

Побудова дискретної обчислювальної моделі поверхні сфери засобами Python

Анна Колган, аспірант, асистент¹ (ORCID:0000-0002-2167-2864),

Київський національний університет будівництва і архітектури, м.Київ, Україна

АНОТАЦІЯ

У роботі представлено методіку формування дискретної обчислювальної моделі поверхні сфери для подальшого визначення площі елементів її поверхні на основі сіткового розбиття. Запропонований підхід реалізовано засобами мови програмування Python з використанням бібліотек NumPy, Matplotlib та OpenPyXL, що забезпечує автоматизовану генерацію геометричних даних, їх візуалізацію та експорт результатів у табличний формат. Розроблена програма дозволяє задавати параметри дискретизації, здійснювати векторні розрахунки нормалей, оцінювати локальні геометричні характеристики та формувати наочну тривимірну модель поверхні. Розроблена модель є основою для подальших досліджень точності чисельних методів обчислення площі криволінійних поверхонь.

Ключові слова: чисельне моделювання, сферична поверхня, Python, дискретизація, сіткові методи, векторний аналіз.

1. ВСТУП

Обчислення площі сферичних поверхонь має важливе значення у геометричному моделюванні, архітектурному проектуванні, механіці та комп'ютерній графіці. У більшості прикладних задач часто виникає потреба в дискретному представленні поверхні (метод дискретизації) – розбитті її на елементарні ділянки (комірки) для подальшого числового аналізу і визначення геометричних характеристик. Такий підхід дозволяє отримати апроксимовані значення площі та об'єму навіть для складних поверхонь, а також виконувати подальший аналіз значень напружень та деформацій. Ці математичні розрахунки моделей поверхонь, дають поведінкову картину реальних оболонок під різними видами навантажень. Це значно здешевшує будівництво реальних будівель і споруд, оскільки побудова математичних моделей не вимагає великих капіталовкладень. Використання сучасних інструментів, спрощує реалізацію таких моделей та забезпечують відтворюваність результату. Одним із таких інструментів є мова програмування Python, яка постійно займає топ найпопулярніших мов програмування і у 2025 році посіла другу сходинку рейтингу на dou.ua відстаючи всього на 0,1% від мови програмування TypeScript [1]. Наразі де-факто мова програмування Python також закріпилася як один із основних інструментів для написання власних плагінів в Autodesk Revit [2]. Що показує значний вплив цієї мови програмування на розвиток BIM технології індустрії в цілому.

2. МЕТОДИКА ПОБУДОВИ МОДЕЛІ СФЕРИ

Побудуємо квадратну сітку, вписану у коло — проекцію півсфери на площину XY. Центр сфери розташуємо в початку координат. Користувач має можливість задати значення радіуса сфери та щільність сітки, як кількість поділок N на які можна розбити квадрат вписаний у проекцію сфери на площину XY (рис. 1).

Для кожного вузла сітки обчислюється третя координата апліката (z) вузла поверхні над площиною XY (1).

$$z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}, \tag{1}$$

де R – радіус кола (проекція півсфери), x, y, z – координати вузлів півсфери (рис. 2).

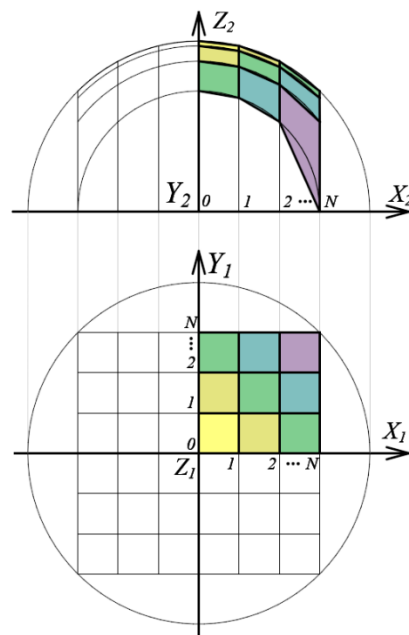


Рисунок 1. Площинні проєкції сферичної поверхні.

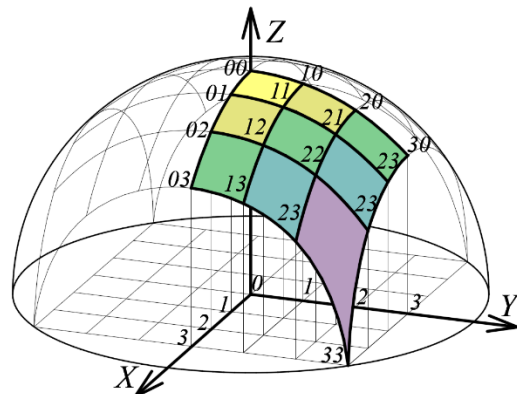


Рисунок 2. Аксонометрична проєкція сферичної поверхні

Алгоритм реалізований на мові Python включає такі етапи:

1. Задання параметрів – визначення радіуса сфери, кількості елементів уздовж осей і крок сітки.

2. Генерація сітки – формування масиву координат вузлів у площині XOY та розрахунок значень Z за допомогою функцій бібліотеки NumPy.
3. Візуалізація результатів –побудова 3D-моделі, візуалізація поверхні півсфери та сітки за допомогою бібліотеки Matplotlib(рис. 3).
4. Експорт даних –автоматичне збереження обчислених значенькоординат вузлів сіткиу формат Excel через модуль OpenPyXLдля подальшої аналітики.

На рисунку наведено приклад побудованої моделі півсфери.

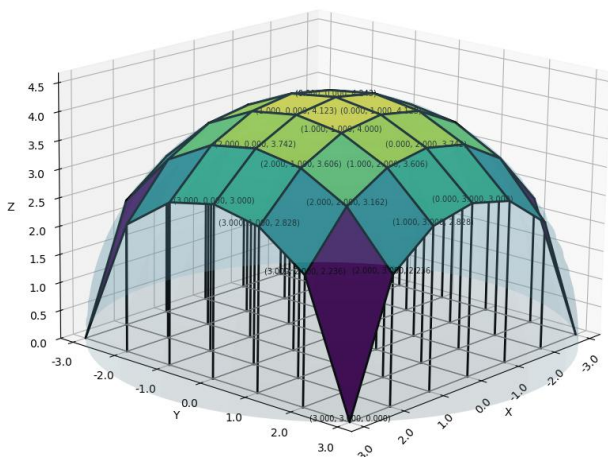


Рисунок 3. Приклад побудованої моделі півсфери з дискретною сіткою

Для обчислення геометричних характеристик поверхні реалізовано допоміжні функції для знаходження векторів, нормалей та кутів між ними, що дозволяє надалі оцінювати площу кожного елемента поверхні на основі векторного аналізу.

Програмна реалізація базується на бібліотекахPython:

NumPy — для векторизованих обчислень координат точок (вузлів);

Matplotlib (mpl_toolkits.mplot3d) — для побудови тривимірної моделі сфери та візуалізації сітки;

OpenPyXL — для експорту результатів у формат *.xlsx*, що спрощує передачу результатів колегам і експорт у CAD системи.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ОБГОВОРЕННЯ

У результаті реалізованого алгоритму побудовано тривимірну дискретну модельпівсфери, що відображає геометричну структуру з високою точністю.

Користувач може змінювати кількість вузлів сітки(параметр N, див. рис. 1), що впливає на деталізацію моделі. Програма автоматично формує підписи координат вузлів і забезпечує наочне порівняння різних рівнів дискретизації.

Результати обчислень зберігаються у вигляді таблиці значень Z-координат, що можуть бути імпортовані до інших програмних середовищ (наприклад для побудови поверхонь у CAD або CAE - системах).

Отримана модель дозволяє:

- 1) генерувати тривимірну сіткову структуру на сферичній поверхні з довільною щільністю розбиття;
- 2) автоматично формувати таблиці значень координат вузлів;
- 3) візуалізувати форму півсфери разом із сіткою для наочного представлення структури розрахунків.

4. ВИСНОВКИ ТА ПОДАЛЬШІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розроблена чисельна модель сферичної поверхні є практичною реалізацією методичних положень статті [3].

Основні переваги розробки полягають в:

- універсальності алгоритму та можливості масштабування точності;
- автоматизації процесів генерації, візуалізації та експорту даних до інших програмних середовищ;
- гнучкостізавдання параметрів дискретизації математичної моделі;
- можливості подальшого аналізу геометричних характеристик та інтеграції з інженерними розрахунками.

Список літератури

[1] Рейтинг мов програмування 2025. Результати щорічного опитування DOU про мови програмування. URL: <https://dou.ua/lenta/articles/language-rating-2025/>

[2] RevitPythonShell - інтерпретатор IronPython до AutodeskRevit та Vbaci. Веб сервіс для спільної розробки програмного забезпечення.URL: <https://github.com/architecture-building-systems/revitpythonshell>

[3] Ковальов С. М., Ботвіновська С. І.,Колган А. В. Геометричне моделювання безмоментної оболонки заданої форми. *Управління розвитком складних систем*.2025. № 61. С. 193–201. DOI:<https://doi.org/10.32347/2412-9933.2025.61.193-201>

Робота виконана під керівництвомдоктора технічних наук, професора кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки КНУБАБотвіновської Світлани Іванівни.