АРХІТЕКТУРА БУДІВЕЛЬ І СПОРУД

УДК 539.3

д.т.н., проф. **Гайдайчук В.В.**,
viktor_gaydaychuk@bigmir.net, код 0000-0003-2059-7433,
Кошевий О.О., 380939339872@yandex.ua, код 0000-0002-1903-2905,
к.т.н., доц., **Кошевий О.П.,**
380939339872@yandex.ua, код 0000-0002-7796-0443,
Київський національний університет будівництва і архітектури

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ ОБОЛОНОК І ПЛАСТИН ПРИ ДІЇ КОМБІНОВАНИХ НАВАНТАЖЕНЬ В ПРОГРАМНОМУ КОМЛЕКСІ FEMAP NASTRAN

Анотація: розглянуто чисельне дослідження оптимального проектування товщини оболонок. Виконаний збір навантаження згідно будівельних норм. При розрахунку виконана мінімізація маси і зменшення товщини оболонок, зроблені висновки по універсальності даної методики.

Ключові слова: оптимізація, оптимальне проектування, оптимізація оболонок; оптимізація пластин, оптимальне проектування стальних оболонок і пластин, оптимізація Femap Nastran.

Вступ. При проектуванні конструкції інженер зазвичай вибирає проектне рішення із багатьох повного класу можливих рішень відповідно зі значеннями деякого цільового функціоналу (або цільової функції) $F(\bar{X}) \rightarrow min$, визначеного на відповідному критерію (вага конструкції, вартість, переміщення і т.д.).

Це відповідно пов’язане деяким чином з деякими типом конструкції (форма серединної поверхні оболонки, тип граничних умов і т.д.). За допомогою визначених умов щодо поведінки конструкції і виду навантаження рішення приводиться до заданого ліміту. Рішення, відповідному експериментальному значенню цільового функціоналу на допустимого на півпростору, має назву оптимального проекту.

При пошуку оптимального проекту конструкцію зручно представляти у вигляді точки в деякому просторі проектування. В цьому просторі координати точки визначають конструкцію шляхом опису всіх її геометричних розмірів і всіх констант матеріалу. Такі величини, які називаються параметрами конструкції, представляють в вигляді чисел, функції або векторів. Наприклад, простір проектування оболонки можна розбити на два типи параметрів [1, 2].

Перша група геометричних параметрів:

- Форма серединної поверхні оболонки;
- Функція зміни її товщини;
- Форма границі оболонки;
- Геометричні параметри допоміжних ребер.

Друга група параметрів, описуючих характеристики матеріалу конструкції:

- Характеристики пружності матеріалу оболонки;
- межа текучості і межа міцності;
- коефіцієнти теплового розширення і теплопередачі;
- фізичні характеристики матеріалу допоміжних ребер.

На півпростір проектування містить проекти конструкції, більша частина яких не задовольняє багатьох вимог, необхідних для функціональної придатності конструкцій під навантаженням. Умови достатньої міцності, довговічності, жорсткості і взагалі будь-які обмеження по роботі конструкції під навантаженням можна дивитися як границі, котрі розділяють підпростір проектування на допустиме і недопустиме підпростір. Умовний оптимум представляє собою локальний оптимум, який знаходиться на границі допустимої області. Якщо обмеження мають вигляд рівності, то допустимий вектор $\vec{X}_k$ повинен належати на перетині всіх гіперповерхностей, відповідної $h_j(\vec{X}_k)$ При обмеженнях у вигляді нерівностей точка $\vec{X}_k$ може бути або внутрішньою точкою (допустимою точкою), або граничною точкою (також допустимою), або зовнішню точкою (недопустимою). Для внутрішніх точок $g_j(\vec{X}_k) < 0$ у випадку з граничною точкою задовольняє на крайній випадок одну нерівність $g_j(\vec{X}_k) = 0$, для зовнішньої точки має місце принаймні для однієї із нерівностей $g_j(\vec{X}_k) > 0$. Активним, або зв'язаним, обмежувальної нерівності називається така, яка для даного $\vec{X}_k$ перетворюється в рівність$g_j(\vec{X}_k) = 0$.

В будівельній механіці найбільш часто використовується обмеження по:

- максимальному напруженню;
- максимальному переміщенню;
- мінімальній основній частоті.

В даній роботі використовується обмеження по максимальному напруженню при мінімальній товщині оболонки. Розглядається такі характеристики, як вага конструкції, товщина оболонки в кожному скінченному елементі і максимальні напруження при даних комбінації навантаженнях і геометричній формі оболонок і пластин.

Теоретичні відомості. Математичний метод проекції градієнта використовує інформацію тільки перших похідних, або градієнту, і полягає в побудові послідовності модифікацій проекту, котрий забезпечує збіжність в точці з мінімальним значенням функції цілі (точці оптимуму), при цьому виконується автоматизований статичний розрахунок:

Знайти такий проект S (вектор $\vec{X}_k$), що

$$h_k(S) = 0 \text{ при } k = 1; 2; \dots\dots\dots k_n$$

$$g_j(S) \leq 0 \text{ при } j = 1; 2; \dots\dots\dots j_n \qquad (1.1)$$

Функція $\varphi(S)$ мінімальна. Через S позначена деяка точка в просторі проектування, яка визначається певними вибраними змінними. В більшості задачах умови на функціонали h_k і g_j визначаються обмеженнями на поведінку конструкції під навантаженням, але деякі із них можуть відображати задані розділи підпростору проектування.

Питання в тому, має задача, визначення в загальному вигляді умови (1.1) рішення, залишається відкритим і тільки в окремих випадках може бути вирішена на основі фізичної інтуїції. Теж саме можна сказати і відносно єдиного рішення.

Із (1.1) випливає, що якщо S є оптимальним рішенням, то малі варіації δS всередині підпростору проектування задовольняють вимоги.

$$\begin{aligned} &\delta h_k(S) = 0 && \text{при } k = 1; 2; \dots\dots\dots k_n \\ &\delta g_j(S) \leq 0 && \text{для всіх } j, \text{ при яких} \\ &\delta g_j(S) \leq 0 && g_j(S) = 0 \end{aligned} \qquad (1.2)$$

Це класичне варіаційне формулювання є необхідною умовою оптимального рішення.

Умову (1.2) можна представити в іншій, часто більш в зручній формі. Для простоти припустимо, що змінні проектування визначають N дійних чисел, так, що простір проектування можна представити як N-мірне еквівалентне простору.

Позначимо через S деяке допустиме рішення, а через δS його довільну варіацію в межах підпростору проектування. Якщо $h_k(S) = 0$, то варіації δS перпендикулярні по всім векторам $\nabla h_k(S)(\,k = 1; 2; \dots.\,k)$, де набла-оператор ∇ означає градієнт. Подібним чином обмеження у вигляді активних нерівностей $g_j(S) = 0$ потребують, щоб варіація δS не мала компонент в позитивному напрямку $\nabla g_j(S)$

Звідси можна зробити висновок, що для будь-яких дійних чисел $\lambda_k \geq 0$ і $\gamma_j \geq 0$ проекції δS на вектор

$$\sum_{k=1}^{K} \lambda_k \nabla h_k(S) + \sum_j' \gamma_j \nabla g_j(S) \qquad (1.3)$$

не є позитивними. Символ $\sum_j'$ позначає, що сума обмежень лиш тими значеннями j, для котрих $g_j(S) = 0$. Іншими словами, будь-який напрямок, що має компоненту в будь-якому із напрямків (1.3), веде в неприпустимий простір.

Щоб зменшити цільову функцію φ, необхідно рухатися в напрямку, який має будь-яку позитивну компоненту в негативному напрямку $\nabla\varphi$, але якщо цей напрямок $-\nabla\varphi$ є будь-яким із напрямків (1.3), то ніякий рух всередину допустимого простору не зменшить цільової функції. Отже, в будь-якій із оптимальних точок $-\nabla\varphi$ є одним із напрямків (1.3). Використовуючи цю обставину можна зробити висновок, якщо S є оптимальним рішенням, то існує безліч таких дійних чисел $\gamma_j \geq 0$ і додатних чисел λ_k, що

$$-\varphi(S) = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k \nabla h_k(S) + \sum_j' \gamma_j \nabla g_j(S) \tag{1.4}$$

Формула (1.4) виражає умову оптимізації Куна-Таккера. Коли немає активних обмежень – нерівностей, величина λ_k може інтерпретуватися як множники Лагранжа. Для задачі без обмежень умови Куна-Таккера зводиться к умови $\nabla\varphi = 0$.

Оскільки відношення 1.2, 1.3 задовольняють будь-які стаціонарні рішення, ці умови самі по собі не можуть забезпечити глобальну оптимізацію, але вони створюють основу, на яку будуть посилатися більшість досліджень по оптимальному проектуванню.

Щоб впевнитися в глобальності будь-якого із досягнутих мінімумів, необхідно провести додаткові дослідження. Зокрема, якщо допустимий простір проектування випуклий і якщо цільовий функціонал або випуклий, або вігнутий, то деякі теореми нелінійного програмування можуть давати важливу інформацію відносно глобальності, а також про становище можливого рішення.

Якщо цільова функція φ є унімодальною (маючи один екстремум), то пошук оптимального рішення спрощується. Мультимодальні функції можуть мати деякі оптимальні рішення. Для таких функцій глобальне оптимальне рішення надає собою найменше значення $\varphi(S)$, тоді як локальні оптимальні рішення представляють собою найменше значення $\varphi(\vec{X}_k)$ в околиці оптимального проекту S^1. Як для глобального, так і для локального мінімуму $\varphi(S^1) \leq \varphi(S)$, але для глобального оптимального рішення це відношення виконується для всіх $\vec{X}_k$ в E^n, тоді для локального оптимального рішення цей простір має місце тільки для деякої області.

На практиці припущення про те, що локальний екстремум є глобальним, може бути перевірено шляхом використання деяких початкових векторів, але якщо знайдено одне найменше локальне рішення, в загальному випадку неможна показати, що це рішення обов’язково є глобальним оптимальним проектом. Як цільова функція є позитивною і володіє єдиним екстремумом. Цей факт встановлюється на основі понять випуклості і вігнутості функції.

На практиці припущення про те, що локальний екстремум є глобальним, може бути перевірено шляхом використання деяких початкових векторів, але якщо знайдено одне найменше локальне рішення, в загальному випадку неможна показати, що це рішення обов’язково є глобальним оптимальним проектом. Як цільова функція є позитивною і володіє єдиним екстремумом. Цей факт встановлюється на основі понять випуклості і вігнутості функції.

Функція $\varphi(\vec{X}_k)$ називається випуклою в області R, якщо для любих векторів $\vec{X}_{k1}$ і $\vec{X}_{k2} \in R$

$$\varphi(\theta\vec{X}_{k1} + (1-\theta)\vec{X}_{k2}) \leq \theta\varphi(\vec{X}_{k1}) + (1-\theta)\varphi(\vec{X}_{k2}), \quad (1.5)$$

якщо має місце нерівність, що зворотна (1.5) то функція називаються вігнутою.

Диференціальна випукла функція володіє наступними властивостями

1. $\varphi(\vec{X}_{k2}) - \varphi(\vec{X}_{k1}) \geq \nabla^T\varphi(\vec{X}_{k1})(\vec{X}_{k2} - \vec{X}_{k1})$; для всіх $\vec{X}_{k1}$ і $\vec{X}_{k2}$
2. Матриця $\partial\varphi/\partial x_i \partial_{xj}$ (матриця Гессе) позитивно напів визначена;
3. В області R функція $\varphi(\vec{X}_k)$ має тільки один екстремум.

Із поняття випуклості витікає важливий результат математичного програмування. Якщо мінімізація функції φ випукла і кожна функція $g_j(\vec{X}_k)$, яка задає обмеження у вигляді нерівності – вігнута функція, то локальний мінімум є також і глобальним мінімумом. І аналогічно локальний максимум увігнутої функції є глобальним максимумом [4].

Результати числових досліджень. Оптимізація виконується спеціальною програмою, в якому реалізований спеціальний алгоритм процесу “оптимальної конструкції”. Цей процес називається “проектуванням конструкції”. Коефіцієнти чутливості, які використовуються в цьому пошуковому процесі, розраховуються в ході аналізу чутливості товщини оболонок за напруженнями по Мізесу.

Програма оптимізації дозволяє знайти оптимум конструкції в ході мінімізації або максимізації призначеної цільової функції. Цільова функція являється маса оболонок. В процесі оптимізації оболонок підбирається товщина, що є проектними змінними. При зміні проектних невідомих повинно виконуватися обмеження для нашого випадку це максимальні напруження по Мізесу, які накладені на відгук конструкції і на змінні проектування.

В ході аналізу чутливості розраховується відношення, коли необхідно модифікувати конструкцію, яка неефективна, щоб можна було запропонувати варіанти для її зменшення товщини оболонок, що приведе до зменшення її маси. Головна ціль оптимізації – автоматизувати для даної задачі процес підбору оптимальної товщини оболонок і пластин, використовуючи для знаходження кращого варіанту конструкції чисельних методів.

Математичне представлення задачі проектування називається загальною формулюванням задачі оптимізації можна записати так: $F(\bar{X}) \rightarrow min,$ де $\bar{X} = (X_1, X_2, \dots \dots X_n)$ - змінні проектування. При цьому повинні виконуватися нерівність $\sigma_{max} \leq \sigma_{adm}$

Об'єктом оптимізації є прототип Національного цирку України. Будівля має круглу форму в плані діаметром 50,3 метра. Будівля одноповерхова. Верхня відмітка комплексу +15.700 м; відмітка прибудови +4.000 м.

Конструктивна схема будівлі являє собою одноповерхову будівлю з повним каркасом. Основні несучі та огороджувальні конструкції будівлі прийняті:

- зовнішнє покриття: проф.. настил, супердифузійна мембрана, утеплювач 300 мм, паробарьер, несуча оболонка, внутрішнє оздоблення.

- каркас будівлі складається з колон що представлені різного поперечного перерізу. Металеві колони для нижнього висотою 4 м. Колони основного ярусу висотою 8 м. Металеві колони для верхнього ярусу висотою 1.6 м. На колони нижнього ярусу спираються металеві ригелі, перерізом 250x250 мм, товщиною 3 мм, довжиною 4.87 м. На колони основного ярусу спираються металеві ригелі, перерізом 600x600 мм, товщиною 5 мм, довжиною 4.08 м. Металеві ригелі верхнього ярусу перерізом 100x100 мм товщиною 3 мм;

- зовнішні стіни: проф. настил, супердифузійна мембрана, утеплювач мін. вати 150 мм, паробар'єр, ОСБ-3 15 мм, внутрішнє оздоблення.

В даній статті розглядається тільки частина будівлі – це оптимальне проектування покриттів будівлі.

Навантаження на будівлю задавалося згідно [3]. Були задані наступні навантаження: власна вага несучого каркасу, снігове, вітрове, технологічне навантаження від людей. Була обрана сама небезпечна комбінація навантажень і за цією комбінацією виконувався безпосередньо розрахунок на оптимальне проектування оболонок і пластин. Мета цього розрахунку мінімізувати вагу матеріалу оболонок і пластини, і дослідження поведінки напружень по Мізісу при оптимальної товщини за заданим навантаженням.

Першим із об'єктів дослідження є полога циліндрична оболонка зі зламами. Зовнішній діаметр оболонки 42 м, а внутрішній 11 м. Висота оболонки 8.4 м. Задана товщина оболонки 7 мм. Оболонка по осі Z має 5 зламів, по колу 32. Оболонка виконується зі сталі С235. Коефіцієнт Пуасона 0.3. Результати представленні: напруження в МПа, вага в кілограмах. Розрахунок виконується методом скінчених елементів.

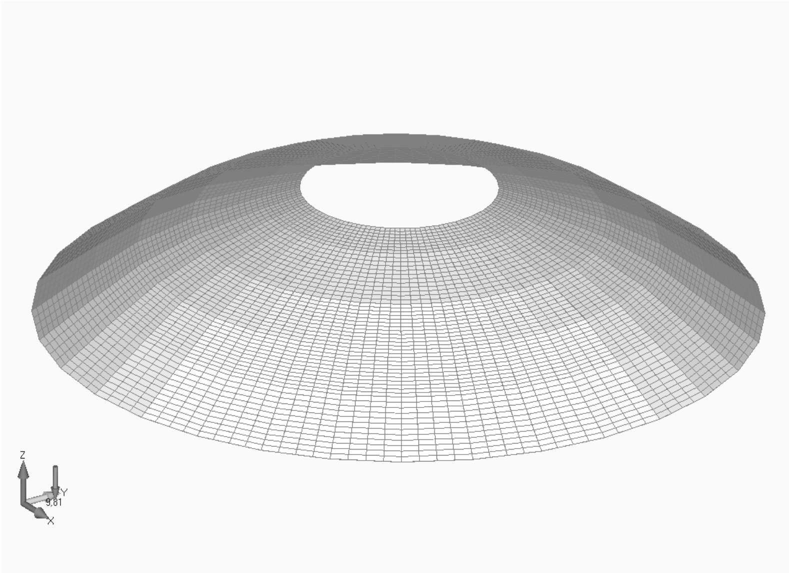

Рис 1.1. Розрахункова схема оболонки

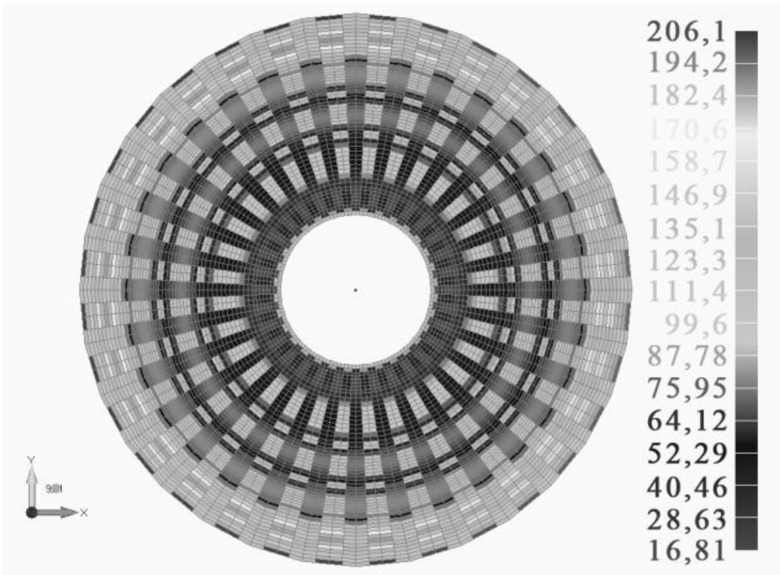

Рис 1.2. Напруження по Мізесу до оптимізації

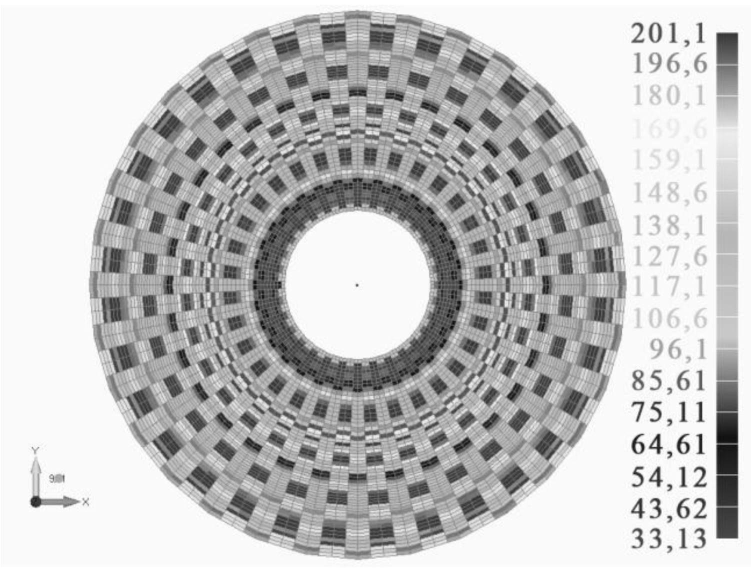

Рис 1.3. Напруження по Мізесу після оптимізації

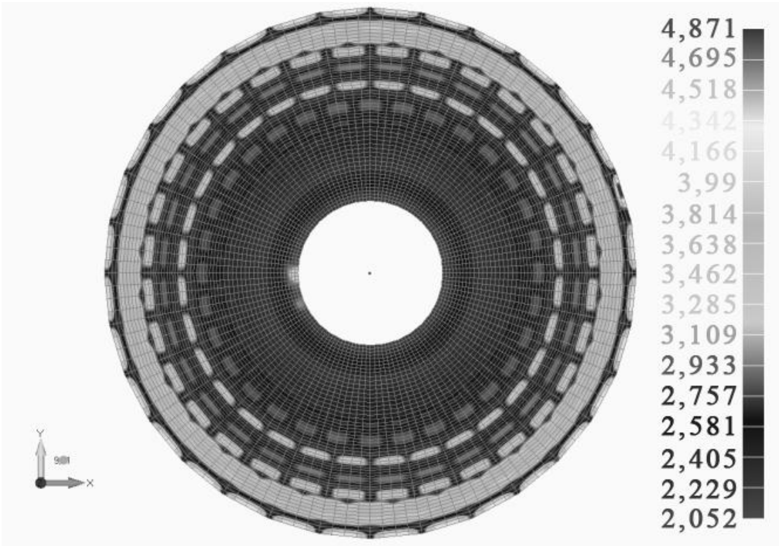

Рис 1.4. Розподілення товщини оболонки після оптимізації.

Рис. 1.5 Діаграма зменшення маси оболонки по циклам оптимізації

Другим із об'єктів дослідження є циліндрична оболонка зі обрізаним конусом. Зовнішній діаметр оболонки 11 м, а внутрішній 2 м. Висота оболонки 1 м. Задана товщина оболонки 4 мм.

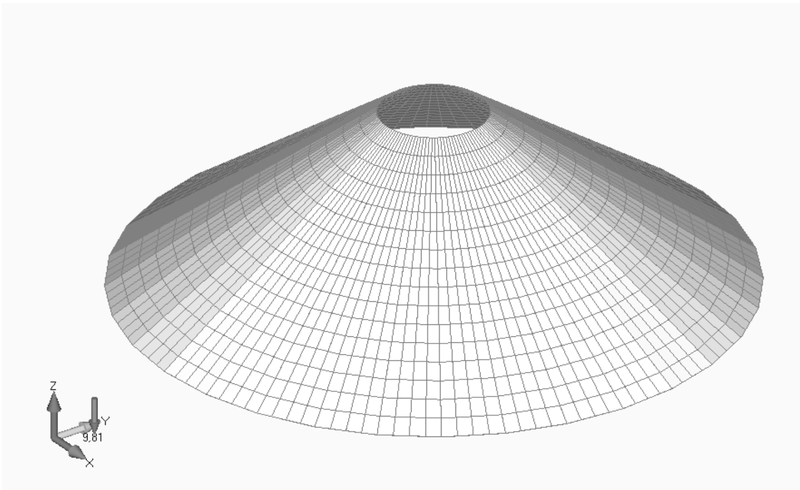

Рис 2.1. Розрахункова схема оболонки

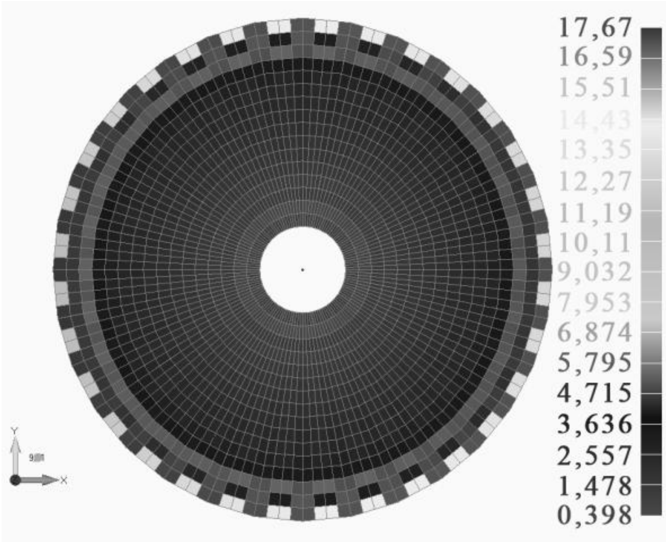

Рис 2.2. Напруження по Мізесу до оптимізації

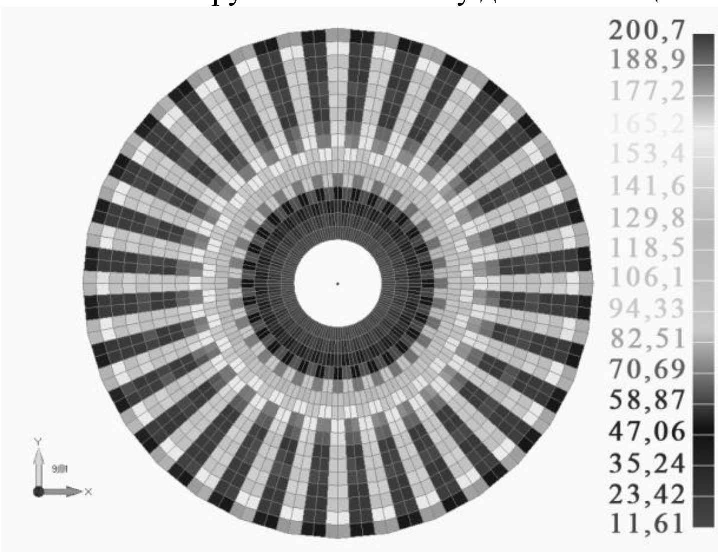

Рис 2.3. Напруження по Мізесу після оптимізації

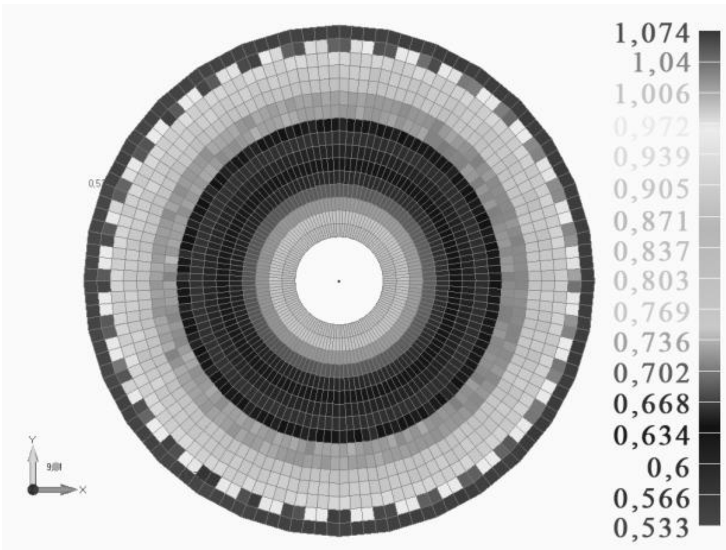

Рис 2.4. Розподілення товщини оболонки після оптимізації.

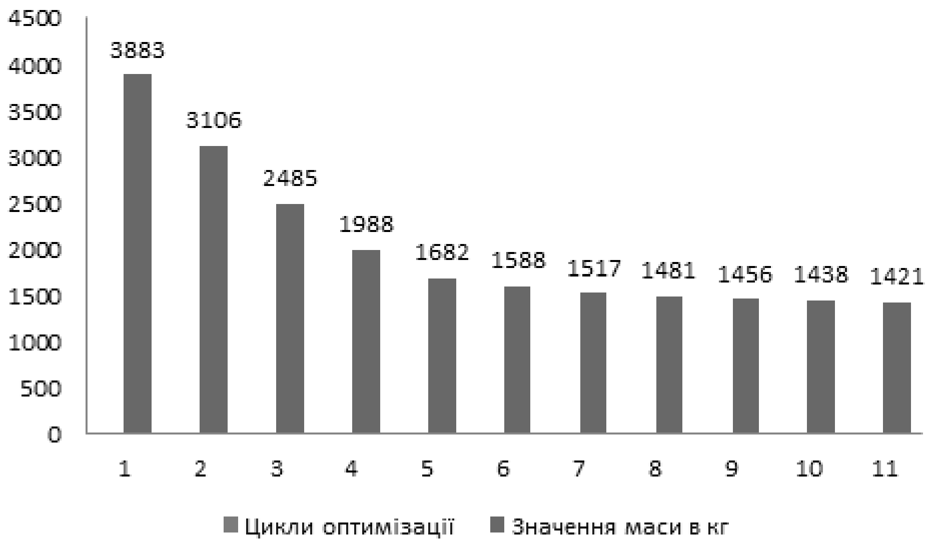

Рис 2.5. Діаграма зменшення маси оболонки по циклам оптимізації

Висновки: Програмного комплексу Femap Nastran за допомогою методів будівельної механіки дозволяє побудувати просторову скінченну-елементну модель. На яку було задано навантаження згідно будівельних норм і виконаний розрахунок на оптимізацію оболонок і пластин за товщиною і дослідження напружень по Мізесу при оптимальному проектування оболонок і пластин. Розрахунок показав: для першого об’єкту дослідження оболонки випуклої зі зламами вага і товщина оболонки зменшилась 32.8%; для другого об’єкта циліндричної оболонки зі обрізаним конусом вага і товщина оболонки зменшилась 63.4%; для третього об’єкта кільцевої пластини вага і товщина зменшилась 40.0% при цьому напруження по Мізесу не перевищують критичне комбіноване допустиме напруження $\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} = 200$ МПа. Цей розрахунок показав, що можливо автоматизувати процес оптимального проектування, коли напруження більше допустимого і менше, це навіть є не суттєво, так як програма після розрахунку автоматично виводить оптимальний результат, при мінімізації цільової функції. Треба розуміти, що згідно будівельних норм коефіцієнти запасу міцності задані в навантаженнях, це дає можливість при розрахунку брати максимальні допустимі напруження по Мізесу для оболонок і пластин. Також було проведено перевірочний розрахунок на стійкість всіє просторової скінченно-елементної моделі після того як було введено згідно розрахунків оптимальну товщину пластин і оболонок.

Список використаної літератури

1. Дедов Н. І., Істукіна В. Н. Оптимальное проектирование цилиндрических оболочек при неравномерном загружении // Известия Самарского центра РАН // т. 18 №4 (2), 2016 с. 257-262
2. Мищенко А. В., Немировский Ю. В. Структурно-неоднородные профилированные стержневые системы. Методы рационального и оптимального проектирования , 2016. - 332 с.
3 ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Норми проектування.- К.: Мінре гіонбуд України, 2006. - 59с
4. Пермяков В.О., Перельмутер А.В. Оптимальное проектирование стальных стержневых конструкций. – К: ООО "Издательство Сталь", 2008. – 538 с.

Аннотация

Д.т.н. профессор Гайдайчук В.В.; аспирант Кошевой О.О., к.т.н., доцент Кошевой О.П., Київський національний університет будівництва і архітектури.

Оптимальное проектирование и расчет на прочность оболочек при действии комбинированных нагрузок.

Рассмотрено численное исследование оптимального проектирования толщины оболочек. Выполнен сбор нагрузки согласно строительным нормам. При расчете выполнено минимизация массы и уменьшения толщины оболочек, сделаны выводы по универсальности данной методики.

Ключевые слова: оптимизация, оптимальное проектирование, оптимизация оболочек, оптимальное проектирование стальных оболочек, оптимизация Femap Nastran.

Abstract

Gaydaychyk V.V. doctor of technical sciences, professor, Kosheviy O.O., postgraduate, Kosheviy O.P. candidate of technical sciences, docent, Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv.

Optimal design and strength calculation of shells under combined loads.

The article considers a numerical analysis of shell and plate construction, the main topic is thickness of plate finite elements. Collected all loads are acting to the plate in accordance with building standards. Minimizing the weight and reducing the thickness of shells and plates were calculated. Summary about versatility of this methodology was made.

Keywords: parametric optimization, optimal design, optimization of shells, optimization by displacements, optimization of Femap Nastran.