

Принцип опису статичної рівноваги компонентів опорно-рухового апарату людини на основі роботи фізико-математичної моделі біотенсегриті

Ольга Кучерява, аспірантка¹ (ORCID: 0009-0003-3260-2903), Володимир Сковчок, д.т.н., проф.² (ORCID: 0000-0002-1709-2621)

¹ Національний університет фізичного виховання та спорту України, вул. Фізкультури, 1, Київ, Україна, 03150

² Київський національний університет будівництва архітектури, просп. Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03037

АНОТАЦІЯ

У роботі представлено основні фізико-математичні аспекти моделювання стану статичної рівноваги елементів інтерпретаційної механічної моделі опорно-рухового апарату людини, що базується на принципах роботи біотенсегриті моделей. Продемонстровані закономірності являють собою систему нелінійних рівнянь, які описують зрівноважений стан вузлів моделі та враховують додаткові умови збереження довжин усіх кісток та м'язів, інтерпретованих стрижнями та тросами. Розв'язання відповідних рівнянь дозволяє визначити компоненти напружено-деформованого стану усіх елементів моделі та оцінити ступінь перевантаженості суглобів людського тіла, що в свою чергу дасть змогу спрогнозувати характер розвитку захворювань у суглобах та кістках, а також обрати найбільш раціональні підходи щодо їх запобігання й фізіотерапевтичних утручань загалом.

Ключові слова: опорно-руховий апарат людини, біотенсегриті моделі, компоненти напружено-деформованого стану.

1. ВСТУП

Надмірна вага людського організму спричиняє цілу низку захворювань та порушень у роботі опорно-рухового апарату. Щоб уможливити та зробити більш ефективним процес прогнозування виникнення відповідних захворювань та порушень, вкрай необхідно мати точний та простий для сприйняття інструментарій моделювання величин і характеру дії внутрішніх зусиль в кістках, м'язах та суглобах. Такий інструмент є особливо корисним для оцінки стану елементів опорно-рухового апарату людини у разі їх перевантаження.

Слід зауважити, що в основі механізму моделювання внутрішніх зусиль у кістках, м'язах та суглобах мають лежати механічні принципи їх фізичної роботи. На сьогоднішній день, одними з найбільш відомих та водночас наочних фізичних моделей, що імітують роботу опорно-рухового апарату людини, є так звані біотенсегриті моделі. Біотенсегриті [1, 2] являють собою механічні стрижнево-тросові (сітчасті) системи, усі ланки (стрижні та троси) яких працюють виключно на стиск або розтяг. При цьому усі вузли представляють собою шарнірні сполучаючись, а усі навантаження (як зовнішні, так і від власної ваги й напруження м'язів, тобто внутрішні) діють виключно на відповідні вузли. В результаті такого сполучення ланок та завдяки відповідному способу передачі навантажень на вузли у ланках моделі не виникає жодних поперечних зусиль, згинальних або крутних моментів.

На жаль, найбільш відомі моделі біотенсегриті є у певній мірі недосконалими, так як мають низку спрощень та практичних допущень, які в свою чергу покликані лише у принциповій формі інтерпретувати специфіку сполучення кісток та м'язів між собою у суглобах для того, щоб на прикладах відносно наочних конструкцій візуально демонструвати кінематичні аспекти збереження тілесності форми тіла у різних анатомічно-правильних позиціях.

Усе вищезазначене свідчить про те, що подальший розвиток уже існуючих, а також розробка нових і більш досконалих біотенсегриті моделей опорно-рухового апарату людини або його окремих фрагментів є вкрай пріоритетним завданням, вирішенні якого веде до поглиблення розуміння причинно-наслідкових зв'язків патогенезу захворювань виникаючих у суглобах та кістках, а також механізмів їх упередження, лікування, фізіотерапевтичних утручань та

реабілітації в цілому [3, 4]. Додамо, що при надмірній вазі найбільшого перевантаження зазнають саме суглоби нижньої частини тіла, тож найбільшою уваги заслуговують питання розробки точних біотенсегриті моделей саме цієї частини людського організму.

2. МЕТА РОБОТИ

Висвітлення фізико-математичних аспектів створення удосконалення та моделювання стану статичної рівноваги елементів інтерпретаційної механічної моделі опорно-рухового апарату людини, що базується на принципах роботи біотенсегриті моделей.

3. ОСНОВНА ЧАСТИНА

Згаданий вище підхід до формування розрахункової моделі опорно-рухового апарату людини дозволяє, окрім іншого, досягти певної передбачуваності роботи її елементів та спростити процес моделювання, адже опис стану статичної рівноваги подібних конструкцій, а також принципи розрахунку внутрішніх зусиль в такій постановці задачі є набагато простішими, ніж для моделей, що враховують дію поперечних зусиль та моментів.

Водночас, математичний апарат, що при цьому застосовується, є напрочуд гнучким та дозволяє описувати аналоги елементів, які працюють не лише на стиск або розтяг, але й на різні види згину за рахунок сполучення комбінацій стиснуто-зігнутих елементів у більш складні просторові конструкції. Останнє стає цілком можливим при застосуванні інструментів класичної теоретичної механіки, а саме на основі здійснення кінематичного аналізу сітчастої структури. Сам же сан статичної рівноваги механічної моделі біотенсегриті моделі може бути повністю описаний системою рівнянь стану статичної рівноваги кожного з її вільних вузлів (тобто таких, які в конкретній анатомічно-правильній позі людського тіла можна вважати неконтактуючими із землею й незакріпленими – рухомими шарнірами). Згідно з [5], а також відповідно до базових засад механіки стрижневих конструкцій, для деякого довільного вільного i -го вузла моделі (який у інтерпретації біотенсегриті являє собою просторову точку сполучення стрижнів і тросів, що описують роботу кісток та м'язів або сполучених тканин), сполученого із m іншими суміжними

вузлами, рівняння його рівноваги може бути записане у формі векторної суми зусиль, якими можна замінити відсічені ланки та прикладені ззовні навантаження на даний вузол:

$$\sum_{j=1}^m \bar{R}_{i,j} + \bar{\mathfrak{Z}}_i = 0. \quad (1)$$

Тут $\bar{\mathfrak{Z}}_i$ – рівнодійний вектор усіх сил (що є наслідком дії ваги тіла та напруження м'язів), прикладених до даного вузла, який має наступний вид:

$$\bar{\mathfrak{Z}}_i = \mathfrak{Z}_{x_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + \mathfrak{Z}_{y_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_y + \mathfrak{Z}_{z_i} \cdot \bar{\mathbf{e}}_z, \quad (2)$$

де \mathfrak{Z}_{x_i} , \mathfrak{Z}_{y_i} і \mathfrak{Z}_{z_i} – проекції вектору $\bar{\mathfrak{Z}}_i$ на координатні осі; $\bar{R}_{i,j}$ – вектори внутрішніх зусиль, що виникають у ланках моделі (м'язах та кістках) під дією сил $\bar{\mathfrak{Z}}_i$ й визначаються формулами:

$$\bar{R}_{i,j} = \aleph_{i,j} \cdot \{(x_j - x_i) \cdot \bar{\mathbf{e}}_x + (y_j - y_i) \cdot \bar{\mathbf{e}}_y + (z_j - z_i) \cdot \bar{\mathbf{e}}_z\}, \quad (3)$$

де $\aleph_{i,j}$ – параметри щільності внутрішніх зусиль у ланках:

$$\aleph_{i,j} = R_{i,j} / \delta_{i,j}. \quad (4)$$

У виразі (4): $R_{i,j}$ і $\delta_{i,j}$ – це абсолютна величина зусилля, діючого у ланці, та її довжина. Ця ж формула може бути записана у дещо більш зрозумілій з фізичної точки зору інтерпретації, яка встановлює зв'язок між усіма компонентами напружено-деформованого стану ланки:

$$\aleph_{i,j} = \sigma_{i,j} \cdot A_{i,j} / \delta_{i,j}, \quad (5)$$

де $A_{i,j}$ та $\sigma_{i,j}$ – це площа поперечного перерізу ланки та напруження, що діє по площині її перерізу відповідно.

Враховуючи виразів (2), (3) та (4) векторна рівність (1) набуває форми системи рівнянь рівноваги у проєкціях:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m (x_i - x_j) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \mathfrak{Z}_{x_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^m (y_i - y_j) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \mathfrak{Z}_{y_i} = 0, \\ \sum_{j=1}^m (z_i - z_j) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \mathfrak{Z}_{z_i} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Систему (6) можна записати у скороченій формі, якщо умовно позначити координати вузлів (x , y та z) літерою s :

$$\sum_{j=1}^m (s_i - s_j) \cdot R_{i,j} / \delta_{i,j} + \mathfrak{Z}_{s_i} = 0, \quad (7)$$

або, якщо врахувати тотожність (4):

$$\sum_{j=1}^m (s_i - s_j) \cdot \aleph_{i,j} + \mathfrak{Z}_{s_i} = 0. \quad (8)$$

У кожній анатомічно-правильній позі в елементах моделі опорно-рухового апарату людини виникають внутрішні зусилля (із абсолютною величиною $R_{i,j}$), а саме: 1) у м'язах – зусилля, які підтримують тіло у необхідній позиції; 2) у кістках – зусилля, які виникають внаслідок супротиву спільній дії сил тяжіння (які прямо пропорційні вазі фрагментів тіла) та зусиль у м'язах. Розуміючи це, та знаючи довжини кісток (які сталі) і м'язів у кожній позі, можна задати початкові значення внутрішніх зусиль $R^{(0)}_{i,j} = P_{i,j}$ та за формулою (4) визначити параметри $\aleph_{i,j}$. Це дозволить здійснити початкове формування моделі шляхом розв'язання повної системи рівнянь типу (8) відносно координат вільних вузлів. Але результати моделювання на початковому етапі не дозволяють одразу отримати коректну форму моделі опорно-рухового апарату, оскільки вірно вказати значення внутрішніх зусиль $R_{i,j}$ на цьому етапі просто неможливо. Через це слід розділити значення зусиль $R_{i,j}$ на два компоненти – $P_{i,j}$ та $\lambda_{i,j}$:

$$R_{i,j} = P_{i,j} \pm \lambda_{i,j}, \quad (9)$$

де: $P_{i,j}$ – початково задані значення внутрішніх зусиль у ланках, а $\lambda_{i,j}$ – деякі невідомі на початковому етапі моделювання величини, на які слід збільшити або зменшити значення $P_{i,j}$, щоб сумарні внутрішні зусилля $R_{i,j}$ забезпечували рівновагу моделі опорно-рухового апарату людини, а також дозволяли зберегти довжини $\delta_{i,j}$ усіх її елементів рівними деяким фіксованим та наперед відомим величинам $L_{i,j}$. Остання умова задається тотожністю:

$$\delta_{i,j} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} = L_{i,j}. \quad (10)$$

Враховуючи введення правила (9) та умов типу (10), система рівнянь рівноваги набуде наступного вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m (s_i - s_j) \cdot (P_{i,j} \pm \lambda_{i,j}) / \delta_{i,j} + \mathfrak{Z}_{s_i} = 0, (i = \overline{1, n}), \\ \delta_{i,j} = L_{i,j}, (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}). \end{cases} \quad (11)$$

Тут n – загальна кількість вільних вузлів моделі.

У системі рівнянь (11) однакова кількість невідомих $\lambda_{i,j}$ та додаткових функцій типу (10), що робить систему визначуваною відносно координат x_i , y_i й z_i та величин $\lambda_{i,j}$.

Розв'язання системи (11) потребує застосування алгоритмів ітераційного числення, оскільки дана система має високу нелінійність й не може бути вирішена традиційними способами.

4. ВИСНОВКИ

Розв'язання системи рівнянь статичної рівноваги вузлів інтерпретаційної моделі опорно-рухового апарату людини, як механічної системи, дозволяє встановити зусилля $R_{i,j}$, що діють у її ланках, на основі визначених величин $\lambda_{i,j}$, використовуючи формулу (9). Знаючи внутрішні зусилля $R_{i,j}$, можна віднайти й значення навантажень на суглоби.

Список літератури

- [1] Levin S. M. A suspensory system for the sacrum in pelvic mechanics: biotensegrity. *Movement, Stability & Lumbopelvic Pain (Second Edition). Integration of Research and Therapy*. 2007, P. 229–237. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-044310178-6.50017-7>
- [2] Levin S. The scapula is a sesamoid bone. *Journal of Biomechanics*. 2005; n 38(8): P. 1733–1734. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2004.12.001>
- [3] Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В. Моделювання характеру роботи опорно-рухового апарату, як інструмент вибору та використання засобів фізичної терапії у осіб із надлишковою масою тіла та гоналгіями. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*. 2023. №1. С. 102–107. DOI: <https://doi.org/10.32652/spmed.2023.1.102-107>
- [4] Жарова І. О., Скочко В. І., Кучерява О. В. Визначення функціональної залежності між надмірною вагою та мірою перенавантаження колінних суглобів у жінок з гоналгіями. *Спортивна медицина, фізична терапія та ерготерапія*, 2024. №1. С. 183–194. Фахове видання України. DOI: <https://doi.org/10.32652/spmed.2024.1.183-194>
- [5] Скочко В. І. Методи інтерпретаційного геометричного моделювання сітчастих структур та їх застосування: Дис. д.т.н., 05.01.01. К. : КНУБА; 2021. 590 с. <https://uacademic.info/ua/document/0521U101735>