

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

ТЕОРІЯ УПРАВЛІННЯ

Методичні вказівки до виконання практичних робіт
для підготовки здобувачів освітньо-кваліфікаційного рівня
«бакалавр» спеціальностей 122 «Комп'ютерні науки»,
126 «Інформаційні системи і технології»

Київ 2024

УДК: 005.1

ББК
Ц

Укладач: Ілля САЧЕНКО канд. техн. наук, доцент кафедри інформаційних технологій

Рецензент О.О. Терентьев, д-р техн. наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури

Відповідальна за випуск завідувач кафедри інформаційних технологій Т.А. Гончаренко, канд. техн. наук, доцент.

Затверджено на засіданні кафедри інформаційних технологій, протокол № 7 від 09 лютого 2024 року.

В авторській редакції.

К Теорія управління: методичні вказівки до виконання практичних робіт/ уклад.: Саченко І.А. – Київ: КНУБА, 2024. – 26 с.

Містять зміст, порядок оформлення і вказівки до виконання окремих практичних робіт.

Призначено для здобувачів спеціальностей 122 «Комп'ютерні науки» та 126 «Інформаційні системи і технології»

© КНУБА, 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. Практичне заняття № 1 Лінійні динамічні системи управління	5
2. Практичне заняття № 2 Математичні моделі ланок лінійних динамічних систем	9
3. Практичне заняття № 3 Використання частотних характеристик при дослідженні САУ	12
4. Практичне заняття № 4 Оцінка якості регулювання САУ шляхом використання логарифмічних частотних характеристик	15
5. Додатки	18
8. Список літератури	25

Вступ

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни "Основи теорія управління" призначені для проведення занять з основних розділів навчальної дисципліни у відповідності до навчального плану підготовки бакалаврів спеціальностей 122 «Комп'ютерні науки», 126 «Інформаційні системи і технології».

Методичні вказівки містять рекомендації для розв'язання задач з розділів: статичні режими систем автоматичного управління (САУ), динамічні режими неперервних, лінійних, нелінійних та дискретних систем, оптимального управління.

Для лінійних неперервних систем автоматичного управління (САУ) Статичні режими яких описуються алгебраїчними рівняннями величина на виході кожного лінійного елемента визначається з рівняння:

$$X_{вих} = K X_{вх},$$

де $X_{вих}$ – вихідна величина елемента; $X_{вх}$ – вхідна величина елемента; K – коефіцієнт передачі (підсилювання) елемента.

Величина на виході системи визначається з рівняння:

$$Y_{вих} = K_e X_{вх},$$

де $Y_{вих}$ – вихідна величина елемента; $X_{вх}$ – вхідна величина елемента; K_e – еквівалентний коефіцієнт передачі системи.

Величина K_e визначається шляхом звертання вихідної системи та приведення її до еквівалентної ланки, використовуючи правила перетворення різних схем з'єднання ланок: послідовного, паралельного, змішаного, ланки зі зворотним зв'язком.

Практична робота №1

Лінійні динамічні системи управління

1.1. Теоретичні відомості

Лінійні системи управління і в статиці і в динаміці описуються лінійними рівняннями. Одна з основних особливостей лінійних систем полягає в тому, що до них застосовується принцип суперпозиції, у відповідності з яким реакція системи на сукупність збурень визначається сумою реакцій на кожне збурення, яке прикладається до системи в певний момент часу.

Динамічні режими лінійних систем досліджуються за допомогою їх математичних моделей. При цьому будь-яку динамічну лінійну систему можна представити у вигляді сукупності наступних типових структурних ланок: аперіодичних, коливальних, інтегруючих, диференціюючих та підсилюючих. Кожна з названих ланок достатньо повно характеризується формою диференційного рівняння, видом передаточної та видом перехідної функції.

Диференційне рівняння ланки визначає зв'язок між його вихідними та вхідними величинами в динамічних режимах.

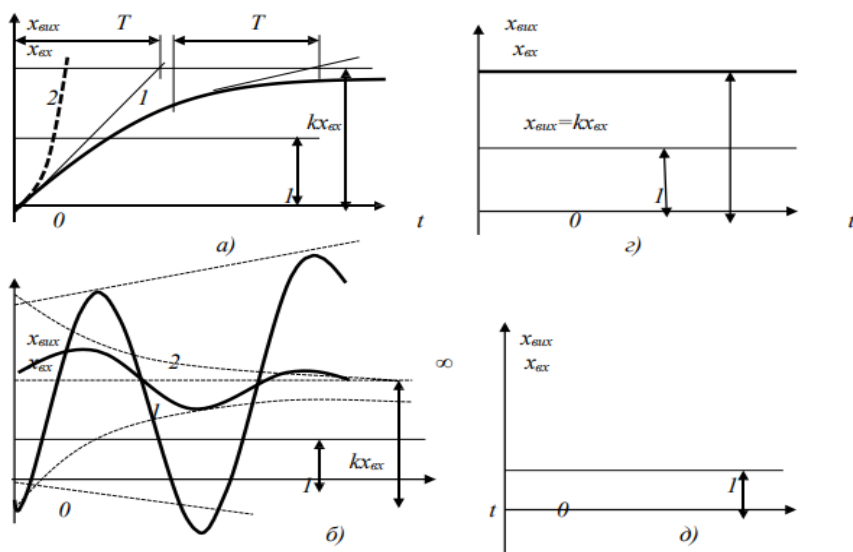
Передаточна функція ланки $W(p)$ представляє собою відношення перетвореною за Лапласом вихідної величини ланки до перетвореної за Лапласом вхідної величини при нульових початкових умовах, характеристики ланок наведені в додатку А:

$$W(p) = x_{вих}(p) / x_{вх}(p) \quad (1.1.)$$

Перехідна функція $h(t)$ показує характер перехідного процесу в ланці, на вході якої прикладений одиничний вхідний вплив:

$$h(t) = x_{вих}(t) \text{ при } x_{вх}(t) = [1]. \quad (1.2.)$$

Вказані характеристики ланки складають важливі елементи апарату дослідження динамічних лінійних систем. Розглянемо ці характеристики для кожної з ланок.



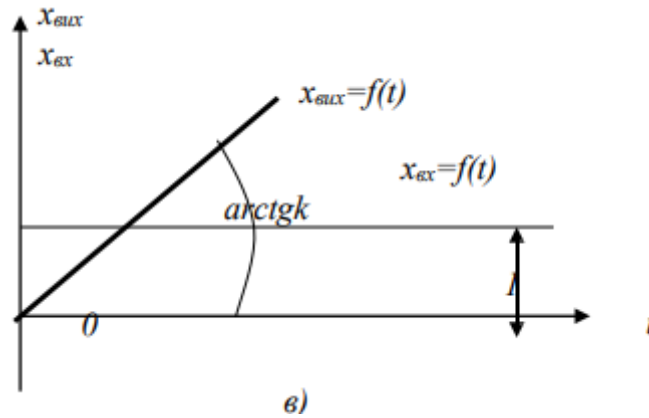


Рисунок 1.1 Перехідні процеси в ланках: *а* – аперіодичній; *б* – коливальній; *в* – інтегруючій; *г* – підсилюючій; *д* – ідеальній диференціюючій

1.2. Приклад розв’язання задачі

Розглянемо на прикладі як зміниться постійна часу та коефіцієнт передачі, час і форма перехідного процесу аперіодичної ланки другого порядку ланки при охопленні її жорстким зворотнім зв’язком з коефіцієнтом передачі k_0 (рис.1.2.)

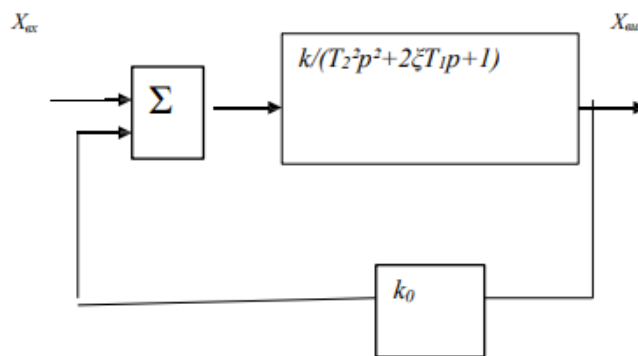


Рисунок 1.2 Структурна схема системи

Користуючись формулою передаточної функції системи зі зворотнім зв’язком очевидно, що час перехідного процесу зменшиться, так як зменшаться постійні часу T_1 і T_2 ; перехідний процес стане коливальним, так як постійні часу T_1 зменшуватиметься в $1 + k_1k_0$, а постійні часу T_2 зменшуватиметься в $(1 + k_1k_0)^{0.5}$, що значно повільніше ніж *при* постійній часу T_1 . Коефіцієнт передачі зменшиться в $1 + k_1k_0$ рази.

1.3. Задачі для розв’язання

Задача 1.1. Які динамічні ланки мають функцію ваги представлені наступними рівняннями? Знайти параметри кожної з цих ланок і записати вираз передаточної функції для кожної з них.

1. $x(t) = 14(e^{2t} + e^{-3t}) + (e^{-5t} - e^{2t}) * I(t);$
2. $x(t) = (1 - e^{-12t}) - e^{-7t};$
3. $x(t) = (e^{-7t} + \sqrt{\frac{1 - e^{-8t}}{1 - e^{-2t}}}) * I(t);$
4. $x(t) = \frac{\sqrt{1 - e^{-12t}} - 5e^{14t}}{1 - e^{-4t}} - 9t;$
5. $x(t) = \frac{1 - e^{-4t}}{1 - e^{-2t}} + (-1 - e^{-9t});$
6. $x(t) = 4(e^{-2t} + e^{-7t}) + (e^{-35t} - e^{2t}) * I(t);$
7. $x(t) = \frac{1 - e^{-4t}}{1 - e^{-2t}} - (e^{-25t} - e^{6t}) * I(t);$
8. $x(t) = (1 + e^{-6t}) \left(\frac{1 - e^{-4t}}{1 - e^{-2t}} + e^{-9t} \right);$
9. $x(t) = -e^{-5t} + \sqrt{\frac{-1 - e^{-10t} + e^{-4t}}{1 - e^{-2t}}};$
10. $x(t) = (1 - e^{-12t}) - e^{-7t};$
11. $x(t) = 5(e^{-4t} + e^{-8t}) + (e^{-15t} - e^{4t}) * I(t);$
12. $x(t) = 4(e^{-2t} + \sqrt{1 - e^{-5t}}) * I(t);$
13. $x(t) = (1 - e^{-4t}) - e^{-13t};$
14. $x(t) = 2(e^{-2t} + \sqrt{\frac{-1 - e^{-10t} + e^{-4t}}{1 - e^{-2t}}}) * I(t);$
15. $x(t) = 5 * (-1 - e^{10t}) * I(t);$
16. $x(t) = 3(e^{-4t} - \sqrt{\frac{1 - e^{-8t}}{1 - e^{-2t}}});$
17. $x(t) = \frac{1 - e^{-4t}}{1 - e^{-2t}} - (e^{-16t} - e^{3t});$
18. $x(t) = ((1 - e^{-6t}) - e^{-11t}) * I(t);$
19. $x(t) = 8(-1 + \sqrt{1 - e^{-15t}}) * I(t);$
20. $x(t) = 12((1 + e^{-2t}) + e^{-3t});$
21. $x(t) = \sqrt{1 - e^{-11t}} + (1 - e^{-5t});$
22. $x(t) = 7(e^{-8t} + e^{-67t}) + \sqrt{1 - e^{-2t}} * I(t);$
23. $x(t) = (1 - e^{-12t}) - (e^{-3t} + e^{-14t});$
24. $x(t) = (e^{-4t} - \sqrt{\frac{1 - e^{-8t}}{1 - e^{-2t}}}) * I(t);$
25. $x(t) = 12 * ((1 - e^{-3t}) - e^{-10t});$

Задача 1.2. Знайти перехідну функцію ланки за заданою передаточною функцією ланки:

1. $W(p) = 0,2p + 1;$
2. $W(p) = \frac{4}{1,4p + 1};$
3. $W(p) = \frac{14}{2,5p + 1};$
4. $W(p) = \frac{14,75}{2,65p^2 + 12p + 1};$
5. $W(p) = 0,4p + 1;$
6. $W(p) = \frac{10}{0,0065p^2 + 0,028p + 1};$
7. $W(p) = \frac{20}{0,01p^2 + 0,4p + 1};$
8. $W(p) = \frac{12}{p(0,4p + 1)};$
9. $W(p) = \frac{15}{(1 + 0,5p) + (1 - 1,2p)};$
10. $W(p) = \frac{42}{0,002p^2 + 0,12p + 1};$
11. $W(p) = \frac{14,75}{0,0004p^2 + 0,002p + 1};$
12. $W(p) = \frac{30}{(1 + 0,25p) + (1 + 0,125p)};$

Задача 1.3 Визначити як зміниться постійна часу та коефіцієнт передачі, час і форма перехідного процесу ланки (за даними задачі 1.2) при охопленні її жорстким зворотнім зв'язком з коефіцієнтом передачі k_0 (п. 1.2).

Контрольні запитання

1. Головні і місцеві зворотні зв'язки, жорсткі і гнучкі зворотні зв'язки.
2. Принципи і закони регулювання.
3. Стисла характеристика дисципліни "Теорія управління", її роль в реалізації планів розвитку країни.
4. Основні визначення і поняття теорії автоматичного управління; об'єкт управління, вхідні і вихідні впливи, зміст задач управління динамічними об'єктами.
5. Сформулюйте визначення САУ і охарактеризуйте її склад.
6. Що таке функціональна схема САУ.
7. Що являють собою об'єкти управління, підсилювальні і виконавчі елементи, елементи порівняння?
8. Що таке вхідні і вихідні величини?
9. Багатомірні об'єкти і системи. Класифікація САУ.
10. Наведіть основні характеристики типової структурної ланки?
11. Що таке статичний режим роботи САУ?
12. Наведіть і охарактеризуйте основні визначення статички САУ.
13. Що таке статична помилка регулювання?
14. Що таке динамічні режими роботи САУ?
15. Опишіть основні показники динамічних режимів роботи систем автоматичного управління.
16. Яким чином здійснюється математичний опис динаміки елементів САУ?

Практичне заняття №2

Математичні моделі ланок лінійних динамічних систем

2.1. Теоретичні відомості

Математична модель лінійної динамічної системи може бути складена на основі математичних моделей елементів та ланок, що створюють систему. Лінійна система в загальному випадку включає в себе ланки, з'єднані послідовно, паралельно, охоплені зворотними та перехресними зворотними зв'язками. Передаточні функції всіх цих структур можуть виражатися через передаточні функції типових структурних ланок (рис. 2.1).

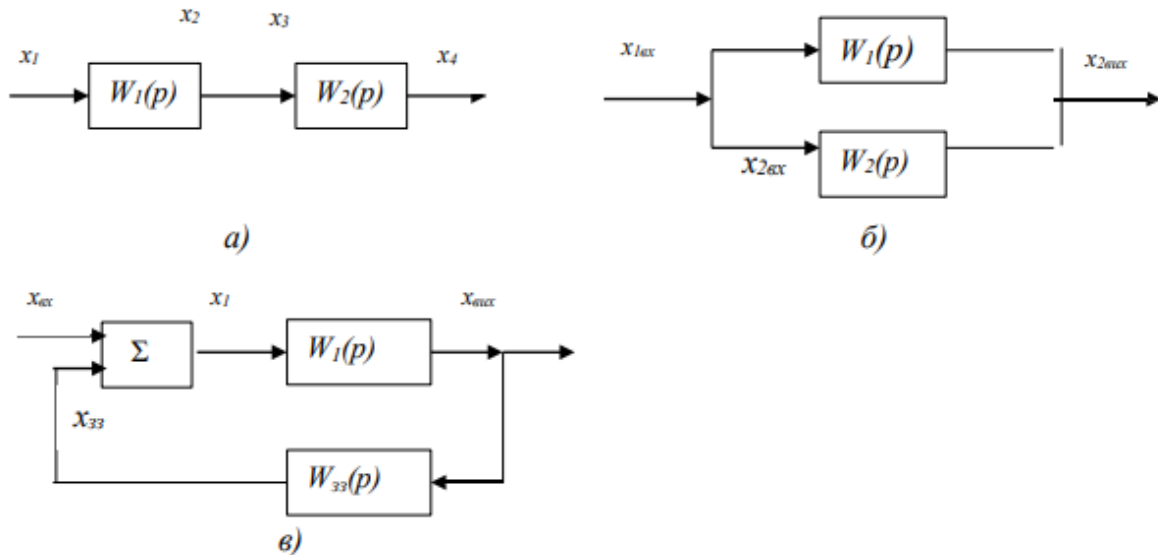


Рисунок. 2.1 Передаточні функції лінійних динамічних систем

Послідовне з'єднання ланок. В цьому з'єднанні вихідна величина попередньої ланки є входною величиною наступної ланки (рис.2.1,а). Передаточна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передаточних функцій всіх ланок, що створюють з'єднання:

$$W_1(p) = x_2(p)/x_1(p); \quad W_2(p) = x_3(p)/x_2(p); \quad (1.3.)$$

$$W_c(p) = x_3(p)/x_1(p) = W_2(p) x_2(p) W_1(p)/x_2(p) = W_1(p) W_2(p) \quad (1.4.)$$

В загальному випадку:

$$W(p) = \prod W_i(p), \quad i = 1 - n, \quad (1.5.)$$

де n – число послідовно з'єднаних ланок.

Паралельне з'єднання ланок. В цьому з'єднанні (рис.2.2,б) на вхід всіх ланок подається одна і та ж величина, а вихідна величина дорівнює сумі вихідних величин окремих ланок на основі рисунку 2.2,б маємо:

$$W(p) = x_{вих}(p)/x_{вх}(p) = (x_{1вих}(p) + x_{2вих}(p))/x_{вх}(p) = (W_1(p)x_{1вх}(p) + W_2(p)x_{2вх}(p))/x_{вх}(p). \quad (1.6.)$$

Так як $x_{1вх} = x_{2вх} = x_{вх}$, то $W(p) = W_1(p) + W_2(p)$ або в загальному випадку при k паралельно з'єднаних ланках.

$$W(p) = \sum W_i(p), \quad i = 1 - k \quad (1.7.)$$

Таким чином, передаточна функція з'єднання з паралельних ланок дорівнює сумі їх передаточних функцій.

Ланка, охоплена зворотним зв'язком. Для цього з'єднання (рис. 1.2, в)

$$x_1(p) = x^{вх}(p) \pm x^{зз}(p) \quad (1.8.)$$

де знак мінус – для випадку від'ємного зворотного зв'язку, плюс – для додатного.

допомогою програми Mathcad 2001i Professional. За результатами перевірки за алгебраїчним критерієм стійкості виявляємо стійкою чи нестійкою є система.

2.3. Задачі для розв'язання

Задача 2.1 За структурною схемою (Додаток Б) скласти граф системи автоматичного регулювання і знайти передаточну функцію системи $W_c(p)$ в загальному вигляді.

Задача 2.2 За структурною схемою (Додаток Б) та табл. Б.1 знайти передаточну функцію системи $W_c(p)$ та перевірити її на стійкість за алгебраїчними критеріями стійкості.

Контрольні запитання

1. Що таке лінеаризація рівнянь?
2. Математичний опис лінійних систем автоматичного управління.
3. Яким чином здійснюється ідентифікація об'єктів управління?
4. Використання перетворень Лапласа і Фур'є для складання і вирішення рівнянь динаміки елементів і систем автоматичного управління.
5. Визначення поняття передаточних функцій.
6. Передаточні функції елементів, і систем автоматичного управління.
7. Які ви знаєте типові структурні ланки лінійних САУ?
8. Що таке передаточні і перехідні функції типових структурних ланок?
9. Передаточні функції сполучень ланок: послідовного, паралельного, охоплених зворотними зв'язками.
10. Передаточні функції замкнених САУ за керуючим впливом і впливом збурення.
11. Визначення стійкості САУ за критерієм Гауса.
12. Визначення стійкості САУ за критерієм Гурвіца.

Практичне завдання №3

Використання частотних характеристик при дослідженні САУ

3.1. Теоретичні відомості

У практиці аналізу і синтезу лінійних динамічних систем управління велику роль відіграють частотні характеристики, що відображають властивості систем, що працюють у режимі гармонічних впливів. До таких характеристик відносяться амплітудно-фазові характеристики (АФХ) та логарифмічні амплітудно-фазові частотні характеристики (ЛАФЧХ).

Аналітичний вираз АФХ формально отримано з виразу передаточної функції при чисто уявному значенні її аргументу: $p=j\omega$. Таким чином, АФХ, тобто, $W(j\omega)$, відображає відношення вихідної величини до вхідної при гармонічному впливі на вході.

Нехай до системи з передаточною функцією $W(p)$ прикладається гармонічний вхідний вплив з частотою ω :

$$x_{вх} = X_{вх} e^{j\omega t}, \quad (3.1.)$$

де $X_{вх}$ - амплітуда вхідного впливу.

Якщо система стійка, то власні коливання з плином часу зникають і залишаються лише змушені рухи. При цьому в лінійній системі на виході встановлюються також гармонічні коливання з тією ж частотою ω :

$$x_{вих} = X_{вих} e^{j(\omega t + \varphi)}, \quad (3.2.)$$

де $X_{вих}$ - амплітуда вихідних коливань; φ - кут зсуву фаз між вихідними і вхідними коливаннями.

Взявши відношення вихідної величини до вхідної, на основі (3.1) та (3.2) маємо:

$$\frac{x_{вих} e^{j(\omega t + \varphi)}}{x_{вх} e^{j\omega t}} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = W(j\omega), \quad (3.3.)$$

де $A(\omega) = X_{вих} / X_{вх}$ - амплітуда вектора $W(j\omega)$.

Для кожного значення частоти ω збурюючий вплив на вході виразу $W(j\omega)$ у комплексній площині подається вектором, амплітуда $A(\omega)$ та фаза $\varphi(\omega)$ якого є функціями частоти. Зі зміною частоти в діапазоні $-\infty < \omega < +\infty$ кінець вектору $W(j\omega)$ буде ковзати по деякій кривій, що розташована на комплексній площині.

Розглянемо загальний прийом побудови АФХ та покажемо його на прикладі. АФХ будь-якої лінійної ланки чи системи будується на основі їх передаточних функцій. Замінюючи $p=j\omega$, отримуємо вихідний вираз для АФХ:

$$W(j\omega) = \frac{K(j\omega)}{H(j\omega)} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (3.4.)$$

Далі, у (3.4) потрібно звільнитися від уявності в знаменнику, для чого чисельник і знаменник виразу помножимо на вираз, що спряжений знаменнику:

$$W(j\omega) = \frac{K(j\omega)}{H(j\omega)} = \frac{K(j\omega)H(j\omega)}{[\text{mod } H(j\omega)]^2}, \quad (3.5.)$$

де $H(j\omega)$ - вираз, що спряжений до виразу $H(j\omega)$.

Відокремлюючи у (3.5) дійсну частину від уявної, отримуємо:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (3.6.)$$

де $P(\omega)$ - поліном, що містить парні ступені ω , тобто дійсна частина виразу $W(j\omega)$; $Q(\omega)$ - поліном, що містить непарні ступені, тобто уявна частина виразу $W(j\omega)$.

3.2. Приклад розв'язання задачі

Побудувати логарифмічну характеристику коливальної ланки.

Математична модель передаточної функції коливальної ланки при коефіцієнті підсилення $k=1$ матиме наступний вигляд:

$$W(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad (3.7)$$

проведемо заміну $p=j\omega$ та взявши до уваги, що $j^2 = -1$, маємо :

$$W(j\omega) = \frac{1}{(1-T^2\omega^2) + j2\xi\omega T}. \quad (3.8)$$

Помноживши чисельник і знаменник останнього рівняння на вираз, що спряжений до знаменника, та відокремлюючи дійсну частину від уявної, отримуємо :

$$\frac{1-T^2\omega^2}{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega T)^2} - j \frac{2\xi\omega T}{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega T)^2} = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (3.9)$$

де $P(\omega) = \frac{1-T^2\omega^2}{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega T)^2}$ - дійсна частина; $Q(\omega) = \frac{2\xi\omega T}{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega T)^2}$ - уявна

частина.

Побудуємо за рівнянням (3.9) АФХ коливальної ланки рис.3.1. З цього рисунку видно, що для будь-якої ланки:

$$A(\omega) = \sqrt{[P(\omega)]^2 + [Q(\omega)]^2}; \quad (3.10)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(Q(\omega) / P(\omega)). \quad (3.11)$$

Враховуючи (3.9) та (3.8), для коливальної ланки знаходимо:

$$A(\omega) = k / \sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega T)^2} = x_{\text{вих}} / x_{\text{вх}}; \quad (3.12)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi T \omega}{1-T^2\omega^2}. \quad (3.13)$$

Модель АФХ являє собою відношення амплітуди коливань вихідної величини ланки чи системи до амплітуди гармонійних коливань з частотою ω на вході, а аргумент вектора АФХ дорівнює куту зсуву фаз між вихідною та вхідною величинами та запрограмуємо побудову графіку (додаток В).

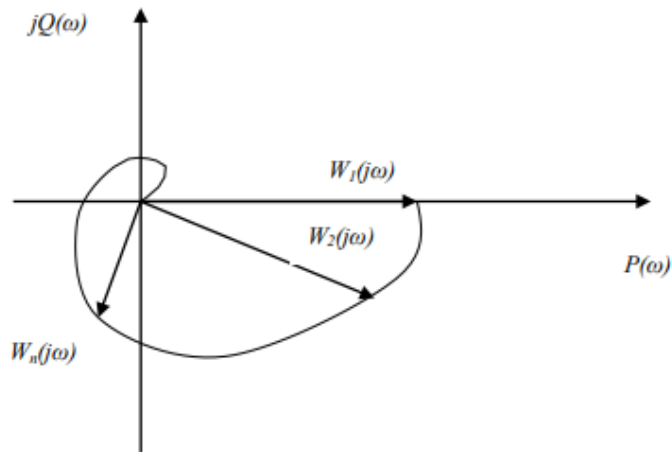


Рисунок 3.1 Графік годографу-вектору АФХ коливальної ланки.

3.3 Задача для розв'язання

Задача. Побудувати АФХ ланки за заданою передаточною функцією ланки в задачі 1.2 і визначити чи стійка задана САУ.

Контрольні запитання

1. Визначення і призначення частотних характеристик елементів і систем автоматичного управління.
2. Що являють собою логарифмічні, амплітудно-фазові та частотні характеристики?
3. Яким чином будуються амплітудно-фазові характеристики лінійних САУ?
4. Визначення стійкості. Постановка задачі аналізу САУ на стійкість.
5. Загальність лінійних умов систем управління; принцип лівих коренів. Критерії стійкості: алгебраїчні і частотні.
6. Що таке область стійкості САУ?
7. Визначення поняття "якість управління".
8. Прямі і побічні засоби оцінки якості управління. Засоби розрахунку перехідних процесів в лінійних САУ.
9. Розрахунок перехідних процесів в САУ засобами чисельного інтегрування Єйлера і Рунге-Кутта з використанням цифрових ЕОМ.
10. Частотні засоби оцінки якості: зв'язок тимчасових і частотних характеристик, близька оцінка параметрів якості за амплітудно-фазовими і логарифмічними характеристикам лінійних систем.
11. Дослідження якості автоматичних систем на ЕОМ з використанням пакетів прикладних програм і алгоритмічних мов моделювання.
12. Корекція лінійних автоматичних систем.
13. Синтез ланок за логарифмічними, амплітудно-фазовими та частотними характеристиками.

Практичне заняття №4

Оцінка якості регулювання САУ шляхом використання логарифмічних частотних характеристик

4.1. Теоретичні відомості

Для побудови ЛАФЧХ розімкненої системи доцільно систему представити у вигляді сукупності типових структурних ланок. Тоді характеристики $L(\omega)$ та $\varphi(\omega)$ системи можна отримати, сумуючи ординати відповідних характеристик, побудованих для кожної типової ланки, що входить в систему. На практиці ця побудова ще більше спрощується і не потребує побудови характеристик окремих ланок на усьому діапазоні частот. Розглянемо характерний приклад, що розкриває прийоми побудови ЛАФЧХ одноконтурних лінійних динамічних систем.

Приклад. Побудувати характеристики $L(\omega)$ та $\varphi(\omega)$ одноконтурної системи, що має передаточну функцію :

$$W(p) = \frac{k}{(1+T_1p)(1+T_2p)p} = \frac{24}{(1+0,07p)(1+0,28p)p}. \quad (4.1)$$

Як видно з (4.1), система включає в себе підсилювальну ланку з коефіцієнтом підсилення $k=24$, дві аперіодичні ланки з постійними часу $T_1 = 0,07c$ і $T_2 = 0,28c$ і одну інтегруючу ланку.

Для побудови характеристики $L(\omega)$ системи знайдемо "спряжені" частоти :

$$\omega_{c1} = 1 / T = 1 / 0,07 = 14c^{-1} ; \omega_{c2} = 1 / T = 1 / 0,28 = 3,57c^{-1}. \quad (4.2)$$

Саму побудову зручно починати з характеристик інтегруючих ланок (або диференціюючих ідеальних, якщо такі є в системі). З цією метою на висоті $20 \lg k = 20 \lg 24 = 27,6$ дБ при $\omega = 1$ ($\lg \omega = 0$) проведемо лінію з нахилом -20 дБ/дек., що відбиває ЛАЧХ виразу $k/p = 24/p$ (рис. 2.4, ж). Ця лінія до перетину з ординатою $\omega_{c2} = 3,57c^{-1}$ є характеристикою $L(\omega)$ всієї системи, так як на цій ділянці частот логарифмічні амплітудно-частотні характеристики аперіодичних ланок співпадають з віссю абсцис і їх ординати дорівнюють нулю.

При частотах $\omega_{c2} < \omega < \omega_{c1}$ на характеристику $L(\omega)$, що відбиває передаточну функцію $W(p) = 24/p$, накладається ЛАЧХ аперіодичної ланки з постійною часу $T_2 = 0,28c$ і "спряжені" частоти $\omega_{c2} = 3,57c^{-1}$. Отже, на цій ділянці характеристика $L(\omega)$ буде мати нахил -40 дБ/дек. Продовжуючи міркування, прийдемо до висновку, що при $\omega > \omega_{c1}$, тобто при $\omega > 14,3c^{-1}$, характеристика $L(\omega)$ має нахил -60 дБ/дек.

Розглянутий прийом побудови ЛАЧХ одноконтурної розімкненої системи є універсальним і зручним для побудови характеристики $L(\omega)$ будь-якої одноконтурної системи, що представлена у вигляді послідовного з'єднання типових структурних ланок. Як бачимо, цей прийом зводиться до того, що спочатку проводиться ділянка ЛАЧХ, що відповідає інтегруючим (або ідеальним

диференціюючим) ланкам з урахуванням коефіцієнта підсилення, а далі нахил характеристики змінюється при кожній із "спряжених" частот, а саме: збільшується на 20 дБ/дек. в аперіодичній ланці, збільшується на 40 дБ/дек. в коливальній ланці, зменшується на 20 дБ/дек. в диференціюючій ланці першого порядку і зменшується на 40 дБ / дек. в диференціюючій ланці другого порядку. Для побудови фазових характеристик одноконтурних систем зручно користуватися номограмою. По ній визначаються значення фазових зсувів для кожної ланки, а фазові зсуви системи знаходяться як сума значень фазових кутів окремих ланок.

Хоча номограма побудована для визначення фазових зсувів в аперіодичній ланці, вона може використовуватись для побудови характеристики $\phi(\omega)$ будь-якої ланки. При цьому для коливальної ланки значення фазових зсувів, отриманих з номограмми, потрібно подвоїти. Фазовий кут для диференціюючої ланки першого порядку буде по величині такий самий, як для аперіодичної ланки, але з оберненим знаком (плюс). Нагадаємо, що в підсилювальних, інтегруючих, диференціюючих ланках фазові зсуви мають постійні значення і не залежать від частоти : в підсилювальній ланці $\phi(\omega) = 0^\circ$; в інтегруючій $\phi(\omega) = -90^\circ$; в ідеальній диференціюючій $\phi(\omega) = 90^\circ$.

Таблиця 4.1

Фазові характеристики	Значення фази, град, при частоті ω, c^{-1}					
	2	5	10	20	30	50
$\phi_1(\omega)$	$\phi_1(\omega) = 0$					
$\phi_2(\omega)$	-8	-19,3	-35	-54,3	-64,1	74,1
$\phi_3(\omega)$	-29,3	-54,5	-70,5	-79,8	-83,1	-88,0
$\phi_4(\omega)$	$\phi_4(\omega) = -90^\circ$					
$\phi_5(\omega)$	-127,3	-163,8	-195,5	-224,1	-237,2	-270,1

В табл. 4.1 занесені числові значення фазових зсувів одноконтурної системи, що розглядається, що визначені за допомогою номограмми, а результуюча характеристика $\phi(\omega)$ зобразитимемо на графіку разом з ЛАФХ.

4.2. Приклад розв'язання задачі

Побудова логарифмічних амплітудно-фазових характеристик САУ

При побудові логарифмічно – амплітудної характеристики спочатку знаходимо коефіцієнт передачі системи (за рис. 1.3):

$$K_c = K_1 / (1 + K_1 * K_2) * (K_3 * K_4 / (1 - K_4 * K_6) + K_5) = 7 / (1 + 7 * 4) * (2,5 * 4 / (1 - 4 * 2,5) + 3) \approx 0,4559$$

Визначимо коефіцієнт передачі системи з $W_c(p)$ його значення – $K_c = 14$.

Розраховуємо частоти для кожної ланки по формулі: $\omega_i = 1 / T_i$

$$\omega_1 = 1 / 0,1 = 10; \omega_2 = 1 / 0,5 = 2; \omega_3 = 1 / 0,4 = 2,5;$$

$$\omega_4 = 1 / 0,1 = 10; \omega_6 = 1 / 1,5 = 0,66(6)$$

Визначаємо початкову точку побудови ЛАХ:

$$20 \cdot \lg K_c = 20 \cdot \lg 14 \approx 22,92 \text{ дБ/дек.}$$

2 Визначити стійкість системи (запас за фазою системи $\Delta\phi$)

Користуючись побудованим графіком визначимо запас стійкості системи. Запас за фазою визначається за формулою: $\Delta\phi = |-180^\circ - \phi_2(\omega)|$, причому, якщо точка перетину графіку ЛАХ та перпендикуляру проведеного до осі ОУ в точці частоти зрізу, буде вище за горизонталь 180° – то систем стійка, якщо нижча за горизонталь 180° – то система нестійка.

В нашому випадку: $\Delta\phi = |-180^\circ - (-139,5^\circ)| = 44,0,5^\circ$

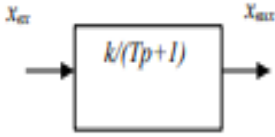
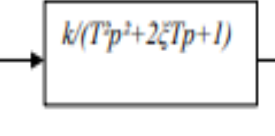

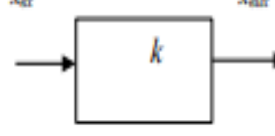

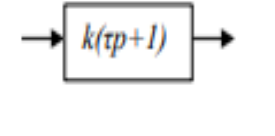
Висновок: Отже, досліджувана САУ – стійка.

4.3. Задача для розв'язання

Задача. За структурною схемою (Додаток Б) та табл. Б.1 та знайденими в задачі 2.2 передаточною функцією системи $W_c(p)$ та перевірити якість регулювання системи та її стійкість за частотними критеріями стійкості (ЛАФЧХ).

Контрольні запитання

1. Визначення і загальна характеристика нелінійні САУ.
2. Особливості динамічних режимів нелінійних систем: стійкість в "малому" і "великому", автоколивальність.
3. Дослідження якості управління в нелінійних САУ за методом фазових траєкторій.
4. Фазові портрети лінійних і нелінійних систем автоматичного управління.
5. Побудова фазових портретів нелінійних САУ, що містять типові нелінійності.

Ланка	Передаточна функція	Типова ланка	Перехідний процес
Аперіодична	$W(p) = k/(Tp+1)$		$x_{вих} = kx_{вх}(1 - e^{-t/T})$
Коливальна	$W(p) = k/(T^2p^2 + 2\zeta Tp + 1)$		$x_{вих} = kx_{вх} [1 - (e^{-\zeta t/T}) / \sqrt{1 - \zeta^2}] * \sin((\sqrt{1 - \zeta^2}/T)t + \arctg(\sqrt{1 - \zeta^2} / \zeta)]$
Інтегруюча	$W(p) = k/p$		$x_{вих} = kx_{вх} t$
Підсилююча	$W(p) = k$		$x_{вих} = kx_{вх}$
Диференціююча	$W(p) = \tau p$		$x_{вих} = \tau dx_{вх}/dt$
Диференціююча другого порядку	$W(p) = k(\tau p + 1)$		$x_{вих} = k(\tau dx_{вх}/dt + x_{вх})$

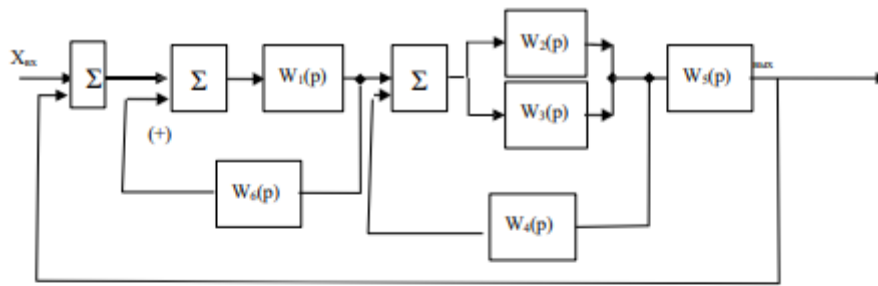


Рисунок Б.1 Структурна схема системи

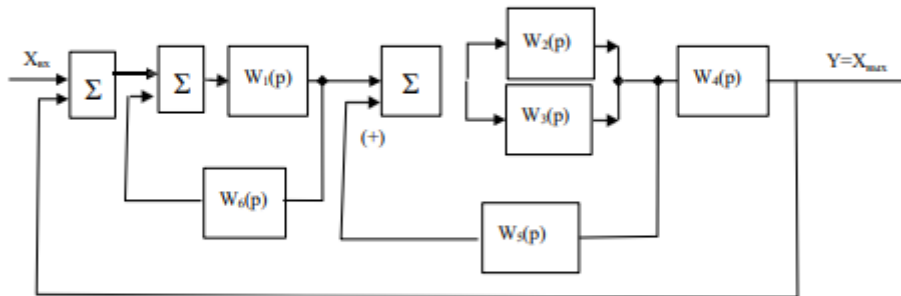


Рисунок Б.2 Структурна схема системи

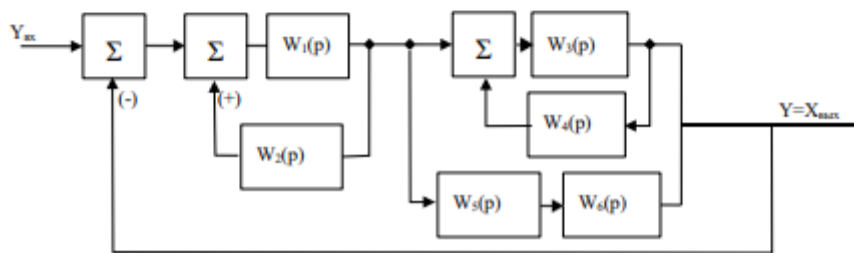


Рисунок Б.3 Структурна схема системи

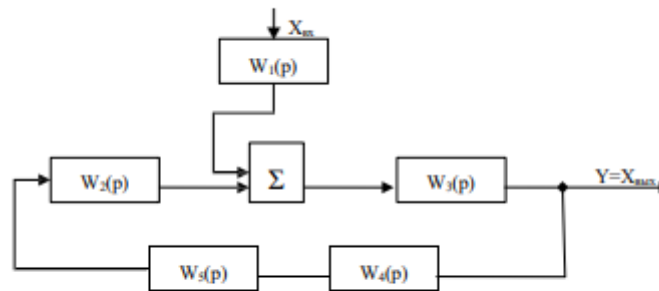


Рисунок Б.4 Структурна схема системи

Продовження додатку Б

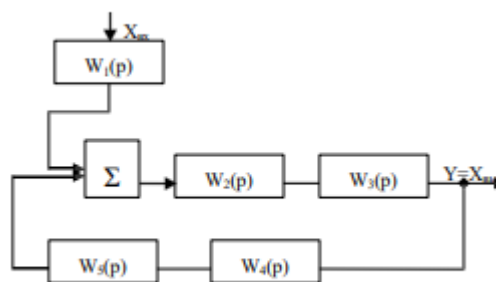


Рисунок Б.5 Структурна схема системи

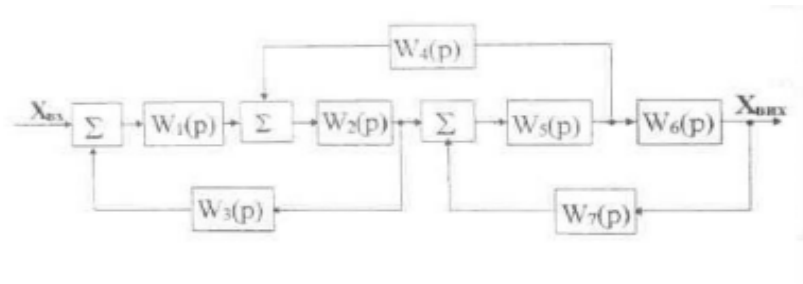


Рисунок Б.6 Структурна схема системи

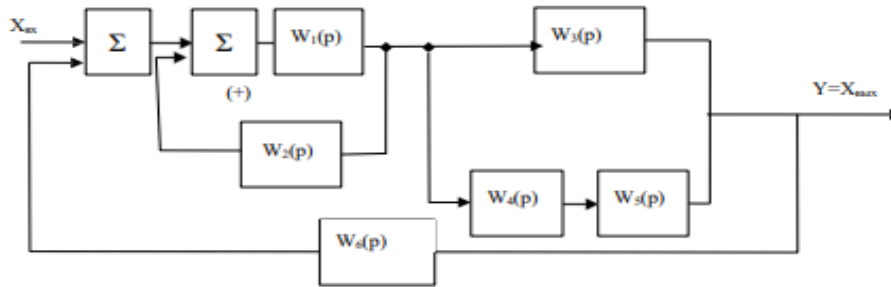
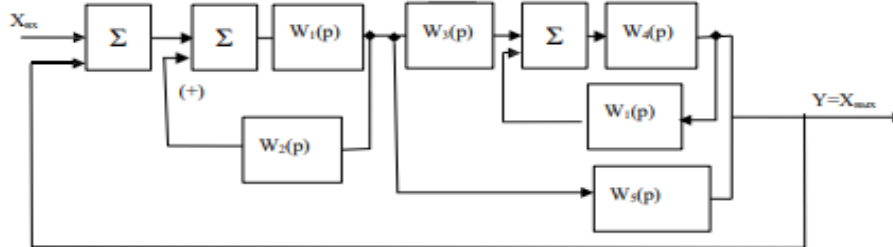


Рисунок Б.7 Структурна схема системи



РисБ.8 Структурна схема системи

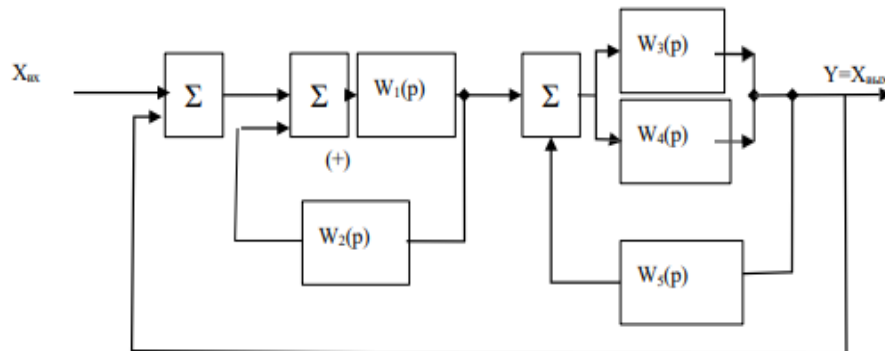


Рисунок Б.9 Структурна схема системи

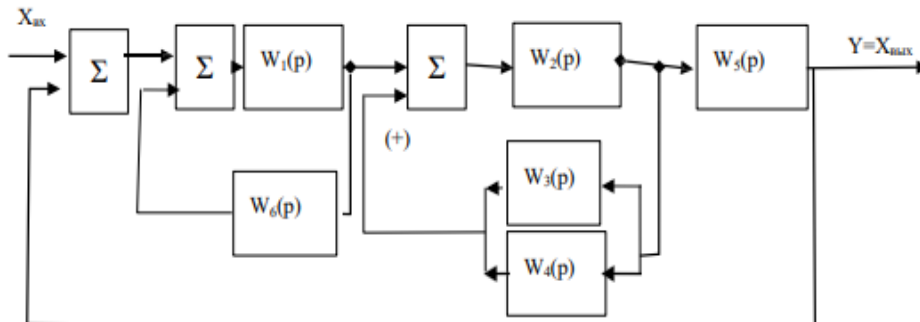


Рисунок Б.10 Структурна схема системи

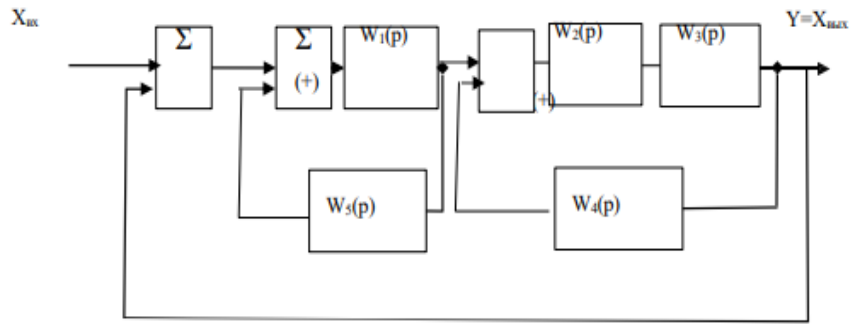


Рисунок Б.11 Структурна схема системи

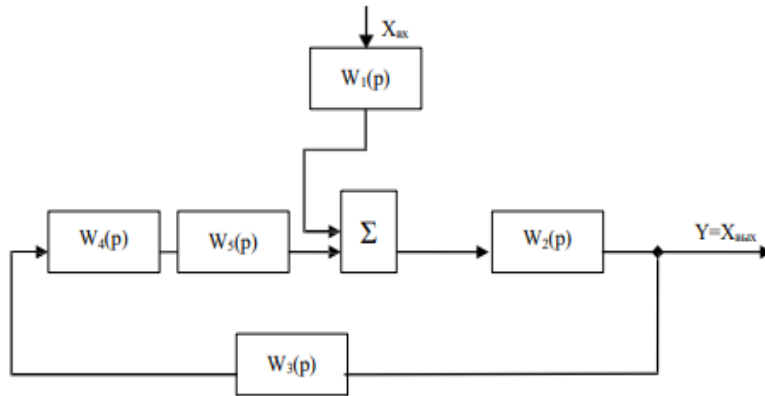


Рисунок Б.12 Структурна схема системи

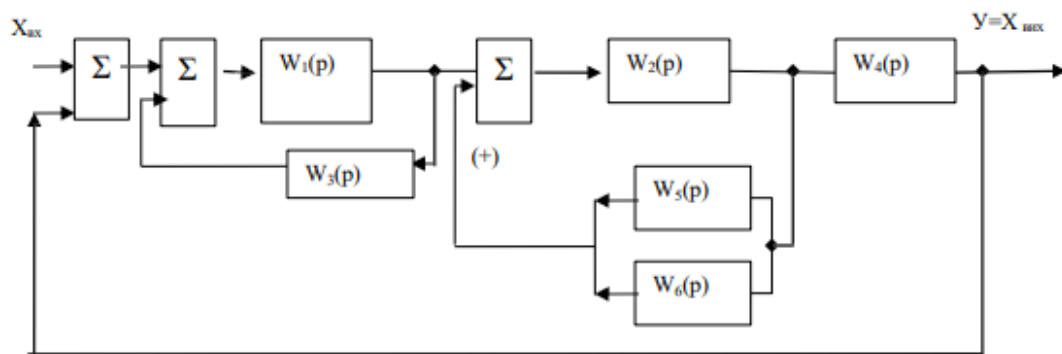


Рисунок Б.13 Структурна схема системи

Таблиця Б.1

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
№ рисунок	1	5	4	7	9	10	2	6	8	13	3	12	10	4	6	11	1	5	8	7	12	13	2	9	3
$W_1(p)$	А	І	І	К	К	І	А	К	І	К	І	К	А	А	А	К	І	К	К	І	К	І	І	П	К
$W_2(p)$	Д	К	К	А	П	І	К	Д	К	Д ₂	Д ₀	А	Д ₂	І	Д ₀	І	Д ₀	І	І	К	І	К	Д ₂	К	Д ₀
$W_3(p)$	К	Д	А	Д	І	Д	І	А	Д	П	К	Д ₀	К	А	К	А	П	А	Д ₂	Д ₀	П	А	К	А	А
$W_4(p)$	І	П	Д	А	Д	К	Д	П	А	Д	А	П	І	Д ₀	А	Д ₀	А	Д ₀	А	І	А	П	П	А	І
$W_5(p)$	П	А	П	П	А	А	А	І	П	А	П	І	А	А	П	А	К	П	І	А	І	Д ₂	А	Д ₀	П
$W_6(p)$	А	А	А	І	А	А	П	А	А	І	А	А	П	П	І	І	А	А	А	А	А	А	А	І	А
k_1	3	8	9	2	5	12	20	11	18	15	12	14	22	30	18	20	16	40	24	15	30	22	20	10	40
k_2	30	22	20	10	40	12	14	22	18	20	16	18	20	16	40	15	30	5	12	20	24	15	30	22	20
k_3	2	5	12	20	12	14	22	30	18	20	16	12	14	22	2	5	12	20	12	20	12	14	22	12	20
k_4	12	20	30	18	20	16	18	12	14	22	15	30	5	12	20	18	30	18	20	16	24	15	30	22	20
k_5	15	30	30	22	20	10	40	18	20	16	40	30	18	20	16	12	20	24	15	30	22	18	12	14	22
k_6	24	15	30	22	18	12	14	22	24	15	30	22	18	20	16	40	12	20	2	5	12	20	12	14	22
T_1	03	2	02	4	06	1	8	2	05	02	2	1	02	2	10	02	05	05	6	01	12	8	01	02	05
T_2	05	6	05	2	02	02	4	4	07	05	4	02	05	4	09	05	02	08	4	02	6	2	4	05	01
T_3	08	5	07	8	05	5	2	05	02	08	02	05	02	10	2	6	05	1	05	4	02	4	02	08	02
T_4	1	4	02	2	08	07	6	08	1	2	4	2	05	12	02	4	08	2	08	05	05	10	05	1	08
T_5	04	05	06	6	1	02	10	1	2	4	6	4	08	6	05	5	1	4	02	08	08	6	12	05	1
T_6	02	4	1	1	04	05	8	2	4	11	12	10	1	4	3	08	02	10	05	1	1	01	6	01	04

А – аперіодична ланка; ДІ (Д) – диференціююча ланка першого порядку;
Д₂ – диференціююча ланка другого порядку; К – коливальна ланка;
П – підсилювальна ланка; І – інтегруюча ланка.

Програма для побудови годографів АФХ мовою програмування С1++

```

#include <graphics.h>
#include <iostream.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>
#include <stdlib.h>

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <string.h>

void Godograf(float Tpr, float Ko, float Kos, int Color
              int Xc, int Yc, int x, int y, int z,
int err);
void Osi(int Xc, int Yc, int kol);
int xmax, ymax;
float Kos[]={0.1,1.0}
              Ko[]={10.0,100.0}
              Tpr[]={0.01,0.09,0.2,0.5};

void main(void)
{
    float P_w, Q_w, w;
    int driver, mode, err;
    driver = DETECT;
    initgraph(&driver,&mode,"");
    err = graphresult();
    if (err!=grOk) {cout<<"n!"<<grapherrormsg(err);
                  getch();}
    else {
        xmax = getmaxx();
        ymax = getmaxy();
        int Xc=(int)(xmax/2), Yc=(int)(ymax/2);
        for(int i=0;i<=1;i++) for(int j=0;j<=1;j++) for(int
k=0;k<=3;k++){
            cleardevice();
            setviewport(0,0,xmax,ymax,0);
            Osi((int)(xmax/2),(int)(ymax/2),i+j+k);
            Godograf(Tpr[k],Ko[j],Kos[i],15,(int)(xmax/2),(int)(
ymax/2),k,j,i,1);
            setcolor(7);
            setlinestyle(1,0,1);
            rectangle(Xc-18,Yc-15,Xc+18,Yc+15);
            setlinestyle(0,0,1);
            rectangle(10,Yc+5,250,Yc+205);
            setcolor(15);
            setviewport(10,(int)(ymax/2)+5,250,(int)(ymax/2)+20
5,1);
            setfillstyle(1,0);
            floodfill(5,5,7);
            line(10,100,230,100);
            line(125,10,125,190);
            Godograf(Tpr[k],Ko[j],Kos[i],15,125,100,k,j,i,0);
            closegraph();
        }
    }

    void Godograf(float Tpr, float Ko, float Kos, int Color
                  int Xc, int Yc, int x, int y, int z,
int err)
    {
        float P_wl=0.0, Q_wl=0.0
              P_w, Q_w
              To=0.5, Tg=0.1, P_w_min=0.0;
        for(float w=0;w<=100;w=w+0.05){
            if(((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
                (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w))!=0){
                P_w = (Ko*w*Tg*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)+
                    (Kos*Ko*Ko-(To+Tpr)*Kos*w*w))/
                    ((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
                    (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)));
                Q_w = (Tg*(Kos*Ko*Ko*w-
(Ko*(w+Tpr*Kos*Ko*Ko*w-
Ko*To*Tpr*w*w*w))/
                    ((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
                    (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)));
                if (abs(P_w)>abs(P_wl)) P_wl=P_w;
                if (abs(Q_w)>abs(Q_wl)) Q_wl=Q_w;
                if (P_w<P_w_min) P_w_min = P_w;
                if (P_wl==0) P_wl=P_wl+0.01;
                if (Q_wl==0) Q_wl=Q_wl+0.01;
            }
        }

        float KmasX=(float)(xmax-Xc-100)/P_wl
              KmasY=(float)(ymax-Yc-100)/Q_wl;
        if (KmasX<0) KmasX=-KmasX; if (KmasY<0)
KmasY=-KmasY;
        if (KmasX>=220) KmasX=150;
        if (KmasY>=140) KmasY=100;
        if (err==0) {KmasX=KmasX*4;
KmasY=KmasY*4;};
        w = 0;
        if(((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
            (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w))!=0){
            P_w =
KmasX*(Ko*w*Tg*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)+
                (Kos*Ko*Ko-(To+Tpr)*Kos*w*w))/
                ((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
                (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)));
            Q_w = KmasY*(Tg*(Kos*Ko*Ko*w-
Ko*(w+Tpr*Kos*Ko*Ko*w-
Ko*To*Tpr*w*w*w))/
                ((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
                (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)));
            moveto(Xc+P_w,Yc-Q_w); };
        setcolor(Color);
        setcolor(9);
        line(Xc+P_w_min*KmasX,10,Xc+P_w_min*KmasX
,ymax-10);
        gotoxy(2,5);
        printf("K2=");
        printf("%f",(-1/P_w_min));
        setcolor(15);
        for(w=0;w<=700;w=w+0.05){
            if(((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
                (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w))!=0){
                P_w =
KmasX*(Ko*w*Tg*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)+
                    (Kos*Ko*Ko-(To+Tpr)*Kos*w*w))/
                    ((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
                    (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)));
            }
        }
    }
}

```

```

((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+ (w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-To*Tpr*w*w*w));
Q_w = KmasY*(Tg*(Kos*Ko*Ko*w-
(To+Tpr)*Ko*w*w)-
Ko*(w+Tpr*Kos*Ko*Ko*w-
Ko*To*Tpr*w*w*w))/
((Kos*Ko-(To+Tpr)*w*w)*(Kos*Ko-
(To+Tpr)*w*w)+
(w+Tpr*Kos*Ko*w-
To*Tpr*w*w*w)*(w+Tpr*Kos*Ko*w-To*Tpr*w*w*w));
lineto(Xc+P_w,Yc-Q_w);
};
};

setcolor(13);
circle(Xc-KmasX,Yc,2);
circle(Xc-KmasX,Yc,1);
putpixel(Xc-KmasX,Yc,13);
outtextxy(Xc-KmasX-7,Yc-12,"-1");
setcolor(15);
if (err==1){
if (x==0) outtextxy(10,10,"Tpr = 0.01");
if (x==1) outtextxy(10,10,"Tpr = 0.09");
if (x==2) outtextxy(10,10,"Tpr = 0.2");
if (x==3) outtextxy(10,10,"Tpr = 0.5");
if (y==0) outtextxy(10,30,"Ko = 10");
if (y==1) outtextxy(10,30,"Ko = 100");
if (z==0) outtextxy(10,50,"Koc = 0.1");

if (z==1) outtextxy(10,50,"Koc = 1.0");
else {
char ch=' ';
while(ch!=27&&ch!=13)
if (kbhit()!=0) ch=getch();
};

void Osi(int Xc, int Yc, int kol)
{
setcolor(15);
rectangle(0,0,xmax,ymax);
line(Xc,10,Xc,ymax-10);
line(10,Yc,xmax-10,Yc);
line((int)(xmax/2)-3,15,(int)(xmax/2),10);
line((int)(xmax/2),10,(int)(xmax/2)+3,15);
line(xmax-15,(int)(ymax/2)-3,xmax-
10,(int)(ymax/2));
line(xmax-15,(int)(ymax/2)+3,xmax-
10,(int)(ymax/2));
settextstyle(2,0,5);
outtextxy((int)(xmax/2)+7,10,"jQ(w)");
outtextxy(xmax-35,(int)(ymax/2)+7,"P(w)");
settextstyle(2,0,4);
outtextxy((int)(xmax/2)-8,(int)(ymax/2)+1,"0");
settextstyle(0,0,0);
if (kol==5) outtextxy(5,ymax-15,"Esc' - exit");
else outtextxy(5,ymax-15,"Enter' - next ");
setcolor(15);
};

```

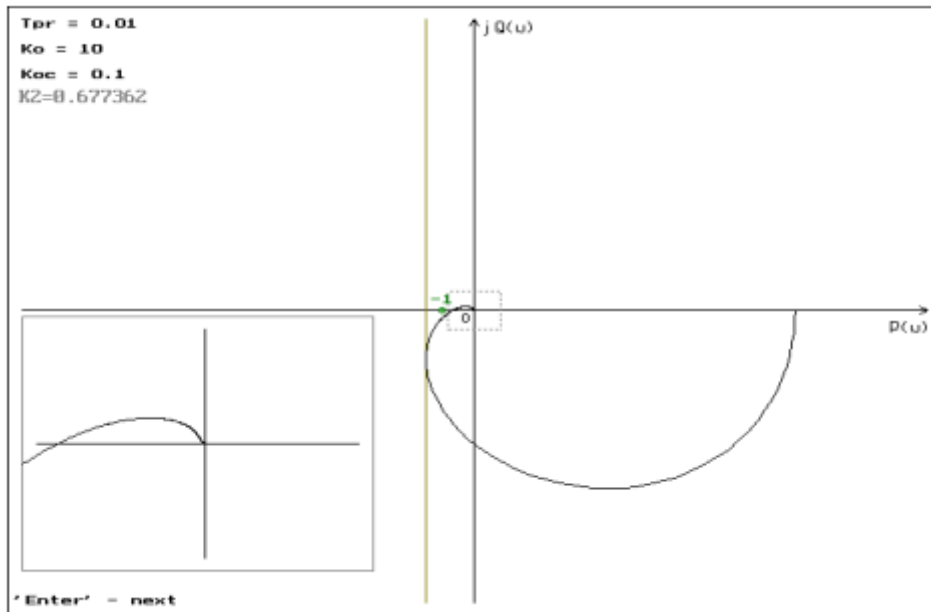


Рисунок Б.1 Результати роботи програми –графік АФХ

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лекції з теорії автоматичного контролю: Навч. посібн./ Б.Б. Самотокін, Ю.О.Скрипник. – Житомир, ЖІТІ, 2021. – 508 с.
2. Луцкая Н. та ін. Методи сучасної теорії управління / Н. Луцкая, А. Ладанюк, В. Кищенко, Л. Власенко, В. Иващук – К.: Ліра-К, 2018. – 368 с.
3. Ковриго Ю.М. та ін.. Сучасна теорія управління. Частина 2. Прикладні аспекти сучасної теорії управління / Ю.М. Ковриго та ін.. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. –155 с.
4. Цюцюра С.В. «Теорія управління». конспект лекцій в ел.вид. – К.: КНУБА, 2013. – 54 с.
5. Цюцюра С.В., Терентьев О.О., Цюцюра М.І. „Теорія управління”. Методичні вказівки в ел.вигляді до практичних робіт. – К.: КНУБА, 2013. – 24 с.
6. Цюцюра С.В., Терентьев О.О., Цюцюра М.І. „Теорія управління”. Методичні вказівки в ел.вид. до виконання індивідуальних робіт з дисципліни. – К.: КНУБА, 2013. – 12 с.
7. Цюцюра С.В. «Теорія управління». Конспект лекцій – К.: КНУБА, 2003. – 52 с.
8. Цюцюра С.В. «Теорія управління». Методичні вказівки до вивчення дисципліни. 2001. –14 с.
9. Лекції з теорії автоматичного контролю: Навч. посібн./ Б.Б.Самотокін, Ю.О.Скрипник. – Житомир, ЖІТІ, 2001. – 508 с.
10. В.Г.Надира «Практикум по теорії управління» Навч. пос./ Дніпропетровськ: НГА, 2002. –414 с.

ТЕОРІЯ УПРАВЛІННЯ

Методичні вказівки до виконання практичних робіт
для підготовки здобувачів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму
підготовки 12. «Інформаційні технології» спеціальностей
122 «Комп'ютерні науки», 126 «Інформаційні системи і технології»

Укладач: Ілля САЧЕНКО

Комп'ютерне верстання

Підписано до друку 22.02.2024 Формат 60 × 84 1/ 16

Ум. друк. арк. 1,16. Обл.-вид. арк. 1,25.

Електронний документ. Вид № 59/III-17.

Видавець і виготовлювач

Київський національний університет будівництва і архітектури

Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03037

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів

Видавничої справи ДК №808 від 13.02.20