

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

БОГДАН ДМИТРО ВАСИЛЬОВИЧ

УДК 539.375

**ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТРИЩИНІСТІЙКОСТІ
ПРОСТОРОВИХ ПРИЗМАТИЧНИХ ТІЛ
ПРИ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОМУ ДЕФОРМУВАННІ
НА ОСНОВІ МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДУ РЕАКЦІЙ**

05.23.17 — будівельна механіка

.1 **АВТОРЕФЕРАТ ДИСЕРТАЦІЇ НА ЗДОБУТТЯ НАУКОВОГО СТУПЕНЯ
КАНДИДАТА ТЕХНІЧНИХ НАУК**

Київ – 2013

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник

академік Національної академії педагогічних наук України,
доктор технічних наук, професор

Баженов Віктор Андрійович,

Київський національний університет будівництва і архітектури
Міністерства освіти і науки України,
перший проректор, завідувач кафедри будівельної механіки

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, професор

Гордєєв Вадим Миколайович,

ТОВ «Український інститут сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського»,
заступник генерального директора

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник

Сідяченко В'ячеслав Григорович,

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України,
старший науковий співробітник

Захист відбудеться «___» _____ 2013 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.04 у Київському національному університеті будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України за адресою: 03680, м. Київ, Повітрофлотський просп., 31, ауд. ____

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03680, м. Київ, Повітрофлотський просп., 31

Автореферат розісланий «___» _____ 2013 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
к.т.н., доц.



Д. В. Михайловський

Підписано до друку 17.05.2013 р. Формат 60x90/16.
Ум. друк. арк. 0,9. Обл.-вид. арк. 0,9.
Тираж 100. Зам. 18.

«Видавництво “Науковий світ”»[®]
Свідоцтво ДК № 249 від 16.11.2000 р.
м. Київ, вул. Боженка, 23, оф. 414.
200-87-13, 200-87-15, 8-050-525-88-77
E-mail:nsvit@mail.ru

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. В сучасній практиці розв'язання задач механіки руйнування в будівництві, машинобудуванні, енергетиці та інших галузях техніки для визначення тріщиностійкості відповідальних елементів конструкцій провідне місце займають чисельні методи, зокрема метод скінченних елементів (МСЕ). Проведення аналізу тріщиностійкості потребує обчислення параметрів механіки руйнування в елементах конструкцій з тріщинами та в експериментальних зразках для визначення критичних значень параметрів механіки руйнування при лінійному і нелінійному деформуванні та з урахуванням складного напружено-деформованого стану (НДС) в вершині тріщини. Таким чином проблема достовірності і ефективності обчислення параметрів механіки руйнування з урахуванням зазначених факторів набуває важливого значення.

Значна кількість досліджуваних об'єктів являють собою неоднорідні призматичні тіла складної форми, розрахунок яких найбільш доцільно виконувати напіваналітичним методом скінченних елементів (НМСЕ).

Проведений аналіз вітчизняних та зарубіжних літературних джерел показав, що питання розробки методик чисельного розв'язання просторових нелінійних задач механіки руйнування, зокрема обчислення J -інтеграла в умовах складного напруженого стану на основі НМСЕ, не знайшло достатнього відображення в публікаціях. Тому розробка ефективних методів обчислення інваріантних величин J -інтеграла є актуальною проблемою, вирішення якої дозволить підвищити точність розв'язання практичних задач аналізу тріщиностійкості відповідальних елементів конструкцій.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана у відповідності до загального плану наукових досліджень кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА) і Науково-дослідного інституту будівельної механіки КНУБА (НДІБМ КНУБА) за темами: 7ДБ-2009 «Дослідження ефективності і можливості застосування нової методики обчислення інваріантного J -інтеграла в задачах про визначення несучої здатності просторових тіл» (№ державної реєстрації 0104U003287); 1ДБ-2012 «Створення теорії і методів чисельного дослідження напруженого стану та прогнозування тріщиностійкості відповідальних просторових елементів конструкцій енергетичних установок при термосиловому навантаженні» (№ державної реєстрації 0112U001476) та 1ДБ-2013 «Створення теорії і методик дослідження тріщиностійкості просторових тіл методом скінченних елементів з урахуванням геометрично нелінійного деформування» (№ державної реєстрації 0113U002288). Автор брав безпосередню участь у виконанні цих науково-дослідних робіт як виконавець.

Мета і завдання дослідження. Мета дисертаційної роботи полягає у створенні ефективних підходів до визначення J -інтеграла при складному деформованому стані у вершині тріщини в умовах лінійного та нелінійного

деформування, розробці ефективних алгоритмів його обчислення в дискретних моделях МСЕ і НМСЕ та застосування розроблених підходів для отримання нових розв'язків прикладних задач механіки руйнування.

Мета роботи досягається вирішенням наступних завдань:

- формулювання виразів для подання J -інтеграла із застосуванням величин, безпосередньо використовуваних в рівняннях МСЕ;
- розробка обчислювальних процедур для визначення J -інтеграла при складному деформованому стані для застосування в дискретних моделях НМСЕ в просторових тілах з повздовжніми та поперечними тріщинами;
- дослідження збіжності та підтвердження достовірності і інваріантності отримуваних величин J -інтеграла в умовах змішаного руйнування в вершині тріщини та при пружнопластичному деформуванні;
- розв'язання задач аналізу тріщиностійкості просторових тіл з тріщинами на основі обчислення J -інтеграла при лінійному та нелінійному деформуванні.

Об'єктом дослідження є пружнопластичний напружено-деформований стан призматичних тіл складної форми з початковими тріщинами.

Предметом дослідження є величини інваріантного J -інтеграла, отримані в дискретних скінченно-елементних моделях просторових тіл при лінійному та нелінійному деформуванні.

Методи дослідження. Дискретизація призматичних тіл складної форми поперечного перерізу виконується на основі НМСЕ. Вирази матриці жорсткості і вектора вузлових реакцій отримані в термінах фізичних напружень і деформацій. Для моделювання довільних граничних умов застосовано систему функцій, що ґрунтується на використанні поліномів Міхліна і Лагранжа. Пластичне деформування матеріалу описується за теорією текучості Мізеса. Моделювання нелінійного деформування здійснюється на основі покрокового алгоритму. На кожному кроці розв'язання системи нелінійних рівнянь НМСЕ здійснюється методом блочних ітерацій з верхньою релаксацією та з початковими наближеннями величин переміщень. Визначення J -інтеграла ґрунтується на його представленні через вузлові реакції і переміщення (метод реакцій). Достовірність і збіжність отримуваних результатів досліджено шляхом розв'язання тестових задач.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в розвитку нових методик для визначення величин J -інтеграла в дискретних моделях МСЕ і НМСЕ в тому числі при складному деформованому стані у вершині тріщини та в умовах пружнопластичного деформування і отриманні нових розв'язків задач про визначення величин J -інтеграла в просторових тілах з тріщинами.

Практичне значення одержаних результатів полягає в можливості використання запропонованої методики при створенні програмного забезпечення для визначення критеріальних величин механіки руйнування відповідальних елементів конструкцій в машинобудуванні, енергетиці та інших галузях техніки, і його застосування в науково-дослідних та науково-виробничих установах,

діяльність яких пов'язана із створенням та супроводженням експлуатації стаціонарних та транспортних енергетичних установок.

Особистий внесок здобувача в розробку наукових результатів полягає у наступному:

- розробка модифікованого методу реакцій для обчислення J-інтеграла в просторових дискретних моделях МСЕ за величинами переміщень та вузлових реакцій;

- конкретизація скінчено-елементних виразів J-інтеграла для застосування в дискретних моделях просторових тіл із повздовжніми і поперечними тріщинами на основі НМСЕ;

- проведення чисельного обґрунтування достовірності отримуваних розв'язків при пружнопластичному деформуванні та в умовах складного напруженого стану шляхом дослідження їх збіжності і порівняння із результатами розв'язання відомих задач;

- отримання нових розв'язків прикладних задач механіки руйнування про визначення несучої здатності тіл з тріщинами.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідались та обговорювались: на 71–74 науково-практичних конференціях Київського національного університету будівництва і архітектури (м. Київ, 2009–2013 р.); на I Міжнародній конференції молодих вчених «Інженерна механіка та транспорт» (м. Львів, 2010 р.); на конференціях молодих вчених, аспірантів та студентів Київського національного університету будівництва і архітектури (м. Київ, 2010–2012 р.). У повному обсязі дисертаційна робота доповідалась на кафедрі будівельної механіки КНУБА (м. Київ, 2013 р.).

Публікації. Результати дисертаційної роботи опубліковані в 9 наукових працях, з них: у фахових наукових журналах і збірниках – 5, у публікаціях матеріалів міжнародних і вітчизняних конференцій та конгресів – 4.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається з вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел. Загальний обсяг дисертації становить 133 сторінки, у тому числі 114 сторінок основного тексту, 68 рисунків, 4 таблиці, список використаних джерел із 189 найменувань на 19 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми, визначені мета і задачі досліджень, наведена загальна характеристика роботи.

У першому розділі на підставі огляду літературних джерел надана оцінка стану досліджень тріщиностійкості просторових тіл при пружному і пружнопластичному деформуванні, в тому числі на основі НМСЕ.

Вагомий вклад в розвиток галузі знань про міцність і деформативність матеріалів та конструкцій з тріщинами внесли вітчизняні вчені О.Є. Андрейків,

В.В. Божидарник, Н.М. Бородачев, А.М. Гузь, А.О. Каминский, В.Г. Карпенко, М.Я. Леонов, В.В. Панасюк, Г.С. Писаренко, М.П. Саврук, В.Т. Трощенко, В.В. Харченко, П.В. Ясній та зарубіжні вчені Т.Л. Андерсон, С. Атлурі, Г.И. Баренблат, В.В. Болотин, Д. Броск, Т. Єкоборі, Л.М. Качанов, Є.М. Морозов, Н.Ф. Морозов, Н.І. Мухелишвили, Г.П. Никишков, В.В. Новожилов, В.З. Партон, Ю.М. Работнов, Г.Н. Савін, М. Сіраторі, С. Тайра, Г.П. Черепанов та ін.

Найбільш універсальним параметром для розв'язання задач лінійної і нелінійної механіки руйнування є незалежний від контуру (шляху інтегрування) інваріантний J -інтеграл Черепанова-Райса. Його використання забезпечує можливість аналізу тріщиностійкості при наявності розвинених пружнопластичних деформацій.

Для визначення величин J -інтеграла на основі МСЕ існує ряд методик, до яких відноситься: безпосереднє обчислення J -інтеграла по контуру для двовимірного випадку або поверхні для тривимірного випадку при його поданні за величинами напружень і деформацій (метод напружень), метод піддатливості, метод еквівалентного об'ємного інтегрування, метод модифікованого інтеграла закриття тріщини, метод віртуального росту тріщини. Результати, отримані із використанням перелічених методів в багатьох випадках не задовольняють умовам інваріантності J -інтеграла по контуру інтегрування, навіть для випадків лінійного деформування та в двовимірних задачах. Для вирішення цієї проблеми в роботах В.А. Баженова, О.І. Гуляра, С.О. Пискунова, О.С. Сахарова було запропоновано подання контурного J -інтеграла за величинами, що безпосередньо фігурують в скінченно-елементному розв'язку – вузлових реакцій і переміщень (метод реакцій). Здійснена в роботах названих авторів реалізація методу реакцій дозволила отримати розв'язки задач для просторових призматичних тіл з тріщинами нормального відриву здебільшого при пружному деформуванні та для випадку складного НДС (змішаного руйнування) у вершині тріщини в двовимірних тілах. Тому актуальним є поширення методу реакцій на задачі розвиненого фізично-нелінійного деформування та змішаного руйнування, дослідження достовірності і збіжності результатів в просторових призматичних тілах.

При розв'язанні різноманітних просторових задач механіки деформівного твердого тіла, зокрема задач механіки руйнування, останнім часом широкого розповсюдження отримав НМСЕ. Розвиток НМСЕ щодо розв'язання лінійних та нелінійних задач механіки проведений в роботах Б.Я. Кантора, Ю.М. Шевченка, В.Г. Савченка; В.А. Баженова, О.І. Гуляра, С.О. Пискунова, О.С. Сахарова, а також в інших роботах. Висока ефективність варіанту НМСЕ, що ґрунтується на використанні поліноміального подання переміщень в задачах лінійного і нелінійного деформування неоднорідних просторових призматичних тіл при довільних граничних умовах була показана в роботах В.А. Баженова, О.І. Гуляра, С.О. Пискунова, О.С. Сахарова.

У другому розділі викладені вихідні співвідношення теорії пружнопластичності і розв’язувальні співвідношення НМСЕ для призматичних скінчених елементів (СЕ) змінної площі поперечного перерізу.

В НМСЕ розглядаються неоднорідні призматичні тіла з поперечними та поздовжніми тріщинами (рис.1), дискретизація яких проводиться в площині поперечного перерізу $z^1 - z^2$ із застосуванням просторових неоднорідних призматичних СЕ (рис. 2), що являють собою призму, утворену переміщенням

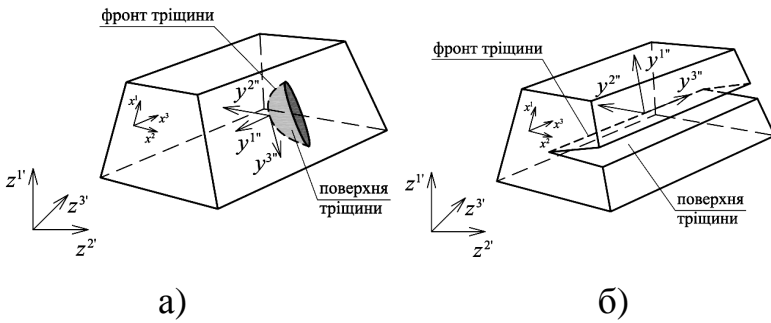


Рис. 1. Призматичні тіла з поперечною (а) та поздовжньою (б) тріщинами

чотирикутника довільного обрису вздовж прямої. Розподілення переміщень у межах поперечного перерізу СЕ описується білінійним законом:

$$u_{m'} = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} u_{m'(S_1 S_2)} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right), \quad (2)$$

де $u_{m'(S_1 S_2)}$ – значення вузлових переміщень, подані компонентами в базисній системі координат; S_1 і S_2 – координати, що визначають розташування вузлів відносно центру поперечного перерізу СЕ в місцевій системі координат x^i .

В напрямку утворюючої переміщення та їх похідні по напрямку x^3 апроксимуються розкладенням за системою координатних функцій $\varphi^{(l)}$ – поліномам Лагранжа ($l = 0, 1$) і Міхліна ($l = 2, \dots, L$).

$$u_{m'} = \sum_{l=0}^L u_m^l \varphi^{(l)}; \quad u_{m';3} = \sum_{l=0}^L u_m^l \varphi_{,3}^{(l)}, \quad (3)$$

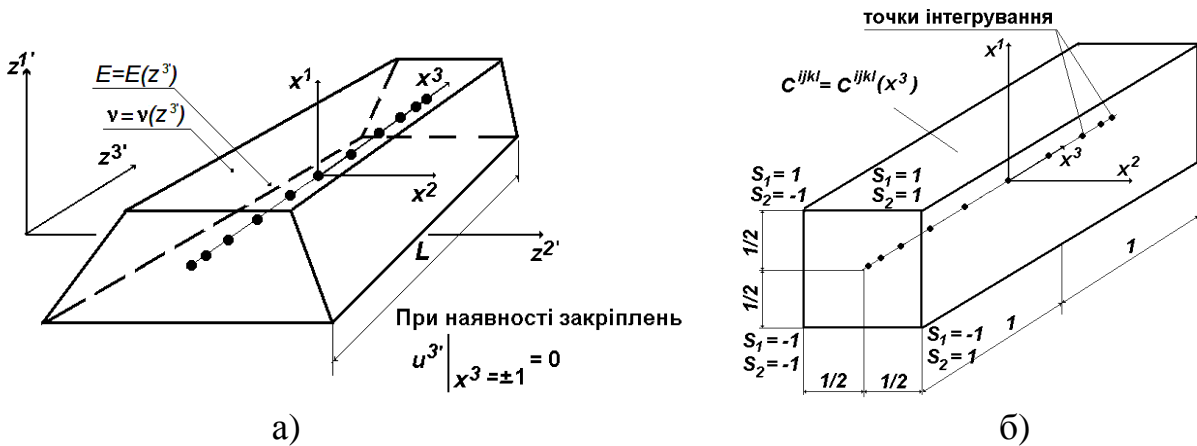


Рис. 2. Неоднорідний призматичний скінченний елемент із змінною площею поперечного перерізу (а) – в базисній; (б) – в місцевій системі координат

Отримання розв'язувальних співвідношень здійснено із застосуванням моментної схеми скінченних елементів (МССЕ) в термінах фізичних напружень $\tilde{\sigma}^{ij}$ і деформацій $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ із урахуванням змінності компоненти метричного тензора g_{ij} в поперечному перерізі СЕ:

$$\tilde{\sigma}^{ij} = \sigma^{ij} \sqrt{g_{ii} g_{jj}}, \quad \tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\sqrt{g_{ii} g_{jj}}}, \quad g_{ij} = g_{ij}(x^\alpha).$$

Це суттєво знижує обмеження на співвідношення сторін і величини кутів між сторонами СЕ та дозволяє будувати ефективні скінченні елементи моделі. При необхідності врахування змінної площі поперечного перерізу СЕ за напрямком z^3 здійснюється коригуванням визначника метричного тензора пропорційно площі поперечного перерізу A_m в точці інтегрування m :

$$\left(\sqrt{g} \right)_m = \frac{A_m}{A|_{z^3=0}} \sqrt{g|_{z^3=0}}, \quad (1)$$

Для отримання матриці жорсткості використано варіаційний принцип Лагранжа, згідно до якого рівняння рівноваги системи N скінченних елементів, що апроксимують досліджуваній об'єкт, має вигляд:

$$\sum_{n=1}^N (\delta W_n - \delta A_n) = 0. \quad (2)$$

де $\delta W_n = \int_{V_n} \tilde{\sigma}^{ij} \delta \tilde{\varepsilon}_{ij} dV_n$ варіація енергії деформації одного СЕ, $dV_n = \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3$.

З використанням отриманих виразів для коефіцієнтів розкладання компонент фізичних напружень і деформацій в ряд Маклорена, вираз для варіації енергії деформування одного СЕ набуде вигляду:

$$\delta W = \int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \left(\delta \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon} \right\}^T \right) \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} + \frac{1}{12} \left[\left(\delta \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{,1} \right\}_h^T \right) \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,1} \right\} + \left(\delta \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{,2} \right\}_h^T \right) \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,2} \right\} \right] \right\} \times \sqrt{g} dx^3, \quad (3)$$

де $\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon} \right\}^T$ і $\left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\}^T$ – транспоновані вектори деформацій і напружень в центрі СЕ,

$\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{,\alpha} \right\}_h = \sum_{l=0}^L \left(\left[\overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_h \varphi^{(l)} + \left[\overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_h \varphi_{,3}^{(l)} \right) \{ u_l \}$ – вектори похідних від деформацій, що в свою чергу містять нормовані похідні від компонент метричного тензора в поперечному перерізі СЕ, $\overset{\circ}{h}_{ij,\delta} = \overset{\circ}{g}_{ij,\delta} / \overset{\circ}{g}_{ij}$.

З урахуванням наведеного подання деформацій через переміщення після чисельного інтегрування отримуємо вираз для обчислення компонент вектору вузлових реакцій СЕ:

$$\left\{ \overset{\circ}{R}_l \right\} = \left\{ \sum_{\gamma=1}^2 \left[\overset{\circ}{B}_\gamma \right]_h \{ \sigma \}_{l\gamma} + \frac{1}{12} \sum_{\gamma=1}^2 \left[\overset{\circ}{B}_{\gamma,\alpha} \right]_h \{ \sigma \}_{l\alpha\gamma} \right\}, \quad (4)$$

де $\{\sigma\}$ – вектори амплітудних напружень:

$$\{\sigma\}_{l\gamma} = \sum_{m=1}^M \left(\left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} \Psi_{\gamma}^{(l)} \sqrt{\overset{\circ}{g} H} \right)_m, \quad \{\sigma\}_{l\alpha\gamma} = \sum_{m=1}^M \left(\left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,\alpha} \right\} \Psi_{\gamma}^{(l)} \sqrt{\overset{\circ}{g} H} \right)_m \quad (5)$$

Враховуючи залежності між коефіцієнтами розкладання прирощень деформацій і коефіцієнтами розкладання переміщень за поліномами, подамо вираз варіації енергії СЕ у вигляді:

$$\delta W = \sum_{l=0}^L \sum_{n=0}^L \left(\delta \{u_l\}^T \right) [K_{ln}]_h \{u_n\}, \quad (6)$$

де $[K_{ln}]_h$ – матриця жорсткості неоднорідного призматичного СЕ:

$$[K_{ln}]_h = \left\{ \sum_{\beta=1}^2 \sum_{\gamma=1}^2 \left[\overset{\circ}{B}_{\beta} \right]_h^T [D]_{\beta\gamma}^{ln} \left[\overset{\circ}{B}_{\gamma} \right]_h + \frac{1}{12} \sum_{\beta=1}^2 \sum_{\gamma=1}^2 \sum_{\alpha=1}^2 \left[\overset{\circ}{B}_{\beta,\alpha} \right]_h^T [D]_{\beta\gamma\alpha}^{ln} \left[\overset{\circ}{B}_{\gamma,\alpha} \right]_h \right\}, \quad (7)$$

$$[D]_{\beta\gamma}^{ln} = \sum_{m=1}^M \left(\Psi_{\beta}^{(l)} \left[\overset{\circ}{D} \right] \Psi_{\gamma}^{(n)} \sqrt{\overset{\circ}{g} H} \right)_m, \quad [D]_{\beta\gamma\alpha}^{ln} = \sum_{m=1}^M \left(\Psi_{\beta}^{(l)} \left[\overset{\circ}{D}_{,\alpha} \right] \Psi_{\gamma}^{(n)} \sqrt{\overset{\circ}{g} H} \right)_m, \quad (8)$$

$[D]$ – матриця фізико-механічних характеристик СЕ,

$$\beta=1 \quad \Psi_{\beta}^{(l)} = \Phi_m^{(l)}, \quad \beta=2 \quad \Psi_{\beta}^{(l)} = \Phi_{,3m}^{(l)}, \quad \gamma=1 \quad \Psi_{\gamma}^{(n)} = \Phi_m^{(n)}, \quad \gamma=2 \quad \Psi_{\gamma}^{(n)} = \Phi_{,3m}^{(n)}.$$

Отримані вирази вектору вузлових реакцій (4) і матриці жорсткості (7) СЕ дозволяють будувати дискретні моделі для неоднорідних призматичних тіл складної форми, в тому числі із змінною вздовж утворюючої площею поперечного перерізу.

Чисельне моделювання процесу пружно-пластичного деформування здійснюється на основі крокового алгоритму. Крок за навантаженням обирається з урахуванням фізико-механічних характеристик матеріалу і рівня деформацій пластичності. На кожній ітерації n кроку m вектор прирощень невідомих амплітудних переміщень $\{\Delta U\}_n^m$ системи нелінійних рівнянь НМСЕ може бути поданий у вигляді:

$$\{\Delta U\}_n^m = \{\Delta U\}_{n-1}^m + \beta [K]^{-1} \left(\{Q\}^m - \{R\}_n^m \right), \quad (9)$$

де β – параметр релаксації ($1 \leq \beta < 2$), $\{Q\}^m$ – вектор повних вузлових навантажень на кроці m ; $[K]$ – матриця жорсткості, $\{R\}_n^m$ – вектор вузлових реакцій на ітерації n кроку m , обчислений за величинами повних напружень $(\sigma^{ij})_n^m = (\sigma^{ij})_{n-1}^m + (\Delta\sigma^{ij})_n^m$.

При виконанні умови текучості $\tau_i > \tau_s(\vartheta, T)$ обчислюються скореговані напруження

$$\left(\overline{\sigma}_{ij} \right)_n^m = \frac{1}{3} \delta^{ij} (\sigma_{ij})_n^m + \left(s^{ij} \right)_n^m = (\sigma_o)_n^m + (s^{ij})_n^m \frac{\tau_s(\vartheta, T)}{\tau_i}, \quad (10)$$

які перевіряються за умовою збіжності ітераційного процесу $\sum_{l=0}^L (\{\Delta u\}_l^n)^2 \leq \zeta \sum_{l=0}^L (\{u\}_l^n)^2$. При їх виконанні обчислюються дійсні значення деформацій пластичності:

$$(\varepsilon_{ij}^p)_m = (\varepsilon_{ij}^p)_{m-1} + (\Delta \varepsilon_{ij}^p)_m = (\varepsilon_{ij}^p)_{m-1} + \left(1 - \frac{\tau_s(\vartheta, T)}{\tau_i}\right) (\overline{s}_{ij})_m / G_1.$$

Для підвищення ефективності алгоритму (9) було реалізовано підхід, що базується на застосуванні екстраполяції прирощень переміщень на першій ітерації кроку $\{\Delta \widehat{U}\}_1^m$ за їх величинами, отриманими на попередньому кроці $\{\Delta U\}^{m-1}$:

$$\{\Delta \widehat{U}\}_1^m = \{\Delta U\}^{m-1} \frac{\{\Delta Q\}^m}{\{\Delta Q\}^{m-1}}. \tag{11}$$

де $\{\Delta Q\}^m$ і $\{\Delta Q\}^{m-1}$ – прирощення навантаження даного і попереднього кроків.

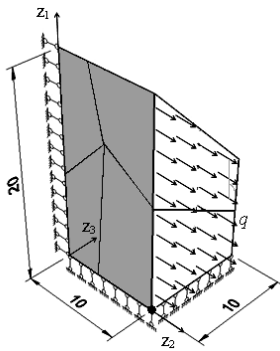


Рис. 3. Дискретна модель фрагмента обеліску з косокутною сіткою при одновісному розтягу

На прикладі тестової задачі про розтяг обеліску (рис. 3; дві грані, що розташовані в площині $z^1 - z^2$, закріплені вздовж z^3) показано, що врахування змінності компонент метричного тензора в поперечному перерізі дозволяє отримувати достовірні результати із використанням показаної косокутної сітки із мінімальною кількістю невідомих. В той же час, неврахування змінності геометричних параметрів призводить до необхідності її надмірного згущення.

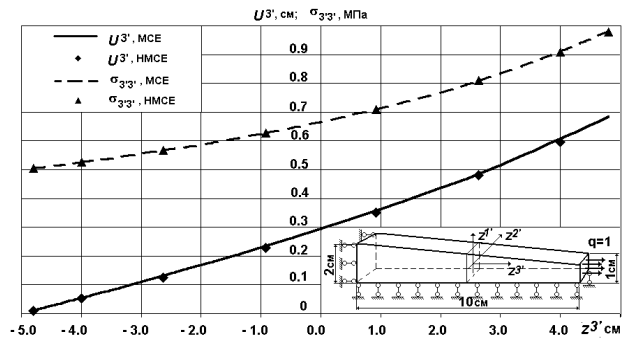


Рис. 4. Розподіл напружень і переміщень по довжині стрижня зі змінною площею поперечного перерізу

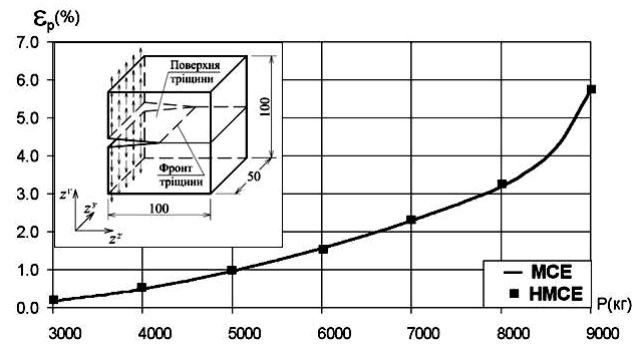


Рис. 5. Розвиток пластичних деформацій в просторовому тілі з боковим надрізом

Для підтвердження достовірності моделювання НДС при змінній площі поперечного перерізу розглянуто задачу про розтяг стрижня зі змінною за лінійним законом в напрямку $z^{3'}$ площею поперечного перерізу в умовах плоскої деформації в площині $z^{1'} - z^{3'}$. Величини напружень $\sigma_{3'3'}(z^{3'})$ і переміщень $U^{3'}(z^{3'})$, отримані із використанням МСЕ і НМСЕ, відрізняються на 1% (рис. 4).

Для дослідження достовірності і ефективності алгоритму розв'язання задач пластичності (9)-(11) проведено чисельне моделювання згину призматичного тіла з боковим надрізом (рис. 5). Використана регулярна дискретна модель, характерний розмір СЕ складає 1/10 довжини тріщини. Як видно, отримані результати НМСЕ ідентичні МСЕ протягом всього процесу деформування до моменту появи у вершині тріщини пластичних деформацій величиною 7%, а кількість ітерацій при цьому є значно меншою.

Третій розділ містить вихідні співвідношення механіки руйнування, отримання співвідношень модифікованого методу реакцій та чисельні дослідження збіжності і достовірності отриманих із його застосуванням результатів обчислення J-інтеграла в лінійних та нелінійних задачах механіки руйнування.

Для обчислення J-інтеграла в околиці розглядуваної точки С фронту тріщини виділяють поверхню F довільної конфігурації, що охоплює фронт тріщини і має характерний розмір Δ вздовж нього (рис. 6).

$$J_k = \frac{1}{\Delta} \int_F \left(W n_k - \sigma^{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} n_j \right) dF, \quad (12)$$

де $W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$ – величина повної енергії деформування; $\sigma^{ij}, \varepsilon_{ij}$ – компоненти

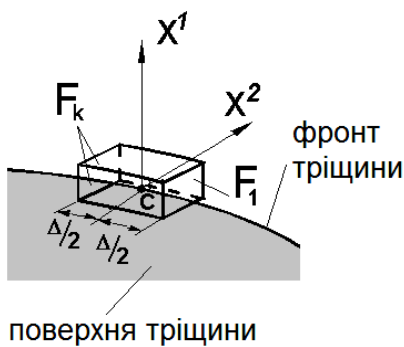


Рис. 6. Поверхня інтегрування в точці «С» визначення J-інтеграла

тензорів напружень і деформацій; n_k – компоненти зовнішньої нормалі до поверхні інтегрування F ; u_i – переміщення.

Зазначена поверхня для обчислення J-інтеграла буде складатися з контурної (F_k) і двох бічних (F_1 і F_2) поверхонь:

$$J = \frac{1}{\Delta} (J_{F_k} + J_{F_1} + J_{F_2}). \quad (13)$$

У випадку симетричної розрахункової схеми (нормальний відрив) розглянемо замкнений контур, що лежить з одного боку від вершини тріщини. П-подібна частина такого контура, що складається з ділянок S_1, S_2, S_3 , є власне контуром для обчислення J-інтеграла ($J = J_{\Pi} = J(S_1) + J(S_2) + J(S_3)$):

$$J_{II} = \sum_{j=1}^{N_1} \left(-\frac{\{u\}^T \{R\}}{2\Delta z^{2'}} - R^{k'} \frac{(\{u_{k'}\}_3 + \{u_{k'}\}_4) - (\{u_{k'}\}_1 + \{u_{k'}\}_2)}{2\Delta z^{2'}} \right)_j - \quad (14)$$

$$- \sum_{j=1}^{N_2} \left(R^{k'} \frac{\{u_{k'}\}_4 - \{u_{k'}\}_2}{2\Delta z^{2'}} \right)_j + \sum_{j=1}^{N_3} \left(\frac{\{u\}^T \{R\}}{2\Delta z^{2'}} - R^{k'} \frac{(\{u_{k'}\}_3 + \{u_{k'}\}_4) - (\{u_{k'}\}_1 + \{u_{k'}\}_2)}{2\Delta z^{2'}} \right)_j$$

J-інтеграл по лінії S_4 (штрихова на рис. 7), що перетворює цей контур на замкнений, дорівнює:

$$J_{II} = J(S_4) = - \sum_{j=1}^{N_4} \left(R^{k'} \frac{\{u_{k'}\}_4 - \{u_{k'}\}_2}{2\Delta z^{2'}} \right)_j \quad (15)$$

В формулах (14) і (15) $N_1 - N_4$ – кількість СЕ на ділянках $S_1 - S_4$ відповідно, нижні індекси 1,2,3,4 визначають порядкову нумерацію вузлів в межах j -ого СЕ (рис. 7), k' – номер глобальної вісі, що визначає напрямки реакцій і переміщень.

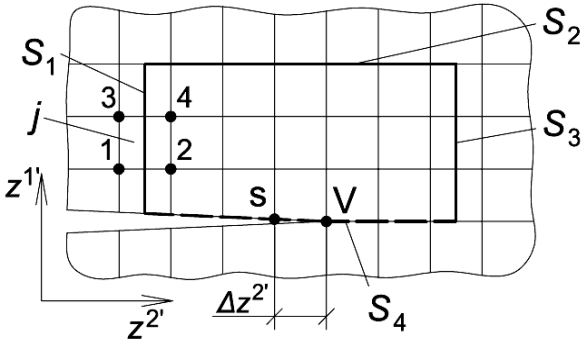


Рис. 7. Контур інтегрування для симетричної розрахункової схеми

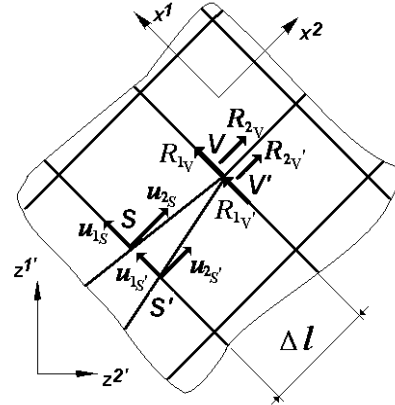


Рис. 8. Компоненти векторів вузлових реакцій і переміщень в околі вершини тріщини

Згідно із властивістю інваріантності J-інтеграла, його величина по замкненому контуру J_O дорівнює нулю: $J_O = J_{II} + J_{II} = 0$, звідки $J_{II} = -J_{II}$.

Оскільки вузлові реакції у вузлах на поверхні тріщини і переміщення в вузлах за вершиною тріщини, що відносяться до лінії контуру, дорівнюють нулю, отримаємо:

$$J = J_{II} = - \frac{(R^{k'})_V (u_{k'})_S}{2\Delta z^{2'}}, \quad (16)$$

де $(R^{k'})_V$ – вузлові реакції у вершині тріщини (вузол V); $(u_{k'})_S$ – переміщення найближчого від вершини тріщини вузла, розташованого на лінії вздовж берега тріщини (вузол S , рис. 7).

При змішаному руйнуванні внаслідок відсутності симетрії для визначення J-інтеграла необхідно розглядати дискретну модель для тіла в цілому і

використати для обчислення J-інтеграла контур, що охоплює вершину тріщини та має розрив на її поверхні. Вираз J-інтеграла в такому випадку має два доданки – добутки вузлових реакцій на переміщення по напрямку x_1 і x_2 , які відповідають J_I і J_{II} (рис. 8).

$$J = J_I + J_{II} = \frac{1}{2\Delta l} \left[R_{V_1'} (u_{S_1} - u_{S_1'}) + R_{V_2'} (u_{S_2} - u_{S_2'}) + R_{V_3'} (u_{S_3} - u_{S_3'}) \right]. \quad (17)$$

Ефективність такого методу була підтверджена для симетричних схем: на задачах про розтяг та зсув пластини з боковою тріщиною, а для несиметричних схем (змішаного руйнування) – розв'язанням задачі про розтяг нескінченної пластини з боковою похилою тріщиною. Результати розв'язання задачі показали, що на трьох дискретних моделях отримані величини J-інтеграла відрізняються від аналітичного розв'язку, отриманого в роботі В.А. Вайнштока, менше ніж на 3% .

При реалізації цих підходів в напіваналітичному МСЕ в тілах з поздовжніми тріщинами точка С обчислення J-інтеграла розташована посередині між кожною парою точок інтегрування, в яких визначаються параметри НДС (точки C' і C'' на рис. 9, а), а бічні поверхні F_1 і F_2 проходять через ці точки, контур інтегрування

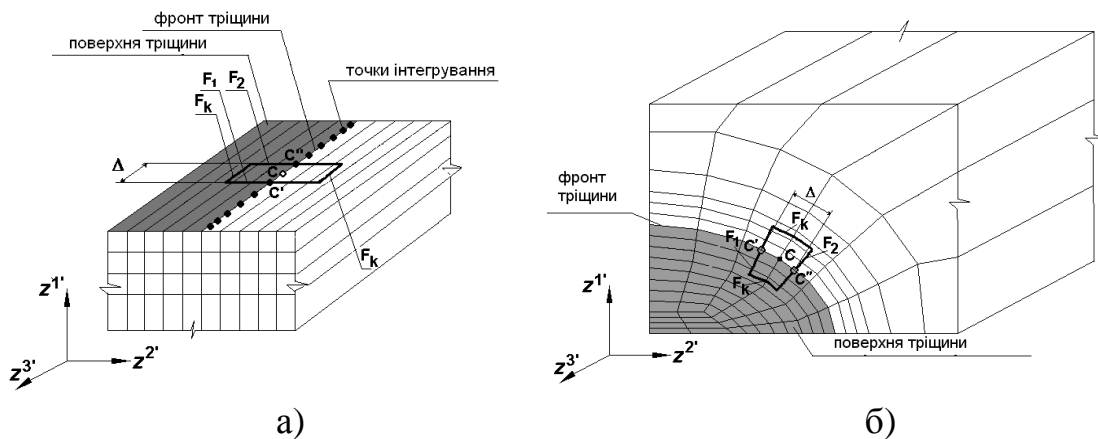


Рис. 9. Схема визначення J-інтеграла в тілах з поздовжніми (а) і поперечними (б) тріщинами

розташовується в поперечному перерізі на SE сітці. В тілах з поперечними тріщинами фронт і поверхня тріщини розташовані в площині поперечного перерізу тіла (рис. 9, б). В цьому випадку апроксимація фронту тріщини виконується за допомогою вузлів SE сітки, де відбувається обчислення J-інтеграла. Достовірність реалізації модифікованого методу реакцій для тіл з поздовжніми тріщинами була досліджена на тестовій задачі про згин призматичного тіла з боковою тріщиною та для тіл з поперечними тріщинами – на задачі про тіло з еліптичною тріщиною.

На відміну від випадку пружного деформування, де інваріантність виразу J-інтеграла за методом реакцій доведена аналітично, для випадку пружнопластичного деформування доведення інваріантності здійснено шляхом

проведення чисельних експериментів, зокрема на задачах про пружнопластичне деформування прямокутної пластини з центральною і боковою тріщиною.

При обчисленні J-інтеграла за модифікованим методом реакцій в пластині з центральною тріщиною його величини, отримані як на краю так і в центрі фронту тріщини, відрізняються близько 10% від величин обчислених по контуру за методом реакцій, а характер розподілу J-інтеграла вздовж фронту тріщини співпадає з еталонним розв'язком. Із збільшенням рівня пружнопластичних деформацій, збільшується розбіжність між значеннями J-інтеграла, обчисленими в центрі та на краю фронту тріщини. Значення J-інтеграла, обчислені методом реакцій в тривимірних постановках, залежать від прийнятого контуру інтегрування. Але при поступовому збільшенні контуру інтегрування спостерігається процес збіжності значень J-інтеграла. В той же час процедура обчислення J-інтеграла модифікованим методом реакцій позбавлена залежності від контурного інтегрування, а отримані з її використанням результати добре узгоджуються із значеннями отриманими при інтегруванні по контуру.

Аналогічні результати отримані для задачі про пружнопластичне деформування квадратної пластини з боковим надрізом під впливом розтягуючого навантаження.

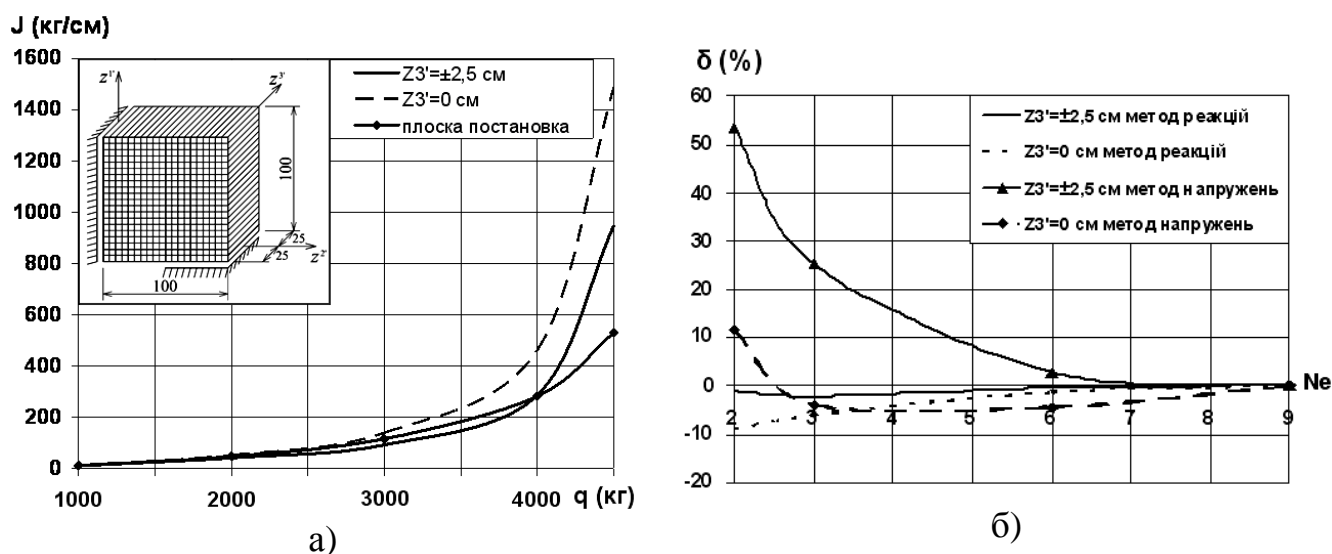


Рис. 10. Залежність J-інтеграла від рівня навантаження (а) та похибка його обчислення відповідно до розміру контуру інтегрування (б) в пластині з центральною тріщиною

У четвертому розділі дисертації із застосуванням модифікованого методу реакцій проведено розв'язання задач механіки руйнування і аналіз тріщиностійкості відповідальних об'єктів: захисної оболонки реактора «ВВЕР-1000», лопатки газової турбіни та компактного зразку.

При розгляді тріщиностійкості захисної оболонки реактора «ВВЕР-1000», який застосовується на Запорізькій та Рівненській АЕС, під дією експлуатаційного навантаження (рис. 11, а), згідно з вимогами МАГАТЕ

розглядалися напівеліптичні тріщини глибиною 48 мм із співвідношенням осей еліпса 0,33 та 0,67.

Дискретизація розрахункової моделі виконувалася із застосуванням НМСЕ. Для обґрунтування достовірності отримуваних результатів розрахунків також проводився із застосуванням тривимірного МСЕ, реалізованого в програмному комплексі SCAD. Для тріщини із співвідношенням розмірів напівосей $a/b = 0,67$ дискретна модель налічує 62100 невідомих, для тріщини із співвідношенням $a/b = 0,33$ – 64872 невідомих. У випадку застосування НМСЕ кількість невідомих становить 9936 та 7632 відповідно.

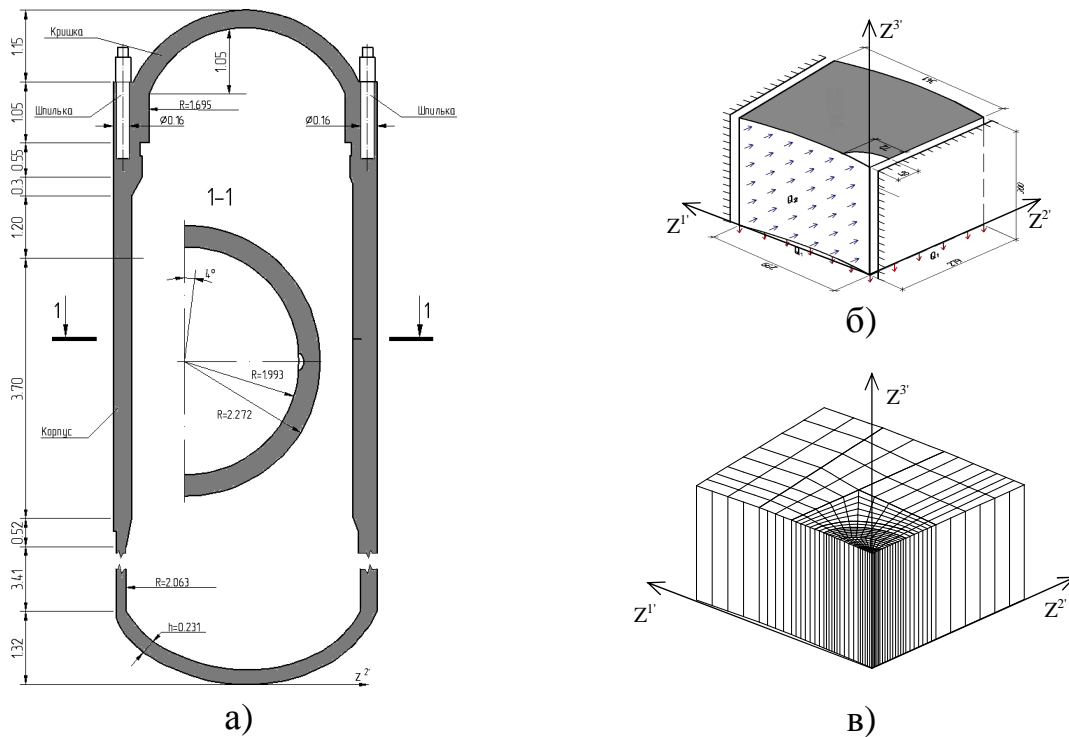


Рис. 11. Схема корпусу реактора (а), розрахункова схема фрагменту корпусу з напівеліптичною тріщиною із співвідношенням осей еліпса 0,67 (б) та дискретна модель НМСЕ (в)

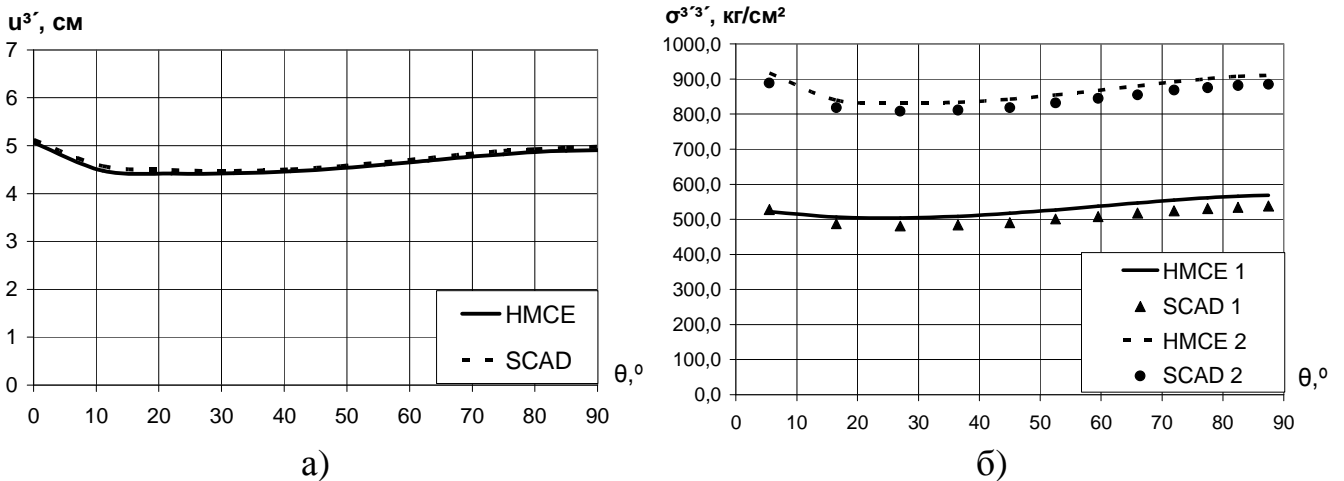


Рис. 12. Розподіл переміщень (а) та напружень (б) вздовж фронту тріщини

Порівняння результатів проводилося за переміщеннями вузлів вздовж фронту тріщини (рис. 12, а) та напруженнями в елементах перед (крива 1) та після (крива 2) фронту (рис. 12, б). В подальшому порівнювалися величини КІН визначені за методом напружень (K(U)) та методом реакцій (K(J)) для різних розмірів тріщини (рис. 13). Як видно з графіків, величини параметрів напружено деформованого стану та параметрів механіки руйнування майже співпадають, що свідчить про задовільну збіжність результатів отриманих НМСЕ і тривимірним МСЕ і незалежність ефективності методики від типу застосовуваної СЕ бази МСЕ. Це робить її універсальною для різних програмних комплексів.

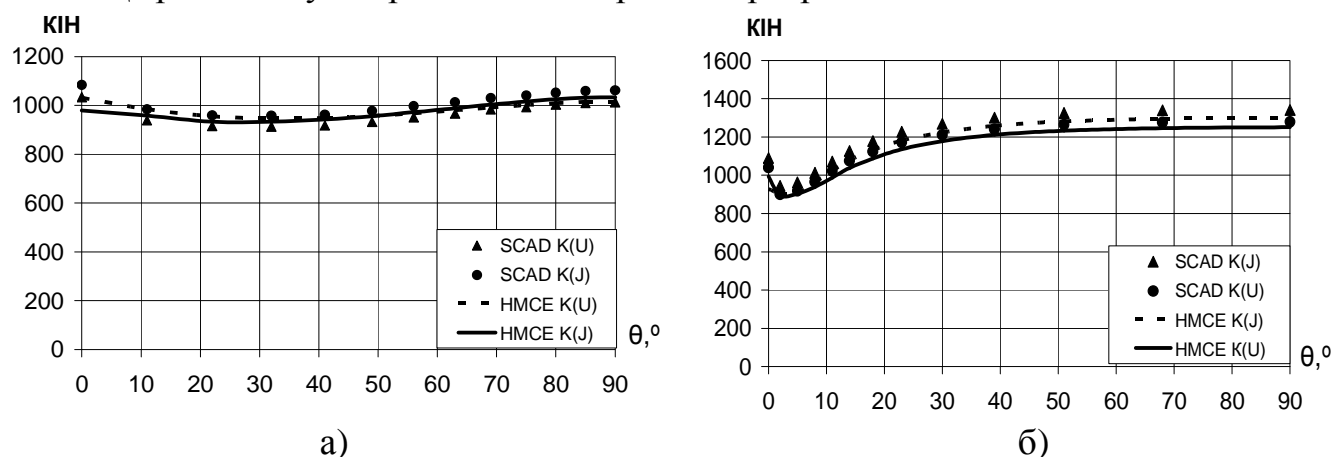


Рис. 13. Розподіл КІН вздовж фронту тріщини $a/b=0,67$ (а) та $a/b=0,33$ (б)

Подальше застосування модифікованого методу реакцій проводилося при визначенні тріщиностійкості лопатки газової турбіни з напівеліптичною тріщиною (рис. 14, а). Напружено-деформований стан фрагмента лопатки має суттєво тривимірний характер: величини інтенсивності напружень в межах поперечного перерізу відрізняються більше ніж в 2,5 рази в точках 1 і 2 перерізу $R = 0,94R_0$ (рис. 14, б). В точці 1 відмінність в напруженнях σ_i по висоті досягає 1,5 разів.

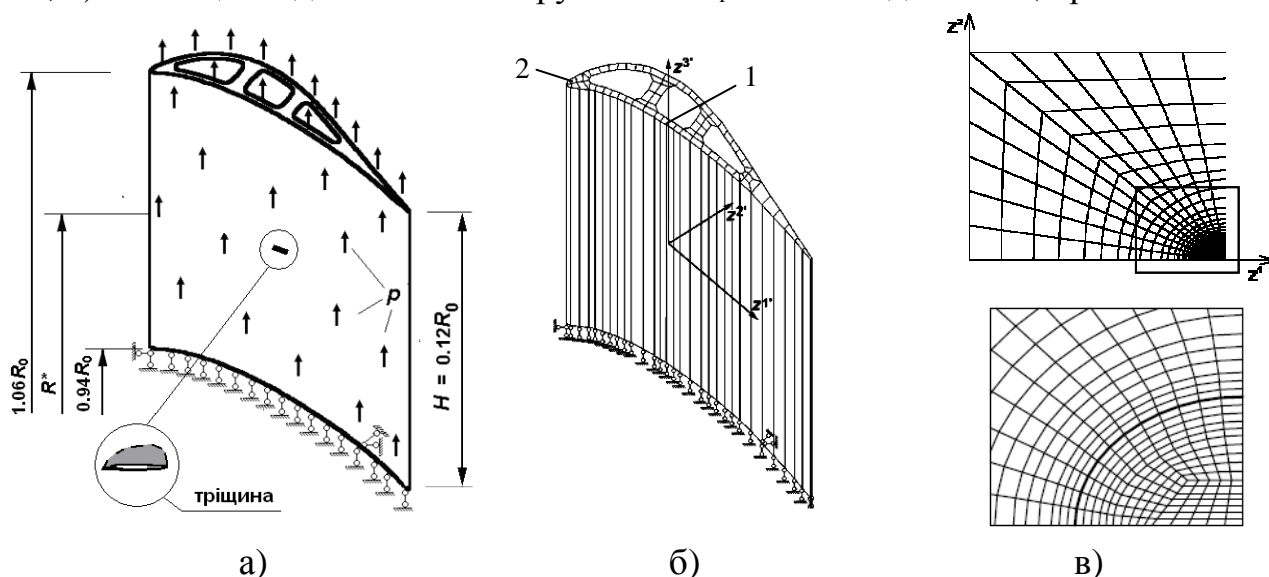


Рис. 14. Розрахункова модель лопатки газотурбінного двигуна (ГТД) з напівеліптичною тріщиною (а), дискретна модель лопатки (б) та фрагмент сітки лопатки з тріщиною (в)

Порівняння отриманого розподілення безрозмірної інтенсивності нормальних напружень σ_i/σ_0 по висоті фрагмента лопатки з розв'язком, отриманим на основі тривимірного МСЕ при пружному деформуванні в зазначених характерних точках перерізу (рис. 14, б) засвідчило добре узгодження цих результатів завдяки застосуванню СЕ зі змінною площею поперечного перерізу.

Дослідження збіжності розподілення J-інтеграла вздовж фронту початкової тріщини засвідчило, що на різних сітках його розподіл є майже однаковим, тобто достатньо 12 елементів що апроксимують фронт тріщини. Вибір трьох конфігурацій тріщин проводився із умови, що глибина тріщини не перевищує 1/4 товщини лопатки. На рисунку 15 показано залежність J-інтеграла від навантаження P (кН) у вузлі розташованому в точці на малій напівосі. Розподіл J-інтеграла вздовж фронту тріщини при максимальному навантаженні для тріщин різних розмірів показано на рис. 16. Отримана величина K_I за формулою $K_I = \sqrt{J_l E/k}$ значно менша гранично допустимого критичного значення $K_{IC} = 32 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$

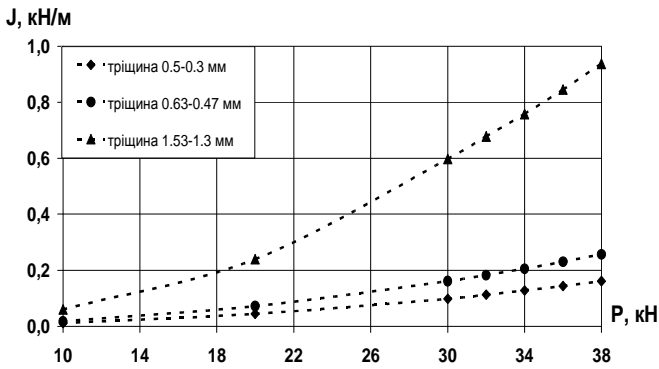


Рис. 15. Залежність J-інтеграла від величини прикладеного навантаження

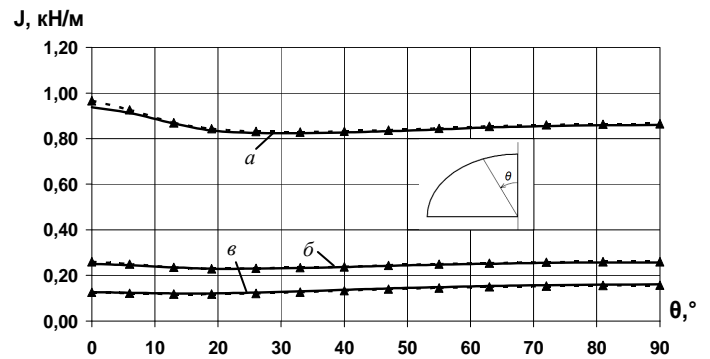


Рис. 16. Розподіл J-інтеграла вздовж фронту тріщини

Таким чином вищерозглянуті задачі показали ефективність розробленого модифікованого методу реакцій в задачах лінійного деформування призматичних тіл з поперечними тріщинами, а також можливість його використання для спрощення розрахунків.

Компактний зразок (рис. 17, а) виготовлений зі сталі ($E = 2,05 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu = 0,3$), еталонний розв'язок в двовимірній постановці для якого представлений в

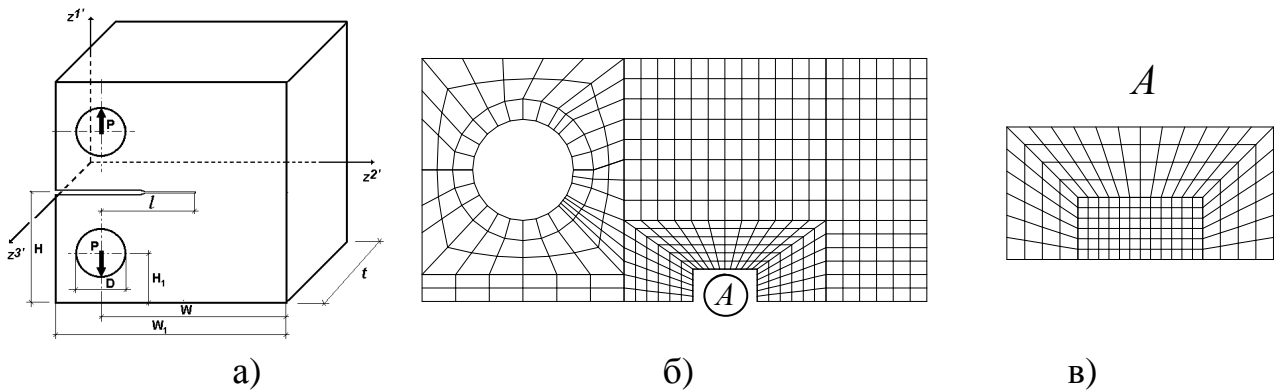


Рис. 17. Схема (а) та дискретна модель в поперечному перерізі компактного зразка (б, в)

роботі Є.М. Морозова та Г.П. Нікішкова. Завантаження зразка проводилось до 70 кН, як і при розв'язанні задачі в двовимірній постановці. Значення J -інтеграла при максимальній величині навантаження відрізняється менш ніж на 5% від результату розрахунку методом реакцій в центральній частині зразка. В перерізі на краю зразка ця різниця складає менш ніж 2% (рис. 18). Результати розрахунку модифікованим методом реакцій (1/2UR) добре узгоджуються з результатами обчислення методом реакцій по контуру та відрізняються від результатів двовимірної постановки в центрі зразка в межах 6% (рис. 19).

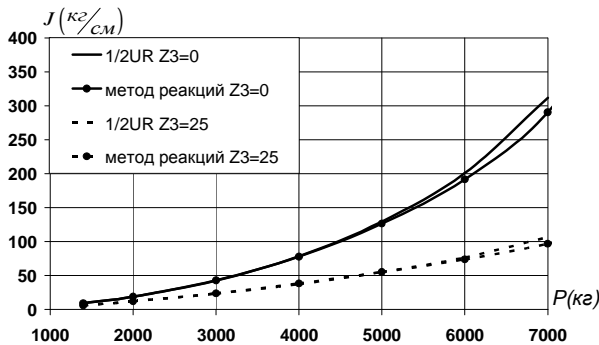


Рис. 18. Залежність величин J -інтеграла від рівня навантаження

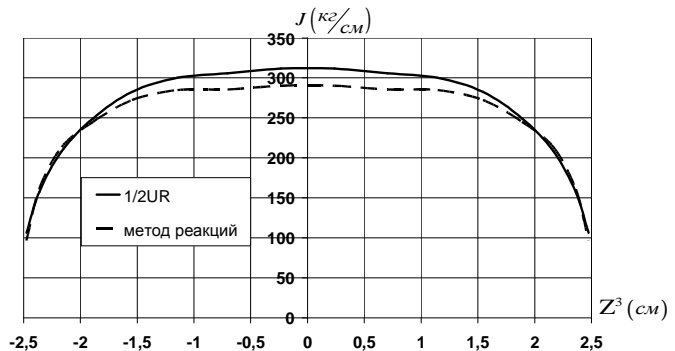


Рис. 19. Розподіл величин J -інтеграла вздовж фронту тріщини

ВИСНОВКИ

Основні результати отримані в даній роботі полягають в наступному:

1. Як свідчить проведена оцінка стану досліджень тріщиностійкості, більшість існуючих методик обчислення J -інтеграла в дискретних моделях МСЕ не забезпечують його інваріантність іноді навіть для найпростіших умов деформування.

2. Вперше на основі НМСЕ проведено розвиток модифікованого методу реакцій для ефективного обчислення J -інтеграла, що забезпечує достовірність та інваріантність величин J -інтеграла в просторових задачах механіки руйнування в тому числі при розвинених деформацій пластичності та наявності змішаного руйнування в вершині тріщини.

3. Проведено розробку і реалізацію алгоритмів застосування методу реакцій в дискретних моделях НМСЕ для поперечних та повздовжніх тріщин.

4. Достовірність отриманих в дисертаційній роботі результатів обґрунтовується шляхом дослідження збіжності розв'язків тестових задач в залежності від числа невідомих скінченноелементної моделі, а при моделюванні нелінійних процесів – від величини кроків за навантаженням, та порівнянням результатів із відомими розв'язками інших авторів.

5. Отримано нові розв'язки для прикладних задач. Результати досліджень тріщиностійкості корпусу захисної оболонки реактора «ВВЕР-1000» з напівеліптичною тріщиною показали ефективність застосування розробленого

методу при розв'язанні тривимірних задач. Співставлення отриманих результатів з величинами отриманими в ПК SCAD показало універсальність методу та його незалежність від елементної бази МСЕ. При розгляді лопатки газової турбіни показано, що величини КІН при різних розмірах напівеліптичних тріщин є меншими за критичні. Аналіз пружно-пластичного деформування компактного зразка в просторовій постановці показав задовільну збіжність результатів з розв'язком плоскої задачі для серединного перерізу зразка, та дозволив отримати кількісні оцінки відмінностей врахування просторового характеру деформування вздовж фронту тріщини.

6. Результати роботи можуть бути використані в наукових і проектно-конструкторських установах, при дослідженні тріщиностійкості відповідальних просторових елементів конструкцій в машинобудуванні, енергетиці, на транспорті.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Неоднорідний призматичний скінченний елемент зі змінною площею поперечного перерізу та урахуванням змінності компонентів метричного тензору / Баженов В. А., Пискунов С. О., Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Опір матеріалів і теорія споруд : наук.-техн. зб. – К. : КНУБА, 2010. – Вип. 85. – С. 3–22.

2. Ефективність визначення J -інтеграла в задачах пружнопластичного деформування / Баженов В. А., Пискунов С. О., Сахаров А. С., Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Опір матеріалів і теорія споруд : наук.-техн. зб. – К. : КНУБА, 2010. – Вип. 86. – С. 3–17.

3. Ефективність методу реакцій для призматичних тіл з поперечними тріщинами / Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О., Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Опір матеріалів і теорія споруд : наук.-техн. зб. – К. : КНУБА, 2011. – Вип. 87. – С. 3–11.

4. Модифікований метод реакцій для визначення J -інтеграла в задачах пружнопластичного деформування просторових призматичних тіл / Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О., Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Опір матеріалів і теорія споруд : наук.-техн. зб. – К. : КНУБА, 2011. – Вип. 88. – С. 18–23.

5. Визначення тріщиностійкості лопатки газової турбіни з напівеліптичною тріщиною / Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О., Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Опір матеріалів і теорія споруд : наук.-техн. збірн. – К. : КНУБА, 2012. – Вип. 89. – С. 3–8.

6. Шкриль О. О. Моделювання напружено-деформованого стану в призматичних тілах зі змінною геометрією / Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Наукова конференція молодих вчених, аспірантів і студентів КНУБА : тези доп. : в 2-х ч. – К. : КНУБА, 2010. – Ч. 1. – С. 29.

7. Шкриль О. О. Ефективність методів обчислення J -інтеграла в дискретних моделях МСЕ при наявності пружнопластичних деформацій / Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Інженерна механіка та транспорт : матеріали І Міжнар. конф. молодих вчених ЕМТ-2010. – Львів : Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2010. – С. 14–15.

8. Шкриль О. О. Ефективність модифікованого методу реакцій в задачах пружнопластичного деформування призматичних тіл з тріщинами / Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Наукова конференція молодих вчених, аспірантів і студентів КНУБА : тези доп. : в 2-х ч. – К. : КНУБА, 2011. – Ч. 1. – С. 40.

9. Шкриль О. О. Визначення тріщиностійкості лопатки ГТУ в умовах пружнопластичного деформування / Шкриль О. О., Богдан Д. В. // Наукова конференція молодих вчених, аспірантів і студентів КНУБА : тези доп. : в 2-х ч. – К. : КНУБА, 2012. – Ч. 1. – С. 40.

У спільних роботах [1, 6] отримані розв'язувальні співвідношення НМСЕ для призматичного неоднорідного скінченного елемента зі змінною площею поперечного перерізу та урахуванням змінності компонент метричного тензора в площині поперечного перерізу. В [2, 3, 4, 7] розглянуто обчислювальні процедури для визначення J -інтеграла при складному деформованому стані для застосування в дискретних моделях НМСЕ в просторових тілах при пружнопластичному деформуванні. В [4, 5, 8] описана на основі НМСЕ методика визначення J -інтеграла модифікованим методом реакцій в призматичних тілах з повздовжніми та поперечними тріщинами. В роботах [3, 5, 9] розв'язано прикладні задачі із визначення несучої здатності просторових тіл з тріщинами на основі обчислення J -інтеграла модифікованим методом реакцій.

АНОТАЦІЯ

Богдан Д. В. Чисельний аналіз тріщиностійкості просторових призматичних тіл при пружнопластичному деформуванні на основі модифікованого методу реакцій. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.17 – будівельна механіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України, Київ, 2013.

Дисертаційна робота присвячена аналізу та розробці ефективних підходів для визначення J -інтеграла в дискретних моделях МСЕ при лінійному та нелінійному деформуванні тіл та розробці алгоритмів його обчислення з урахуванням особливостей скінченноелементної дискретизації НМСЕ.

Викладено методику обчислення контурного J -інтеграла за величинами вузлових реакцій і переміщень (метод реакцій), розроблено модифікований варіант методу реакцій, що ґрунтується на використанні реакцій і вузлових переміщень в околі вершини тріщини, при цьому поняття контура інтегрування відсутнє. Проведено дослідження збіжності і інваріантності результатів обчислення J -інтеграла модифікованим методом реакцій для випадку пружнопластичного деформування і змішаного руйнування в просторових задачах.

Отримані нові розв'язки задач аналізу тріщиностійкості відповідальних об'єктів – корпусу ядерного реактора ВВЕР-1000 і лопатки газової турбіни за наявності напівеліптичних тріщин різних розмірів. Показано, що отримані величини параметрів механіки руйнування є меншими за критичні. При

розрахунку компактного зразка отримана залежність J -інтеграла від прикладеного навантаження з урахуванням просторового пружнопластичного деформування.

Ключові слова: пружнопластичні деформації, механіка руйнування, коефіцієнт інтенсивності напружень, J -інтеграл, напіваналітичний метод скінчених елементів (НМСЕ), модифікований метод реакцій, тривимірні тіла.

АННОТАЦІЯ

Богдан Д. В. Численный анализ трещиностойкости пространственных призматических тел при упругопластическом деформировании на основании модифицированного метода реакций. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 – Строительная механика. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры Министерства образования и науки Украины. – Киев, 2013.

Диссертационная работа посвящена анализу и разработке эффективных методов определения J -интеграла и разработке алгоритмов его вычисления в дискретных моделях метода конечных элементов (МКЭ) и полуаналитического метода конечных элементов (ПМКЭ) при линейном и нелинейном деформировании пространственных тел сложной формы.

Моделирование изменение площади поперечного сечения в призматических телах выполняется на основе выведенных соотношений для призматического конечного элемента с переменной вдоль характерного направления площадью поперечного сечения. Подтверждение достоверности получаемых этим алгоритмом результатов показано при решении задач о растяжении обелиска и стержня с переменной площадью поперечного сечения вдоль образующей.

Решение нелинейных задач выполняется на основе пошагового алгоритма моделирования процесса нагружения. Решение системы линейных уравнений ПМКЭ осуществляется методом блочных итераций с верхней релаксацией. Для уменьшения вычислительных затрат при решении системы уравнений ПМКЭ на каждом шаге используются значения параметров НДС полученных на предыдущих шагах. Использование такого подхода уменьшает вычислительные затраты более чем на порядок. Эффективность разработанного алгоритма для нелинейных задач подтверждена решением тестовой задачи о растяжении призматического тела с боковым надрезом.

Определение величин J -интеграла в дискретных моделях ПМКЭ осуществляется методом реакций (на основе реакций и узловых перемещений), а также модифицированным методом реакций, где понятие контура интегрирования отсутствует и для вычисления используется формула, содержащая только величины реакций и перемещений в окрестности вершины трещины. Разработанный метод реакций использовался при решении задач о смешанном разрушении на примере сдвига пластины с боковым надрезом и растяжения пластины с боковой наклонной трещиной. Сравнение полученных результатов метода реакций с эталоном при сдвиге пластины показало лучшую сходимость

результатов по сравнению с методом эквивалентного объемного интегрирования, а в пластине с боковой наклонной трещиной по сравнению с методом виртуального роста трещины.

Достоверность результатов при решении пространственных задач подтверждена тестовыми задачами о растяжении пластины с центральной трещиной и пластины с боковой трещиной с учетом пластических деформаций. Показано, что с увеличением пластических деформаций при вычислении J -интеграла происходит увеличение погрешностей, как величины J -интеграла, так и его значений по замкнутому контуру полученных методом напряжений при использовании контуров любой размерности. В то же время подход, который базируется на использовании величин узловых реакций и перемещений (модифицированный метод реакций), свободен от перечисленных недостатков и обеспечивает сохранение инвариантности J -интеграла, как при упругом, так и при упругопластическом деформировании.

Эффективность модифицированного метода реакций по сравнению с МКЭ подтверждается при решении прикладных задач механики. Приведенная методика определения J -интеграла для тел с поперечными трещинами полуэллиптического вида использовалась при решении задачи трещиностойкости при действии эксплуатационной нагрузки на корпус ядерного реактора "ВВЕР-1000", который применяется на Запорожской и Ровенской АЭС. Для обоснования достоверности получаемых результатов расчет также проводился с применением трехмерного МКЭ, реализованного в программном комплексе SCAD. Полученные результаты практически совпадают. Модифицированный метод реакций был использован при определении трещиностойкости лопатки газовой турбины с трещинами различной конфигурации. Преимущество модифицированного метода реакций состоит в упрощении программной реализации и уменьшении вычислительных затрат.

Результаты расчета компактного образца модифицированным методом реакций также хорошо согласуются с результатами вычисления методом реакций по контуру (отличие в центре образца – не больше 6%). Полученные результаты показали, что эффективность модифицированного метода реакций не зависит от типа конечноэлементной базы МКЭ, что делает его универсальным для разных программных комплексов.

Ключевые слова: упругопластические деформации, механика разрушения, коэффициент интенсивности напряжений, J -интеграл, полуаналитический метод конечных элементов (ПМКЭ), модифицированный метод реакций, трехмерные тела.

ABSTRACT

Bogdan D. Numerical analysis of crack growth resistance in spatial prismatic bodies with elastoplastic deformation based on the modified method of reactions. – Manuscript.

Thesis for the degree of candidate of technical sciences on specialty 05.23.17 – Structural Mechanics. – Kyiv National University of Construction and Architecture, Ministry of education and science of Ukraine, Kyiv, 2013.

The thesis covers the analysis and development of effective approaches for J-integral determination in the discrete FEM models under linear and nonlinear deformation of the bodies and the development algorithms for its calculation considering the finite element discretization of SFEM.

The technique of calculating the contour J-integral values with parameters of the nodal reactions and displacements (method of reactions) was stated, a modified version of the method of reactions was developed based on the use of the nodal displacements and reactions close to the crack tip and in this case the path of integration is absent. A study of convergence and invariance of the J-integral calculation results by modified method of reactions were made in the case of elastoplastic deformation and mixed fracture in three-dimensional problems.

The new solutions for the crack growth resistance determination of crucial objects – nuclear reactor vessel VVER-1000 and gas turbine blade with the presence of semi-elliptical cracks of various sizes were obtained. It is shown that the obtained values of the fracture mechanics parameters are less than critical. When calculating compact tension specimen the dependence of J-integral from the applied load under considering spatial elastoplastic deformation was shown.

Keywords: elastoplastic deformations, fracture mechanics, stress intensity factor, J-integral, semianalytic finite element method (NMSE), a modified method of reactions, three-dimensional body.