

Перерозподіл реакцій опорних пристроїв у статично невизначуваних системах при зміні жорсткісних характеристик елементів

Герман Затилюк, доц., PhD¹ (ORCID: 0000-0003-0392-2214), Руслан Тураєв, здобувач¹ (ORCID: 0009-0008-0998-0064)

¹ Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна

АНОТАЦІЯ

Розглядається явище перерозподілу внутрішніх зусиль у статично невизначуваних системах, що залежить від співвідношення жорсткості елементів конструкції. За допомогою класичного методу будівельної механіки (методу сил) проводиться дослідження закономірностей перерозподілу реакцій опорних пристроїв у згинальних балках при різних значеннях жорсткості окремих ділянок. Аналізу піддається балка, розділена на дві частини з різними жорсткостями, і досліджується вплив цих змін на реактивні моменти в опорах. Результати дозволяють зрозуміти, як зміна жорсткості елементів конструкції впливає на розподіл зусиль і допомагають у подальшому аналізі статично невизначуваних систем.

Ключові слова: внутрішні зусилля, статично невизначувані системи, жорсткість, метод сил.

1. ВСТУП

У статично невизначуваних системах відоме явище перерозподілу внутрішніх зусиль та напружень в залежності від жорсткості елементів системи. У літературі це явище висвітлюється з різних позицій: зокрема, у праці [1, с.11] розглядається перерозподіл моментів у випадку утворення пластичного шарніра внаслідок перевищення граничних навантажень, тоді як у [2, с.100] аналізується втрата несучої здатності системи внаслідок перерозподілу зусиль, який відбувся внаслідок локального зменшення модуля пружності окремих елементів під дією температурних впливів, однак, які несучу здатність не втратили.

Фактично на розподіл внутрішніх зусиль в системі впливають не абсолютні значення жорсткості елементів, що складають цю систему, а їх співвідношення.

2. МЕТА

За допомогою класичного методу будівельної механіки для розрахунку статично визначуваних систем – методу сил – дослідити закономірності і кількісні залежності, які визначають перерозподіл реакцій опорних пристроїв у статично невизначуваних конструкціях при зміні жорсткісних характеристик елементів.

3. РОЗРАХУНКОВА СХЕМА

Розглядається згинальна балка довжини L , що складається з двох рівних ділянок довжиною l ($L=2l$). Балка жорстко зацмелена на обох кінцях. Жорсткість лівої ділянки відрізняється від жорсткості правої і задається співвідношенням nEI , де n – безрозмірний коефіцієнт відношення жорсткостей. Для зовнішніх навантажень приймаються: зосереджена сила P , спрямована перпендикулярно осі балки (поперечно), прикладена в точці на межі зміни жорсткості (середина балки).

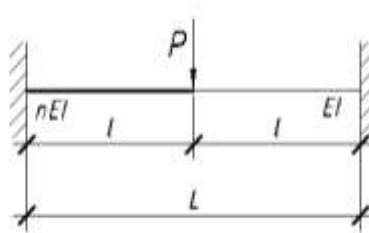


Рисунок 1. Вихідна схема

4. РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ МЕТОДОМ СИЛ

Утворимо основну систему методу сил, шляхом відкидання зайвих в'язей.

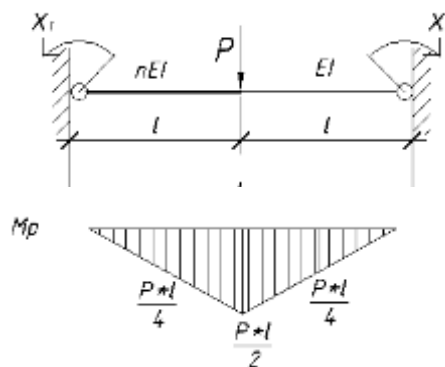


Рисунок 2. Основна система методу сил і еюра вантажного стану

Хоча наведена основна система за класичним підходом є статично невизначуваною ($N=1$), однак, враховуючи відсутність горизонтальних реакцій в опорах як вихідної схеми, так і основної системи, дозволяє її використовувати, як вихідну схему вважати двічі статично невизначуваною.

Система канонічних рівнянь методу сил:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 - \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 - \Delta_{2P} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

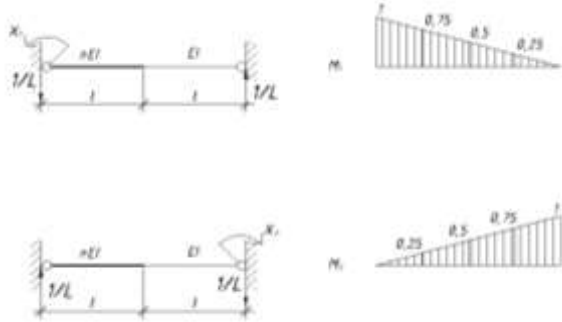


Рисунок 3. Одиничні стани та одиничні епюри

Коефіцієнти та вільні члени системи канонічних рівнянь методу сил:

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EI_i} dx = \frac{l}{6EI} \cdot \left(\frac{7}{2 \cdot n} + \frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

$$\delta_{22} = \int \frac{M_2 M_2}{EI_i} dx = \frac{l}{6EI} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{7}{2} \right) \quad (3)$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \int \frac{M_2 M_1}{EI_i} dx = \frac{l}{6EI} \cdot \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \quad (4)$$

$$\Delta_{1P} = \int \frac{M_1 M_P}{EI_i} dx = -\frac{P \cdot l^2}{6EI} \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

$$\Delta_{2P} = \int \frac{M_2 M_P}{EI_i} dx = -\frac{P \cdot l^2}{6EI} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n} + 1 \right) \quad (6)$$

Після підстановки коефіцієнтів та вільних членів система канонічних рівнянь набуває вигляду:

$$\begin{vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \Delta_{1P} \\ \Delta_{2P} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \left(\frac{7}{2 \cdot n} + \frac{1}{2} \right) & \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \\ \left(\frac{1}{n} + 1 \right) & \left(\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{7}{2} \right) \end{vmatrix} \cdot l \cdot P \cdot \begin{vmatrix} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2} \right) \\ \left(\frac{1}{2 \cdot n} + 1 \right) \end{vmatrix} \quad (7)$$

Розв'язком системи рівнянь є реактивні моменти на опорах:

$$X_1 = \frac{\Delta_{X_1}}{\Delta} = \frac{l \cdot P \cdot (n^2 + 3n)}{(n^2 + 14n + 1)} \quad (8)$$

$$X_2 = \frac{\Delta_{X_2}}{\Delta} = \frac{l \cdot P \cdot (3n + 1)}{(n^2 + 14n + 1)} \quad (9)$$

Отримавши значення реактивних моментів опор, можна побачити залежність співвідношення цих параметрів лише від показника співвідношення жорсткостей стержнів n.

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{n^2 + 3n}{3n + 1} \quad (10)$$

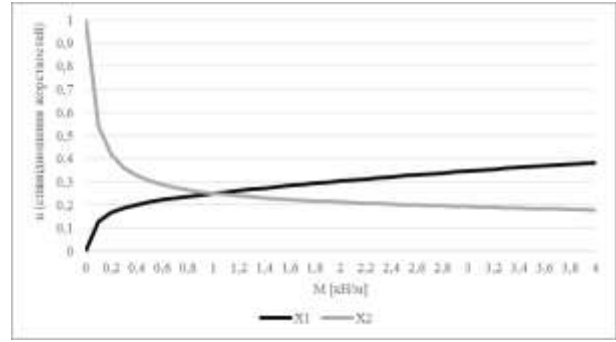


Рисунок 4. Графік залежності X1 і X2 від співвідношення жорсткостей

Побудувавши графік залежності реактивних моментів на кінцях стержня помітно, що зусилля залежить від розподілу жорсткостей в системі. При збільшенні жорсткості відповідної половини стержня, зростає і його реактивний момент.

У випадку, коли n=0, що фактично моделює відсутність лівої частини, а система перетворюється на статично визначувану консольну балку довжиною L/2=1, з зосередженою силою на кінці, а реактивний момент дорівнюватиме P1, що відповідає відомому рішення.

При n=1, що відповідає рівномірному розподілу жорсткостей вздовж стержня довжиною L, отримаємо однакові значення реактивних моментів на опорах:

$$X_1 = \frac{l \cdot P \cdot (n^2 + 3n)}{(n^2 + 14n + 1)} = \frac{l \cdot P \cdot (1^2 + 3 \cdot 1)}{(1^2 + 14 \cdot 1 + 1)} = \frac{l \cdot P \cdot 4}{16} = \frac{l \cdot P}{4} \quad (11)$$

$$X_2 = \frac{l \cdot P \cdot (3n + 1)}{(n^2 + 14n + 1)} = \frac{l \cdot P \cdot (3 \cdot 1 + 1)}{(1^2 + 14 \cdot 1 + 1)} = \frac{l \cdot P \cdot 4}{16} = \frac{l \cdot P}{4} \quad (12)$$

Враховуючи, що L=2l, отримаємо:

$$M = \frac{L \cdot P}{8} \quad (13)$$

Виведене зусилля є табличним значенням кінцевого зусилля (реактивного момента на опорах) для однопрогонової балки з двома защемленнями на кінцях та зосередженою силою посередині [3, с.888].

Список літератури

- [1] Павліков А. Залізобетонні конструкції: будівлі, споруди та їх частини: підручник. 2-ге вид. Полтава: ТОВ «АСМІ», 2017. 287 с.
- [2] Перельмутер А., Кабанцев О. Анализ конструкции с изменяющейся расчетной схемой: навч. вид: СКАД СОФТ, 2015. 148 с.
- [3] Баженов В., Перельмутер А., Шишов О. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання: підручник. Київ: ПАТ "ВІПОЛ", 2013. 896 с.