

УДК 528.4

к.т.н., доцент Шульц Р.В., Тарнопольський Є.А.,  
Київський національний університет будівництва і архітектури**ВИЗНАЧЕННЯ ПРОСТОРОВИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕХОДУ МІЖ  
МІСЬКОЮ ТА ДЕРЖАВНОЮ СИСТЕМАМИ КООРДИНАТ**

*Розроблено методику визначення параметрів зв'язку між державною референційною системою і умовною міською системою координат на прикладі системи координат м. Києва.*

**Постановка проблеми.** При виконанні землепорядних робіт на території крупних міст найчастіше використовують міську систему координат від пунктів якої виконують визначення координат земельних ділянок. Визначення координат в більшості випадків виконують за допомогою супутникових GPS-спостережень, при цьому базовий приймач встановлюють на пункт міської геодезичної мережі. Остаточно координати меж земельних ділянок повинні бути визначені в державній системі координат.

Створення міських систем координат в крупних містах з населенням понад 300 тис. населення відбувалось в декілька етапів і практично завжди така мережа є неоднорідною за точністю і в більшості випадків точність такої мережі не задовольняє вимогам до точності землепорядних робіт. Тому виникає необхідність у визначенні таких параметрів переходу між міською та державною системами координат, які дозволять максимально виключити вплив деформації міської системи координат.

**Аналіз публікацій.** В існуючій літературі достатньо повно висвітлені питання пов'язані з перетворенням плоских прямокутних систем координат. Узагальнений аналіз цих перетворень виконано в дисертації І.М. Зайця. При перетворенні просторових систем координат використовують загально відоме перетворення за Гельмертом, опис якого можна знайти в більшості підручників з вищої геодезії або в керівництвах до використання супутникових навігаційних систем. Недоліком цього перетворення є наявність кореляції між визначуваними параметрами і неможливість врахування деформацій однієї з систем координат вздовж кожної координатної вісі.

**Постановка завдання.** Метою роботи є розроблення методики визначення параметрів зв'язку між державною референційною системою і умовною міською системою координат на прикладі системи координат м. Києва.

**Основний зміст роботи.** Розглянемо запропоновану нами методику на прикладі встановлення параметрів зв'язку між міською та державною системами координат м. Києва.

Початок введенню міської системи координат м. Києва поклали роботи з створення триангуляції 1 і 2 розрядів, які виконані у 1936-39 р. трестом "Геотопозйомка" і ГоловАПУ.

Координати пунктів триангуляції, визначених за цією роботою, обчислені в системі координат 1932 р. в 3 - градусній зоні з осьовим меридіаном  $30^{\circ}30'$  та місцевим початком координат та редуковані на середню рівневу поверхню міста -  $H_{ср.} = 134.14$  м. Вказана система координат використовувалася для виконання топографо-геодезичних робіт в м. Київ до 1960 року.

У 1954 р. інститутом Київпроект виконано переобчислення мережі триангуляції м. Києва в систему координат 1942 р. в 3 - градусній зоні з осьовим меридіаном  $30^{\circ}00'$ . Переобчислення виконано з урахуванням зміни початку та кута повороту системи координат. Кут повороту обчислений за різницями дирекційних кутів сторони триангуляції між пунктами Стрілецький -Самбурки в місцевій системі координат 1932 р. і системі координат 1942 р. в 3 - градусній зоні з осьовим меридіаном  $30^{\circ}00'$ .

Координати пункту триангуляції в системі 1942 р. обчислені з місцевим початком координат. Переобчислення координат пунктів виконано за спрощеними формулами, тому розбіжність в координатах пунктів, отриманих шляхом переобчислення та координатами, які взяті із каталогу пунктів державної геодезичної мережі в системі координат 1942 р. в  $6^{\circ}$  зоні і перетворені в  $3^{\circ}$  зону досягають до 0.5 м.

Отримана система координат використовувалася для виконання топографо-геодезичних робіт в м. Київ з 1960 року.

На цей час в м. Києві використовується місцева система координат 1960 року, яка утворена від системи координат 1942 року. Для переходу від системи координат 1942 року до місцевої системи координат м. Києва виконують перетворення з  $6^{\circ}$  зони з осьовим меридіаном  $30^{\circ}00'$  до  $3^{\circ}$  зони з осьовим меридіаном  $30^{\circ}00'$ , а потім додають ключ місцевої системи координат.

На сьогоднішній день геодезична основа м. Києва складається із:

- сегмента Української перманентної мережі спостережень глобальних навігаційних систем (УПМ ГНСС);
- триангуляції 2-4 класів державної геодезичної мережі СРСР;
- полігонометрії 4 класу та I, II розрядів міської геодезичної мережі;
- висотної основи у вигляді нівелірних мереж I, II та III класів.

Координати пунктів Української перманентної мережі спостережень глобальних навігаційних систем обчислені у Світовій земній референційній системі на епоху 2000 року (ITRS / ITRF2000).

Координати пунктів тріангуляції 2-4 класів державної геодезичної мережі обчислені у системі координат 1942 року, яка на цей час використовується в Україні як державна. Координати пунктів полігонометрії 4 класу та I, II розрядів міської геодезичної мережі обчислені у місцевій системі координат м. Київ на епоху 1960 року.

Нормальні висоти всіх пунктів визначені у Балтійській системі висот 1977 року.

Прямокутні координати всіх пунктів обчислені на еліпсоїді Красовського у проекції Гауса - Крюгера.

На території України побудована українська постійнодіюча мережа спостережень глобальних навігаційних супутникових систем (УПМ ГНСС) із 17 пунктів з них 2 на території міста Києва. УПМ була частково обчислена у 1997 році за супутниковими радіонавігаційними вимірами, виконаними в 1995-1997 роках. Характерною особливістю й основним недоліком отриманих результатів було те, що мережа виявилась прив'язаною фактично лише до однієї перманентної станції - станції SIME (Сімеїз).

У 1997 році були виконані спостереження в рамках міжнародного проекту European Vertical Reference Network GPS Campaign (EUVN-97) з метою зв'язку висотних основ Західної, Центральної та Східної Європи. Спостереження проводились на чотирьох пунктах постійнодіючої мережі МПСО (Миколаїв), SIME (Сімеїз), UZHD (Ужгород-Деренівка) та GLSV (Голосіїв).

Також на початку 1997 році пункт в м. Київ (Голосіїв) був переобладнаний у постійнодіючу станцію та включений у світову геодинамічну мережі (IGS) та Європейську перманентну мережу (EPN).

Координати IGS-станцій і швидкості їх змін, прийняті відповідно до каталогу MCO3, система ITRF97, епоха 1997.0. У 1999 році було виконано спостереження в рамках міжнародного проекту EUREF-MOLDOVA, який ставив за мету розповсюдження системи EUREF на територію республіки Молдова. Спостереження виконувались на трьох пунктах постійнодіючої мережі МІКО (Миколаїв), SIME (Сімеїз), UZHD (Ужгород-Деренівка). В обробку приймалися спостереження трьох пунктів фундаментальної та однієї перманентної станції GLSV (Голосіїв).

У 1999 р. була проведена повторна обробка результатів спостережень GPS-кампаній 1995, 1996, 1997, 1999 років та отримано комбінований розв'язок для перманентної мережі України.

У 2000 році було виконано спостереження на 15 пунктах перманентної мережі з метою модернізації державної геодезичної мережі (ДГМ) України та отримання високоточної референцної системи координат, яка з однаковою точністю розповсюджується на всю її територію шляхом прив'язки пунктів астрономо-геодезичної мережі 1-го класу (АГМ-1) до пунктів УПМ ГНСС та створення GPS-мережі України 1-го класу.

У 2001 році було виконано спостереження на 16 пунктах постійнодіючої мережі в рамках проекту повторних (цикл 5 років) спостережень. В обробку приймалися результати спостережень 16 пунктів мережі, 5 перманентних станцій, які розташовані на території України - GLSV (Київ), UZHL (Ужгород), CRAO (Сімеїз), SULP (Львів) та POLT (Полтава). Прив'язку до загальноземної системи координат ITRF97 виконали шляхом включення в обробку результатів спостережень з 6 постійнодіючих IGS-станцій.

У 2004 році було виконано спостереження на всіх пунктах перманентної мережі в межах проекту з побудови Державної геодезичної мережі 1 класу для впровадження високоточної референцної системи координат УСК2000. Визначення пунктів виконано виключно виконанням супутникових радіонавігаційних спостережень на них за точністю 1 класу із використанням двохчастотних приймачів. За пункти державної мережі приймалися існуючі пункти Державної геодезичної мережі побудовані відповідно до вимог Основних положень про державну геодезичну мережу СРСР 1954-1961 рр. та Основних положень про державну нівелірну мережу СРСР 1961 р. Щільність пунктів ДГМ-1 склала один пункт на 1000-1300 км кв.

Основною формулою перетворення просторових координат з однієї системи в іншу, що реалізована в більшості програмних продуктів є перетворення координат за Гельмертом:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{(2)} = \begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 + \delta S_X & \alpha_3 & -\alpha_2 \\ -\alpha_3 & 1 + \delta S_Y & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -\alpha_1 & 1 + \delta S_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{(1)}$$

де  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  – зміщення початку однієї системи відліку відносно іншої,  $S$  – масштаб,  $\omega_X$ ,  $\omega_Y$ ,  $\omega_Z$  – кути розвороту осей.

Оскільки координати пунктів міської системи координат задані в проекції Гауса-Крюгера, то спочатку виконують перехід до геодезичних координат, а потім виконують обчислення прямокутних декартових координат пунктів за формулами [1]:

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos L \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L \\ Z &= [N(1 - e^2) + H] \sin B \end{aligned}$$

$$\text{де } e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \quad H = H^\gamma + \zeta.$$

З наведених формул видно, що точність значень просторових координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  залежить від точності значень висот квазігеоїда при переході від нормальної висоти до геодезичної. Це створює додаткову проблему при визначенні параметрів переходу за допомогою стандартного перетворення за Гельмертом.

Скористаємося викладом, що наведений в роботі [2]. В загальному вигляді перетворення між двома системами координат записують як:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{(2)} = \begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{bmatrix} + sR(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{(1)} \quad (1)$$

де,  $[X \ Y \ Z]_{(1)}^T$  - координати точки в першій системі;  $[X \ Y \ Z]_{(2)}^T$  - координати точки в другій системі;  $[\delta X \ \delta Y \ \delta Z]^T$  - компоненти вектора зсуву між системами координат;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  - кути розвороту систем координат;  $s$  - масштабний коефіцієнт;  $R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  - матриця напрямних косинусів.

Зауважимо, що при перетворенні просторових систем координат з різною точністю визначення планових та висотних координат, що має місце при відсутності точної моделі квазігеоїда, важливою умовою є використання двох масштабів між двома системами координат.

Геометрична схема перетворення координат наведена на рис. 1.

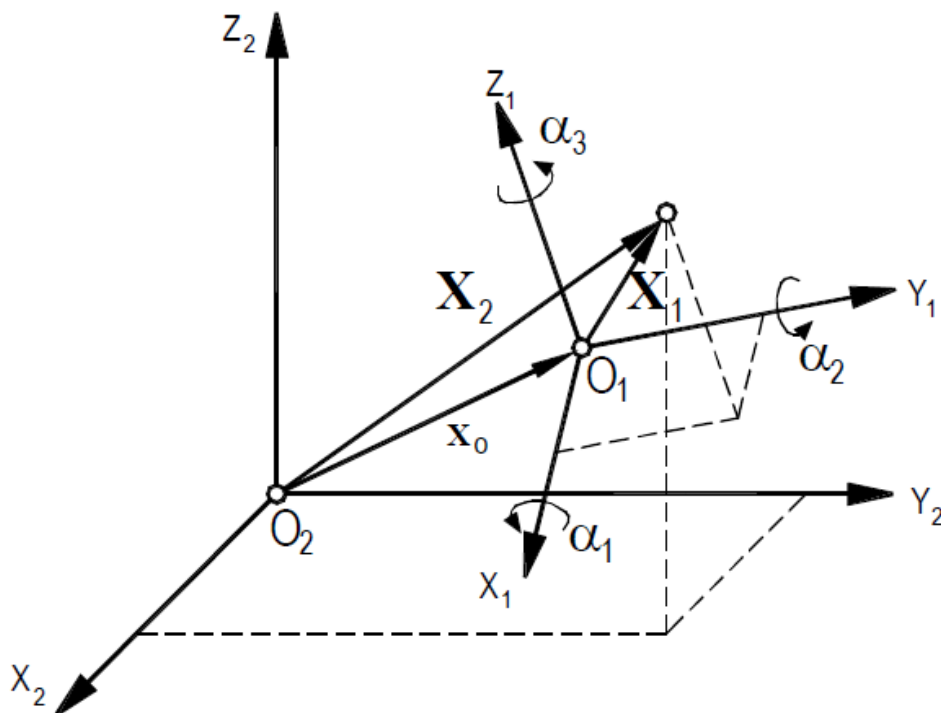


Рис. 1 Просторове перетворення координат

Одним з недоліків моделі перетворення за Гельмертом є сильна кореляція між визначуваними параметрами переходу від однієї системи координат до іншої. Уникнути кореляції дозволяє застосування методики перетворення координат за Молоденським [2], яка пов'язує шукані параметри з центром ваги системи координат.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{(2)} = \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_{(1)} + \begin{bmatrix} \delta X' \\ \delta Y' \\ \delta Z' \end{bmatrix} + \delta S R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \begin{bmatrix} X - \bar{X} \\ Y - \bar{Y} \\ Z - \bar{Z} \end{bmatrix}_{(1)} \quad (3)$$

де,  $\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}_{(1)}^T = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i \right]^T$  - координати центру ваги першої

системи;  $\begin{bmatrix} \delta X' & \delta Y' & \delta Z' \end{bmatrix}^T$  - компоненти зсуву за Молоденським між першою і

другою системами;  $\delta S = \begin{bmatrix} \delta S_X & 0 & 0 \\ 0 & \delta S_Y & 0 \\ 0 & 0 & \delta S_Z \end{bmatrix}$  - матриця поправок до масштабних

коефіцієнтів.

У матричному вигляді систему рівнянь (3) записують:

$$X_{(2)} = \bar{A}_{(1)} + \Delta X' + R \delta S X_{(1)} \quad (4)$$

Припускаючи, що координати мають тільки випадкові похибки отримаємо:

$$X_{(2)} - \varepsilon = \bar{A}_{(1)} + \Delta X' + R^0 \delta S X_{(1)} \quad (5)$$

де,  $\varepsilon$  - похибки в координатах другої системи;  $R^0 = \begin{bmatrix} r_{11}^0 & r_{12}^0 & r_{13}^0 \\ r_{21}^0 & r_{22}^0 & r_{23}^0 \\ r_{31}^0 & r_{32}^0 & r_{33}^0 \end{bmatrix}$  - матриця

напрямних косинусів.

Елементи матриці  $R$  є функціями трьох кутів повороту  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  і можуть бути лінеаризовані за умови відомих наближених значень  $\alpha_1^0, \alpha_2^0, \alpha_3^0$ :

$$r_{ij} = r_{ij}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = r_{ij}(\alpha_1^0 + \delta\alpha_1, \alpha_2^0 + \delta\alpha_2, \alpha_3^0 + \delta\alpha_3) \approx r_{ij}(\alpha_1^0, \alpha_2^0, \alpha_3^0) + \frac{\partial r_{ij}}{\partial \alpha_1} \delta\alpha_1 + \frac{\partial r_{ij}}{\partial \alpha_2} \delta\alpha_2 + \frac{\partial r_{ij}}{\partial \alpha_3} \delta\alpha_3 = r_{ij}^0 + e_{ij} \delta\alpha_1 + f_{ij} \delta\alpha_2 + g_{ij} \delta\alpha_3$$

Остаточно запишемо:

$$R = R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = R^0 + E \delta\alpha_1 + F \delta\alpha_2 + G \delta\alpha_3 \quad (6)$$

Значення матриць в рівнянні (6) будуть наступними

$$E = \begin{bmatrix} 0 & -r_{13}^0 & r_{12}^0 \\ 0 & -r_{23}^0 & -r_{22}^0 \\ 0 & -r_{33}^0 & r_{32}^0 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_2^0 \cos \alpha_3^0 & -r_{32}^0 \cos \alpha_3^0 & -r_{33}^0 \cos \alpha_3^0 \\ \sin \alpha_2^0 \sin \alpha_3^0 & r_{32}^0 \sin \alpha_3^0 & r_{33}^0 \sin \alpha_3^0 \\ \cos \alpha_2^0 & \sin \alpha_1^0 \sin \alpha_2^0 & -\cos \alpha_1^0 \sin \alpha_2^0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} r_{21}^0 & r_{22}^0 & r_{23}^0 \\ -r_{11}^0 & -r_{12}^0 & -r_{13}^0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Для масштабних коефіцієнтів матриці коефіцієнтів рівнянь поправок будуть

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Отже використовуючи вирази (5-8) остаточно модель набуває наступного вигляду:

$$X_{(2)} - \varepsilon = \Delta X' + (R^0 + E\delta\alpha_1 + F\delta\alpha_2 + G\delta\alpha_3)(S^0 + M\delta S_X + N\delta S_Y + P\delta S_Z)X_{(1)} \quad (9)$$

У матричному вигляді рівняння (9) записують:

$$L_i - \varepsilon_i = A_i \cdot \delta x \quad (10)$$

де використано наступні позначення:  $L_i = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix}_i = X_{(2)} - R^0 S^0 X_{(1)}$  - вектор вільних

членів;  $\varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{bmatrix}$  - вектор похибок;

$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} & a_{19} \\ 0 & 1 & 0 & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} & a_{29} \\ 0 & 0 & 1 & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} & a_{39} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{X_i}^T \\ a_{Y_i}^T \\ a_{Z_i}^T \end{bmatrix}$  матриця коефіцієнтів рівнянь

поправок;  $\delta x = [\delta X \ \delta Y \ \delta Z \ \delta S_X \ \delta S_Y \ \delta S_Z \ \delta\alpha_1 \ \delta\alpha_2 \ \delta\alpha_3]^T$  - вектор поправок до невідомих параметрів.

Розв'язання системи рівнянь (10) виконують за стандартною процедурою методу найменших квадратів з оцінкою точності.

$$\delta x = (A^T P A)^{-1} A^T P L; \quad v = L - A \delta x; \quad \mu = \sqrt{\frac{v^T P v}{3n-8}}; \quad m_{\delta x} = \mu^2 (A^T P A)^{-1};$$

$$m_v = \mu^2 \left( P - A \left( (A^T P A)^{-1} \right) A^T \right)$$

Таким чином запропонована методика перетворення дозволяє врахувати існуючі деформації міської системи координат, що виникли при її створенні. Використання масштабного коефіцієнту для вертикальної складової дозволяє врахувати вплив неточного значення висот пунктів міської системи координат.

**Висновки.** Розроблено методику визначення параметрів зв'язку між державною референсною системою і умовною міською системою координат на прикладі системи координат м. Києва.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Морозов В.П. Курс сфероидической геодезии М.: «Недра», 1979, 135 с.

2. *Constantin-Octavian Andrei* "3D affine coordinate transformations" Master's of Science Thesis in Geodesy, School of Architecture and the Built Environment Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden March 2006, 63p.

### **АННОТАЦИЯ**

Разработана методика определения параметров связи между государственной референцной системой и условной городской системой координат на примере г. Киева.

### **SUMMARY**

The method of parameters determination for connection between the state reference system and conventional city system of coordinates on an example Kiev is developed.