

Аналіз поширених геологічних моделей матеріалів

Євген Мішук, доцент, к.т.н., доцент, докторант ¹ (ORCID: 0000-0002-7850-0975),

¹ Київський національний університет будівництва і архітектури, проспект Повітряних сил 31, 03037, Україна

АНОТАЦІЯ

В роботі виконаний аналіз геологічних моделей матеріалів, які використовуються при дослідженні поведінки середовища за умов взаємодії з робочими органами будівельних машин. Наведено графічне представлення опису моделі ґрунту та піни та представлена функція текучості, яка описує дану модель. Для моделі псевдо-тензора наведено графічне представлення, яке відображає два режими роботи моделі в залежності від фізичних властивостей матеріалу. Геологічна модель представляє із себе один із підвидів моделі геологічної шапки і використовується при вирішенні геотехнічних проблем, а також при моделюванні таких матеріалів, як бетон. Графічне представлення геологічної моделі описується трьома кривими, функції, яких наведені в роботі.

Ключові слова: псевдо-тензор, інваріант, тензор, границя текучості, пластична деформація, руйнування, зміцнення.

1. ВСТУП

На сьогодні існує ряд класичних реологічних моделей, які використовуються при дослідженні моделі системи машина – робоче середовище. До таких моделей відносяться наступні моделі: Гука, Сен-Венана, Ньютона, Прандтля, Максвелла, Фойгта, Кельвіна, Бінгама, Шведова [1]. З розвитком комп'ютеризованих систем, моделі машин стали більш складними. Разом із цим ускладнюються і реологічні моделі робочого середовища. Поширеними моделями для опису геологічних порід є [2]: 1) ґрунту та піни; 2) Псевдо – Тензор; 3) Геологічна; 4) Швера-Мюррея; 5) Континуальна поверхня шапки; 6) Кулона-Мора; 6) З'єднаного каменю.

2. МЕТА РОБОТИ

Аналіз фізичних моделей робочого середовища для подальшого опису та визначення раціональних параметрів взаємодії з робочими органами дробильних машин.

3. ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Модель ґрунту та піни. Є відносно простою моделлю для опису ґрунтів, бетону або деформованої піни [3]. Функція текучості описується наступним рівнянням:

$$\psi = I_2 - (a_0 + a_1 p + a_2 p^2), \quad (1)$$

де p – тиск; a_0, a_1, a_2 – константи; I_2 – другий інваріант девіаторного тензора напружень. Поведінка моделі є наступною – на початкових етапах навантаження при малих деформаціях модель поводить себе лінійно-пружно. При збільшенні рівня деформації перетворюється в нелінійну модель.

Якщо в деякому наближенні враховувати, що при заповненні камери дроблення кожен матеріал перебуває під дією тривісного напруженого стану. За таких умов другий інваріант девіаторного тензора напружень можна визначити:

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{2\sigma_x - \sigma_z}{3} \right)^2 + \left(\frac{3\sigma_y - \sigma_x - 2\sigma_z}{3} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{3} \right)^2 \right], \quad (2)$$

де $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – напруження по відповідним вісям.

Невідомі коефіцієнти a_0, a_1, a_2 в (1) визначаються на основі графіка залежності значень другого інваріанта девіаторного тензора I_2 від середнього напруження σ_x .

Залежність тиску від зміни об'єму матеріалу зображена на рис. 1.

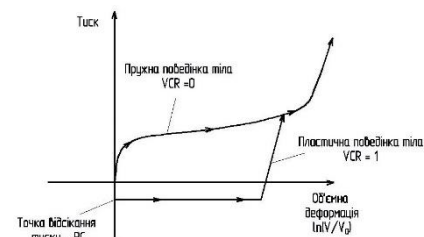


Рисунок 1. Залежність тиску від зміни об'єму для матеріалу ґрунту та піни

Модель псевдо – тензор. Модель матеріалу, яка була створена для аналізу заглиблених сталевих залізобетонних конструкцій, що піддають імпульсним навантаженням [4]. Ця модель має два режими в залежності від фізичних властивостей матеріалу. Перший режим – звичайна крива текучості, другий режим – включає дві криві текучості, які функціонально залежать від тиску, а також включає параметри перемикання між кривими. Для обох режимів є варіант задання кривої навантаження, яка є коефіцієнтом швидкості деформації для кривої пластичності, рис. 2.

Другий режим є поєднання двох моделей – руйнування та пошкодження. Цей режим використовує дві криві текучості в залежності від тиску в наступному вигляді:

$$\sigma_y = a_0 + \frac{p}{a_1 + a_2 p}. \quad (3)$$

Перша крива текучості найкраще описує максимальну межу текучості, в той час друга крива більш краще описує руйнування матеріалу. Тут є чимала кількість варіацій задання відповідної кривої для матеріалу [5]. Поширеними варіаціями є: 1) Просте руйнування внаслідок розтягу; 2) Руйнування внаслідок розтягу плюс масштабування пластичної деформації; 3) Руйнування внаслідок розтягу із масштабуванням пошкоджень.

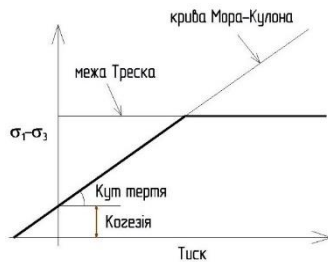


Рисунок 2. Крива Кулона-Мора з межею Треска

Модель руйнування внаслідок розтягу плюс масштабування пластичної деформації полягає у введенні масштабного фактору η , як функції ефективної пластичної деформації. Програмно спочатку розраховується коефіцієнт η , а потім визначається границя текучості на основі наступної залежності:

$$\sigma_{ii} = \sigma_b + \eta(\sigma_{max} - \sigma_b), \quad (4)$$

де σ_{max} та σ_b визначається на основі залежності (3).

Руйнування внаслідок розтягу із масштабуванням пошкоджень. Зміна границі текучості, як функції пластичної деформації виникає через фізичні механізми такі як внутрішнє розтріскування. Для врахування цього явища вводиться функція «пошкодження», яка має наступний вигляд:

$$\lambda = \int_0^{ep} \left(1 + \frac{p}{\sigma_n}\right)^{-b_1} d\epsilon^p, \quad (5)$$

Геологічна модель. Дана модель представляє із себе один із підвидів моделі геологічної шапки і використовується при вирішенні геомеханічних проблем, а також при моделюванні таких матеріалів, як бетон. За базу в моделі взято теорію геологічної шапки до якої імплементовано теорію, що описує нелінійне кінематичне зміцнення. На рис. 3 зображена графічна інтерпретація геологічної моделі.

Математичне формулювання моделі представленої на рис. 3 наводиться в термінах інваріантів тензора напружень. Квадратний корінь другого інваріанту тензора девіатора напружень визначається наступним чином:

$$\sqrt{J_{2D}} = \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}}, \quad (6)$$

Геологічна модель (рис. 3) описується трьома різними поверхнями. Перша поверхня (f_1) є крива поверхневого руйнування. Функція першої кривої записується наступним чином:

$$f_1 = \sqrt{J_{2D}} - \min[F_c(J_1), T_{mises}], \quad (7)$$

де $F_c(J_1) = \alpha - \gamma \exp(-\beta_1 J_1) + \theta J_1$; $T_{mises} = |X(\kappa_n) - L(\kappa_n)|$; κ – параметр зміцнення.

Поверхня f_1 є фіксованим простором який не зміцнюється, якщо не має кінематичного зміцнення.

Поверхня f_2 представляє геологічну шапку і функціонально записується наступним чином:

$$f_2 = \sqrt{J_{2D}} - F_c(J_1, \kappa), \quad (8)$$

де $F_c(J_1, \kappa) = \frac{1}{R} \sqrt{[X[\kappa] - L(\kappa)]^2 - [J_1 - L(\kappa)]^2}$.

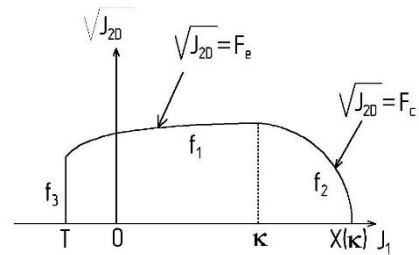


Рисунок 3. Крива, яка описує геологічну модель

Третя поверхня є поверхня зрізу напруження, яка визначається наступною функцією:

$$f_3 = T - J_1, \quad (11)$$

де T – вхідний параметр матеріалу, який визначає його максимальний гідростатичний натяг.

4. ВИСНОВОК

Розглянуто три поширені моделі, які використовують для опису геологічних порід. Перевагами моделі ґрунт та піна є відносна простота визначення необхідних параметрів. Модель ідеально підходить для опису навантаженого стану пружно-пластичних середовищ, а особливо ґрунтів. Модель псевдо-тензор в першому режимі та в поєднанні із відповідними рівняннями стану підходить для опису взаємодії ґрунту із залізобетонною конструкцією. В режимі 2 модель псевдо-тензор підходить для опису матеріалів, які деформаційно-зміцнюються або деформаційно-розм'якшуються. До таких середовищ можна віднести бетон. Перевагами геологічної моделі є можливість контролювати величину розширення, що виникає під дією зсувного навантаження та моделювати пластичні ущільнення.

Список літератури

- [1] Назаренко І. І. Машини для виробництва будівельних матеріалів: підручник. Київ : КНУБА, 1999. 488 с.
- [2] Sandler I. S. Rubin D. An Algorithm and a modular subroutine for the cap model Int'l. J. Numer. Analy. Meth. Geomech. 1979. Vol. 3. P. 173-186.
- [3] Simo J. C., Kennedy J. G. and Govindjee S. Non Smooth multisurface viscoplasticity: Loading unloading conditions and numerical algorithms. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1988. Vol. 26. P. 2161 - 2185.
- [4] Simo J. C., Ju K. S. Pister and Taylor R. L. Assessment of cap model: consistent return algorithms and rate dependent extension. *Journal of Engineering Mechanics*. 1988. Vol. 114. P. 191-218.
- [5] Chen W., Baladi G. Y. Soil Plasticity: Theory and Implementation. 1985.