УДК 539.3

В.І. Гуляєв, д-р техн. наук
Л.В. Гловач, канд. техн. наук

СТІЙКІСТЬ КОЛИВАНЬ ЛОПАТЕЙ РОТОРІВ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК ПРИ СКЛАДНОМУ ОБЕРТАННІ

Досліджуються нелінійні коливання лопатей вітроенергетичних установок, обумовлених силами інерції, які виникають при складному русі. Побудовані рівняння руху лопатей. Методами теорії стійкості періодичних процесів виконано аналіз біфуркаційних станів коливань.

Вступ. Останнім часом у світі все актуальнішою стає проблема енергетичного забезпечення. Вона тісно переплітається з питаннями екології та ощадливого використання наявних ресурсів. Серед альтернативних джерел енергії особливе місце належить енергії повітряних мас, яка є доволі поширеною у світовій практиці. В індустріальних країнах вітроенергетика розвивається здебільшого в напрямі створення вітроенергетичних установок великої і середньої потужності. В Україні цей напрям також дістав суттєвого розвитку і впровадження. Однак специфікою повітряних потоків України є їхня мала питома потужність, що не дає змоги широко використовувати досвід світової практики будівництва вітроенергетичних установок (ВЕУ). Саме через це актуально розробляти дешеві вітряки малої одиничної потужності, які працюють при слабких середньорічних вітрах. Перспективність і актуальність створення ВЕУ малої потужності посилюється в Україні у даний час через неякісне і нестабільне енергозабезпечення населення наявним енергокомплексом, особливо у сільській місцевості, а також розвитком дачного будівництва, фермерських господарств і наявністю великої кількості інших дрібних споживачів. Проведені маркетингові дослідження ринку вітроенергетичного обладнання в Україні свідчать, що потенційні споживачі розраховують використовувати вітроустановки для таких основних потреб, як забезпечення живлення виробничого та побутового обладнання електричним струмом, водопостачання, помел зерна та подрібнення кормів, освітлення, нагрівання води та опалення, зарядження акумуляторів, аерація водосховищ та ін. Тому достатньо велика увага нині приділяється розробці різних типів ВЕУ, одним з яких є горизонтально-пропелерна вітроенергетична установка [1,2]. Характерним режимом її роботи є переорієнтація робочого колеса, що

© Гуляєв В.І., Гловач Л.В.

обертається, вздовж напрямку повітряного потоку. При цьому лопаті вітроколеса (ротора) здійснюють складне обертання. Різні динамічні ефекти, що виникають при складному обертанні таких конструкцій [3–5], здійснюють суттєвий вплив на забезпечення їх міцності та надійності, тому проблема аналізу їх динаміки при складному обертанні є актуальною.

Постановка задачі про коливання лопатей роторів вітроенергетичних установок. Розглянемо ротор ВЕУ, який складається з лопатей, шарнірно прикріплених до втулки валу (рис. 1). Ротор обертається з постійною кутовою швидкістю ω навколо своєї осі симетрії, перпендикулярної площині вала. При цьому вісь власного обертання ротора здійснює плаский поворот з постійною кутовою швидкістю ω_0 навколо нерухомої прямої, яка проходить через центр ротора перпендикулярно осі власного обертання. Кріплення лопатей до ротора у загальному випадку дозволяє їм відхилятися з площини обертання на кут ψ, а в площині обертання лопаті можуть відхилятися від радіального напрямку на кут φ (рис. 2).

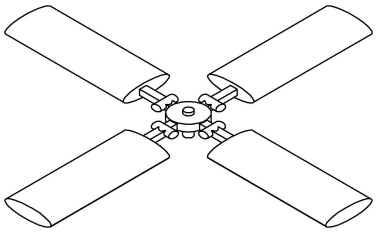


Рис. 1. Схема багатолопатевого ротора

Для побудови рівнянь руху лопатей при складному обертанні ротора визначимо сили інерції, які діють на елемент лопаті, і отримаємо вирази для моментів всіх сил інерції, які діють на лопать, відносно осей шарніру. Для цього введемо наступні праві прямокутні системи координат: *OXYZ* – інерціальна система координат з початком у центрі ротора; *Oxyz* – система координат, жорстко зв'язана з ротором. Зорієнтуємо системи координат таким чином,

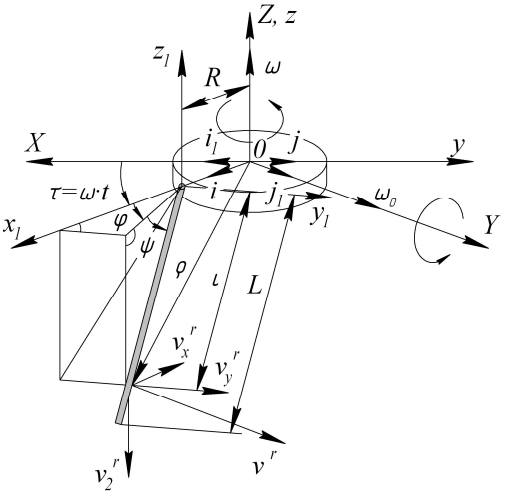


Рис. 2. Розрахункова схема лопаті з шарнірним кріпленням

щоб осі *OZ* та *Oz* співпадали з віссю власного обертання ротора. Вісь *Ox* сумістимо з поздовжньою віссю однієї з лопатей ротора щоб кути її повороту у площині обертання φ і з площини обертання ψ дорівнювали нулю. Систему координат *OXYZ* визначає базис ($\mathbf{i}_1$, $\mathbf{j}_1$, $\mathbf{k}_1$), а систему *Oxyz* – базис ($\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$).

Вектор абсолютного прискорення елемента лопаті ротора ВЕУ при складному обертанні визначається теоремою Коріоліса [6, 7]

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^e + \mathbf{a}^r + \mathbf{a}^c, \tag{1}$$

де $\mathbf{a}^e, \mathbf{a}^r, \mathbf{a}^c$ – вектори переносного, відносного та коріолісового прискорення елемента лопаті відповідно.

Вектор переносного прискорення $\mathbf{a}^e$ обчислюється за формулою

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{a}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}\times\boldsymbol{\rho} + \Omega\times(\Omega\times\boldsymbol{\rho}). \tag{2}$$

Тут $\mathbf{a}_0 = 0$ – прискорення точки *O* (рис. 2); Ω та $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектори абсолютної кутової швидкості та кутового прискорення рухомої системи координат *Oxyz*; $\boldsymbol{\rho}$ – радіус-вектор елемента лопаті у системі координат *Oxyz*.

В системі координат *OXYZ*

$$\Omega = 0\,\mathbf{i}_1 + \omega_0\,\mathbf{j}_1 + \omega\,\mathbf{k}_1. \tag{3}$$

У цій же системі координат вектор кутового прискорення

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = \frac{d\omega}{dt} + \frac{d\omega_0}{dt} = \omega_0\omega\,\mathbf{i}_1. \tag{4}$$

Радіус-вектор $\boldsymbol{\rho}$ елемента лопаті в системі координат *Oxyz* визначається наступним чином

$$\boldsymbol{\rho} = (R + l\cos\psi\cos\varphi)\,\mathbf{i} + l\cos\psi\sin\varphi\,\mathbf{j} - l\sin\psi\,\mathbf{k}, \tag{5}$$

де R, l – радіус втулки валу та відстань від центру шарніра до елемента лопаті відповідно.

Введемо фазову координату $\tau = \omega t$, яка визначає положення рухомої системи координат *Oxyz* відносно нерухомої *OXYZ* при власному обертанні. Тоді вектор $\boldsymbol{\rho}$ у системі координат *OXYZ* набуде вигляду

$$\boldsymbol{\rho} = \left[(R + l\cos\psi\cos\varphi)\cos\tau - l\cos\psi\sin\varphi\sin\tau\right]\mathbf{i}_1 +$$
$$+ \left[(R + l\cos\psi\cos\varphi)\sin\tau + l\cos\psi\sin\varphi\cos\tau\right]\mathbf{j}_1 - l\sin\psi\,\mathbf{k}_1. \tag{5}$$

Виконавши операцію проектування, отримаємо компоненти вектора переносного прискорення $\mathbf{a}^e$ в системі координат *OXYZ*

$$a^e_X = -\left(\omega_0^2 + \omega^2\right)\left[R\cos\tau + l\cos\psi\cos(\varphi + \tau)\right],$$

$$a_Y^e = -\omega^2\left[R\sin\tau + l\cos\psi\sin(\varphi+\tau)\right],$$

$$a_Z^e = \omega_0^2 l\sin\psi + 2\omega\omega_0\left[R\sin\tau + l\cos\psi\sin(\varphi+\tau)\right]. \qquad (6)$$

У рухомій системі координат *Oxyz* складові вектора $\mathbf{a}^e$ визначаються співвідношеннями

$$a_x^e = a_X^e\cos\tau + a_Y^e\sin\tau,$$

$$a_y^e = -a_X^e\sin\tau + a_Y^e\cos\tau,$$

$$a_z^e = a_Z^e. \qquad (7)$$

З допомогою рівностей (6), (7) отримуємо проекції вектора $\mathbf{a}^e$ на осі системи координат *Oxyz*

$$a_x^e = -\left(R + l\cos\psi\cos\varphi\right)\left(\omega^2 + \omega_0^2\cos^2\tau\right) + \frac{\omega_0^2}{2}l\cos\psi\sin\varphi\sin 2\tau,$$

$$a_y^e = -\omega_0^2 l\cos\psi\sin\tau\cos(\varphi+\tau) + \frac{\omega_0^2}{2}R\sin 2\tau - \omega^2 l\cos\psi\sin\varphi,$$

$$a_z^e = \omega_0^2 l\sin\psi + 2\omega\omega_0\left[R\sin\tau + l\cos\psi\sin(\varphi+\tau)\right]. \qquad (8)$$

Визначимо вектор відносного прискорення елемента лопаті

$$\mathbf{a}^r = \frac{d\mathbf{v}^r}{dt}, \qquad (9)$$

де $\mathbf{v}^r$ – вектор відносної швидкості елемента лопаті.

Відносний рух лопаті в даній постановці задачі представляє собою сукупність двох рухів: поворот навколо шарніра у площині *Oxz* з кутовою швидкістю $d\psi/dt$, і поворот у площині втулки валу *Oxy* з кутовою швидкістю $d\varphi/dt$. З урахуванням вищесказаного проекції вектора $\mathbf{v}^r$ на осі рухомої системи координат *Oxyz* набувають виду

$$v_x^r = -\frac{d\psi}{dt}l\sin\psi\cos\varphi - \frac{d\varphi}{dt}l\cos\psi\sin\varphi,$$

$$v_y^r = -\frac{d\varphi}{dt}l\cos\psi\cos\varphi - \frac{d\psi}{dt}l\sin\psi\sin\varphi,$$

$$v_z^r = -\frac{d\psi}{dt}l\cos\psi. \qquad (10)$$

Диференціюючи співвідношення (10) по змінній *t*, отримуємо компоненти вектора $\mathbf{a}^r$

$$a_x^r = -l\left\{\frac{d^2\psi}{dt^2}\sin\psi\cos\varphi + \frac{d^2\varphi}{dt^2}\cos\psi\sin\varphi + \right.$$

$$\left. + \left[\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right]\cos\psi\cos\varphi - 2\frac{d\psi}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\sin\psi\sin\varphi\right\},$$

$$a_y^r = \left\{\frac{d^2\varphi}{dt^2}\cos\psi\cos\varphi - \frac{d^2\psi}{dt^2}\sin\psi\sin\varphi - \right.$$

$$\left. - \left[\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right]\cos\psi\sin\varphi - 2\frac{d\psi}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\sin\psi\cos\varphi\right\},$$

$$a_z^r = -l\left[\frac{d^2\psi}{dt^2}\cos\psi - \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2\sin\psi\right]. \qquad (11)$$

Визначимо в цій же системі координат вектор коріолісового прискорення елемента лопаті

$$\mathbf{a}^c = 2\Omega\times\ \mathbf{v}^r. \qquad (12)$$

Вектор Ω у базисі ($\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$) має вигляд

$$\Omega = \omega_0\sin\tau\ \mathbf{i} + \omega_0\cos\tau\ \mathbf{j} + \omega\ \mathbf{k}. \qquad (13)$$

Підставляючи рівності (10) та (13) у (12), отримуємо складові вектора $\mathbf{a}^c$ в системі *Oxyz*

$$a_x^c = -2l\left\{\frac{d\psi}{dt}\left(\omega_0\cos\psi\cos\tau - \omega\sin\psi\sin\varphi\right) + \frac{d\varphi}{dt}\omega\cos\psi\cos\varphi\right\},$$

$$a_y^c = 2l\left\{\frac{d\psi}{dt}\left(\omega_0\cos\psi\sin\tau - \omega\sin\psi\cos\varphi\right) - \frac{d\varphi}{dt}\omega\cos\psi\sin\varphi\right\},$$

$$a_z^e = 2l\left[\frac{d\psi}{dt}\omega_0\sin\psi\cos\left(\varphi+\tau\right) + \frac{d\varphi}{dt}\omega_0\cos\psi\sin\left(\varphi+\tau\right)\right]. \qquad (14)$$

З допомогою співвідношень

$$\frac{d}{dt} = \omega\frac{d}{d\tau},\ \ \frac{d^2}{dt^2} = \omega^2\frac{d^2}{d\tau^2}$$

у виразах (8), (11) та (14) можна перейти до фазової координати τ. Тоді враховуючи теорему Коріоліса, отримаємо проекції a_x, a_y, a_z вектора

абсолютного прискорення елемента лопаті на осі рухомої системи координат *Oxyz*.

Знаючи компоненти вектора **a**, визначимо відповідні складові сил інерції, що діють на елемент лопаті

$$dF_x' = -\gamma S a_x dl\,,\quad dF_y' = -\gamma S a_y dl\,,\quad dF_z' = -\gamma S a_z dl\,, \qquad (15)$$

де γ – густина матеріалу; S – площа поперечного перерізу лопаті.

Моменти сил інерції, що діють на елемент лопаті, відносно горизонтальної y' та вертикальної z' осей шарніра:

$$M_{y'}(dF') = -dF_x' l\sin\psi - dF_z' l\cos\psi\cos\varphi = \gamma S\left(a_x\sin\psi + a_z\cos\psi\cos\varphi\right) l dl\,,$$

$$M_{z'}(dF') = -dF_y' l\cos\psi\cos\varphi - dF_x' l\cos\psi\sin\varphi =$$

$$\gamma S\left(a_x\cos\psi\sin\varphi - a_y\cos\psi\cos\varphi\right) l dl\,. \qquad (16)$$

Щоб отримати вирази для моментів сил інерції, що діють на всю лопать, підставимо вирази для компонент вектора **a** у співвідношення (16) і проінтегруємо у межах від 0 до L. Оскільки лопать ВЕУ прикріплена до втулки шарнірно, то $M_{y'} = 0$ та $M_z = 0$. Отримані в результаті інтегрування вирази прирівняємо до нуля. Після деяких перетворень і введення позначень $\lambda = \omega_0/\omega$, $e = R/L$, маємо рівняння руху лопаті у кінцевому вигляді:

$$3e\left(1+\lambda^2\cos^2\tau\right)\sin\psi + \left[1-\lambda^2\sin^2\tau + \frac{d\varphi}{d\tau}\left(\frac{d\varphi}{d\tau}+2\right)\right]\sin 2\psi\cos\varphi +$$

$$+\left(\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} - \frac{\lambda^2}{2}\sin 2\tau\right)\sin 2\psi\sin\varphi + 2\frac{d^2\psi}{d\tau^2}\cos\varphi - 4\frac{d\psi}{d\tau}\left(\frac{d\varphi}{d\tau}+1\right)\sin^2\psi\sin\varphi +$$

$$+2\frac{d\psi}{d\tau}\lambda\sin 2\psi\cos\tau - 6\lambda\cos\psi\cos\varphi\sin\tau -$$

$$-4\left(\frac{d\varphi}{d\tau}+1\right)\lambda\cos^2\psi\cos\varphi\sin(\varphi+\tau) - 2\lambda\frac{d\psi}{d\tau}\sin 2\psi\cos\varphi\cos(\varphi+\tau) = 0\,, \qquad (17)$$

$$\frac{3}{2}\lambda^2 e\cos\psi\cos\varphi\sin 2\tau + \lambda^2\cos^2\psi\sin\left[2(\varphi+\tau)\right] + 2\frac{d^2\varphi}{d\tau^2}\cos^2\psi -$$

$$-2\frac{d\psi}{d\tau}\left(\frac{d\varphi}{d\tau}+1\right)\sin 2\psi + 4\frac{d\psi}{d\tau}\lambda\cos^2\psi\sin(\varphi+\tau) + 3e\left(1+\lambda^2\cos^2\tau\right)\cos\psi\sin\varphi = 0.$$

Система (17) нелінійних диференціальних рівнянь описує взаємозв'язані коливання лопаті валу в площині змаху і площині втулки, обумовлені поворотом осі обертання валу з кутовою швидкістю ω_0.

Результати комп'ютерного моделювання коливань лопатей роторів ВЕУ при складному обертанні. Побудована система рівнянь (17) залежить від параметрів λ та e. Для її розв'язання використовувався метод продовження рішень по параметру λ, задаючи при цьому фіксовані значення параметру e.

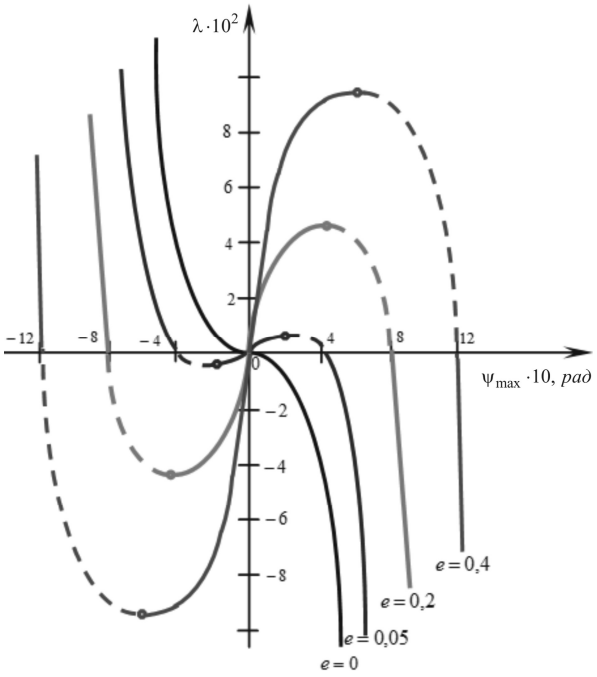


Рис. 3. Залежність амплітуди ψ_{max} махових коливань лопаті ротора ВЕУ від параметра λ при різних значеннях e.

На рис. 3 показана залежність амплітуди ψ_{max} махових коливань лопаті ротора ВЕУ від параметра λ при різних значеннях e (суцільні криві – стійкі ділянки рішень, пунктирні – нестійкі). При e=0, тобто коли точка кріплення лопатей (шарнір) лежить на осі обертання валу, розв'язки є стійкими на всьому діапазоні зміни параметра λ. При $e > 0$, коли шарнір і вісь обертання валу рознесені на відстань R, характер еволюції періодичних режимів змінюється – на кривих навантаження з'являються граничні точки втрати стійкості і ділянки нестійких рішень. Після зміни знака λ розв'язки знову стають стійкими. Підкреслимо, що ці ефекти спостерігались навіть при досить малих значеннях λ (λ<0,05).

При дослідженні стійкості махових рухів лопаті ротора ВЕУ при складному обертанні на кривих $\psi_{max}(\lambda)$ були також виявлені біфуркаційні точки, в яких спостерігалась втрата стійкості конструкції ВЕУ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Гайдайчук В.В., Носенко В.П.* Компьютерное моделирование динамического поведения и прочности конструкций ветроэнергетических установок. // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2009. – №3. – С. 22 – 26.
2. *Перельмутер А.В., Микитаренко М.А.* Башни для ветроэнергетических установок: тенденции развития. // Вісник Донбаської державної академії будівництва і архітектури. Будівельні конструкції. Будівлі та споруди. – 2001. – Вип. 5 (30). – С. 8 – 13.
3. *Гловач Л.В., Носенко В.П.* Комп'ютерне моделювання динаміки лопатей вітроенергетичних установок. // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2010. – №85. – С. 143 – 152.
4. *Гуляев В.И., Худолий С.Н.* Колебания криволинейных закрученных лопастей при сложном вращении. // Проблемы прочности. – 2005. – 41, №4. – С. 126 – 132.
5. *Харитонов В.П.* Автономные ветроэлектрические установки. – Москва, ГНУ ВИЭСХ, 2006. – 273 с.
6. *Миль М.Л.* и др. Вертолеты (расчет и проектирование). Кн. 4. Аэродинамика. М.: Машиностроение, 1966. – 456 с.
7. *Михеев Р.А.* Прочность вертолетов. – Москва, Машиностроение, 1984. – 280 с.

Стаття надійшла до редакції 01.03.2011 р.

Гуляев В.И., Гловач Л.В.

УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАСТЕЙ РОТОРОВ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК ПРИ СЛОЖНОМ ВРАЩЕНИИ

Исследуются нелинейные колебания лопастей роторов ветроэнергетических установок, обусловленных возникающими при сложном движении силами инерции. Методами теории устойчивости периодических процессов выполнен анализ бифуркационных состояний колебаний.

Gulyayev V.I., Glovach L.V.

VIBRATION STABILITY OF WIND POWER STATION ROTOR BLADES IN COMPOUND ROTATION

A non-linear vibration of wind power station blades conditioned by inertia forces of compound movement is investigated. The blade motion equations are constructed. Through the use of the methods of periodic processes stability the analysis of the vibration bifurcation states is performed.