix} 213,385 & 323,61 \\ 231,15 & 572,495 \end{bmatrix}.$$

«Вікове» рівняння, тобто умова наявності вільних коливань заданої рами, матиме вигляд

$$\text{Det}(A - \tilde{\lambda}E) = \begin{bmatrix} 213,385 - \tilde{\lambda} & 323,61 \\ 231,15 & 572,495 - \tilde{\lambda} \end{bmatrix} = 0.$$

1.6. Визначення власних чисел матриці A .

Розкриваючи визначник, одержуємо квадратне рівняння

$$\begin{aligned} \text{Det}(A - \tilde{\lambda}E) &= (213,385 - \tilde{\lambda})(572,495 - \tilde{\lambda}) - 323,61 \cdot 231,15 = 0, \\ \tilde{\lambda}^2 - 785,88\tilde{\lambda} + 47359,39408 &= 0. \end{aligned}$$

Корені квадратного рівняння є власними числами матриці A

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_1 &= 720,114; \\ \tilde{\lambda}_2 &= 65,766. \end{aligned}$$

1.7. Перевірка власних чисел.

Сума власних чисел має дорівнювати сумі головних коефіцієнтів матриці A :

$$\sum_{i=1}^2 \tilde{\lambda}_i = \tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2 = 720,114 + 65,766 = 785,88;$$

$$\text{Sp}[A] = 213,385 + 572,495 = 785,88.$$

Добуток власних чисел має дорівнювати визначнику матриці A .

$$\prod_{i=1}^2 \tilde{\lambda}_i = \tilde{\lambda}_1 \cdot \tilde{\lambda}_2 = 720,114 \cdot 65,766 = 47359,3373;$$

$$\text{Det}A = \begin{bmatrix} 213,385 & 323,61 \\ 231,15 & 572,495 \end{bmatrix} = 47359,39408.$$

1.8. Обчислюємо частоти вільних коливань.

Власна частота вільних коливань визначається на базі співвідношення:

$$\omega_i = + \sqrt{\frac{EI}{m\tilde{\lambda}_i}}.$$

Отримуємо

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{EI}{m\tilde{\lambda}_1}} = \sqrt{\frac{EI}{m \cdot 720,114}} = 0,03726 \sqrt{\frac{EI}{m}},$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{EI}{m\tilde{\lambda}_2}} = \sqrt{\frac{EI}{m \cdot 65,766}} = 0,12331 \sqrt{\frac{EI}{m}}.$$

1.9. Визначення головних форм вільних коливань.

Перша головна форма

Підставимо величину $\tilde{\lambda}_1 = 720,114$ до рівняння

$$-506,729a_1 + 323,61a_2 = 0,$$

$$231,15a_1 - 147,619a_2 = 0,$$

$$a_1 = 0,6386a_2.$$

Якщо амплітуда $a_2 = 1$, то амплітуда $a_1 = 0,6386$.

Для 1-ї формули

$$\vec{V}_1 = \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,6386 \\ 1 \end{Bmatrix}.$$

Друга головна форма

Підставляємо величину $\tilde{\lambda}_2 = 65,766$ до рівняння

$$147,619a_1 + 323,61a_2 = 0,$$

$$231,15a_1 + 506,729a_2 = 0,$$

$$a_2 = -0,4562a_1.$$

Якщо амплітуда $a_1 = 1$, то амплітуда $a_2 = -0,4562$.

Для 2-ї формули

$$\vec{V}_2 = \begin{Bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,4562 \end{Bmatrix}.$$

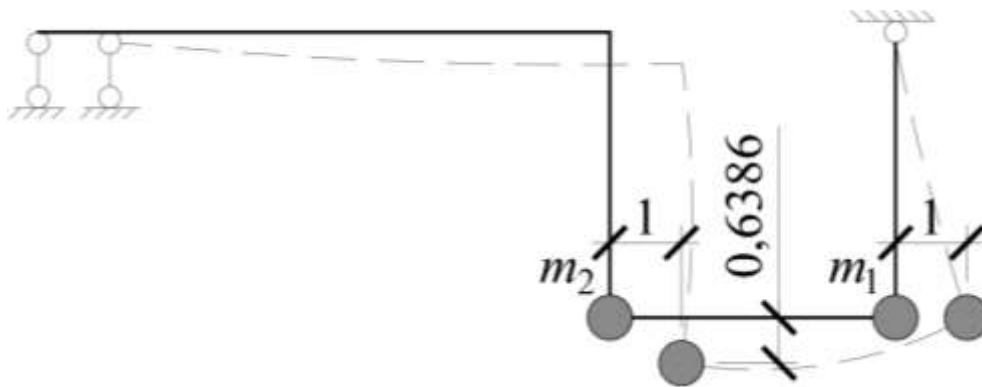
1.10. Перевірка ортогональності головних форм вільних коливань.

Сума добутків мас і відповідних амплітуд двох головних форм вільних коливань повинна дорівнювати 0.

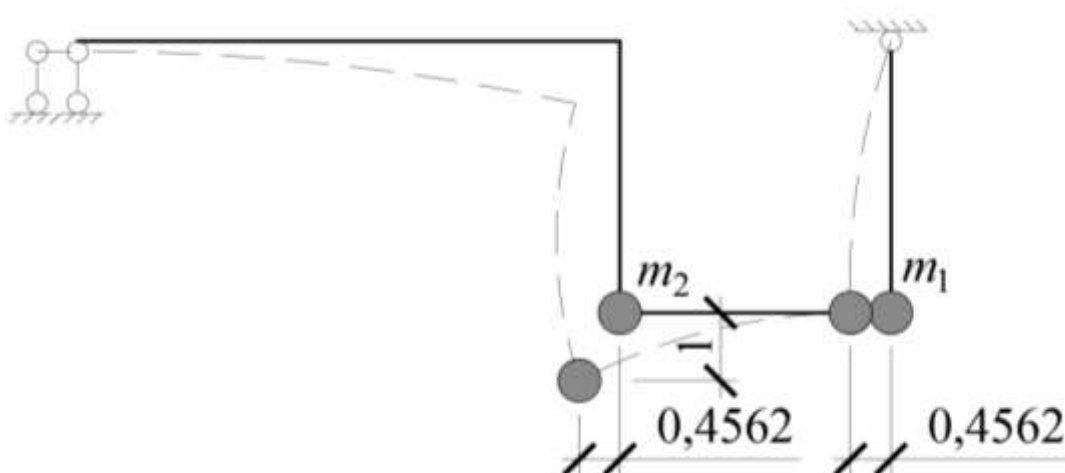
$$\sum_{j=1}^2 \tilde{m}_j \cdot a_{j1} \cdot a_{j2} = \tilde{m}_1 \cdot a_{11} \cdot a_{12} + \tilde{m}_2 \cdot a_{12} \cdot a_{22} = 5m \cdot 0,6386 \cdot 1 - 7m \cdot 1 \cdot 0,4562 = 3,193m - 3,1934m = 0,0004m \approx 0.$$

1.11. Побудова головних форм.

Перша головна форма вільних коливань.



Друга головна форма вільних коливань.



2. Розрахунок на змушені коливання

2.1. Система алгебраїчних рівнянь.

$$\left(\delta_{11} - \frac{1}{\tilde{m}_1 \theta^2}\right) B_1 + \delta_{12} B_2 + \delta_{1p} P_0 = 0,$$

$$\delta_{21} B_1 + \left(\delta_{22} - \frac{1}{\tilde{m}_2 \theta^2}\right) B_2 + \delta_{2p} P_0 = 0.$$

З урахуванням величин зведених мас

$$\left(\delta_{11} - \frac{1}{5m\theta^2}\right) B_1 + \delta_{12} B_2 + \delta_{1p} P_0 = 0,$$

$$\delta_{21} B_1 + \left(\delta_{22} - \frac{1}{7m\theta^2}\right) B_2 + \delta_{2p} P_0 = 0.$$

Тут B_1 і B_2 – невідомі амплітудні величини сил інерції, що діють в напрямках можливих переміщень і виражаються співвідношеннями

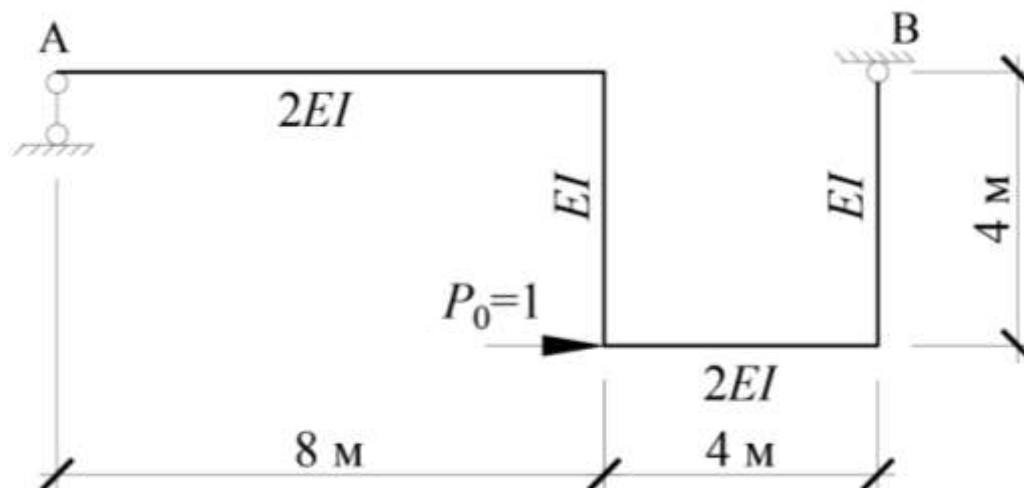
$$B_1 = \tilde{m}_1 A_1 \theta^2 = 5m A_1 \theta^2,$$

$$B_2 = \tilde{m}_2 A_2 \theta^2 = 7m A_2 \theta^2.$$

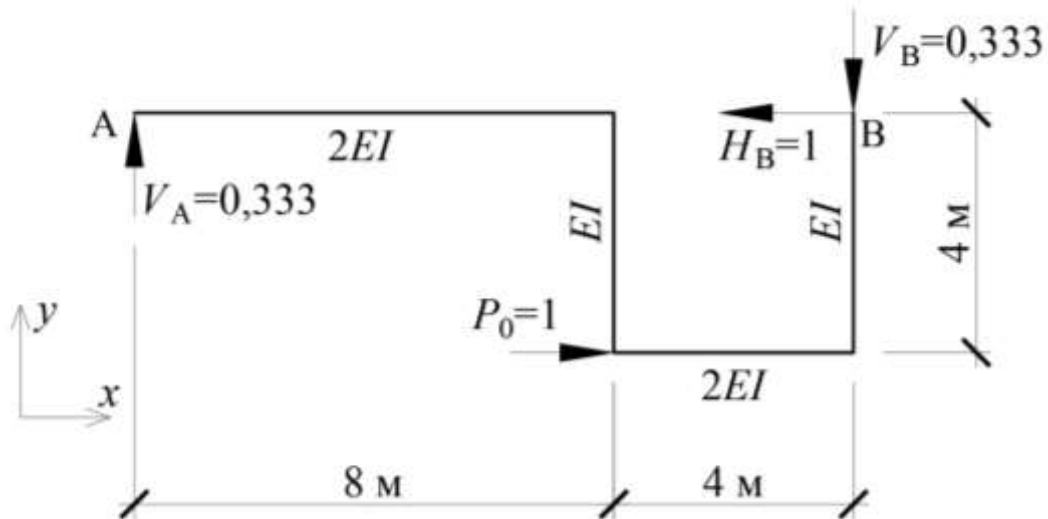
2.2. Коефіцієнти системи алгебраїчних рівнянь.

До системи рівнянь входять переміщення, які були обчислені під час розрахунку на вільні коливання і складають матрицю піддатливості.

Для обчислення вантажних коефіцієнтів δ_{1p} і δ_{2p} необхідно побудувати в рамі епюру M_p , зумовлену дією одиничного зовнішнього навантаження.



Обчислюємо опорні реакції від дії на раму сили $P_0 = 1$



$$\sum M_B = 0; V_A \cdot 12 - P_0 \cdot 4 = 0; V_A = \frac{4}{12} = 0,333;$$

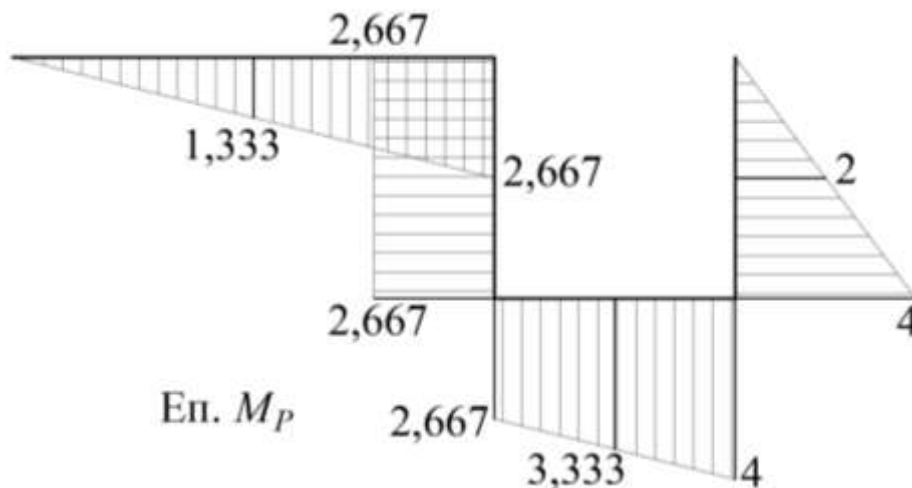
$$\sum M_A = 0; V_B \cdot 12 - P_0 \cdot 4 = 0; V_B = \frac{4}{12} = 0,333;$$

$$\sum F_X = 0; -H_B + F_2 = 0; H_B = P_0 = 1.$$

Перевірка:

$$\sum F_y = 0; V_A - V_B = 0,333 - 0,333 = 0.$$

Побудова епюри згинальних моментів M_p



Обчислюємо вантажні переміщення

$$\delta_{1p} = \sum \int_0^l \frac{M_1 M_p}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,667 + \frac{1}{EI} \cdot 4 \cdot 2,667 \cdot$$

$$\cdot 2,667 + \frac{4}{6 \cdot 2EI} \cdot (2,667 \cdot 2,667 + 4 \cdot 3,333 \cdot 1,333 + 4 \cdot 0) = \frac{46,23}{EI};$$

$$\delta_{2p} = \sum \int_0^l \frac{M_2 M_p}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,667 +$$

$$+ \frac{1}{EI} \cdot 4 \cdot 2,667 \cdot 2,667 + \frac{4}{6 \cdot 2EI} \cdot (2,667 \cdot 2,667 + 4 \cdot 3,333 \cdot 3,333 +$$

$$+ 4 \cdot 4) + \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{81,785}{EI}.$$

За умовою задачі $P_0 = 50\text{кН}$, циклічна частота змушених коливань.

$$\theta = 0,85\omega_1 = 0,85 \cdot 0,03726 \sqrt{\frac{EI}{m}} = 0,031671 \sqrt{\frac{EI}{m}},$$

$$\theta^2 = 0,001003 \frac{EI}{m}.$$

Для визначення головних коефіцієнтів системи обчислимо величини

$$\frac{1}{5m\theta^2} = \frac{1}{5m\theta^2 \cdot 0,001003 \frac{EI}{m}} = \frac{199,39}{EI}$$

$$\frac{1}{7m\theta^2} = \frac{1}{7m\theta^2 \cdot 0,001003 \frac{EI}{m}} = \frac{142,422}{EI}$$

2.3. Розв'язання системи алгебраїчних рівнянь.

Підставимо всі знайдені величини до системи рівнянь і, скоротивши на величину EI , одержимо

$$(42,677 - 199,39)B_1 + 46,23B_2 + 46,23 \cdot 50 = 0,$$

$$46,23B_1 + (81,785 - 142,422)B_2 + 81,785 \cdot 50 = 0,$$

остаточно отримаємо систему

$$-156,713B_1 + 46,23B_2 + 2311,5 = 0$$

$$46,23B_1 - 60,637B_2 + 4089,25 = 0$$

Розв'язавши систему, маємо:

$$B_1 = 44,697,$$

$$B_2 = 101,515.$$

Для перевірки підставимо знайдені величини до сумарного рівняння

$$-110,488B_1 - 14,407B_2 + 2311,5 = 0$$

$$-110,488 \cdot 44,697 - 14,407 \cdot 101,515 + 6400,75 =$$

$$= -6401,009 + 6400,75 = -0,259 \approx 0$$

2.4. Рівняння руху мас системи під час змушених коливань.

Амплітуди переміщення мас визначимо за формулами

$$A_1 = \frac{B_1}{\tilde{m}_1 \theta^2} = B_1 \frac{1}{5m\theta^2} = 44,697 \cdot \frac{199,39}{EI} = \frac{8912,13}{EI},$$

$$A_2 = \frac{B_2}{\tilde{m}_2 \theta^2} = B_2 \frac{1}{7m\theta^2} = 101,515 \cdot \frac{142,422}{EI} = \frac{14457,97}{EI}.$$

Таким чином, рух мас системи під час змушених коливань відбувається за такими законами

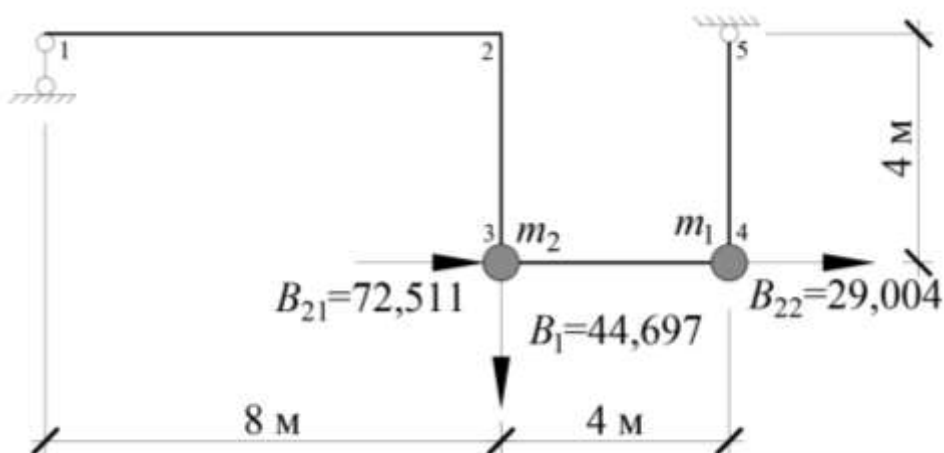
$$y_1 = \frac{8912,13}{EI} \sin \theta t;$$

$$y_2 = \frac{14457,97}{EI} \sin \theta t.$$

2.4. Побудова навантаженої схеми рами.

Перш ніж будувати епюри зусиль, необхідно показати всі сили, які діють на раму в процесі змушених коливань.

Схема амплітудних сил інерції і динамічного навантаження.



Під час побудови схеми спільною для обох мас сила інерції B_2 , розподілена між масами пропорційно їхнім величинам:

$$B_{21} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot B_2 = \frac{5m}{5m + 2m} \cdot 101,515 = 72,511 \text{ кН},$$

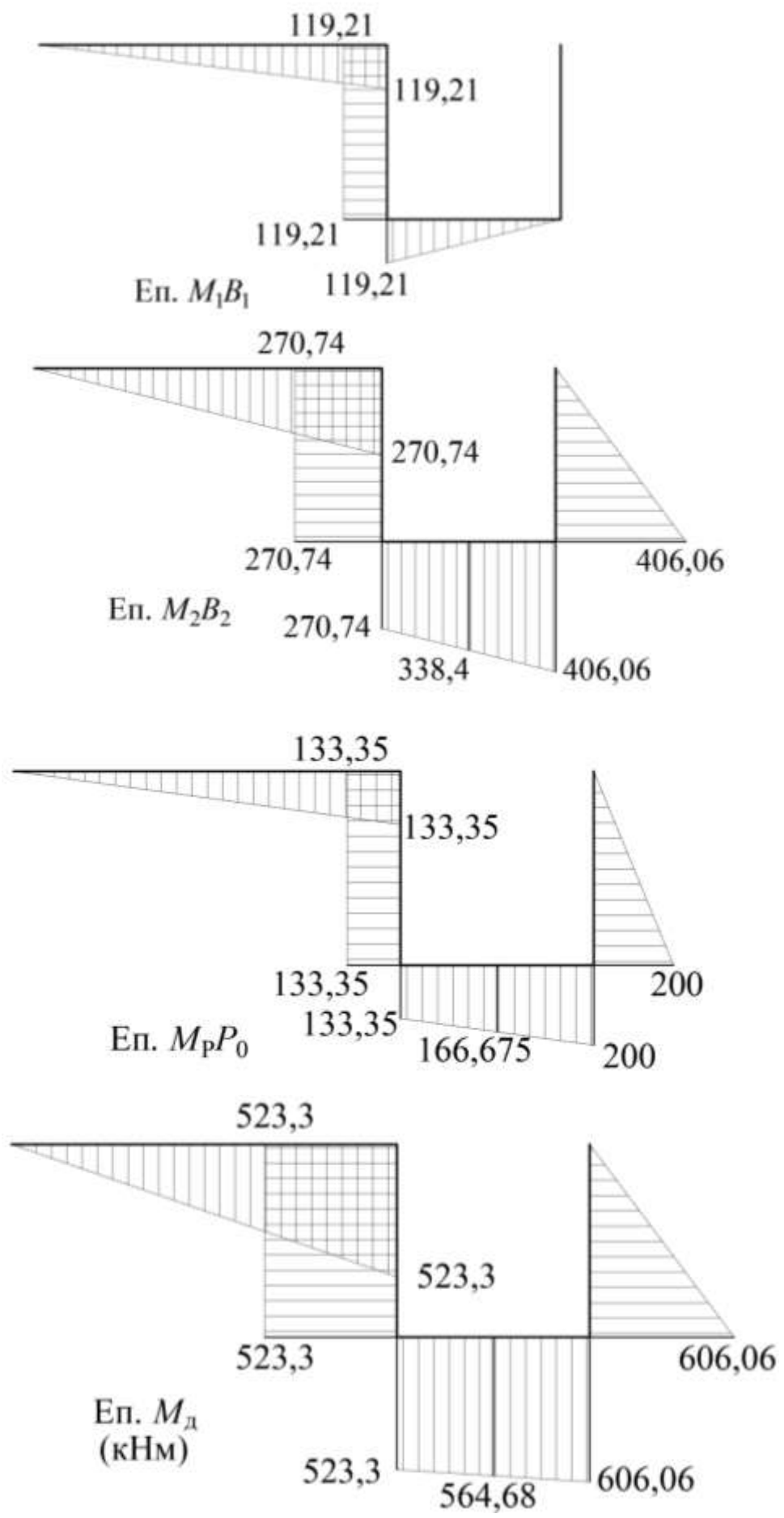
$$B_{22} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot B_2 = \frac{2m}{5m + 2m} \cdot 101,515 = 29,004 \text{ кН}.$$

2.5. Побудова динамічних епюр зусиль.

Динамічна епюра згинаючих моментів будується за формулою

$$M_d = M_1 B_1 + M_2 B_2 + M_p P_0$$

$$M_d = M_1 \cdot 44,697 + M_2 \cdot 101,515 + M_p \cdot 50$$



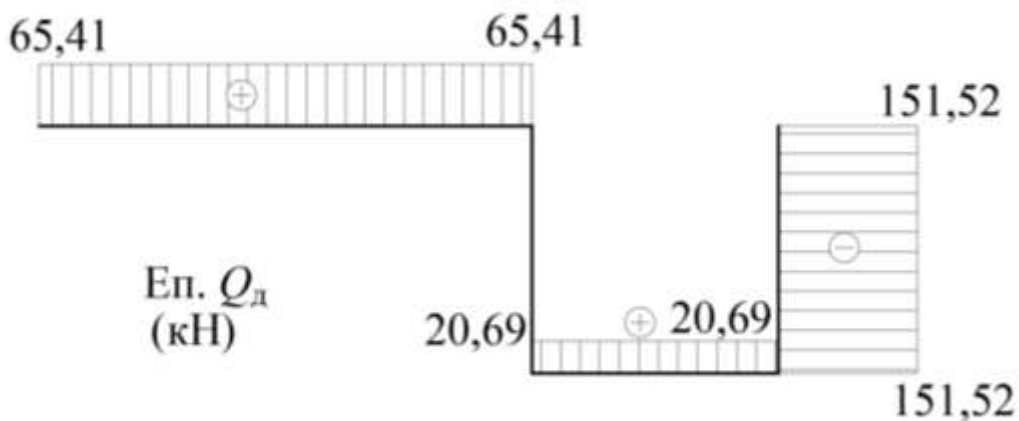
Динамічну епюру Q_d побудуємо на базі диференціальної залежності з епюрою M_d

$$Q_{1-2} = \frac{523,3}{8} = 65,41 \text{ кН},$$

$$Q_{2-3} = \frac{523,3 - 523,3}{4} = 0,$$

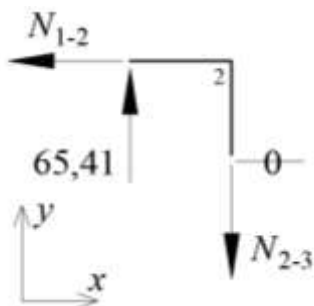
$$Q_{3-4} = \frac{606,06 - 523,3}{4} = 20,69 \text{ кН},$$

$$Q_{4-5} = -\frac{606,06}{4} = -151,52 \text{ кН}.$$



Динамічні поздовжні сили обчислюємо, виходячи з рівноваги елементів схеми:

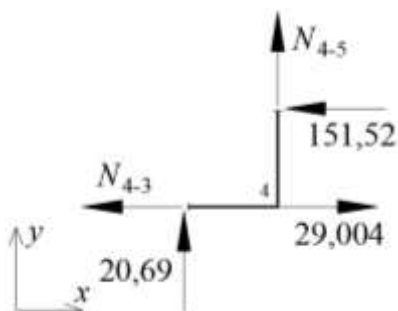
З умов рівноваги вузла 2 знаходимо.



$$\sum F_x = 0; N_{1-2} = 0;$$

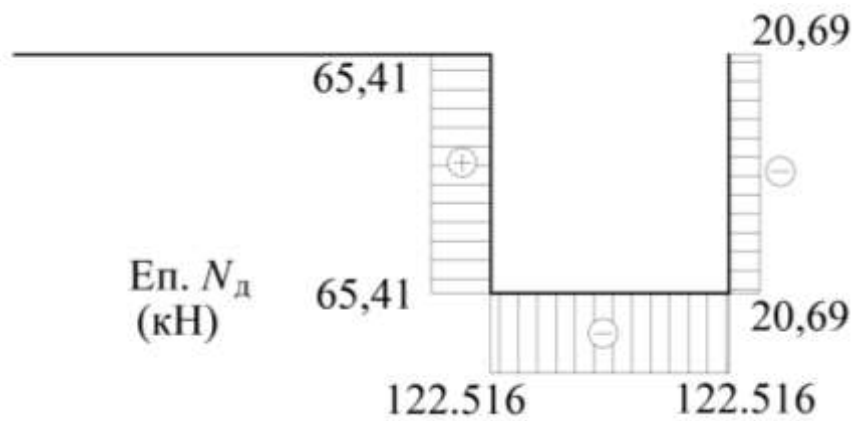
$$\sum F_y = 0; N_{2-3} = 65,41 \text{ кН}.$$

З умов рівноваги вузла 4.

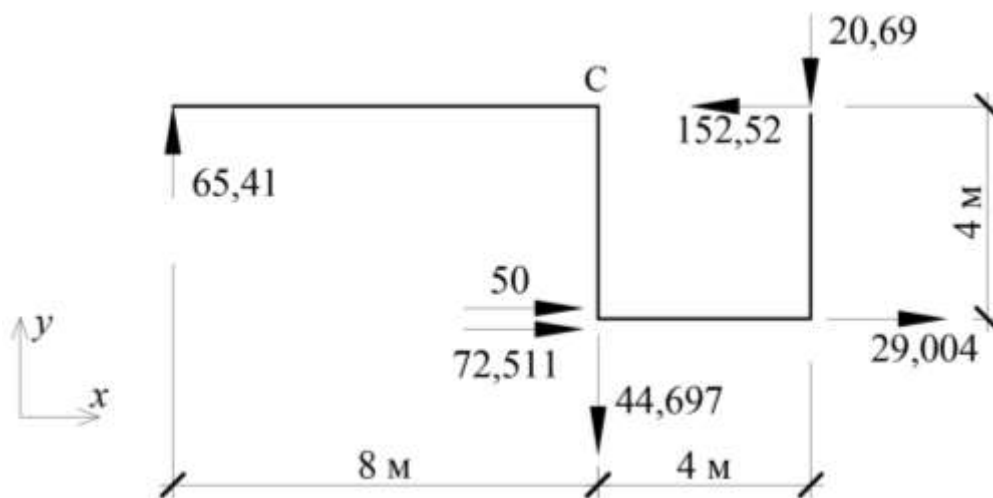


$$\sum F_x = 0; N_{4-3} = 29,004 - 151,52 = -122,516 \text{ кН};$$

$$\sum F_y = 0; N_{4-5} = -20,69 \text{ кН}.$$



2.6. Перевірка рівноваги всієї системи.



$$\sum F_x = 0; 50 + 72,511 + 29,004 - 151,52 = 0,005 \approx 0;$$

$$\sum F_y = 0; 65,41 - 44,697 - 20,69 = 65,41 - 65,387 = 0,023 \approx 0;$$

Похибка

$$\Delta = \left| \frac{65,41 - 65,387}{65,387} \right| \cdot 100\% = 0,035\%.$$

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0; & 65,41 \cdot 8 - 50 \cdot 4 - 72,511 \cdot 4 - 29,004 \cdot 4 + 20,69 \cdot 4 = \\ & = 606,04 - 606,06 = -0,02 \approx 0 \end{aligned}$$

2.7. Кінематична перевірка розрахунку.

Для перевірки порівняємо амплітудні переміщення мас ($A_1 = \frac{8912,13}{EI}$, $A_2 = \frac{14457,97}{EI}$) з відповідними переміщеннями, отриманими за формулою Мора

$$\Delta_{1д} = \sum \int_0^l \frac{M_{p1} M_d}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 523,3 + \frac{1}{EI} \cdot 4 \cdot 2,667 \cdot$$

$$\cdot 523,3 + \frac{4}{6 \cdot 2EI} \cdot (2,667 \cdot 523,3 + 4 \cdot 1,333 \cdot 564,68 + 0 \cdot 606,06) = \frac{8910}{EI};$$

Похибка

$$\Delta = \left| \frac{8910 - 8912,13}{8910} \right| \cdot 100\% = 0,02\%.$$

$$\Delta_{2д} = \sum \int_0^l \frac{M_{p2} M_{д}}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2,667 \cdot \frac{2}{3} \cdot 523,3 + \frac{1}{EI} \cdot 4 \cdot 2,667 \cdot$$

$$\cdot 523,3 + \frac{4}{6 \cdot 2EI} \cdot (2,667 \cdot 523,3 + 4 \cdot 3,333 \cdot 564,68 + 4 \cdot 606,06) +$$

$$+ \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 606,06 = \frac{14458,47}{EI};$$

Похибка

$$\Delta = \left| \frac{14458,47 - 14457,97}{14458,47} \right| \cdot 100\% = 0,003\%.$$

Список літератури

1. *Баженов В.А.* Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання : підручник / В.А. Баженов, А.В. Перельмутер. – Київ : ПАТ «ВІПОЛ», 2013. – 896 с.

2. *Баженов В.А.* Будівельна механіка. Комп'ютерний курс : підручник / В.А. Баженов, С.Я. Гранат, О.В. Шишов. – Київ : ПАТ «ВІПОЛ», 1999. – 584 с.

3. *Баженов В.А.* Будівельна механіка. Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування : навчальний посібник / В.А. Баженов, Г.М. Іванченко, О.В. Шишов та ін. – Київ : Каравела, 2013. – 439 с.

4. *Баженов В.А.* Будівельна механіка. Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування : навчальний посібник / В.А. Баженов, Г.М. Іванченко, О.В. Шишов. – Київ : Каравела, 2006. – 344 с.

ДЛЯ ПОДАТОК

Навчально-методичне видання

ДИНАМІЧНИЙ РОЗРАХУНОК РАМ

Методичні вказівки

до виконання розрахунково-графічної роботи для студентів спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія» освітньої програми «Промислове і цивільне будівництво»

Укладачі: **Андрієвський Віктор Петрович,**
Козак Андрій Анатолійович

Випусковий редактор *Л.С. Тавлуй*
Комп'ютерне верстання *Т.І. Кукарєвої*

Підписано до друку 25.10.2024. Формат 60 × 84_{1/16}
Ум. друк. арк. 1,39. Обл.-вид. арк. 1,5.
Електронний документ. Вид. № 116/III-24.

Видавець і виготовлювач
Київський національний університет будівництва і архітектури

Проспект Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03037

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р.