

УДК 539.3

Шульга М.О., д-р фіз.-мат. наук,
Безверхий О.І., канд. фіз.-мат. наук,
Корнієнко В.Ф., канд. техн. наук.

ДИНАМІКА РОЗГАЛУЖЕНОЇ ДИСКРЕТНО- КОНТИНУАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ПРИ ЗМІНІ ШВИДКОСТІ БУКСИРУВАННЯ НА ХВИЛЯХ

Вступ. Різноманітні розгалужені підводні буксирівані системи (ПБС) широко застосовуються при проведенні оглядів акваторій, розвідки і обслуговування підводних родовищ, тралового лову риби і т.д. [7,9]. Одним з елементів, який істотно впливає на динаміку таких систем, є наявність підтримуючого буя. При маневрах на хвилях динамічні натяги досягають величин, співмірних з навантаженнями на тихій воді, що необхідно враховувати при виборі коефіцієнта запасу міцності. Крім того, при виконанні маневрів необхідно вибрати рух буксиру так, щоб мінімізувати час маневру і зберегти працездатність ПБС [9]. Для надійної і стабільної роботи таких систем на хвилях необхідне вивчення динамічної поведінки як системи в цілому, так і її окремих елементів, тому, що виникаючі в окремих елементах гнучких конструкцій ненапружені ділянки приводять до появи ривків і вібрацій у всій системі. Для зменшення дії ривків і вібрацій в таких системах доцільне використання тросів з в'язкопружними і нелінійно-пружними характеристиками.

1. Постановка задачі. Для опису руху ПБС у воді виберемо на буксиріваній системі послідовність точок так, щоб деякі з них співпадали з точками кріплення боксів з апаратурою, буйків і т.д. Координати точок в нерухомій системі координат $Ox_1x_2x_3$ будуть x_{ki} . Хай в деяких точках $P_{k(i)}$ задані динамічні умови, тобто прикладені зосереджені сили $\vec{F}_{k(i)}^0 = \vec{F}_{k(i)}^0(t)$, $i = \overline{1, N}$, а в точках $P_{l(i)}$, $\{l = \overline{1, N}\}$ знаходяться тіла компактної форми, так що їх можна вважати матеріальними точками, на які діють сили. До того ж в деяких точках $P_{m(i)}$, $\{m = \overline{1, N} | k(i)\}$ задані кінематичні умови (закони руху буксирівочних кінців) $\vec{R}_{m(i)}^0 = \vec{R}_{m(i)}^0(t)$.

Значна зміна форми конструкції під час руху приводить до необхідності роздільного розгляду її зовнішньої і внутрішньої геометрії, приймаючи для їх визначення підходи Ейлера і Лагранжа відповідно [5]. Зовнішню геометрію визначимо в нерухомій системі координат $Ox_1x_2x_3$ внутрішню -

лагранжевою координатою l – довжина нитки, вимірюваної від деякої фіксованої точки P_0 до поточної точки P .

Запишемо рівняння руху розгалуженої системи тіл з'єднаних гнучкими елементами в нерухомій прямокутній системі координат $Ox_1x_2x_3$.

Використовуючи методику запропоновану в роботах [3,10] і вибравши за узагальнені координати просторові координати точок дискретизації, рух гнучкого елемента між суміжними точками дискретизації P_i і P_j можна записати через радіус-вектор

$$\bar{R}_{ij} = \sum_{k=1}^3 R_{kij} \bar{e}_k, \quad (1)$$

де R_{ij} – функції що виражають зв'язок довжин осі гнучкого елемента і координат точок дискретизації.

Запишемо узагальнені внутрішні сили для гнучких елементів (нелінійно, непотенціально пружних з односторонньою роботою) залежність між натягом та відносним видовженням можна зобразити у вигляді

$$T = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \cdot H(\varepsilon) \quad (2)$$

де $\varepsilon = \frac{ds - d\ell}{d\ell} = \left| \frac{\partial \bar{R}}{\partial \ell} \right| - 1$ - відносне видовження, $H(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \varepsilon > 0 \\ 0 & \varepsilon \leq 0 \end{cases}$ - функція

Хевісайда.

$$\begin{aligned} Q_{ij}^s &= \int_0^{L_{ij}} f(\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}) H(\varepsilon_{ij}) \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial x_{kp}} ds = \\ &= \int_0^{L_{ij}} f \left(\left(\left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| - 1 \right), \frac{\partial \left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right|}{\partial t} \right) \times H \left(\left(\left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| - 1 \right) \right) \frac{\partial \left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right|}{\partial x_{kp}} \cdot \left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| d\ell. \end{aligned}$$

Запишемо узагальнені зовнішні сили:

$$Q_{ij}^z = \int_0^{L_{ij}} \bar{f}_{ij} \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial x_{kp}} \cdot ds = \int_0^{L_{ij}} (\bar{f}_{ij}^p + \bar{f}_{ij}^m) \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial x_{kp}} \cdot \left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| \cdot dl;$$

$\bar{f}_{ij}^p = \int_{P_{ij}} \bar{F}_{ij} dp$ – розподілена поверхнева сила;

$$\bar{f}_{ij}^m = \iint_{F_{ij}} \bar{P}_{ij} dF_{ij} - \text{розподілена масова сила.}$$

Використовуючи вирази для кінетичної енергії та її похідних, а також узагальнених сил, що діють на гнучкі елементи конструкції, а також кінетичної енергії та її похідних, а також узагальнених сил, що діють на тверді тіла, рівняння руху розгалуженої системи набуде вигляду

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \sum_{ij} L_{ij} \left\{ m_{ij} \ddot{\bar{R}}_{ij} \frac{\partial \dot{\bar{R}}_{ij}}{\partial \dot{x}_{kp}} - m_{ij} \dot{\bar{R}}_{ij} \frac{\partial \dot{\bar{R}}_{ij}}{\partial x_{kp}} + \right. \\ & + f \left(\left(\left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| - 1 \right), \frac{\partial}{\partial t} \left(\left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| \right) \right) H \left(\left(\left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| - 1 \right) \left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| \frac{\partial}{\partial x_{kp}} \left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| + \right. \\ & \left. + \left(\bar{f}_{ij}^p - \bar{f}_{ij}^m \right) \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial x_{kp}} \left| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial \ell} \right| \right\} d\xi + \sum_s m_{Ts(i)} \delta_p^{s(i)} \ddot{\bar{R}}_{Ts(i)} \bar{e}_k - \sum_s \delta_p^{s(i)} \bar{F}_{Ts(i)} \bar{e}_k = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

де $p = \overline{0, N}$; $k=1,2,3$; $\xi = \frac{1}{L_{ij}}$.

Разом з початковими умовами $\bar{R}_i|_{t=0} = \bar{R}_T$; $\dot{\bar{R}}_i|_{t=0} = \dot{\bar{R}}_T$ одержимо задачу динаміки розгалуженої системи тіл з'єднаних гнучкими елементами.

Використовуючи запропоновану методику, запишемо систему рівнянь руху розгалуженої просторової дискретно-континуальної конструкції з гнучкими протяжними в'язкопружними елементами в рідині. Залежність між натягом і відносним видовженням для таких гнучких елементів можна представити в вигляді $T = C_E \epsilon + C_{E2} \epsilon^2$. На гнучкий елемент діють також розподілені поверхневі сили: гідродинамічного опору, інерції приєднаної маси рідини, що залучається в сумісний рух, а також розподілені об'ємні сили: ваги та сила Архімеда [8]. На тверді тіла діють сили: гідродинамічного опору, інерції приєднаної маси рідини, що залучається в сумісний рух, а також об'ємні сили: ваги та сила Архімеда. Тоді система рівнянь руху такої конструкції набуде вигляду

$$\int_0^1 \sum_{ij} L_{ij} \left\{ m_{ij} \ddot{\bar{R}}_i \frac{\partial \dot{\bar{R}}_{ij}}{\partial \dot{x}_{kp}} - m_{ij} \dot{\bar{R}}_{ij} \frac{\partial \dot{\bar{R}}_{ij}}{\partial x_{kp}} - m_{aij} \left(\dot{\bar{V}} - \ddot{\bar{R}}_{ij} \right) \left| \bar{v}_{ij} \right| \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial x_{kp}} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(C_{Eij} \left(|\bar{\tau}_{ij}| - 1 \right) + C_{E2ij} \left| \dot{\bar{\tau}}_{ij} \right| \right) \bar{\tau}_{ij} \left| \frac{\partial}{\partial x_{kp}} \left(|\bar{\tau}_{ij}| \right) \right| + \\
& + \left\{ \left(\rho_c F_{ij} \left| \bar{\tau}_{ij} \right| - m_{ij} \right) \bar{g} - \frac{C_{\dot{a}ij}}{\left| \bar{\tau}_{ij} \right|} \left| \bar{\tau}_{ij} \right| \left(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij} \right) \bar{\tau}_{ij} \left[\left(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij} \right) \bar{\tau}_{ij} \right] \frac{1}{\left| \bar{\tau}_{ij} \right|^2} - \right. \\
& - \left. \frac{C_{ni}}{\left| \bar{\tau}_i \right|} \left| \bar{\tau}_{ij} \right| \times \left(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij} \right) \left[\left(\left(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij} \right) \left| \bar{\tau}_{ij} \right|^2 - \bar{\tau}_{ij} \left[\left(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij} \right) \right] \bar{\tau}_{ij} \right) \frac{1}{\left| \bar{\tau}_{ij} \right|^2} \right] \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial x_{kp}} \right\} d\xi + \\
& + M_{Tp} \ddot{\bar{R}}_{Tp} \frac{\partial \bar{R}_{Tp}}{\partial \dot{x}_{kp}} + \left[\bar{g} \left(M_{Tp} - \rho_c V_{Tp} \right) + C_{Tp} \rho_c F_{Tp} \left| \bar{V} - \dot{\bar{R}}_{Tp} \right| \left(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{Tp} \right) \right] + \\
& + \rho_c \lambda_{Tp} V_{Tp} \frac{\partial^2 \left(\bar{V} - \bar{R}_{Tp} \right)}{\partial t^2} \left. \right] \frac{\partial \bar{R}_{Tp}}{\partial x_{kp}} = 0, \quad (4)
\end{aligned}$$

де $p = 0, N/r(i); k=1,2,3; \bar{\tau}_{ij} = \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial l}; \xi = \frac{1}{L_{ij}}$.

І, разом з початковими умовами $\bar{R}_i|_{t=0} = \bar{R}_T; \dot{\bar{R}}_i|_{t=0} = \bar{V}_T$, одержимо задачу динаміки розгалуженої дискретно-континуальної системи в рідині.

Для розв'язку цієї задачі систему нелінійних рівнянь в частинних похідних (11) зведемо при допомозі локальних параметричних сплайнів до задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь [2,6]. Розрахункову систему рівнянь $3(N+1) - r$ звичайних диференціальних рівнянь другого порядку відносно x_{kj} можна подати в вигляді:

$$[\ddot{x}_{kp}] [M] = \Phi(x_{kp}, \dot{x}_{kp}). \quad (5)$$

Для чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь, систему рівнянь руху (5) необхідно привести до нормального виду. Так як елементи матриці M залежать від шуканих функцій, то процес нормалізації необхідно проводити на кожному кроці за часом. Але, так як матриця M є розрідженою, то при її розв'язку методами виключення деякі елементи матриці, що до розв'язку були нульовими, перестають бути рівними нулю. Використовуючи перестановки стовпців і рядків матриці, можна скоротити кількість ненульових елементів при факторизації, які з'являються. Найкращі результати, з погляду мінімального числа ненульових елементів і, як наслідок, часу розв'язку перетвореної системи, одержані для пе-

рестановки, що була отримана при використанні алгоритму мінімального ступеня [3] Розв'язок нормалізованої нелінійної задачі Коші (12) знаходимо чисельно, користуючись багатокроковими методами типу предиктор-коректор [10,5].

2. Аналіз динаміки системи. Використовуючи запропонований алгоритм, розглянемо буксирування системи яка складається з двох гілок траплення, які розтягуються в протилежні сторони при допомозі вертикальних крил відвідників, що мають постійну силу F_0 відведення, направлену перпендикулярно до лінії буксирування в різні боки, підтримуючого буя який кріпиться до точки розгалуження, на хвилюванні рис. 1.

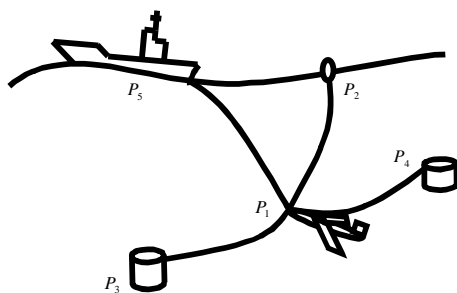


Рис. 1

Конкретні розрахунки проводилися для таких параметрів ПБС довжина буксирного кінця до точки розгалуження 200м, довжини відвідників по 100м, підтримуюча гілку завдовжки 100м. Початок системи координат сумісно з точкою кріплення буксира. Задамо напрям осі Ox_1 проти ходу

хвиль, осі Ox_3 - проти напрямку вектора \vec{g} , а вісь Ox_2 направлена так, щоб доповнювала трійку правої системи координат. Тоді закон руху буксированого кінця прийме вигляд:

$$\begin{aligned} x_{15} &= V_b t_H + x_H & x_{25} &= 0 & x_{35} &= 0 \\ \dot{x}_{15} &= V_b & \dot{x}_{25} &= 0 & \dot{x}_{35} &= 0, \\ \ddot{x}_{15} &= 0 & \ddot{x}_{25} &= 0 & \ddot{x}_{35} &= 0 \end{aligned}$$

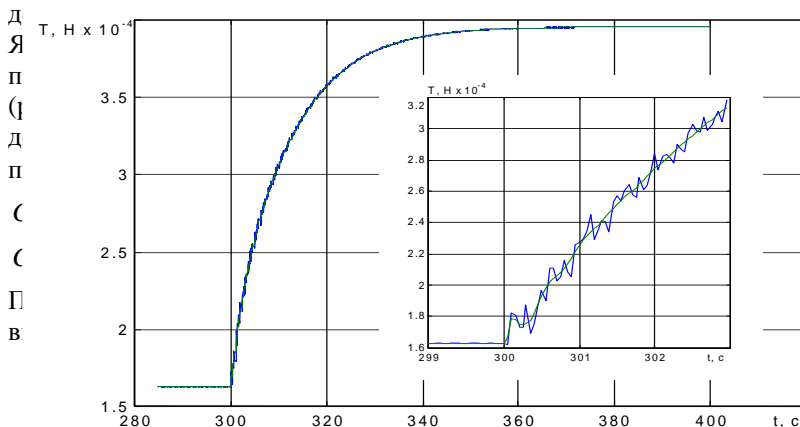


Рис. 2

Розглянемо зміну натягнення в різних точках конструкції ПБС в часі при зміні швидкості буксирування, коли хвилювання відсутнє (на тихій воді). На рис. 2 представлені зміни натягнення при східчастій зміні швидкості буксирування з $V_b = 1$ м/с на $V_b = 3$ м/с у момент часу рівний 300 секунд в точці кріплення буйка. З малюнка можна зробити висновок, що при миттєвій зміні швидкості натягнення значно збільшується, причому в початковий момент збільшується сходинкою, а потім плавно виходить на новий стаціонарний рух. На укрупненому фрагменті видно, що вязкоупругість добре згладжує вібрації, що виникають в пружному тросі. Розглянемо зміну натягу в різних точках конструкції ПБС в часі при зміні швидкості буксирування.

На рис. 3 представлені зміна натягу при сходинковій зміні швидкості буксирування з $V_b = 1$ м/с на $V_b = 4$ м/с у момент часу рівний 300 секунд у корінному кінці (точці буксирування) (крива 1), у точці кріплення відвідника (крива 2) та у точці кріплення бую (крива 3), при хвилях з періодом $T_w = 5,6$ с. З малюнка можна зробити висновок, що зміна натягнення носить самий різний характер. Так в корінному кінці при зростанні швидкості буксирування ростуть як самі значення натягу так і амплітуда зміни натягу $T_a = T_{\max} - T_{\min}$. В точці ж кріплення відвідника характер пведінки натягу такий же самий. В точці кріплення бую середнє значення натягу спочатку сильно зростає, а потім зеншується до величин трохи більших чим до зміни швидкості, а амплітуда суттєво зростає. Причому як в корінному кінці так і біля відвідника спостерігаються ривки. Такі ж закономірності зберігаються для середніх значень натягнення і амплітуд і при інших зростаннях швидкості буксирування, тоді як для T_{\max} таких закономірностей немає.

На рис. 4 представлені переміщення по глибині (координата x_3) точки кріплення бую системи при хвилях з періодом $T_w = 5,6$ с

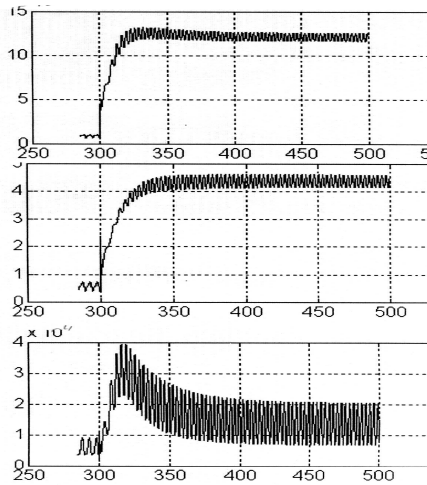
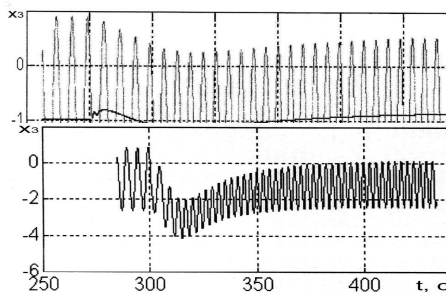


Рис. 3



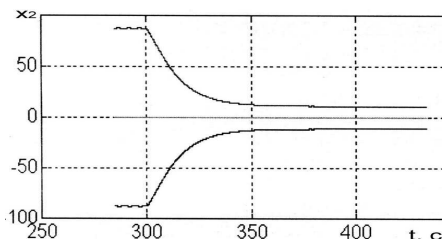


Рис. 6

і при зміні швидкості буксирування з 1м/с до 2м/с у момент часу рівний 300 секунд (1 - без хвилювання, 2 - на хвилях), бачимо, що амплітуда коливачь буя при збільшенні швидкості буксировки зменшилась, і притоплення буя зменшилось. При зміні швидкості буксирування з 1м/с до 4м/с амплітуда коливачь буя також зменшилась, але притоплення збільшилось, що слідує із рис. 5 де представлени переміщення по глибині (координата x_3) точки кріплення буя системи при хвилях з періодом $T_W = 5,6$ с.

Представлені на рис. 6 переміщення відвідників (точки P_3 P_4 в площині x_1/x_2 при переході з $V_b = 1$ м/с на 4м/с показує значне звуження зони захвату тралення.

Поява ривків спостерігається як при сходянковому збільшенні швидкості буксирування так і при її зменшенні.

Запропонований спосіб розрахунку динаміки посторових розгалужених буксированих структур дозволяє визначити кінематичні і силові характеристики конструкції під дією хвилювання з врахуванням розслаблення в окремих її елементах. Проведений аналіз дозволяє зробити такі висновки: вязкоупругость впливає тільки при різкій зміні швидкості буксировання і практично не впливає при буксированні на регулярному морському хвилюванні, тобто коли немає ривків.

1. *Безверхий А.И.* О колебаниях заякоренного буя на волнении. //Прикладная механика, N4, 1998, с.112-118.
2. *Безверхий А.И., Корниенко В.Ф., Шульга Н.А.* Влияние вязкоупругости троса на динамику подводной буксированной системы с поддерживающим бумом // Прикладная механика, 2001. - 37. - № 8. - С. 99-104.
3. *Безверхий О.И., Корниенко В.Ф.* Колебания розгалуженных систем заякорення з односторонньою роботою під дією зовнішнього середовища // Опір матеріалів і теорія споруд - К.: КНУБА, 2003. - Вип. 73. - С. 52-64.
4. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М., 1987. - 542с.
5. *Гуляев В.И.* Динамика упругих систем при сложном движении // Прикладная механика, 2003. - 39. - № 5. - С. 28-52.
6. *Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л.* Методы сплайн-функций. М., 1980. - 352 с.
7. *Егоров В.И.* Подводные буксированные системы - Л: Судостроение, 1981. - 304 с.
8. *Ньюмен Дж.* Морская гидродинамика. Л., 1985. 368 с.
9. *Поддубный В.И., Шамарин Ю.Е., Черненко Д.А., Астахов Л.С.* Динамика подводных буксированных систем. - Л: Судостроение, 1995. - 200 с.

10. Шульга М.О., Безверхий О.І., До розрахунку динамічних задач для дискретно-континуальних гнучких одномірних систем з непотенціальними деформативними характеристиками // Доповіді НАН України, 2004, № 8. – С. 59-63

Робота виконується за підтримки Фонда фундаментальних досліджень Міністерства освіти і науки України (проект № 01.07/00076 “НЕЛКО”).

Матеріал надійшов до редакції 23.08.04.