

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

БОЙКО ЛЕВ СТЕПАНОВИЧ

УДК 514.18

**АПРОКСИМАЦІЯ ГВИНТОВОГО КОНОЇДА І КАТЕНОЇДА
ОДНОТИПНИМИ ВІДСІКАМИ РОЗГОРТНИХ ПОВЕРХОНЬ**

05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка

**Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук**

Київ – 2013

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Луцькому національному технічному університеті Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник: – доктор технічних наук, професор
Пилипака Сергій Федорович,
Національний університет біоресурсів і
природокористування України (м. Київ), завідувач
кафедри нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та
дизайну

Офіційні опоненти: – доктор технічних наук, доцент
Вірченко Геннадій Анатолійович,
Національний технічний університет «Київський
політехнічний інститут» (м. Київ), професор кафедри
нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки

– кандидат технічних наук, доцент
Сименко Олена Василівна,
Красноармійський індустріальний інститут Донецького
національного технічного університету
(м. Красноармійськ), доцент кафедри електромеханіки і
автоматики

Захист відбудеться "18" жовтня 2013 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.06 при Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою: 03680, Київ, Повітрофлотський просп., 31, КНУБА, Вчена рада університету, ауд. 466.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03680, Київ, Повітрофлотський просп., 31, КНУБА.

Автореферат розісланий "17" вересня 2013 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

О.А. Бондар

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. У зв'язку з інтенсивним розвитком комп'ютерних технологій та тривимірної графіки задачі конструювання поверхонь та їх апроксимації набувають нового змісту і нових можливостей їх вирішення. Визначну роль в розв'язанні цих задач відіграють методи прикладної геометрії.

Вироби із розгортних поверхонь, що виготовляються згинанням листового матеріалу, мають переваги перед виробами із нерозгортних поверхонь, для виготовлення яких плоска заготовка підлягає більш складному деформуванню і, як наслідок, потребує складнішої оснастки і обладнання. Крім того, для деталі із розгортної поверхні можна досить точно розрахувати контури плоскої заготовки, виходячи із того, що її площа і довжини ліній (включаючи і лінії контуру) та кути між ними при згинанні залишаються незмінними. Тому на виробництві намагаються, при можливості, використовувати деталі із розгортних поверхонь при умові, що це не вплине на погіршення технологічного процесу.

Ще більшої гостроти набуває тема заміни нерозгортних поверхонь розгортними в умовах малосерійного виробництва та виконанні ремонтних і експериментальних робіт. В цьому випадку витрати на придбання або виготовлення спеціальної оснастки можуть бути не виправданими. З іншої сторони, потрібна деталь може бути виготовлена із кусків розгортних поверхонь, які досить точно замінюють нерозгортні поверхні.

Така заміна часто практикується на практиці. Проте для її здійснення потрібні знання теорії поверхонь та їх згинання. Класичним прикладом може служити полиця плуга, для якої питання вибору поверхні (розгортної чи нерозгортної) ще і досі не вирішено. Заміною циліндроїдальної поверхні полиці на розгортну займалося чимало представників наукових шкіл прикладної геометрії, зокрема проф. Обухова В.С. із своїми учнями; проф. Ковальов С.М. та його учениця Панасюк Л.С. досліджували апроксимацію розгортними поверхнями трубопроводів із плоскою і просторовою віссю, Нарзуллаєв С.А. – поверхонь обертання другого та четвертого порядку. В московській школі в цьому напрямі були виконані роботи під керівництвом проф. Рижова М.М., зокрема його учнем Алімовим Р. розглянуті графічні способи апроксимації. Малиновська В.І. досліджувала апроксимацію архітектурних оболонок та поверхонь суден. Характерним для цих робіт є те, що в них розглянуті часткові випадки апроксимації окремих поверхонь розгортними без аналізу ліній, вздовж яких вона є найбільш прийнятною в цілому для всіх нерозгортних поверхонь.

Застосування комп'ютерних технологій та математичного програмного забезпечення, в поєднанні з методами прикладної геометрії, дозволило провести дослідження апроксимації поверхонь на сучасному рівні та отримати нові наукові результати.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась у Луцькому національному технічному університеті згідно плану наукових досліджень кафедри інженерної та комп'ютерної графіки у відповідності з галузевими науково-дослідними роботами.

Мета і задачі дослідження. Метою досліджень є знаходження ліній на поверхнях гвинтового коноїда та ізометричного катеноїда, вздовж яких смуга

дотичного торса найбільш щільно прилягає до вказаних поверхонь і при цьому ребро звороту знаходиться на достатній відстані від лінії дотику, що дозволяє апроксимувати поверхню смугою торса достатньої ширини.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі *основні задачі*:

- провести огляд існуючих способів апроксимації нерозгортних поверхонь відсіками торсів;
- визначити можливість апроксимації гвинтового коноїда смугами торсів-гелікоїдів;
- встановити, які із способів апроксимації ізометричного катеноїда можуть бути застосовані до апроксимації гвинтового коноїда;
- провести дослідження особливостей апроксимації гвинтового коноїда та катеноїда відсіками торсів вздовж їх спеціальних ліній та з'ясувати, вздовж яких ліній така апроксимація є найбільш доцільною;
- розробити способи раціональної апроксимації гвинтового коноїда однотипними відсіками розгортних поверхонь вздовж знайдених кривих;
- виконати побудову апроксимуючих торси, описати аналітично однотипні відсіки для апроксимації гвинтового коноїда та знайти їх розгортки з нанесеними лініями викрою;
- впровадити результати виконаних досліджень для апроксимації шнеків, робочою поверхнею яких є гвинтовий коноїд, однотипними відсіками торсів в умовах, коли це необхідно (спрощення технології, відсутність необхідного штампувального обладнання, одиничні вироби в експериментальних цехах, ремонтні роботи тощо).

Об'єктом дослідження є нерозгортні поверхні гвинтового коноїда сталого кроку та ізометричного катеноїда, які взаємно згинаються одна на одну.

Предметом дослідження є пошук раціональних способів апроксимації вказаних нерозгортних поверхонь однотипними відсіками торсів.

Методи дослідження. Задачі, поставлені у роботі, розв'язувались на основі методів диференціальної та аналітичної геометрії, комп'ютерної графіки з використанням системи AutoCad, середовищ математичних процесорів MatLab та Mathematica, теорії кривих та поверхонь.

Теоретичною базою проведених досліджень були наступні роботи, з якими знайомився автор:

- у галузі конструювання розгортних поверхонь: Бубеннікова А.В., Булгакова В.Я., Ваніна В.В., Громова М.Я., Мартіросова А.Л., Несвідоміна В.М., Обухової В.С., Підгорного О.Л., Пилипаки С.Ф., Рачковської Г.С., Скідана І.А. та ін.
- у галузі знаходження розгорток торсових поверхонь: Джанабаєва Д.Д., Кардашевської Ю.Г., Пилипаки С.Ф., Скідана І.А. та ін.
- у галузі апроксимації нерозгортних поверхонь розгортними: Ковальова С.М., Нарзуллаєва С.А., Обухової В.С., Панасюк Л.С., Рижова М.М., та ін.

При роботі над дисертацією використовувались фундаментальні праці вчених: Г. Монжа, В. Блашке, К. Гаусса, Л. Ейлера, Ж. Серре, Ж. Френе, Е. Картана та ін.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному:
вперше:

- визначено особливості апроксимації нерозгортних поверхонь торсами вздовж спеціальних ліній на них;
- доведено, що з точки зору площі перекриття і щільності прилягання апроксимацію нерозгортних поверхонь торсами доцільно проводити вздовж ліній кривини;
- запропоновано алгоритм апроксимації лінійчатих нерозгортних поверхонь вздовж прямолінійних твірних відсіками площин;

удосконалено:

- спосіб апроксимації гвинтового коноїда однотипними елементами торсів вздовж спеціальних ліній поверхні;

отримав подальший розвиток:

- спосіб апроксимації гвинтового коноїда на основі апроксимації ізометричного катеноїда;
- аналітичний опис розгортки апроксимуючих однотипних відсіків із розгортних поверхонь.

Обґрунтованість і достовірність наукових положень та отриманих результатів забезпечується перевіркою перших квадратичних форм апроксимуючих торсів і їх розгортки, реалізацією розроблених алгоритмів у середовищі Maple, конкретними прикладами розрахунків, візуалізацією апроксимованої і апроксимуючої поверхонь засобами комп'ютерної графіки та впровадженням результатів роботи у практику.

Наукове значення роботи полягає в розвитку способів апроксимації гвинтових лінійчатих поверхонь однотипними відсіками торсів.

Практичне значення одержаних результатів полягає в розробці раціонального способу апроксимації робочих поверхонь шнеків однотипними відсіками торсів.

Впровадження результатів роботи здійснено на приватному підприємстві «ВНД» (м. Луцьк) для ремонту шнекових робочих органів обладнання, призначеного для переробки відходів меблевого виробництва (довідка №29 від 15.08.2012 р.) та у ТОВ «Ландтехнік Сервісцентр Україна» при виконанні відновлювальних робіт шнекових робочих органів сільськогосподарського обладнання (довідка №0088 від 07.09.2012 р.) та в навчальному процесі Луцького національного технічного університету (довідка № 1550-20-34 від 10.09.2013).

Особистий внесок здобувача. Усі положення, що виносяться на захист і складають наукову новизну виконаних досліджень, отримані особисто здобувачем. У публікаціях, які підготовлені за участю співавторів, результати, що належать здобувачеві, вказані у списку опублікованих праць за темою дисертації.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційних досліджень доповідались на наступних наукових конференціях: VII міжнародній науково-практичній конференції «Геометричне моделювання і комп'ютерний дизайн» (м. Одеса, 2010 р.); VIII міжнародній кримській науково-практичній конференції «Геометричне і комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн» (м. Сімферополь, 2011 р.); Науково-практичній конференції «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво» (м. Луцьк, 2011); щорічних наукових семінарах кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Луцького національного технічного університету (2009 – 2011 р.р.); науково-практичному

семінарі в Національному університеті біоресурсів і природокористування України, присвяченій пам'яті проф. Обухової В.С. (м. Київ, 2012 р.);

Публікації. Результати досліджень висвітлено у 9 наукових працях, опублікованих у фахових виданнях, затверджених МОН України. При цьому 6 праць написані у співавторстві, 3 праці – одноосібні.

Структура дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 116 найменувань та додатків. Робота містить 144 сторінки основного тексту, 72 рисунка.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

Вступ містить загальну характеристику роботи. В ньому обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету та задачі досліджень, показано наукову новизну та практичне значення результатів дисертації. Наведено відомості про апробацію та публікації результатів досліджень.

У **першому розділі** здійснено огляд відомих способів апроксимації нерозгортних поверхонь розгортними та обґрунтовано вибір об'єкта досліджень. Вибір було зроблено на гвинтовому коноїді, поверхня якого використовується як робоча у різноманітних шнекових органах. Деякі із них характеризуються тим, що не потребують точності виготовлення (для розкидання і перемішування технологічних матеріалів), працюють короткий час (палі – при закручуванні у ґрунт, опалубка для гвинтових сходів), потребують ремонту за відсутності спеціальної оснастки (рис. 1).



а

б

в

Рис. 1. Приклади застосування поверхні гвинтового коноїда:

а) у гвинтових сходах;

б) при виготовленні будівельних палей;

в) в транспортуючих робочих органах шнекового типу.

Оскільки поверхня гвинтового коноїда є нерозгортною, то для її точного виготовлення потрібна спеціальна оснастка, зокрема, штампи. В умовах майстерень вона відсутня, тому ремонт здійснюється кусками розгортних поверхонь, в ролі яких здебільшого виступають плоскі відсіки (рис. 1, в). Однак така апроксимація не є раціональною. Вона потребує або зменшення розміру окремого відсіку, або ж призводить до значних нестижок на межі сусідніх відсіків. Тому виникає задача апроксимації виробу розгортними (торсовими) поверхнями. Така задача не є однозначною і апроксимація може бути виконана по-різному. Наприклад, поверхні обертання апроксимують або зрізаними конусами вздовж паралелей, або циліндричними поверхнями вздовж меридіанів, хоча можливі і інші варіанти. При пошуку шляхів апроксимації нерозгортних поверхонь розгортними один із підходів є, наприклад, умова раціонального розкрою листового матеріалу плоскої заготовки при виготовленні трубопроводів із плоскою або просторовою віссю (рис. 2, автори Ковальов С.М., Панасюк Л.С.).

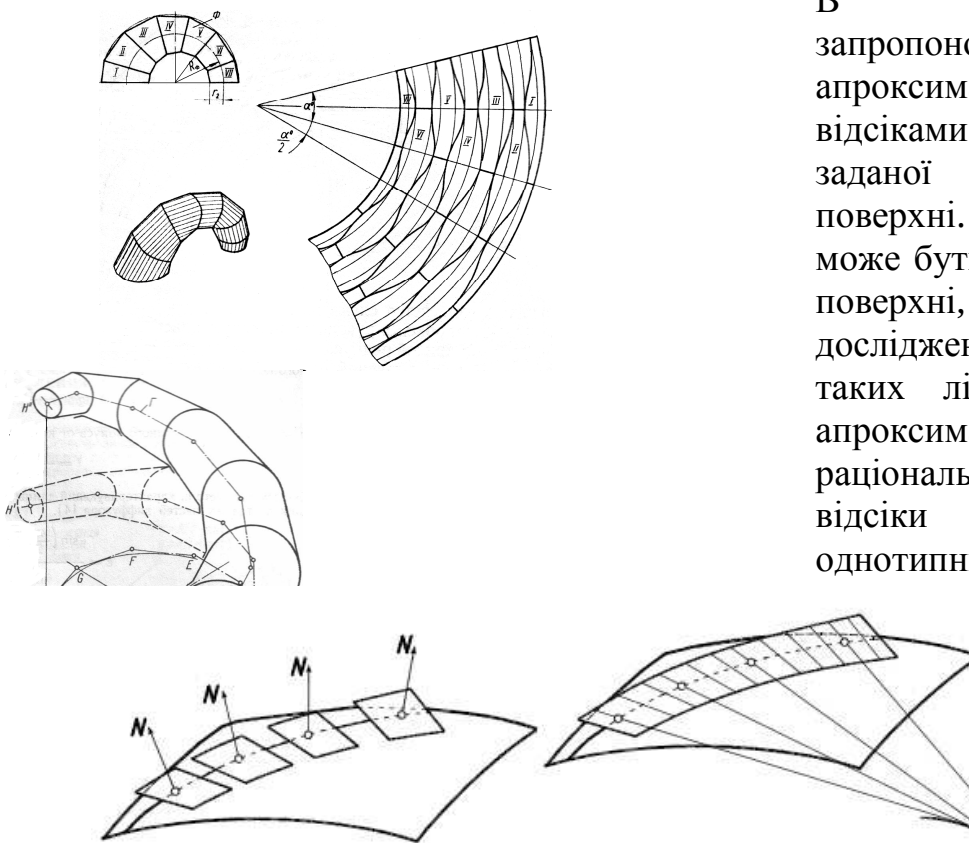


Рис. 3. До апроксимації нерозгортної поверхні відсіками торсів, дотичних до поверхні вздовж заданої лінії. а множина дотичних площин, орієнтацію якої у просторі задає нормаль N до поверхні в точці дотику (на рис. 3 зліва показані окремі відсіки площин множини). За цією множиною знаходиться обвідний торс, який є дотичним до поверхні, і його ребро звороту (рис. 3, справа).

Крім того, при дослідженні апроксимації гвинтового коноїда було використано відомий факт його згинання на поверхню катеноїда. Це дало можливість спочатку здійснювати апроксимацію катеноїда зрізаними конусами,

В даній роботі запропоновано робити апроксимацію коноїда відсіками торсів, дотичних до заданої кривої на його поверхні. Такою кривою може бути будь-яка крива на поверхні, однак в роботі дослідження велися на пошук таких ліній, вздовж яких апроксимація є раціональною, зокрема відсіки торсів є однотипними.

Схема апроксимації була прийнята наступною. На поверхні задається лінія у внутрішніх координатах. Вздовж цієї лінії будується однопараметрична

як поверхні обертання, знаходити розгортки відсіків, а потім цими відсіками апроксимувати сам коноїд.

У **другому розділі** розглянуто апроксимацію гвинтового коноїда та ізометричного йому катеноїда однотипними відсіками торсів, які мають однакові плоскі заготовки (або викрійки). Гвинтовий коноїд в межах одного кроку згинається на поверхню катеноїда, при цьому прямолінійна твірна коноїда трансформується в ланцюгову лінію – меридіан катеноїда, а гвинтова лінія – у коло – паралель катеноїда. На рис. 4 зображено ці поверхні, причому лінії, що переходять одна в одну, зображені потовщеними в межах заданого відсіку поверхні. Апроксимований зрізаними конусами катеноїд можна згинати у коноїд. При такому згинанні спільні лінії стику конусів не конфліктують між собою і перетворюються у розгортні гелікоїди. Утворений таким чином коноїд буде апроксимований смугами торсів-гелікоїдів. Це дає можливість розраховувати апроксимацію гвинтового коноїда на основі апроксимації катеноїда. Для цього було взято відомі формули згинання цих поверхонь:

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{u^2 + b^2 - h^2} \cos \left[v - \arctg \frac{hu}{\sqrt{(b^2 - h^2)(u^2 + b^2)}} \right]; \\ Y &= \sqrt{u^2 + b^2 - h^2} \sin \left[v - \arctg \frac{hu}{\sqrt{(b^2 - h^2)(u^2 + b^2)}} \right]; \\ Z &= \frac{\sqrt{b^2 - h^2}}{2} \ln \frac{\sqrt{u^2 + b^2} + u}{\sqrt{u^2 + b^2} - u} + hv, \end{aligned} \quad (1)$$

де u, v – незалежні змінні поверхні, причому u – довжина прямолінійної твірної коноїда, яка на ізометричному катеноїді переходить у довжину ланцюгової лінії – меридіана поверхні (змінюється в межах $u=r \dots R$ – рис. 4);

b і h – сталі величини. При $h=0$ отримуємо катеноїд, при $h=b$ – коноїд.

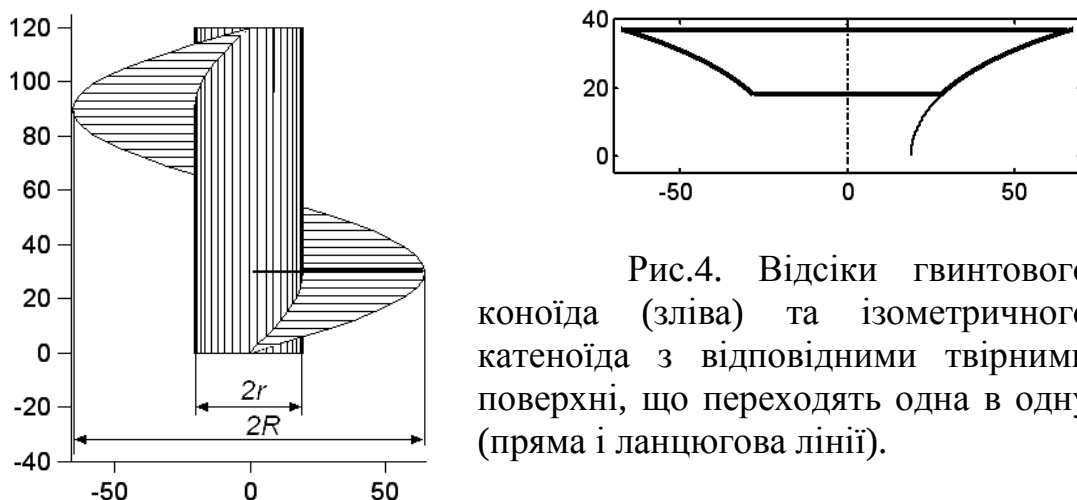


Рис.4. Відсіки гвинтового коноїда (зліва) та ізометричного катеноїда з відповідними твірними поверхні, що переходять одна в одну (пряма і ланцюгова лінії).

В розділі розглянуто можливі варіанти апроксимації катеноїда зрізаними конусами. Найбільш грубою апроксимація буде при заміні відсіку катеноїда одним зрізаним конусом, що відповідає заміні дуги меридіана хордою (рис. 5,а). В такому випадку гвинтовий коноїд буде замінений відповідним відсіком торса-гелікоїда. В роботі запропоновано вписувати в криву меридіана ламану лінію на

основі рівності кутів $\Delta\beta$ між сусідніми дотичними (рис. 5,б), при цьому довжина ланок буде різною. Величина кута β між крайніми дотичними знаходиться інтегруванням виразу кривини ланцюгової лінії в заданих межах:

$$\beta = \int k ds = \int_r^R \frac{b}{u^2 + b^2} du = \text{Arctg} \frac{R}{b} - \text{Arctg} \frac{r}{b}. \quad (2)$$

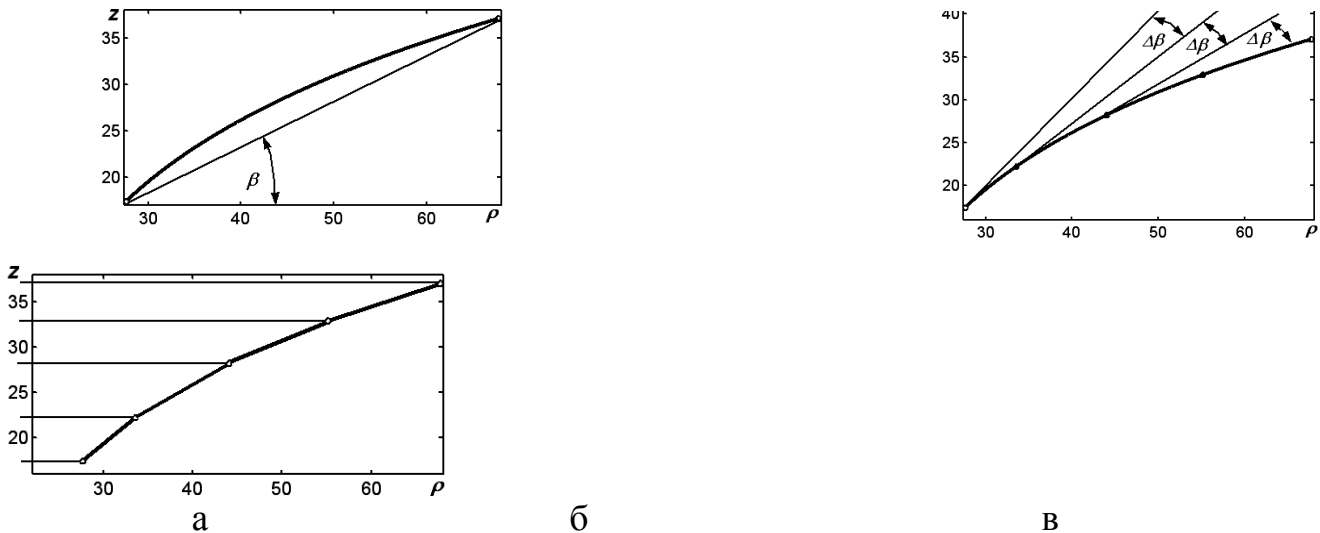


Рис. 5. До апроксимації відсіку катеноїда зрізаними конусами:

- а) заміна дуги ланцюгової лінії хордою (апроксимація одним конусом);
- б) поділ дуги ланцюгової лінії на основі рівності кутів $\Delta\beta$;
- в) апроксимація відсіку катеноїда зрізаними конусами.

Кут β було поділено на рівну кількість частин (в даному випадку три) і були знайдені відповідні точки поділу дуги меридіана. Для всіх подальших розрахунків було взято відсік гвинтового коноїда із кроком $H=120$ (гвинтовий параметр $b=19,1$) і обмежуючими співвісними циліндрами із радіусами $r=20$ і $R=65$.

Щоб отримати параметричні рівняння торса-гелікоїда, який апроксимує коноїда, ми брали гвинтову лінію на коноїді і шукали торс-гелікоїд, який торкається до коноїда вздовж цієї лінії. Наприклад, ми взяли гвинтову лінію посередині смуги коноїда (рис. 6,а). На основі знайденої однопараметричної множини дотичних площин до коноїда вздовж цієї лінії було виведено параметричні рівняння апроксимуючого торса:

$$\begin{aligned} X &= u_0 \cos v - q \frac{u_0 \sin v}{\sqrt{u_0^2 + b^2}}; \\ Y &= u_0 \sin v + q \frac{u_0 \cos v}{\sqrt{u_0^2 + b^2}}; \\ Z &= bv + q \frac{b}{\sqrt{u_0^2 + b^2}}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $u_0 = r + (R - r) / 2$;

q – друга незалежна змінна – довжина прямолінійної твірної торса.

Побудований за рівняннями (3) торс-гелікоїд дотикається до коноїда вздовж гвинтової лінії, яка є для нього ребром звороту (рис. 6,б). Через це апроксимація відбувається тільки по одну сторону від лінії дотику. Тут же видно, наскільки зовнішня крайка коноїда 1 не збігається із аналогічною крайкою торс-гелікоїда 2. При збільшенні смуг торсів-гелікоїдів, у які перетворюються зрізані конуси, апроксимація коноїда відбуватиметься більш точно, ніж при грубій апроксимації однією смугою, проте в радіальному напрямі від осі коноїда відхилення наростатимуть. Апроксимація смугами із знакоперемінним напрямом прямолінійних твірних наближає поверхню до коноїда, однак робить її ребристою (рис.6,в).

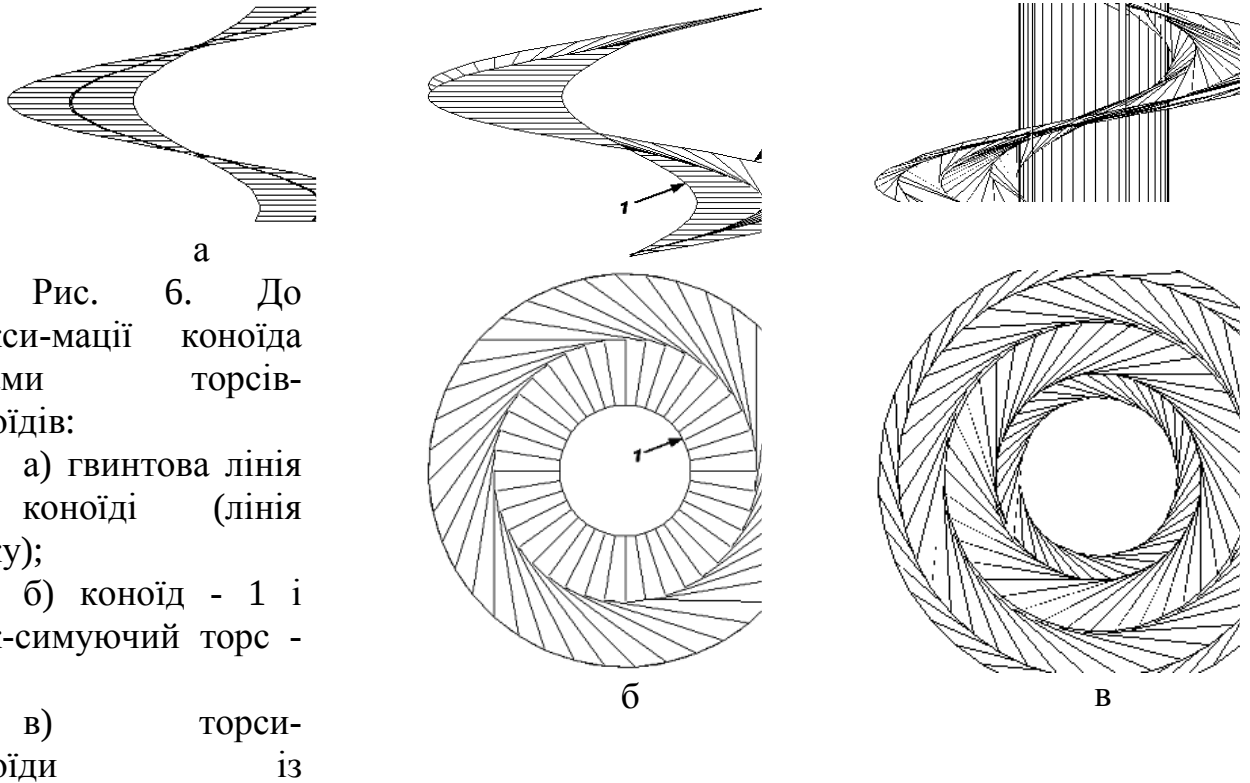


Рис. 6. До апрокси-мації коноїда смугами торсів-гелікоїдів:

а) гвинтова лінія на коноїді (лінія дотику);

б) коноїд - 1 і апроксимуючий торс - 2;

в) торси-гелікоїди із знакоперемінним напрямом твірних.

Третій розділ роботи присвячений апроксимації катеноїда та інших поверхонь обертання смугами торсів вздовж спеціальних ліній поверхні. В ньому розглянуто апроксимацію катеноїда і інших поверхонь обертання не тільки зрізаними конусами вздовж паралелей, а і циліндричними поверхнями вздовж меридіанів та торсами вздовж спеціальних ліній.

Одиничний вектор нормалі в будь-якій точці катеноїда, описаного рівняннями (1) при $h=0$, в проекціях на осі координат запишеться:

$$n_x = -\frac{b \cos v}{\sqrt{b^2 + u^2}}; \quad n_y = -\frac{b \sin v}{\sqrt{b^2 + u^2}}; \quad n_z = \frac{u}{\sqrt{b^2 + u^2}}. \quad (4)$$

Відповідна йому дотична до катеноїда площина опишеться рівнянням:

$$-X \cos v - Y \sin v + Z \frac{u}{b} + \sqrt{u^2 + b^2} - \frac{u}{2} \ln \frac{\sqrt{u^2 + b^2} + u}{\sqrt{u^2 + b^2} - u} = 0. \quad (5)$$

Точка дотику до поверхні визначається значеннями внутрішніх координат u і v . Якщо встановити між ними взаємозв'язок у вигляді залежності $v=v(u)$, то на поверхні буде задана лінія і рівняння (5) зададуть однопараметричну множину дотичних площин вздовж цієї лінії, положення кожної із яких залежатиме тільки від значення однієї змінної v . В роботі показано знаходження обвідної поверхні площин (5), яка є апроксимуючим торсом, що дотикається до катеноїда вздовж заданої лінії на його поверхні, та ребра звороту торса. Параметричні рівняння апроксимуючого торса та його ребра звороту в загальному вигляді при заданій залежності $v=v(u)$ відповідно запишуться:

- торса:

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{u^2 + b^2} \cos v + q \frac{uv' \cos v - \sin v}{\sqrt{v'^2(u^2 + b^2) + 1}}; \\ Y &= \sqrt{u^2 + b^2} \sin v + q \frac{uv' \sin v + \cos v}{\sqrt{v'^2(u^2 + b^2) + 1}}; \\ Z &= \frac{b}{2} \ln \frac{\sqrt{u^2 + b^2} + u}{\sqrt{u^2 + b^2} - u} + q \frac{bv'}{\sqrt{v'^2(u^2 + b^2) + 1}}. \end{aligned} \quad (6)$$

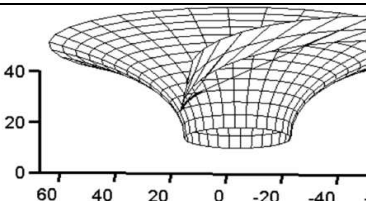
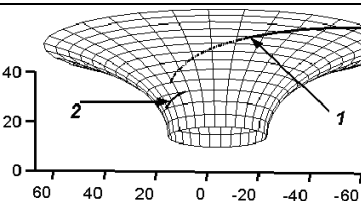
- його ребра звороту:

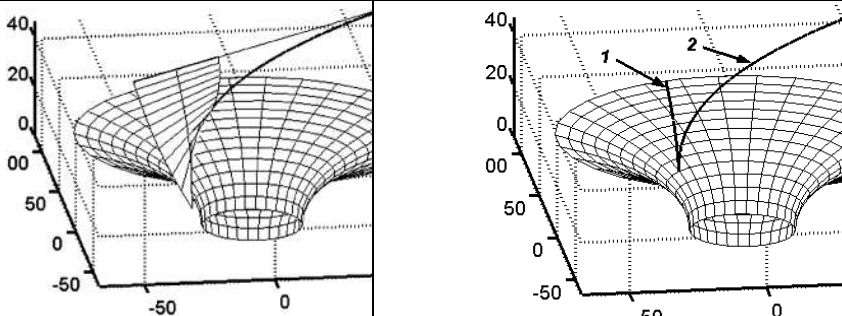
$$\begin{aligned} x_p &= \frac{[v''(u^2 + b^2) - uv'] \cos v + [1 - v'^2(u^2 + b^2)] \sin v}{\sqrt{u^2 + b^2}(v'' - uv'^3)}; \\ y_p &= \frac{[v''(u^2 + b^2) - uv'] \sin v - [1 - v'^2(u^2 + b^2)] \cos v}{\sqrt{u^2 + b^2}(v'' - uv'^3)}; \\ z_p &= \frac{b}{v'' - uv'^3} \left[\frac{v'^3(u^2 + b^2) - v'}{\sqrt{u^2 + b^2}} + \frac{v'' - uv'^3}{2} \ln \frac{\sqrt{u^2 + b^2} + u}{\sqrt{u^2 + b^2} - u} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

За рівняннями (6), (7) можна побудувати апроксимуючий торс та його ребро звороту вздовж будь-яких ліній на катеноїді, заданих внутрішнім рівнянням $v=v(u)$, в тому числі і вздовж спеціальних. Для цього потрібно задати залежність $v=v(u)$ та знайти її першу і другу похідні. В роботі розглянуто апроксимацію катеноїда торсами вздовж наступних кривих (табл. 1).

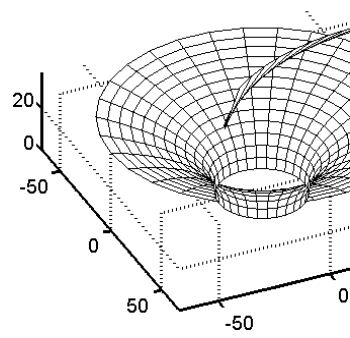
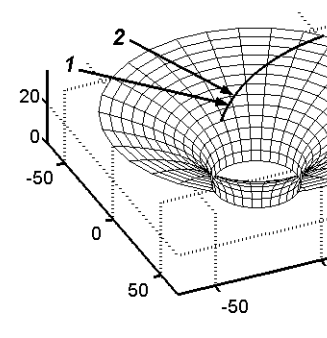
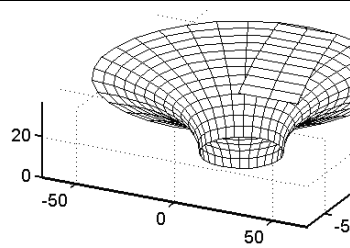
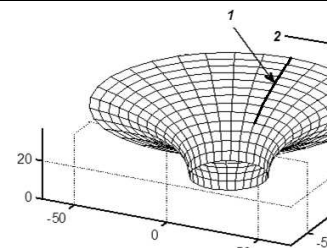
Таблиця 1

Криві на катеноїді та дотичні вздовж них торси із ребром звороту

Крива, її внутрішнє рівняння та похідні	Катеноїд і апроксимуючий торс	Лінія дотику -1 та ребро звороту - 2
1	2	3
1. Крива виду $v=au$		

	$v = 0,04u;$ $v' = 0,04;$ $v'' = 0.$	
2. Геодезична лінія	$v = \frac{\sqrt{u^2 + b^2} - b}{u}$ $v' = \frac{b}{u\sqrt{u^2 + b^2}};$ $v'' = -\frac{b(b^2 + 2u^2)}{u^2(u^2 + b^2)^{3/2}};$	

Продовження табл. 1

1	2	3
3. Асимптотична лінія $v = \ln(2u + 2\sqrt{u^2 + b^2})$ $v' = \frac{1}{\sqrt{u^2 + b^2}};$ $v'' = -\frac{u}{(u^2 + b^2)^{3/2}}.$		
4. Лінія кривини $v = const;$ $v' = 0;$ $v'' = 0.$		

Із рисунків, наведених в табл. 1, можна візуально оцінити якість апроксимації катеноїда торсом. Наприклад, апроксимація вздовж асимптотичної лінії (крива 3) є найгіршою, оскільки вона повністю збігається із ребром звороту торса. Твірні апроксимуючого торса розташовані тільки по одну сторону від асимптотичної лінії, тобто смуга торса перекриває мінімальну площу. Вздовж лінії кривини (крива 4) апроксимація є найкращою, тому що всі твірні торса перпендикулярні до неї і смуга торса із такою ж довжиною твірних, як і в попередньому випадку, перекриває максимальну площу. Взагалі по взаємному розташуванню лінії дотику і ребра звороту торса можна судити про якість апроксимації. Для геодезичної лінії (крива 2), наприклад, видно, що в нижній

частині катеноїда ці лінії збігаються. Це означає, що тут апроксимація катеноїда найгірша. Якщо взяти лінію кривини, то ребром звороту є точка, віддалена в нескінченність. Для інших поверхонь (не обертання) ребром звороту буде крива, що дотикається до множини прямолінійних твірних торса, які є перпендикулярними до лінії дотику (тобто лінії кривини), тому така апроксимація буде найкращою з точки зору перекриття площі апроксимованої поверхні.

В четвертому розділі розглянуто апроксимацію гвинтового коноїда однотипними відсіками торсів та побудова їх розгорток. Апроксимація здійснювалася вздовж трьох типів ліній: для лінії, заданої лінійною залежністю $u=av$, вздовж геодезичних ліній і ліній кривини. Що стосується асимптотичної лінії, то вона не розглядалася нами, оскільки така апроксимація є найгіршою. Крім того, асимптотичною лінією гвинтового коноїда є прямолінійна твірна і дотичний торс вздовж неї розпадається на пучок площин. В цьому сенсі за апроксимуючий елемент необхідно брати відсік однієї із цих площин, однак на межі стику цих елементів буде велика розбіжність, яку на практиці усувають за рахунок товщини відсіку (рис. 1,в).

Одиничний вектор нормалі в будь-якій точці коноїда, описаного рівняннями (1) при $h=b$, в проекціях на осі координат запишеться:

$$n_x = \frac{b \sin v}{\sqrt{b^2 + u^2}}; \quad n_y = -\frac{b \cos v}{\sqrt{b^2 + u^2}}; \quad n_z = \frac{u}{\sqrt{b^2 + u^2}}. \quad (8)$$

Однопараметрична множина дотичних до коноїда площин вздовж лінії на ньому визначалася характером залежності $v=v(u)$ або $u=u(v)$, яка задає цю лінію у внутрішніх координатах поверхні. Подальше знаходження апроксимуючого торса і його ребра звороту здійснювалося за алгоритмом, розглянутим у третьому розділі. Для лінійної залежності $u=av$ в роботі знайдено параметричні рівняння торса і його ребра звороту та за ними побудовано відсіки апроксимуючих торсів. На рис. 7,а показано виток коноїда і побудовано смугу дотичного торса вздовж лінії, заданої внутрішнім рівнянням $u=25v$. Якщо ці лінії будувати на коноїді з певним інтервалом Δv , то відповідні смуги торсів будуть певним чином апроксимувати коноїд (рис.7,б, фронтальна проекція). На рис. 7,в показано смугу торса із збільшеною довжиною твірних і його ребро звороту, яке не повинне заходити в межі смуги.

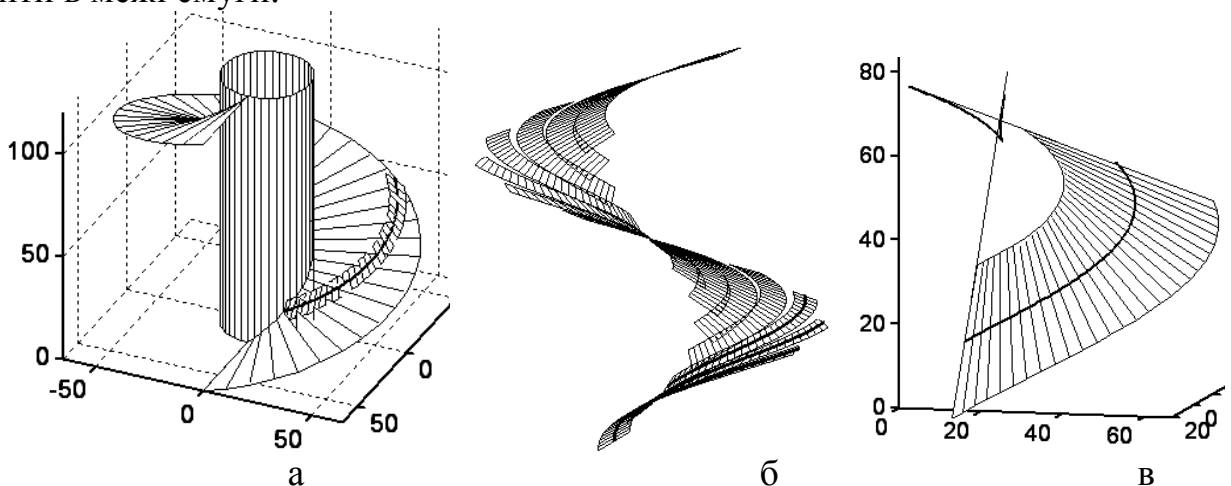
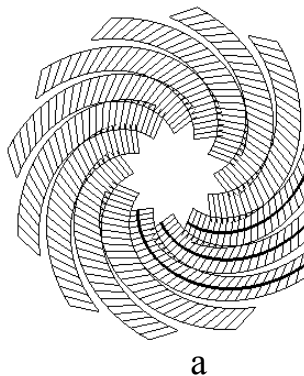


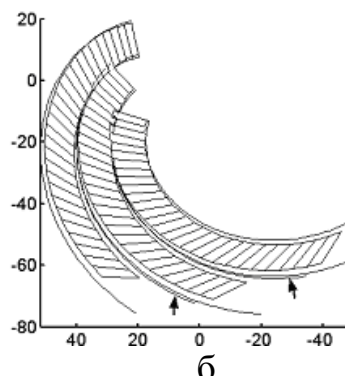
Рис. 7. До побудови апроксимуючого торса і його ребра звороту:

- а) виток гвинтового коноїда із смугою дотичного торса вздовж лінії $u=25v$;
- б) смуги апроксимуючих торсів покривають поверхню коноїда;
- в) смуга апроксимуючого торса і його ребро звороту.

На рис. 8,а показано горизонтальну проекцію апроксимованого коноїда, зображеного на рис. 7,б. Із нього видно, що при апроксимації поверхні смугами торсів із однаковою довжиною прямолінійних твірних вони або накладаються одна на одну, або ж між ними утворюється проміжок, тобто потрібно брати смуги змінної ширини. Логічно було б знайти спільну лінії перетину сусідніх смуг, однак така задача є настільки трудомісткою, що виходить за межі досліджень. В подальшому для визначення ширини смуги підбиралася така залежність $q=q(v)$ у внутрішніх координатах торса, яка забезпечувала достатню точність стикування сусідніх смуг. Наприклад, при лінійній залежності $q=av=\pm(2,2v+3)$ ширина смуг змінюється так, що їх межі практично збігаються (рис. 8,б). Обмежуючі лінії від перетину смуги із співвісними циліндрами знаходилися аналітично теж у вигляді залежності $q=q(v)$ у внутрішніх координатах (на рис. 9 вони позначені цифрами 1 і 2). Побудова розгортки апроксимуючого торса ґрунтувалася на незмінності геодезичної кривини лінії дотику торса при його згинанні на площину та кутів між лінією і твірними.



а



б

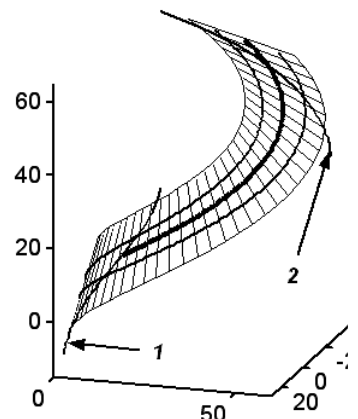


Рис. 9. Смуга торса з обмежуючими

Рис. 8. Горизонтальні проекції смуг торсів:

- а) твірні сталої довжини; б) змінної довжини.

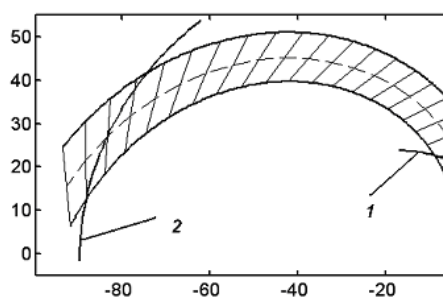
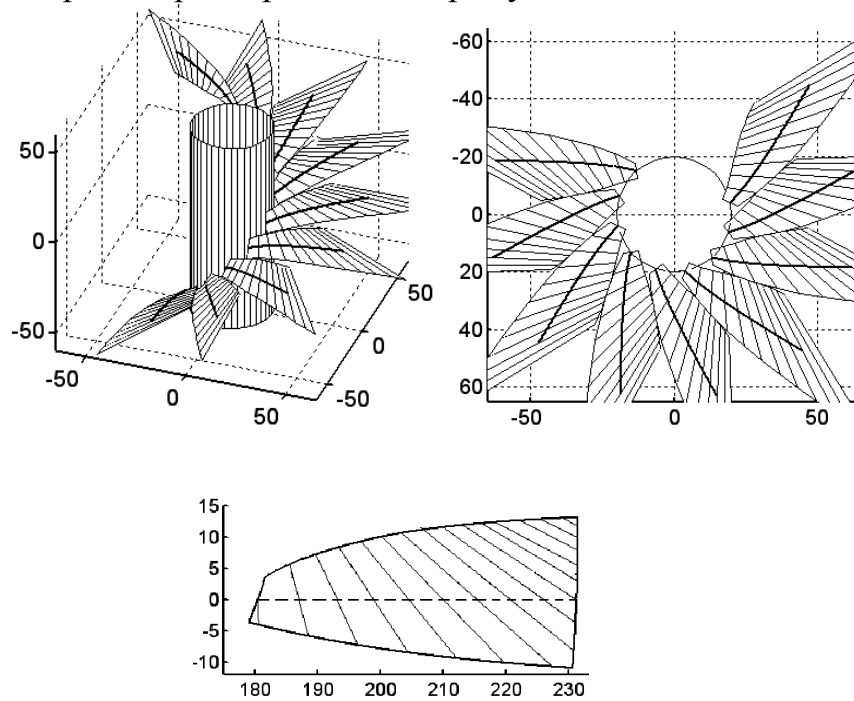


Рис. 10. Розгортка смуги торса з обмежуючими

На рис.10 зображено розгортку відсіку апроксимуючого торса із обмежуючими лініями, який показано в просторі на рис. 9. Лінія дотику на розгортці зображена штриховою.

Розглянуто апроксимацію вздовж геодезичних ліній, для яких рівняння $u=u(v)$ має вигляд $u = 2be^{v+v_0} / (1 - e^{2(v+v_0)})$. За розробленим алгоритмом було знайдено смуги апроксимуючих торсів з

обмежуючими лініями та побудовано розгортку плоскої заготовки (рис. 11). Характерною особливістю такої апроксимації є те, що лінія дотику (вона ж геодезична) на розгортці перетворюється в пряму.



а

б

в

Рис. 11. До апроксимації гвинтового коноїда торсами вздовж геодезичних ліній:

- а) фронтальна проекція апроксимуючих смуг;
- б) горизонтальна проекція апроксимуючих смуг;
- в) розгортка смуги з обмежуючими лініями.

Найбільш доцільною є апроксимація коноїда вздовж ліній кривини, для яких внутрішнє рівняння $v=v(u)$ має вигляд $v = \ln(u + \sqrt{u^2 + b^2}) + v_0$. В роботі виведено параметричні рівняння апроксимуючого торса:

$$\begin{aligned} X_m &= u \cos v - q \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos v + \frac{u}{\sqrt{2(b^2 + u^2)}} \sin v \right); \\ Y_m &= u \sin v - q \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin v - \frac{u}{\sqrt{2(b^2 + u^2)}} \cos v \right); \\ Z_m &= bv + q \frac{b}{\sqrt{2(b^2 + u^2)}}, \end{aligned} \quad \text{де } v = \ln(u + \sqrt{u^2 + b^2}) + v_0 \quad (9)$$

та його розгортки:

$$\begin{aligned} X_p &= \sqrt{2} \int \cos \left[\frac{1}{2} \ln(b^2 + u^2) \right] du - q \sin \left[\frac{1}{2} \ln(b^2 + u^2) \right]; \\ Y_p &= \sqrt{2} \int \sin \left[\frac{1}{2} \ln(b^2 + u^2) \right] du + q \cos \left[\frac{1}{2} \ln(b^2 + u^2) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Перша квадратична форма торса (9) і його розгортки (10) однакові, що свідчить про достовірність отриманих рівнянь:

$$dS^2 = dq^2 + \left[2 + \frac{u(q - 2\sqrt{2}u - 2\sqrt{2}b^2q)}{(b^2 + u^2)^2} \right] du^2. \quad (11)$$

Внутрішнє рівняння обмежуючих ліній, які лініями стику сусідніх смуг апроксимуючих торсів, знайдено у вигляді:

$$q = \pm(5 + 0,0015u^2). \quad (12)$$

Внутрішнє рівняння обмежуючих ліній апроксимуючого торса від його перетину із співвісним циліндром радіуса ρ має вигляд:

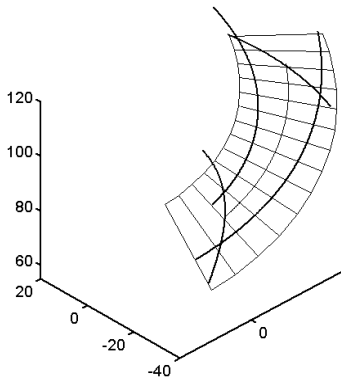
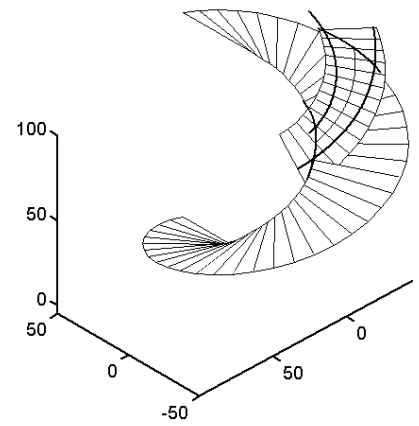
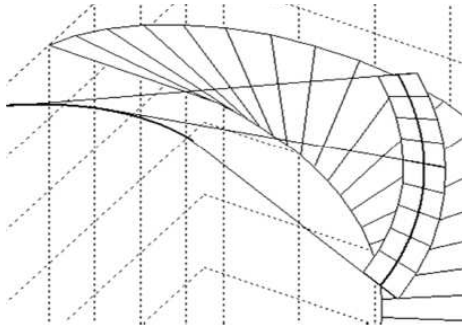
$$q = \frac{\sqrt{2}}{b^2 + u^2} \left[b^2 + u^3 - \sqrt{(b^2 + u^2)(b^2 \rho^2 + 2r^2 u^2 - u^4)} \right]. \quad (13)$$

При підстановці виразів (12) і (13) у параметричні рівняння (9) торса та (10) його розгортки отримаємо лінії вирізування відсіку торса як у просторі (рис. 12,б,в), так і на його розгортці (рис. 13,б). При цьому у рівняння (13) по чергово підставляємо значення $\rho=r$ і $\rho=R$. При необхідності можна знайти ребро звороту торса. В роботі отримано його внутрішнє рівняння:

$$q = \frac{\sqrt{2}}{u} (b^2 + u^2). \quad (14)$$

Підстановка (14) у (9) дасть параметричні рівняння ребра звороту у просторі (рис.12,а), а при підстановці у (10) – на розгортці (рис. 13,а).

Характерною особливістю апроксимації вздовж ліній кривини є те, що прямолінійні твірні апроксимуючого торса перпендикулярні до лінії дотику і через це його смуги покривають максимальну площу.



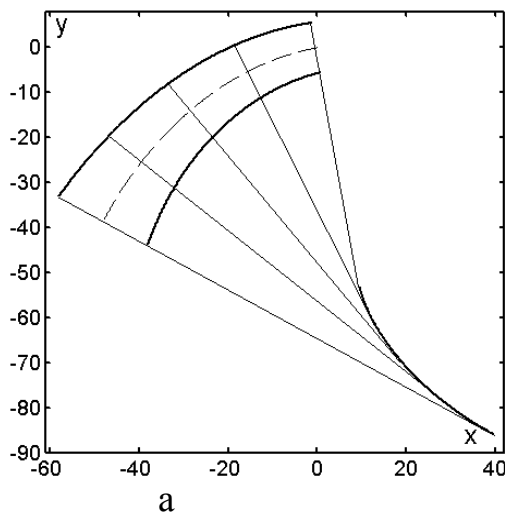
а

б

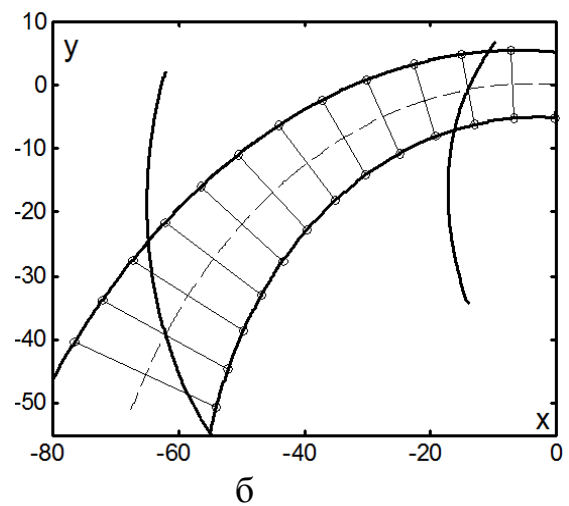
в

Рис. 12. Апроксимуючий торс, дотичний до коноїда вздовж лінії кривини:

- а) фрагмент коноїда та дотична смуга торса із ребром звороту;
- б) виток коноїда і дотичний торс із обмежуючими лініями;
- в) смуга торса із обмежуючими лініями.



а



б

Рис. 13. Розгортка апроксимуючого торса:

- а) смуга торса на розгортці із ребром звороту;
- б) обмежуючі лінії (лінії викрійки однотипного плоского елемента).

ВИСНОВКИ

Дисертаційну роботу присвячено розробці способів апроксимації гвинтового коноїда та ізометричного йому катеноїда однотипними смугами розгортних поверхонь.

Значення для науки полягає у подальшому розвитку способів апроксимації нерозгортних поверхонь розгортними на основі побудови дотичних смуг торсів до вихідної поверхні вздовж спеціальних ліній на ній, зокрема, вздовж ліній кривини.

Значення для практики полягає в розробці аналітичних моделей при конструюванні однотипних елементів апроксимуючих торсів, що покривають поверхню гвинтового коноїда раціональним способом вздовж ліній кривини та знаходженні плоских викрійок цих елементів з прямолінійними твірними, вздовж яких їх потрібно згинати у готовий виріб.

При вирішенні поставлених задач отримані наступні теоретичні і практичні результати.

1. Виконано огляд існуючих способів апроксимації нерозгортних поверхонь відсіками торсів, який показав відсутність єдиного підходу щодо її проведення для різних поверхонь технічних форм.

2. Розроблено спосіб апроксимації гвинтового коноїда смугами торсів-гелікоїдів. Розрахунок смуги на точність апроксимації проводився для катеноїда, на який згинається коноїд. Показано, що зрізані конуси, які апроксимують катеноїд, перетворюються у відповідні апроксимуючі смуги торсів-гелікоїдів для гвинтового коноїда. Лінією дотику смуги до коноїда є гвинтова лінія, яка одночасно є ребром звороту апроксимуючого торса-гелікоїда, що зумовлює апроксимацію тільки по одну сторону від лінії дотику.

3. Показано, що апроксимація гвинтового коноїда торсами-гелікоїдами можлива, однак для практики неприйнятна, оскільки апроксимована поверхня значною мірою відходить від коноїда при збільшенні різниці між обмежуючими співвісними циліндрами. Можливе більш точне наближення апроксимованої поверхні до коноїда, але при цьому поверхня буде ребристою, що теж є неприйнятним.

4. З'ясовано, що апроксимацію коноїда неможливо здійснити вздовж прямолінійної твірної, оскільки однопараметрична множина дотичних площин вздовж неї утворює пучок, а не поверхню. Можлива тільки груба апроксимація однією із площин цього пучка.

5. Запропоновано і розроблено спосіб апроксимації гвинтового коноїда і ізометричного катеноїда смугами торсів вздовж будь-якої лінії, заданої на їх поверхнях у внутрішніх координатах. Виведено для загального випадку такої апроксимації рівняння апроксимуючого торса, його ребра звороту і розгортки.

6. Досліджено особливості апроксимації вказаних поверхонь вздовж спеціальних ліній, за які було взято асимптотичні, геодезичні та лінії кривини. Для кожного із вказаних випадків побудовано апроксимуючий торс, знайдені обмежуючі лінії таким чином, щоб утворений відсік був однотипним елементом, множиною яких можна було апроксимувати гвинтовий коноїд з необхідною точністю.

7. Показано, що найгіршою є апроксимація вздовж асимптотичної лінії, оскільки вона є ребром звороту апроксимуючого торса, а найкращою – вздовж лінії кривини. В цьому випадку прямолінійні твірні апроксимуючого торса перпендикулярні до лінії дотику і смуга із заданою довжиною твірних торса перекриває максимальну площу коноїда. Показано, що для гвинтового коноїда апроксимація є рівнозначною вздовж ліній кривини як однієї сім'ї, так і другої, оскільки їх кривина однакова і має протилежні знаки. Особливістю апроксимації вздовж геодезичних ліній є те, що лінія дотику на розгортці апроксимуючого торса перетворюється у пряму лінію. Для катеноїда і інших поверхонь обертання лінія дотику – меридіан – теж перетворюється на розгортці у пряму лінію, до якої твірні торса перпендикулярні, оскільки меридіан є одночасно і геодезичною лінією і лінією кривини.

8. Для кожного із розглянутих випадків апроксимації гвинтового коноїда побудовано плоску заготовку однотипного елемента із нанесеними прямолінійними твірними, вздовж яких необхідно згинати заготовку, щоб одержати необхідний відсік поверхні. При побудові розгортки використовувалися чисельні методи інтегрування. Для двох випадків – апроксимація коноїда вздовж геодезичної лінії і апроксимація катеноїда вздовж меридіана – розгортка була знайдена в аналітичному вигляді.

9. Результати досліджень впроваджено на приватному підприємстві «ВНД», у ТОВ «Ландтехнік Сервісцентр Україна» та в навчальний процес Луцького національного технічного університету.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у наукових фахових виданнях

1. Бойко Л.С. Апроксимація гвинтового коноїда смугами торсів-гелікоїдів / Л.С. Бойко, С.Ф. Пилипака // Геометричне та комп'ютерне моделювання. –Харків: Харківський державний університет харчування та торгівлі, 2010. –Вип. 26.– С. 73 – 80.

Особистий внесок здобувача: знайшов параметричні рівняння торса-гелікоїда, як обвідної поверхні однопараметричної множини площин, дотичних до гвинтового коноїда вздовж гвинтової лінії.

2. Бойко Л.С. Апроксимація поверхонь обертання циліндричними відсіками / Л.С. Бойко // Прикл. геометрія та інж. графіка. –К.: КНУБА, 2010. –Вип. 86. – С. 154 – 159.

3. Бойко Л.С. Методика апроксимації кривих залежно від значення радіусу кривини у вибраних точках / Л.С. Бойко, О.Ю. Ройко // Наукові нотатки. Міжвузівський збірник (за галузями знань "Машинобудування та металообробка", "Інженерна механіка", "Металургія та матеріалознавство"). – Вип. 29.–Луцьк: ЛНТУ, 2010. –С. 32 – 35.

Особистий внесок здобувача: запропонував і розробив алгоритм оцінки точності апроксимації кривої лінії ламаною при нерівномірному кроці розбиття.

4. Бойко Л.С. Апроксимація гвинтового коноїда смугами торсів вздовж геодезичних ліній на його поверхні / Л.С. Бойко, С.Ф. Пилипака // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. –Вип. 4. Прикл. геометрія та інж. графіка. –Том 49. –Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – С. 3 – 10.

Особистий внесок здобувача: за відомим рівнянням геодезичної лінії у внутрішніх координатах гвинтового коноїда отримав параметричні рівняння торса, який дотикається до гвинтового коноїда вздовж цієї геодезичної лінії.

5. Бойко Л.С. Апроксимація гвинтового коноїда смугами торсів вздовж просторових кривих на його поверхні / Л.С. Бойко, С.Ф. Пилипака // Геометричне та комп'ютерне моделювання. –Харків: Харківський державний університет харчування та торгівлі, 2011. –Вип. 28. – С. 32 – 38.

Особистий внесок здобувача: знайшов параметричні рівняння торса, дотичного до гвинтового коноїда вздовж просторової кривої, заданої лінійною залежністю у внутрішніх координатах.

6. Бойко Л.С. Апроксимація гвинтового коноїда смугами торсів вздовж ліній кривини на його поверхні / Л.С. Бойко, С.Ф. Пилипака // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. –Вип. 4. Прикл. геометрія та інж. графіка. –Том 52. –Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – С. 31 – 39.

Особистий внесок здобувача: знайшов параметричні рівняння торса, дотичного до гвинтового коноїда вздовж лінії кривини та його ребра звороту.

Матеріали конференцій

7. Бойко Л.С. Апроксимація катеноїда, який є згинанням відсіку гвинтового коноїда, зрізаними конусами / Л.С. Бойко, С.Ф. Пилипака // Прикл. геометрія та інж. графіка: зб. наук. праць за матеріалами VII міжнародної науково-практичної конференції «Геометричне моделювання і комп'ютерний дизайн». -К.: КНУБА, 2010. –Вип. 84. – С. 280 – 284.

Особистий внесок здобувача: здійснив розрахунок параметрів зрізаних конусів для апроксимації заданого відсіку гвинтового коноїда.

8. Бойко Л.С. Апроксимація катеноїда смугами торсів вздовж спеціальних ліній на його поверхні / Л.С. Бойко // Прикл. геометрія та інж. графіка: зб. наук. праць за матеріалами VIII міжнародної кримської науково-практичної конференції «Геометричне і комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн». –К.: КНУБА, 2011. –Вип. 88. – С. 81 – 87.

9. Бойко Л.С. Конструювання розгортки однотипних відсіків торсів, які апроксимують поверхню гвинтового коноїда / Л.С. Бойко // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. Науковий журнал: зб. наук. праць за матеріалами всеукраїнської наукової конференції молодих вчених, аспірантів та студентів «Прикладна геометрія та інженерна графіка 2011». – Луцьк: ЛНТУ, 2011. - № 6. – С. 40 – 44.

10. Бойко Л. С. До питання апроксимації катеноїда зрізаними конусами / Л.С. Бойко // Тези щорічного наукового семінару кафедри ІКГ ЛНТУ. – Вип. 6. – Луцьк: ЛНТУ, 2009 р. - С. 5-7.

11. Бойко Л. С. Знаходження контурів апроксимуючої циліндричної поверхні у просторі при апроксимації поверхонь обертання / Л.С. Бойко // Тези щорічного наукового семінару кафедри ІКГ ЛНТУ. – Вип. 7. –Луцьк: ЛНТУ, 2010 р. - С. 3-5.

12. Бойко Л. С. Знаходження параметричних рівнянь торса, дотичного до гвинтового коноїда вздовж просторової кривої, заданої лінійною залежністю у внутрішніх координатах / Л.С. Бойко // Тези щорічного наукового семінару кафедри ІКГ ЛНТУ. Випуск 8. –Луцьк: ЛНТУ, 2011 р. - С. 4-7.

13. Бойко Л. С. Особливості апроксимації гвинтового коноїда вздовж геодезичних ліній однотипними відсіками торсів та побудови їх розгорток / Л.С. Бойко // Науково-практичний семінар ім. Обухової В.С. 2012 р.: тези доп. – Київ: НУБіП України, 2012 р. - С. 3-6.

АНОТАЦІЯ

Бойко Л.С. Апроксимація гвинтового коноїда і катеноїда однотипними відсіками розгортних поверхонь. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – прикладна геометрія, інженерна графіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна, 2013.

Дисертацію присвячено розробці способів апроксимації гвинтового коноїда та ізометричного йому катеноїда смугами розгортних поверхонь. Апроксимація здійснюється вздовж ліній, заданих у внутрішніх криволінійних координатах вихідної поверхні. Апроксимуюча поверхня знаходиться як обвідна однопараметричної множини площин, дотичних до вихідної поверхні вздовж заданої лінії. За лінії дотику брали різні криві, в тому числі і спеціальні: асимптотичну, геодезичну, лінію кривини. Отримано параметричні рівняння апроксимуючої поверхні, її ребра звороту та розгортки. Найкращою є апроксимація вздовж ліній кривини коноїда. Знайдено відсік апроксимуючої поверхні, обмежений лініями перетину із співвісними циліндрами та суміжними відсіками. Побудовано плоску заготовку з лініями викрою для згинання її у потрібний відсік поверхні. Множиною таких однотипних відсіків здійснюється апроксимація гвинтового коноїда.

Ключові слова: гвинтовий коноїд, катеноїд, апроксимуюча розгортна поверхня, лінія дотику, розгортка.

АННОТАЦИЯ

Бойко Л.С. Аппроксимация винтового коноида и катеноида однотипными отсеками развертывающихся поверхностей. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук по специальности 05.01.01 – прикладная геометрия, инженерная графика. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, Украина, 2013.

Диссертация посвящена разработке способов аппроксимации винтового коноида и изометрического ему катеноида полосами развертывающихся поверхностей. Рассмотрены различные способы аппроксимации, которые могут использоваться при ремонте шнеков, а также при их изготовлении по упрощенной схеме, если технологический процесс с участием шнека не требует точности соблюдения его формы.

Один из рассмотренных способов – аппроксимация коноида полосами торса-геликоида. Он основан на том, что винтовой коноид изгибается на известную поверхность вращения – катеноид. Таким образом, аппроксимацию коноида можно заменить аппроксимацией катеноида, что значительно проще. Однако такая аппроксимация катеноида возможна лишь усеченными конусами вдоль параллелей, которые на коноиде превращаются в полосы торсов-геликоидов. В работе рассмотрен подбор усеченных конусов, которые наилучшим образом аппроксимируют катеноид с заданной точностью отклонения от его поверхности. Аппроксимация катеноида цилиндрическими

поверхностями вдоль меридианов тоже дает хороший результат, однако она не может быть перенесена на винтовой коноид, поскольку меридиан катеноида при изгибании его на коноид превращается в прямолинейную образующую последнего. Аппроксимирующая полоса поверхности вдоль прямолинейной образующей коноида вырождается в касательную плоскость, положение которой зависит от точки на образующей. Аппроксимирующая плоскость является одной из пучка плоскостей с осью - образующей коноида.

Рассмотрены другие способы аппроксимации коноида и катеноида вдоль специальных линий на их поверхности. Аппроксимирующая поверхность находится, как огибающая однопараметрического множества плоскостей, касательных к исходной поверхности вдоль заданной линии. В качестве таких линий были рассмотрены геодезические, асимптотические, линии кривизны и другие. Было выяснено, что наилучшая аппроксимация достигается вдоль линий кривизны, наихудшая – вдоль асимптотических линий. Получены параметрические уравнения аппроксимирующей поверхности, ее ребра возврата и развертки. Найден отсек аппроксимирующей поверхности, ограниченный линиями пересечения из соосными цилиндрами и смежными отсеками. Построено плоскую заготовку с ограничивающими линиями и прямолинейными образующими для изгибания ее в нужный отсек поверхности. Множеством таких однотипных отсеков осуществляется аппроксимация винтового коноида.

Ключевые слова: винтовой коноид, катеноид, аппроксимирующая, развертывающаяся поверхность, линия касания, развертка.

ANNOTATION

Boyko L.S. Approximation of screw conoid and catenoid by compartments of the same type of unfold surfaces. – *Manuscript*.

The dissertation for obtaining a scientific degree of a Candidate of Technical Sciences in speciality 05.01.01 – Applied Geometry, Engineering Graphics. – Kyiv National University of Building and Architecture, Kyiv, Ukraine, 2013.

The approximation is carried out along the lines, set in interior curvilinear coordinates of initial surface. The approximating surface is as bending one of the one-parametre multitude of the planes, tangential to the initial surface along the line set. Different curves, including such special ones, as asymptotic, geodesic and curvature lines, were taken for line of contact. It has been obtained parametric equations of the approximating surface, its ribs of turn and involvent. The approximation along the lines of conoid curvature is the best. The compartment of the approximating surface restricted by lines of intersection with coaxial cylinders and contiguous compartments has been discovered. A plane blank with lines of a pattern for its bending into the necessary surface compartment has been built. The approximation of screw conoid is carried out by the multitude of the compartments of the same type.

Key words: screw conoid, catenoid, approximating unfold surface, line of contact, evolvent.

Формат 60x84/16. Ум. Друк. Арк. 1.16
Тираж 100. Зам. 3946.

Виддруковано у ПрАТ «Волинська обласна друкарня»
М. Луцьк, просп. Воли, 27
Тел. 24-25-01, 24-25-07