

УДК 624.034

С.Й. Цимбал, канд. тех. наук
М. Шахмохаммаді, аспірант

РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ В ОСНОВІ СТРІЧКОВИХ ФУНДАМЕНТІВ

Наведено вирішення задачі про розподіл напружень в пористому середовищі, яким є ґрунти, від вертикальної зосередженої сили, що діє на поверхні та в основі стрічкових фундаментів з урахуванням стану ґрунтів через коефіцієнт пористості. Проведено порівняльний аналіз розподілу напружень в суцільному і пористому середовищах. Показано вплив коефіцієнта пористості на формування напружень в основі стрічкових фундаментів.

Експериментальні дослідження Н.В. Лалетіна (1930 р.), І.С. Федорова, Г.І. Покровського (1932-1933 р.), Плантема (1952 р.), Д.С. Баранова (1955-1960 р.), М.П. Болштанського (1962 р.) та ін. підтверджують, що напруження в ґрунтах безпосередньо під навантаженням в 2-3 рази перевищують теоретичні, визначені за формулами теорії пружності. З метою наближення теоретичних до експериментальних напружень вводились в формули теорії пружності коефіцієнти концентрації напружень. Вперше про таку можливість наближення теоретичних даних до експериментальних в 1929 р. запропонував Н.Н. Іванов, яку в подальшому використовував О.К. Фрьоліх. Модифікації формул теорії пружності з використанням коефіцієнтів концентрації напружень дуже умовні і є чисто емпіричними. Так в формулі Бусінеска для скельних ґрунтів, які мають міцні зв'язки між частинками ґрунту, коефіцієнти концентрації напружень пропонуються близьким до $k=3$, для зв'язаних глин - $k=3...4$, а для зволожених глин і пісків $k=4...6$. Невідомо, за якими показниками приймати перший чи другий коефіцієнт концентрації напружень. Наприклад, зволоження глин і пісків характеризується коефіцієнтом водонасичення і його величина може змінюватись у великому діапазоні, але його вони не враховують.

Характер розподілу напружень в ґрунтовій основі найбільше цікавить практику з точки зору подальших розрахунків деформацій основи фундаментів. Для визначення загальних деформацій рівнянь теорії пружності буде недостатньою. Тут необхідно враховувати додаткові умови, які впливають із фізичної природи ґрунтів як дисперсного середовища, тобто зміну коефіцієнта пористості при зміні тиску за законом ущільнення. Враховуючи вищезазначене, нами зроблена спроба вирішення задачі про розподіл напружень в ґрунтовому масиві від зосередженої сили прикладеної на поверхні з врахуванням коефіцієнта пористості ґрунтів.

Розподіл напружень в лінійно – деформованому масиві ґрунту при дії вертикальної зосередженої сили можливо отримати розвитком задачі Фламана [1], шляхом врахування коефіцієнта пористості ґрунтів.

В полярних координатах рівняння рівноваги плоскої задачі з урахуванням об'ємних сил, в радіальних напрямках, мають, як відомо, вигляд:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + R = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} = 0. \quad (1)$$

У випадку, коли об'ємні сили відсутні, тобто $R=0$, напруження (рис. 1) можуть бути виражені через функцію напружень:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2},$$

$$\tau_{\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right). \quad (2)$$

Підстановкою можна впевнитись, що вирази для напружень тотожно задовольняють рівнянням рівноваги, та рівнянню сумісності, яке має вид:

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \phi = 0. \quad (3)$$

Додатково до функції ϕ Фламана [1] введемо вираз $(1 + k \cdot \exp^{-\theta^2})$, який враховує коефіцієнт пористості ґрунтів. Загальний вид функції напружень буде:

$$\phi = \frac{P \cdot r}{\pi} \cdot (1 + k \cdot \exp^{-\theta^2}) \cdot \theta \cdot \sin \theta, \quad (4)$$

де k - коефіцієнт пористості ґрунтів.

При $k=0$ даний вираз зводиться до функції Фламана. Перевіркою встановлено, що прийнята функція ϕ задовольняє рівнянням рівноваги і сумісності.

Після диференціювання функції ϕ отримаємо із виразів (2):

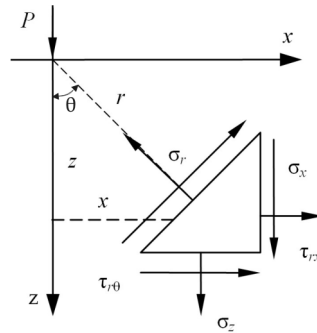


Рис. 1. Схема до визначення напружень від зосередженої сили, що діє на поверхні

$$\sigma_r = \frac{2P}{\pi r} \left[\cos \theta (1 + k \cdot e^{-\theta^2}) - \theta \cdot k \cdot e^{-\theta^2} \cdot (3 \sin \theta + 2 \theta \cos \theta - 2 \theta^2 \sin \theta) \right];$$

$$\sigma_\theta = 0; \quad \tau_{r\theta} = 0. \quad (5)$$

Напруження в будь-якій точці ґрунтового масиву із координатами (x, z) (рис. 1) в прямокутних координатах буде:

$$\sigma_z = \sigma_r \cdot \cos^2 \theta = \frac{2 \cdot p \cdot k \cdot e^{-\arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2} \cdot z^2}{\pi \cdot r^2} \cdot \left[z \cdot \left(1 + \frac{1}{k \cdot e^{-\arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2}} \right) - \right.$$

$$\left. - 3 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) \cdot x + 2 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right)^3 \cdot x - 2 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2 z \right];$$

$$\sigma_x = \sigma_r \cdot \sin^2 \theta = \frac{2 \cdot p \cdot k \cdot e^{-\arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2} \cdot x^2}{\pi \cdot r^2} \cdot \left[z \cdot \left(1 + \frac{1}{k \cdot e^{-\arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2}} \right) - \right.$$

$$\left. - 3 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) \cdot x + 2 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right)^3 \cdot x - 2 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2 z \right];$$

$$\tau_{xz} = \sigma_r \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{2 \cdot p \cdot k \cdot e^{-\arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2} \cdot x \cdot z}{\pi \cdot r^2} \cdot \left[z \cdot \left(1 + \frac{1}{k \cdot e^{-\arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2}} \right) - \right.$$

$$\left. - 3 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) \cdot x + 2 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right)^3 \cdot x - 2 \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right)^2 z \right], \quad (6)$$

де $r = \sqrt{x^2 + z^2}$.

Формули (6) дають можливість визначати складові напружень від дії зосередженої сили, що діє на поверхні для будь-яких площадок, паралельних горизонтальній площині.

Отримані формули для напружень від дії зосередженого навантаження (6) можуть бути використані на випадок полосового навантаження, рівномірно розподіленого по підшві стрічкового фундаменту шириною $2b$.

Змінні інтегрування приведені на рис. 2, замінюючи P на $qd\xi$, вирази для σ_z , σ_x , τ_{xz} матимуть вигляд:

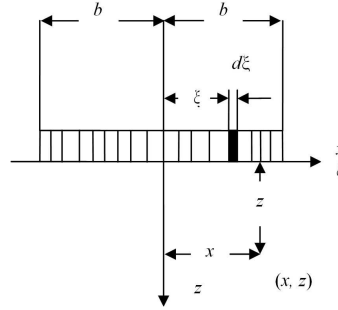


Рис. 2. Схема до визначення напружень в основі стрічкового фундаменту

$$\sigma_z = \frac{2kp}{\pi} \cdot \left[\int_{-b}^b \frac{e^{-\arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2} \cdot z^2}{[(x-\xi)^2 + z^2]^2} \cdot \left[z \left(1 + \frac{1}{k \cdot e^{-\arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2}} \right) - 3 \cdot \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (x-\xi) + 2 \cdot \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^3 \cdot (x-\xi) - 2 \cdot \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 \cdot z \right] d\xi \right];$$

$$\sigma_x = \frac{2kp}{\pi} \cdot \left[\int_{-b}^b \frac{e^{-\arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2} (x-\xi)^2}{[(x-\xi)^2 + z^2]^2} \cdot \left[z \left(1 + \frac{1}{k e^{-\arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2}} \right) - 3 \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (x-\xi) + 2 \cdot \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^3 \cdot (x-\xi) - 2 \cdot \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 \cdot z \right] d\xi \right];$$

$$\tau_{xz} = \frac{2kp}{\pi} \cdot \left[\int_{-b}^b \frac{e^{-\arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2} (x-\xi)z}{[(x-\xi)^2 + z^2]^2} \cdot \left[z \left(1 + \frac{1}{k e^{-\arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2}} \right) - 3 \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (x-\xi) + 2 \cdot \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^3 \cdot (x-\xi) - 2 \cdot \arctg\left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 \cdot z \right] d\xi \right];$$

$$\times (x - \zeta) + 2 \cdot \arctg \left(\frac{x - \zeta}{z} \right)^3 \cdot (x - \zeta) - 2 \cdot \arctg \left(\frac{x - \zeta}{z} \right)^2 \cdot z \left] d\zeta \right]. \quad (7)$$

Приведені формули (7) дають можливість отримати аналітичні вирази компонент вектора переміщень і тензора напружень у вигляді інтегралів по області, яку займає підшва стрічкового фундаменту. Але безпосереднє визначення цих компонент пов'язано з великими труднощами. Складність полягає в тому, що підінтегральні вирази виключають можливість визначення їх в аналітичному вигляді і отримання, відповідно, виразів для вище згаданих компонент. У зв'язку з цим в даній роботі для визначення інтегралів використовується чисельний підхід, який ґрунтується на адаптивній програмі Mathcad 14. Исползование цієї програми дозволяє визначати величини інтегралів так, щоб отриманий результат задовольняв встановлений точності.

Для виявлення впливу стану ґрунтів основи на характер розподілу напружень в ній розглянемо приклад. Підшва стрічкового фундаменту $b = 1.0$ м, яка заглиблена на 1.0 м від поверхні, передає на піщану основу рівномірно розподілене навантаження $q = 1$. На рис. 3 приведені епюри вертикальних напружень на осі фундаменту за глибиною.



Рис. 3. Епюри розподілу вертикальних напружень по осі фундаменту: 1- в суцільній основі, 2, 3 - в пористій основі, при коефіцієнті пористості відповідно 0.6; 0.8

Якщо на глибині $z = 1$ м від підшви фундаменту напруження в суцільній основі прийняти за 100%, то при коефіцієнтах пористості $e=0.6$; 0.8 відповідно напруження складатиме 116, 122%, а на глибині 2м 139,

152%. Вертикальні напруження, які виникають в пористій основі, зі збільшенням коефіцієнта пористості мають значну концентрацію по осі фундаменту.

Приведені епюри вертикальних напружень в горизонтальних площинах (рис. 4, 5) наглядно показують характер розподілу їх в пористому і суцільному середовищі.

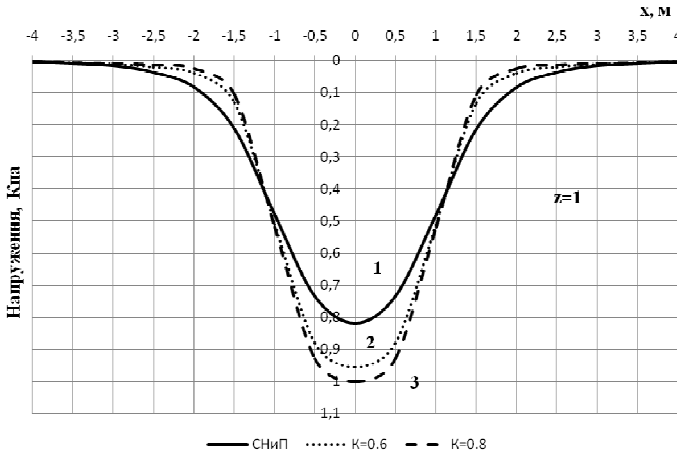


Рис. 4. Епюри вертикальних напружень на глибині $z = 1$ м від підшови фундаменту: 1- в суцільній основі; 2, 3, - в пористій основі, при коефіцієнті пористості відповідно 0.6; 0.8

Враховуючи, що об'єм епюри напружень в горизонтальному перетині завжди залишається постійним і рівний зовнішньому навантаженню, очевидно, що підвищення концентрації напружень в точках, розміщених біля осі фундаменту може виникнути лише у тому випадку, коли вони компенсуються швидшим загасанням напружень при віддалені від осі в горизонтальній площині. Це можна пояснити наявністю пор в ґрунтовій основі і низькою міцністю структурних зв'язків між частинками ґрунтів, що відрізняє її від суцільної основи.

За глибиною величини напружень як в суцільному, так і в пористому середовищі зменшуються. Більш суттєве зниження напружень має місце в суцільному середовищі, тому що в ньому пори відсутні і розподіл напружень розповсюджується на значну відстань від осі фундаменту, а в пористій основі зі збільшенням коефіцієнта пористості затухання напружень уповільнюється.

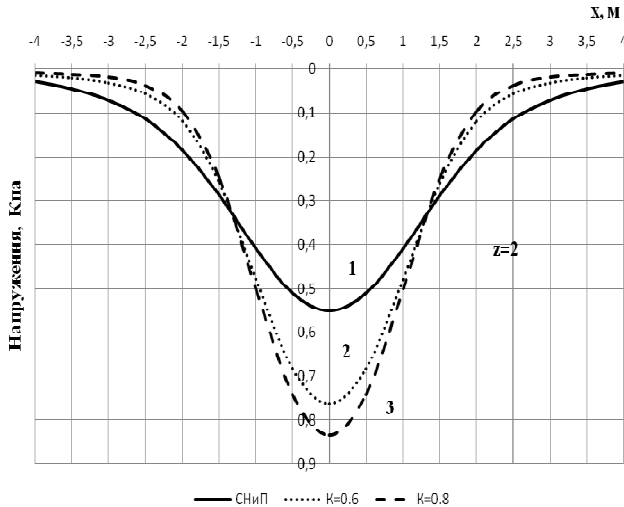


Рис.5. Епюри вертикальних напружень на глибині $z = 2$ м від підшви фундаменту: 1- в суцільній основі, 2, 3 - в пористій основі, при коефіцієнті пористості відповідно 0.6;0.8

Висновки:

1. Коефіцієнти концентрації напружень не враховують стану ґрунтів, а тому користуватись ними проблематично.
2. В пористому середовищі по осі фундаменту має місце більша концентрація напружень в порівнянні з суцільним середовищем, що відзначалось в експериментальних даних різних авторів.
3. Зі збільшенням величини коефіцієнта пористості концентрація напружень зростає по осі стрічкового фундаменту і зменшується при віддаленні від неї в горизонтальній площині.
4. Врахування стану ґрунтів основи стрічкових фундаментів дає можливість з більшою достовірністю визначати напруження і деформований стан основи та проектувати більш економічні фундаменти.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Флорін В.А. Основи механіки ґрунтів. – Л. – М.: Госстройиздат.1959. – 359с.

Отримано 10.08.09.

С.Й. Цимбал, М. Шахмохаммаді

Распределение напряжений в основании ленточных фундаментов

Приведено решение задачи о распределении напряжений в пористой среде, которым есть грунты, от вертикальной сосредоточенной силы, которая действует на поверхности и в основании ленточных фундаментов с учетом состояния грунтов через коэффициент пористости. Проведен сравнительный анализ распределения напряжений в сплошной и пористой средах. Показано влияние коэффициента пористости на формирование напряжений в основании ленточных фундаментов.

S.Y. Tsymbal, M. Shahmohammadi

Stress distribution in the base of the strip foundations

There is a task solution about stress distribution in porous medium (it is soil), from concentrated load which is on the surface and on the base of the strip foundation together with soil condition through void ratio. A comparative analysis of stress distribution in solid and porous medium was made. The influence of void ratio on the stress formation in the base of the strip foundation was specified in this analysis.