

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Київський національний університет будівництва і архітектури

**ФІЗИКА**  
**ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ**  
**ООНОВЛЕНИЙ ЦИКЛ**

Рекомендовано вченою радою Київського національного  
університету будівництва і архітектури  
як навчальний посібник  
для студентів всіх спеціальностей

Київ 2023

УДК 53(075)

Ф50

Автори: О. В. Панова, В. І. Клапченко, О. М. Григорчук,  
Н. Б. Бурдейна, Г. Ю. Краснянський, І. О. Кузнецова,  
І. О. Азнаурян, В. І. Тарасевич, Ю. І. Григораш,  
О. М. Бесараб, Т. Б. Петруньок, В. Є. Дугінов, Я. І. Бірук

Рецензенти: *В. Григорук*, д-р фіз.-мат. наук, професор, зав. кафедри  
квантової радіофізики, КНУТШ;  
*А. Лісовал*, д-р техн. наук, професор, НТУ;  
*В. Фролов*, д-р техн. наук, професор, КНУБА

*Затверджено на засіданні вченої ради Київського національного  
університету будівництва і архітектури, протокол № 6 від 26 червня  
2022 року.*

**ФІЗИКА.** Лабораторний практикум. Оновлений цикл : навч. посіб.  
Ф50 / О.В. Панова та ін. – Київ: КНУБА, 2023. – 160 с.  
ISBN 978-966-627-244-0

Містить матеріали для підготовки, виконання, оформлення та захисту  
лабораторних робіт на новому обладнанні.

Призначено для студентів всіх спеціальностей.

УДК 53(075)

ISBN 978-966-627-244-0

О.В. Панова та ін., 2023  
© КНУБА, 2023

## Зміст

Вступ .....	5
<b>Частина I. ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ РОБІТ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТІВ</b>	
1.1. Етапи підготовки до роботи .....	9
1.2. Рекомендації до оформлення звіту .....	11
1.3. Правила наближених обчислень.....	23
1.4. Обчислення похибок фізичних вимірювань.....	27
1.5. Метод найменших квадратів .....	33
<b>Частина II. ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ. ОНОВЛЕНИЙ ЦИКЛ</b>	
<b>Лабораторна робота 1.1</b>	
Визначення залежності моменту інерції системи від розподілу її маси відносно осі обертання .....	39
<b>Лабораторна робота 1.7</b>	
Визначення широти місцевості за допомогою маятника Фуко .....	46
<b>Лабораторна робота 1.8</b>	
Вивчення законів збереження імпульсу і механічної енергії за пружного зіткнення тіл .....	52
<b>Лабораторна робота 3.1</b>	
Визначення діелектричної проникності діелектриків .....	60
<b>Лабораторна робота 3.5</b>	
Визначення горизонтальної складової індукції та напруженості магнітного поля Землі.....	68
<b>Лабораторна робота 3.10</b>	
Визначення електрорушійної сили та внутрішнього опору джерела струму .....	75

<b>Лабораторна робота 4.5</b>	
Визначення модуля пружності твердих тіл методом збудження стоячих хвиль.....	81
<b>Лабораторна робота 5.1</b>	
Визначення довжини світлової хвилі за допомогою біпризми Френеля..	92
<b>Лабораторна робота 5.6</b>	
Визначення роботи виходу електрона з металів методом гальмування фотоелектронів в електричному полі.....	99
<b>Лабораторна робота 6.2</b>	
Вимірювання вольт-амперної та вольт-фарадної характеристик напівпровідникового діода.....	108
<b>Лабораторна робота 7.1</b>	
Визначення активності радіоактивного препарату.....	119
<b>Лабораторна робота 7.2</b>	
Визначення коефіцієнта поглинання радіоактивного випромінювання різними матеріалами.....	129
<b>Лабораторна робота 7.3</b>	
Визначення мертвого часу газорозрядного лічильника Гейгера – Мюллера.....	136
<b>Лабораторна робота 7.4</b>	
Визначення характеру радіоактивного розпаду. Розподіл Пуассона .....	146
<b>Список рекомендованої літератури.....</b>	<b>155</b>

# Вступ

Сучасний фізичний експеримент стає початком розвитку нових галузей техніки або нових технологій виробництва. В освітньому процесі фізичний експеримент є одним із засобів професійної підготовки майбутнього інженера-будівельника.

Основна задача, яку вирішують студенти під час виконання лабораторного практикуму, – це формування підвалин для опанування інженерною професією. Тобто це набуття навичок та вмінь виконання експериментальних досліджень, оформлення та осмислення їхніх результатів на основі вже набутих знань з таких дисциплін, як фізика, математика, креслення тощо. Всі ці набуті навички та вміння знадобляться не тільки в далекому майбутньому, вони, в першу чергу, будуть потрібні для засвоєння таких навчальних дисциплін, як теоретична механіка, електротехніка, опір матеріалів, технічна механіка рідини та газу, будівельна механіка, водопостачання та водовідведення, тепломасообмін, технічна термодинаміка, будівельна теплофізика.

Навчальний посібник створено науково-педагогічними працівниками кафедри фізики з метою вдосконалення технічної підготовки інженерів-будівельників, посилення практичної готовності фахівців до майбутньої професійної діяльності. Він містить лабораторні роботи, розроблені у зв'язку з оновленням матеріально-технічної бази навчальної лабораторії кафедри фізики та заснуванням сучасної лабораторії, що має назву «Спеціалізована лабораторія навчального експерименту».

Пропоноване видання призначене для розширення і поглиблення теоретичних знань, формування професійних практичних умінь, навичок та компетентностей на лабораторних заняттях з фізики. Він складається з двох частин. У першій частині навчального посібника докладно розглянуто етапи підготовки до роботи, надано рекомендації щодо оформлення звіту, описано правила наближених обчислень та метод найменших квадратів, роз'яснено, як обчислювати похибки вимірювань. Тематику та зміст кожної лабораторної роботи викладено у другій частині навчального посібника. Для покращення сприйняття студентами нового матеріалу структура методичних вказівок є

уніфікованою і суттєво відрізняється від попередніх посібників, виданих викладачами кафедри фізики. Зокрема, у методичних рекомендаціях немає посилань на літературні джерела, тому що в наш час простіше знайти відповіді на запитання в інтернеті, використовуючи ключові слова. Уніфікована структура методичних вказівок до кожної лабораторної роботи має такі складові: «НАЗВА», «МЕТА», «МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ», «МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ», «ОПИС УСТАНОВКИ», «ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ», «РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ», «РОЗРАХУНКИ», «ГРАФІКИ», «ГЛОСАРІЙ», «ЗАПИТАННЯ».

Зауважимо, що в даному посібнику у пункті «РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ» експериментальні дані чітко поділені на дві групи величин: виміряні та задані під час вимірювань і розраховані. Відповідно до цього поділу експериментальні дані можуть бути зведені у два типи таблиць. Такий поділ систематизує роботу студента та привчає його до роботи в ролі інженера-дослідника.

У списку літератури наведено посилання на посібники, підручники і класичні довідники з фізичними величинами та характеристиками матеріалів, оскільки ґрунтовна системна підготовка майбутнього інженера неможлива без уміння (та навіть звички) працювати зі спеціалізованою літературою.

Над посібником працювали:

О. В. Панова –	Л.р. 3.10; 5.1; 5.6; 6.2; 7.3; 7.4
В. І. Клапченко –	Вступ, Ч.І, Л.р. 1.7; 3.5; 4.5; 6.2; 7.1; 7.4
О. М. Григорчук –	Л.р. 1.8; 3.10; 5.6
І. О. Кузнецова –	Ч.І, Л.р. 3.5; 7.1; 7.2
В. І. Тарасевич –	Л.р. 3.1; 7.3; 7.4
Г. Ю. Краснянський –	Л.р. 4.5; 5.1
І. О. Азнаурян –	Л.р. 4.5; 5.1
Ю. І. Григораш –	Л.р. 7.1; 7.2
О. М. Бесараб –	Л.р. 1.7
Т. Б. Петруньок –	Л.р. 1.1
В. Є. Дугінов –	Л.р. 7.4
Я. І. Бірук –	Л.р. 1.1

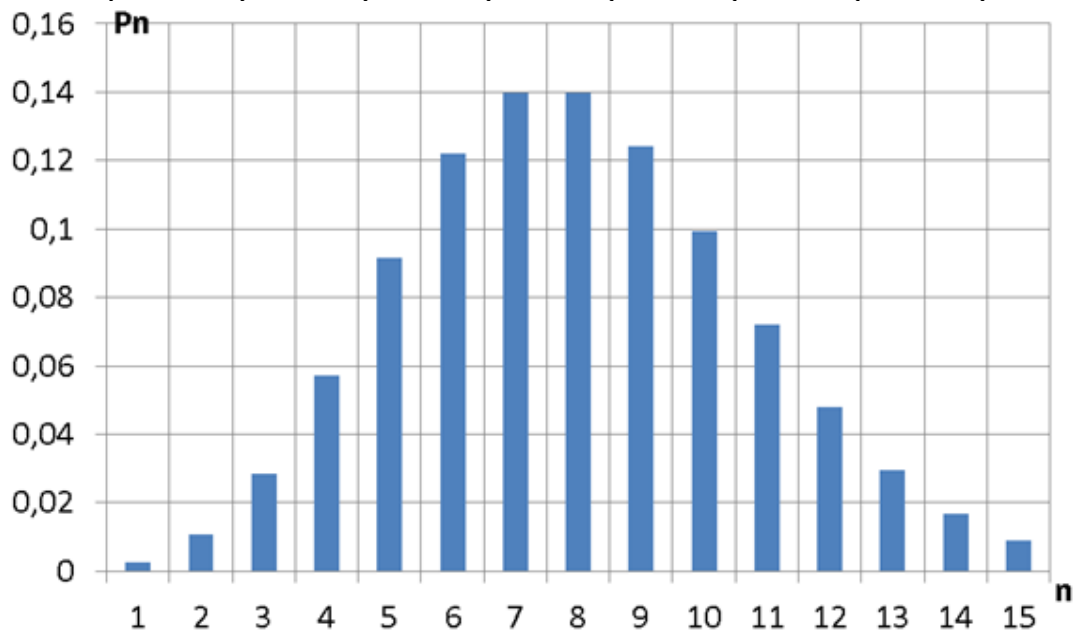
# Частина I. ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ РОБІТ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТІВ

*Обчислені величини*

№ пор.	< $\tau$ >, с	J, кг·м <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> , м <sup>2</sup>	J <sub>0</sub> , кг·м <sup>2</sup>
1				
2				

*Задані та виміряні величини*

№ пор.	R, м	τ, с			r, м	m, кг	h, м
		1	2	3			
1							
2							



***Знання, не народжені досвідом, матір'ю будь-якої  
достовірності, безплідні та сповнені помилок...***

*Леонардо да Вінчі*

## 1.1. Етапи підготовки до роботи

Виконання студентом кожної лабораторної роботи передбачає таку послідовність дій:

- 1) самостійно підготуватися до лабораторної роботи;
- 2) отримати допуск до виконання роботи;
- 3) виконати роботу та зафіксувати результати вимірювання;
- 4) виконати розрахунки та скласти звіт;
- 5) захистити лабораторну роботу.

Розглянемо кожний етап докладніше.

### **Як правильно самостійно підготуватися до лабораторної роботи?**

Студент повинен знати номер та назву лабораторної роботи, яку він планує виконувати за графіком на лабораторному занятті. Скориставшись рекомендованим навчальним посібником, він готується до її виконання вдома або у читальній залі бібліотеки. Результатом самостійної підготовки мають бути:

- конспект лабораторної роботи у зошиті студента, що містить тему та мету лабораторної роботи, стислий опис методики проведення експерименту, опис та схему установки, послідовність виконання роботи, таблиці для запису результатів вимірювань та розрахунків, відповіді на контрольні запитання;

- володіння в достатньому обсязі теоретичним матеріалом за темою роботи (для цього можна скористатись наведеними вказівками до виконання лабораторної роботи у навчальному посібнику, контрольними запитаннями до лабораторної роботи, будь-яким підручником);

- вміння чітко формулювати тему, мету та завдання лабораторної роботи;

- знання методики проведення експерименту, опису установки та послідовності виконання лабораторної роботи.

**Як отримати допуск до виконання роботи?** Для того щоб отримати допуск до виконання лабораторної роботи, потрібно:

- мати конспект лабораторної роботи у зошиті студента;
- знати тему, мету лабораторної роботи та конкретне завдання, яке ставиться перед студентом;

- знати, які вимірювання, як та в якій послідовності слід здійснювати;
- знати, які матеріали і прилади потрібні для виконання роботи.

Надаючи допуск до виконання роботи, викладач попереджає (іноді застерігає) про те, чого не можна робити взагалі і чого не можна робити без нагляду викладача або лаборанта.

**Фіксація виконання роботи.** Студент виконує лабораторну роботу під наглядом викладача. Електричні схеми вмикаються в мережу тільки з дозволу викладача або лаборанта. Виконання лабораторної роботи фіксується викладачем в лабораторному журналі за наявності у зошиті студента таблиць з результатами вимірювань.

**Як правильно оформити звіт?** Обчислення результатів вимірювання, побудову графіків та оформлення звіту можна виконувати як на лабораторному занятті, так і самостійно вдома. Рекомендації щодо обробки результатів вимірювань (правила наближених обчислень, обчислення похибок фізичних вимірювань тощо) та оформлення звіту (на конкретних прикладах) наведені у пропонованому навчальному посібнику.

**Як захистити роботу?** Загальні вимоги до захисту виконаних лабораторних робіт такі:

- до захисту роботи допускають студентів, які виконали роботу та здали правильно оформлений звіт;
- захистом роботи є підтвердження студентом в бесіді з викладачем розуміння теоретичних положень, фізичних термінів, понять з теми роботи в обсязі, окресленому набором контрольних запитань, які наведено в кінці кожної роботи.

## 1.2. Рекомендації до оформлення звіту

Після виконання лабораторної роботи студент повинен скласти і здати викладачеві звіт. Звіт оформляється на аркушах паперу формату А4 згідно з вимогами, поставленими викладачем для кожної групи студентів (спеціальності). Титульний аркуш повинен мати такий вигляд (рис. 1.1):

<b>КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ</b>	
<b>Кафедра фізики</b>	
<b>ЗВІТ</b>	
Про виконання лабораторної роботи №...	
_____	
_____	
(назва роботи)	
Студентом _____	
(прізвище, ініціали)	
_____	
(група)	
_____	
(факультет)	
Дата виконання роботи: _____	
Дата подання звіту: _____	
_____	_____
(відмітка про прийняття роботи)	(прізвище викладача та підпис)

Рис. 1.1

Звіт може містити такі складові елементи:

1. Формулювання мети та завдання дослідження.
2. Метод, що використовується в роботі (стислий виклад), та схему досліду.
3. Визначення робочої формули.
4. Таблиці значень вимірюваних величин.
5. Розрахунки шуканих величин та визначення абсолютної і відносної похибки для них.
6. Графіки.
7. Висновки.

Розглянемо їх докладніше.

### **1. Формулювання мети та завдання дослідження**

Починати звіт треба з чіткої постановки задачі.

Наприклад, в роботі потрібно:

- а) визначити коефіцієнти динамічної та кінематичної в'язкості гліцерину;
- б) дослідити згасні коливання фізичного маятника та визначити параметри згасання;
- в) визначити лінійний та масовий коефіцієнти поглинання  $\gamma$ -випромінювання різними матеріалами. Для вимірювання використовують зразки з дерева, цегли та заліза.

### **2. Метод, використовуваний у роботі**

Якщо в роботі використовується відомий фізичний метод, слід вказати, який саме, і подати стислий опис методу. Опис має супроводжуватися рисунком чи схемою (механічною, електричною, оптичною) або блок-схемою. У разі, коли виконують звичайні вимірювання на лабораторній установці, слід схематично зобразити цю установку й описати характер вимірів і мету, з якою їх виконано.

*Приклад.*

1. В роботі застосовується метод Стокса, який ґрунтується на дослідженні руху тіла сферичної форми у рідині або газі. Схему досліду зображено на рис. 1.2. Вимірюючи час  $\tau$ , за який кулька відомого діаметра  $d$  проходить у рівномірному русі відстань  $L$ , за робочою формулою підраховують значення коефіцієнта динамічної в'язкості гліцерину.

2. Блок-схема лабораторної установки для вимірювання поглинання  $\gamma$ -випромінювання речовиною зображена на рис. 1.3, де 1 – контейнер з радіоактивним препаратом; 2 – поглинальна речовина у формі пластини; 3 – лічильник Гейгера–Мюллера; 4 – перерахунковий пристрій. Для визначення коефіцієнта поглинання слід підрахувати за певний проміжок часу кількість  $\gamma$ -квантів, що потрапляють на пластину, та кількість  $\gamma$ -квантів, що проходять крізь неї.

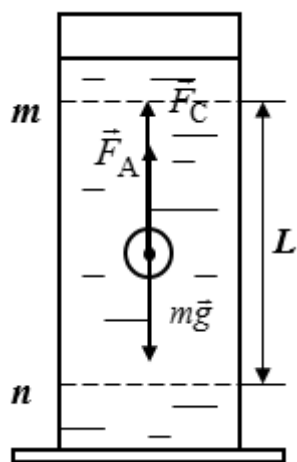


Рис.1.2

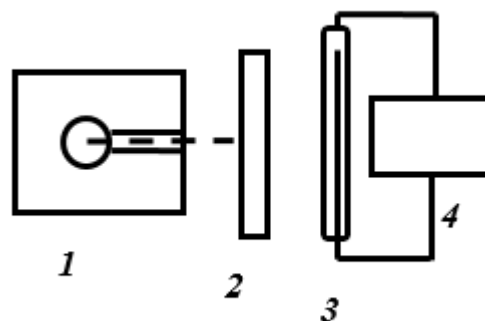


Рис. 1.3

3. У роботі досліджуються згасні коливання фізичного маятника (рис. 1.4). На рисунку: 1 – нерухома вісь обертання; 2 – рухомий вантаж, який може бути закріплений на різній відстані  $d$  від осі обертання; 3 – шкала відліку кута відхилення маятника. Змінюючи відстань  $d$ , ми тим самим змінюємо положення центра ваги та момент інерції маятника відносно осі обертання. Для визначення параметрів згасання треба знати, як зміни амплітуди коливань залежать від часу. Для цього під час досліду через рівні проміжки часу вимірюють значення амплітуди коливань.

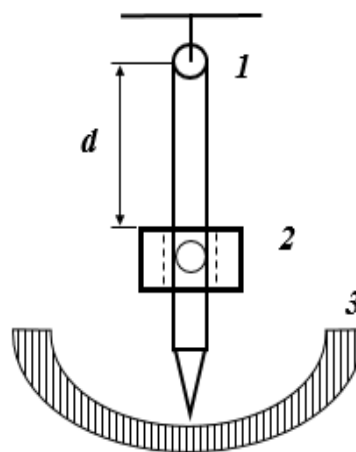


Рис. 1.4

### 3. Визначення робочої формули

Формула, за якою визначають значення шуканої величини, є розв'язком певної фізичної задачі. Постановку цієї задачі студент повинен розуміти і ретельно розібратися у розв'язку. Але у звіті наводиться лише остаточний вигляд розв'язку, який заведено називати робочою формулою.

Робоча формула може містити:

а) фундаментальні фізичні константи ( $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $e$  – заряд електрона,  $h$  – стала Планка та ін.);

б) величини, які є сталими для певного експерименту ( $m$  – маса вантажу,  $\rho$  – густина речовини,  $E$  – електрорушійна сила еталонного джерела струму тощо);

в) величини, що підлягають безпосередньому вимірюванню під час досліду ( $t$  – час,  $d$  – відстань,  $U$  – напруга тощо).

*Приклад.*

У роботі досліджується рух свинцевих кульок у гліцерині. Формула для визначення коефіцієнта динамічної в'язкості рідини має вигляд:

$$\eta = \frac{gd^2\tau(\rho - \rho_p)}{18L},$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння,  $d$  – діаметр кульки,  $\rho$  – густина свинцю,  $\rho_p$  – густина рідини,  $L$  – шлях, що проходить кулька за час  $\tau$ . Для величин, що є сталими під час цього досліду, встановлено такі позначення:  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  $\rho = 11350 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_p = 860 \text{ кг/м}^3$ . Безпосередньо вимірюваними величинами є  $d$ ,  $L$ ,  $\tau$ . Діаметр кульки виміряно мікрометром з індикатором годинникового типу. Ціна поділки становить 0,01 мм. Межі вимірювання від 0 до 10 мм. Шлях  $L$ , який вважали рівним відстані між рисками на посудині, виміряно стандартною лінійкою з ціною поділки 1 мм. Час визначено секундоміром з ціною поділки 0,2 с.

### 4. Таблиця вимірюваних величин

Результати вимірювань подають у вигляді таблиці. При цьому слід мати на увазі, що під час первинних вимірювань слід записувати значення вимірюваної величини у тих одиницях виміру, в яких градуйовано шкалу

приладу (мм, мГ, мкА, кількість поділок шкали приладу тощо). Так потрібно діяти, щоб у разі помилки, допущеної під час переходу до основних одиниць, можна було її знайти і виправити. Та якщо таких записів немає, то помилку буде важко виявити і вимірювання треба буде виконати наново.

Приклади:

а) сила  $F = 12,1 \text{ мГ} = 12,1 \cdot 10^{-3} \text{ Г} = 0,118 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$ ;

б) сила струму  $I = n \cdot C = 20 \text{ под} \cdot 0,05 \text{ А/под} = 1 \text{ А}$ ,  
оскільки цій силі струму була відповідною кількість  
поділок приладу  $n = 20$ , а ціна поділки –  $C = 0,05 \text{ А/под}$ .

У таблиці, яка подається у звіті, значення всіх величин слід наводити в одиницях системи SI. При цьому може статися так, що в таблицю треба записувати або дуже великі, або дуже малі числа. В таких випадках треба користуватися записом числа в нормованій формі:  $a = 1,23 \cdot 10^{-10}$  (1,23 – мантиса,  $10^{-10}$  – порядок). Мантиса числа повинна містити одну цифру до коми.

Приклади:

а) сила  $F = 1520 \text{ Н} = 1,52 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;

б) момент інерції  $I = 0,00312 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 = 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;

в) питома теплоємність

$$c = 4190 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

У таблиці наводять значення лише тих величин, які безпосередньо вимірюють у досліді. Символ величини, порядок числа та одиницю виміру записують у головці таблиці. Числові значення величин (мантиси) записують у стовпцях таблиці. Кількість цифр після коми у кожному стовпчику таблиці повинна бути однаковою. Крім того, слід пам'ятати, що останню цифру будь-якого числа вважають неточною. Отже, кількість цифр у результаті вимірювання слід обирати з огляду на відносну похибку вимірювань.

Приклади:

а) результат окремого вимірювання  $x = 15,25$ . Відносна похибка виміру не менша за 5%. Абсолютна похибка виміру:  $\sigma_x = 15,25 \cdot 0,05 = 0,76$ . Отже, результат вимірювання слід обирати, беручи до уваги відносну похибку вимірювання  $x = 15,2$ ;

б) отримано середні значення для моменту інерції системи, відповідні різному розподілу маси системи відносно осі обертання:

$$J_1 = 0,0024 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

$$J_2 = 0,0030 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

$$J_3 = 0,0068 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

$$J_4 = 0,0075 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

$$J_5 = 0,0120 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

Можливі два варіанти оформлення цих результатів у вигляді таблиці.

$J \cdot 10^3, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$
2,4
3,0
6,8
7,5
12,0

*a*

$J, 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$
2,4
3,0
6,8
7,5
12,0

*б*

У варіанті *a*) множник  $10^3$  вказує на те, що записане в стовпець число у тисячу разів більше за дійсне. Варіант *б*) більш природний, тому рекомендуємо користуватися саме ним.

## 5. Розрахунок шуканих величин

Розрахунок шуканих величин виконують за робочими формулами. При цьому слід додержуватись правил наближених обчислень (див. далі). Порядок обчислення абсолютної та відносної похибки для прямих вимірів

також наведено у цьому навчальному посібнику. Покажемо, як обчислюються похибки для величин, які є результатом непрямих вимірювань. У разі непрямих вимірювань порядок знаходження похибок досліду такий:

а) користуючись робочою формулою для визначення шуканої величини, а також виразом

$$\varepsilon_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\frac{\partial y}{\partial x_i}}{y} \cdot \sigma_{x_i} \right)^2}, \quad (1)$$

одержують формулу для підрахунку відносної похибки досліду;

б) підставляючи у робочу формулу середні значення вимірюваних величин, знаходимо середнє значення шуканої величини  $\langle y \rangle$ ;

в) визначаємо абсолютну похибку шуканої величини:

$$\sigma_y = \varepsilon_y \cdot \langle y \rangle; \quad (2)$$

г) кінцевий результат виміру подаємо у вигляді

$$y = \langle y \rangle \pm \sigma_y. \quad (3)$$

Як приклад розглянемо підрахунок похибок у лабораторній роботі 1.1. Робоча формула для визначення моменту інерції системи має такий вигляд:

$$J = \frac{mg\tau^2 r^2}{2h}. \quad (4)$$

У досліді вимірюють такі величини:  $h$  – висота, на яку опускається тягарець;  $\tau$  – час, за який це відбувається;  $r$  – радіус циліндра, на який намотано нитку. Отже, ми можемо вважати, що шукана величина  $J$  є функцією трьох змінних:  $J = J(r, \tau, h)$ . Знаходимо частинну похідну  $\partial J / \partial r$  (при цьому всі інші величини, що входять у робочу формулу (4), вважають сталими):

$$\frac{\partial J}{\partial r} = \frac{mg\tau^2}{2h} \cdot 2r.$$

Знаходимо відношення цієї похідної до самої функції:

$$\frac{\frac{\partial J}{\partial r}}{J} = \frac{2}{r}.$$

Помножуємо одержану величину на стандартну похибку величини  $r$  та підносимо одержаний результат до квадрата:

$$\left(\frac{2}{r} \cdot \sigma_r\right)^2 = 4\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2.$$

Це і буде перший доданок суми у формулі (1). Величини у дужках – відносна похибка вимірювання радіуса циліндра.

Аналогічно знаходимо другий доданок суми для часу  $\tau$ :

$$\left(\frac{2}{\tau} \cdot \sigma_\tau\right)^2 = 4\left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2.$$

Для визначення третього доданка для висоти  $h$  знаходимо похідну:

$$\frac{\partial J}{\partial h} = \frac{mg\tau^2 r^2}{2} \cdot \left(-\frac{1}{h^2}\right).$$

Знаходимо відношення цієї похідної до самої функції:

$$\frac{\frac{\partial J}{\partial h}}{J} = -\frac{1}{h}.$$

Помножуємо одержану величину на стандартну похибку вимірювання висоти ( $\sigma_h$ ) та підносимо до квадрата:

$$\left(-\frac{1}{h} \cdot \sigma_h\right)^2 = \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2.$$

У результаті таких дій одержуємо формулу для визначення відносної похибки дослідів:

$$\varepsilon_y = \sqrt{4\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2}.$$

Аналізуючи вираз, що знаходиться під радикалом, можна дійти висновку про внесок кожного вимірювання у загальну похибку дослідів.

Декілька зауважень щодо визначення похибок досліду:

- визначення похибок слід починати тоді, коли робота завершена, тобто виконано всі потрібні виміри, вони оброблені аналітично та графічно, знайдено середнє значення шуканої величини і немає жодних підстав вважати одержаний результат помилковим;
- якщо дослід проводиться декілька разів, то для визначення похибок обирають той дослід, у якому абсолютні похибки для вимірюваних величин найбільші;
- визначаючи відносну похибку, слід її не занижувати, а навпаки, завищувати, виходячи з тих міркувань, що коли нас задовольнятиме знайдена таким шляхом похибка, то тим більше нас задовольнятиме реальна похибка, яка буде меншою від неї. Звичайно для лабораторних вимірювань відносна похибка досліду не повинна перевищувати 10%.

## 6. Графіки

Побудова графічної залежності між вимірюваними величинами або між вимірюваними і шуканими величинами є важливою частиною звіту. З одного боку, графіки наочно відображають залежність між фізичними величинами. З другого – вигляд графічної залежності у багатьох випадках дає змогу дійти висновку щодо якості проведеного експерименту.

Перед тим як побудувати графік, слід визначити, яку величину ми будемо відкладати на осі абсцис і яку – на осі ординат. Зазвичай на осі абсцис відкладають незалежну змінну (час, температуру, відстань, напругу і т. п.), а на осі ординат – величину, яка є функцією незалежної змінної (опір провідника, силу струму, момент інерції тощо).

На другому етапі побудови графіка треба оцінити інтервал, в якому знаходяться значення цих величин. Є ряд загальних правил, яких потрібно дотримуватися в побудові графіка:

- масштаби для величин, що відкладають на різних осях, незалежні;
- кожна вісь може починатися з нуля або з будь-якого цілого значення;
- бажано, щоб результати вимірів на графіку були показані з тією самою точністю, з якою їх виміряно дослідно;
- графік не повинен мати вигляд ламаної лінії (рис. 1.5, а), бо це означало б, що в разі зміни однієї величини інша змінюється стрибкоподібно. Більш імовірно, що залежність має бути подібна до тієї, яка показана на рис. 1.5, б;

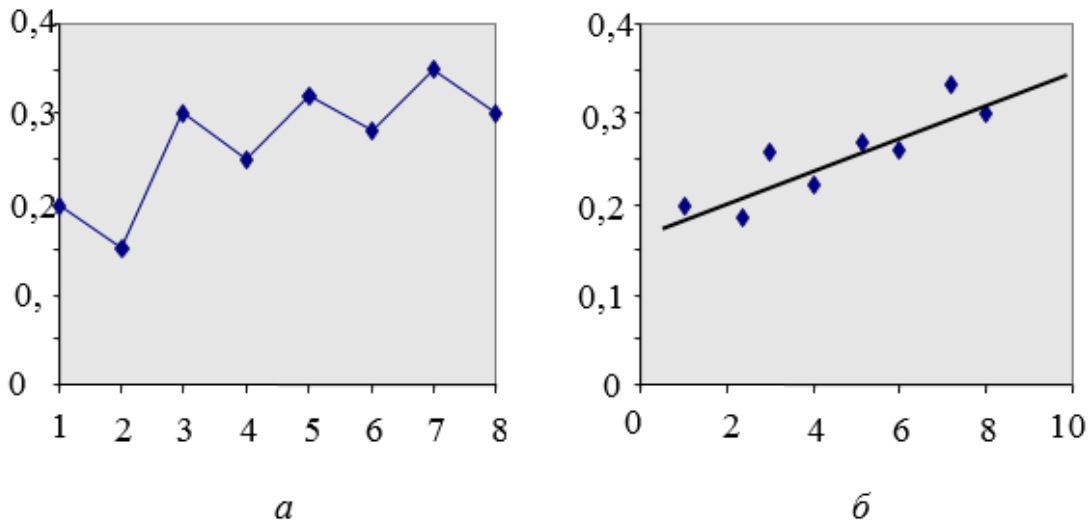


Рис. 1.5

• масштаб на осях треба обирати так, щоб залежність була чіткою (рис. 1.6, б). За невдалого вибору масштабів наочність втрачається (рис. 1.6, а);

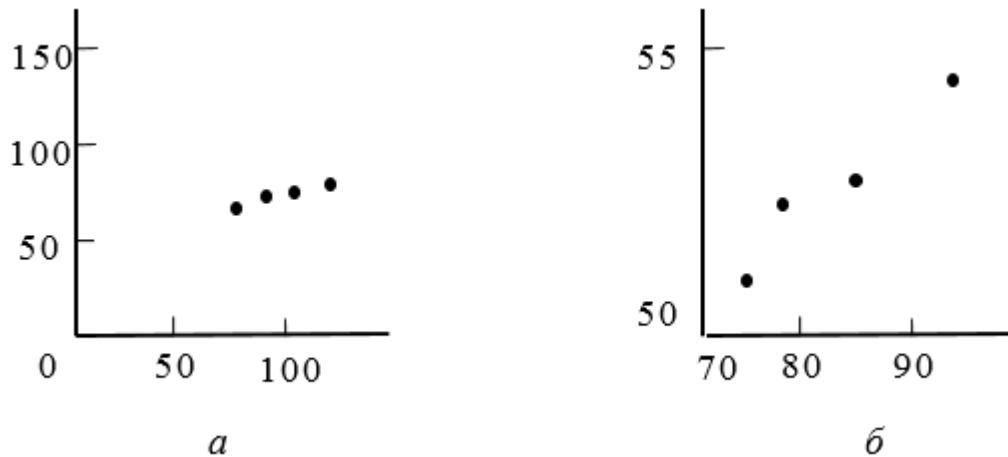


Рис. 1.6

• символ величини, множник, що визначає порядок числа, та одиницю виміру записують в кінці координатної осі на вільному від експериментальних точок місці.

У багатьох випадках доводиться зображати залежність, яка має вигляд степеневі або експоненціальної функції:  $y = a + bx^2$ ;  $y = a \cdot \exp[bx]$ . У першому випадку зручно зображати залежність  $y = f(x^2)$ , бо тоді графік матиме вигляд прямої лінії. У другому випадку зручно зображати залежність

$\ln y = f(x)$ . Якщо у таких координатах ми одержимо пряму лінію, то це буде непрямым доказом справедливості експоненціальної залежності “у” від “х”.

Похибку в експериментальному значенні можна показувати на графіку так, як зображено на рис. 1.7. Довжина горизонтальної риски задає інтервал можливих значень для цього виміру незалежної змінної, а вертикальна – відповідний інтервал для функції. Якщо біля експериментальної точки ми побудуємо прямокутник зі сторонами  $2\sigma_x$  та  $2\sigma_y$  (рис. 1.8), то кожна точка площі цього прямокутника буде задавати значення, яке з однаковою ймовірністю належить цій залежності.

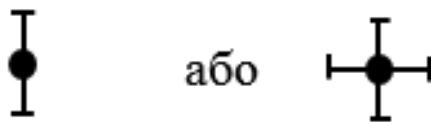


Рис. 1.7

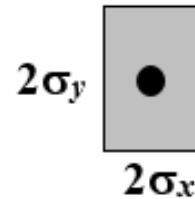


Рис. 1.8

Наведемо приклади обробки однакових експериментальних точок, але для різних значень абсолютної похибки вимірювань. На рис. 1.9, *а* абсолютна похибка досить велика, тому правомірним є проведення прямої лінії. У випадку, коли абсолютна похибка мала (рис. 1.9, *б*), маємо провести плавну криву лінію. Основною вимогою до цих ліній є те, що вони мусять перетинати всі прямокутники, побудовані навколо експериментальних точок.

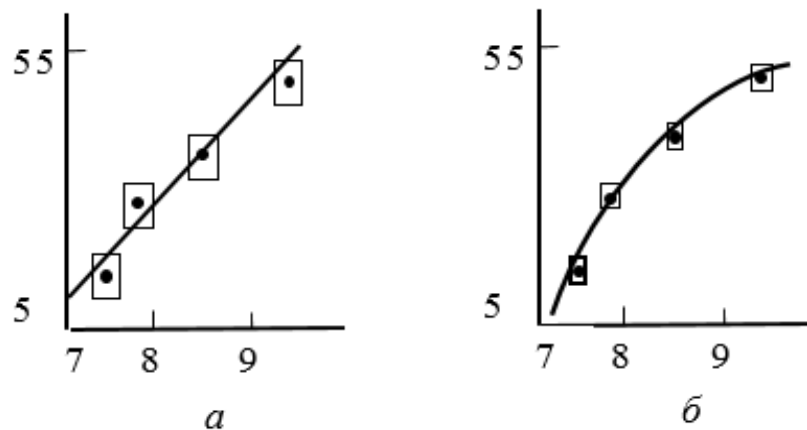


Рис. 1.9

## 7. Висновки

Під час виконання лабораторної роботи студент повинен навчитися не тільки виконувати вимірювання й обчислення шуканих величин за робочими формулами, а й осмислювати одержані результати.

Висновки не повинні бути простим констатуванням факту: «Я вивчив такі-от питання», «Я виміряв таку величину» і т. п. Висновки мають підкреслювати певну фізичну закономірність і ґрунтуватися на результатах, здобутих під час виконання роботи. Отже, висновки можна писати тільки тоді, коли виконано певне дослідження.

*Приклад 1.* В роботі необхідно визначити коефіцієнт в'язкості рідини. Студент одержує певний результат для деякої рідини, наприклад, для гліцерину. Зрозуміло, що після закінчення роботи висновків зробити неможливо.

*Приклад 2.* В роботі треба дослідити залежність коефіцієнта в'язкості рідини від температури. Виконавши низку вимірювань коефіцієнта в'язкості рідини, студент осмислює одержані результати і в стислій формі формулює виявлену залежність.

При цьому треба бути дуже обережними. Покажемо це на прикладі. Деяка фізична залежність описується синусоїдою (рис. 1.10).

Якщо ми досліджуємо цю залежність в інтервалі  $(0 \dots a)$ , то можемо дійти висновку, що шукана величина “ $y$ ” у міру збільшення “ $x$ ” монотонно зростає. Досліджуючи цю залежність в інтервалі  $(a \dots b)$ , ми повинні

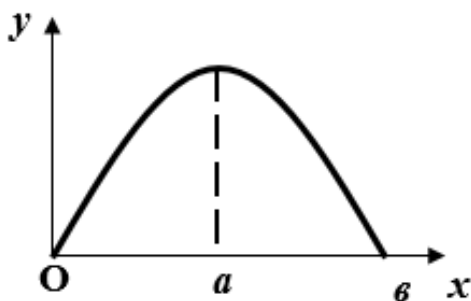


Рис. 1.10

відмітити монотонне зменшення шуканої величини “ $y$ ” із зростанням величини “ $x$ ”.

Отже, якщо ми хочемо сформулювати характер деякої фізичної залежності  $y = f(x)$ , треба максимально конкретизувати величину “ $y$ ” і обов'язково вказувати інтервал, в якому змінювалася величина “ $x$ ”.

## 1.3. Правила наближених обчислень

**Наближені обчислення.** Виконуючи обчислення, слід пам'ятати про ту точність, якої потрібно або можна досягти. Вкрай неприпустимо вести обчислення з великою точністю, коли дані задачі не дають змогу або не потребують цього.

Числові значення величин, які ми одержуємо в результаті лабораторного експерименту, є наближеними. Навіть значення констант, які ми беремо з таблиць, також є наближеними. Так, для прискорення вільного падіння ми беремо  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ , для відношення довжини кола до діаметра  $\pi = 3,14$ , для маси електрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ . Для більш точних обчислень беруть точніші значення:  $g = 9,80665 \text{ м/с}^2$ ;  $\pi = 3,1416$ ;  $m = 9,106 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ .

Але й ці значення величин є наближеними або внаслідок недостатньої точності вимірювання, або тому, що вони одержані шляхом округлення більш точних значень.

Дуже часто люди, що не мають певного досвіду обчислень, намагаються одержати результат з такою точністю, яка не виправдовується точністю величин, з якими вони виконують обчислення. Це призводить лише до даремних витрат зусиль та часу.

Користування мікрокалькулятором або ПК, коли результат на табло містить від 8 до 16 цифр, створює ілюзію великої точності обчислень, але це не так.

**Похибки.** Різниця між точним числом  $x$  та його наближеним значенням  $x_a$  має назву похибки цього наближеного числа.

Абсолютна похибка	$\Delta_a =  x - x_a $
Відносна похибка	$\delta_a = \frac{\Delta_a}{a}$

**Значущі цифри.** Наближене число звичайно характеризують кількістю значущих цифр. До значущих цифр належать всі цифри, крім нулів, з лівого боку. Наприклад, числа 253; 702; 0,00375 мають по три значущі цифри.

Кажуть, що число  $a$  має всі знаки правильні, якщо похибка не перевищує половини одиниці розряду останньої цифри наближеного числа. Наближені числа слід записувати так, щоб зберігалися лише правильні знаки.

Якщо число  $a$  має  $n$  правильних значущих цифр, то його відносна похибка може бути знайдена за формулою:

$$\delta_a \leq \frac{1}{Z \cdot 10^{n-1}},$$

де  $Z$  – перша значуща цифра числа  $a$ .

**Округлення.** Округлюючи число, залишають лише правильні знаки, зайві знаки відкидають. Якщо відкидають цифру, більшу від 5, то попередня цифра збільшується на одиницю. У випадку, коли відкидають цифру «5», округлення виконують так: якщо попередня цифра парна, вона залишається сама собою, якщо непарна – збільшується на одиницю.

Приклади: округлення до трьох значущих цифр:

$$4,5237 \approx 4,52;$$

$$2,3152 \approx 2,32;$$

$$3,2453 \approx 3,25.$$

**Дії над наближеними числами.** Результатом дій над наближеним числом є також наближене число. Похибка результату може виражатись через вихідні дані за допомогою таких теорем:

1) гранична абсолютна похибка алгебричної суми дорівнює сумі граничних абсолютних похибок доданків;

2) відносна похибка суми обмежена найменшою та найбільшою відносною похибкою доданків;

3) відносна похибка добутку та частки дорівнює сумі відносних похибок множників або, відповідно, діленого та дільника;

4) відносна похибка  $n$ -го степеня наближеного числа в  $n$  разів більша за відносну похибку основи (як для цілих, так і для дробових  $n$ ).

Користуючись цими теоремами, можна визначити похибку результату будь-якої комбінації арифметичних дій над наближеними числами.

**Обчислення без точного урахування похибок.** У масових обчисленнях, коли нехтують похибку кожного окремого результату, користуються правилами підрахунку цифр. Додержуючись цих правил, можна вважати, що в середньому одержані результати обчислень матимуть всі знаки правильними.

### Правила підрахунку цифр

• Додаючи та віднімаючи наближені числа, кінцевий результат округлюють так, щоб у ньому не було значущих цифр у тих розрядах, яких немає хоча б в одному з доданків.

Наприклад, додаючи числа:

$$\begin{array}{r} 4,462 \\ 3,38 \\ + 1,17273 \\ \hline 1,0262 \\ 10,04093 \end{array}$$

слід округлити результат 10,04093 до трьох значущих цифр, тобто вважати його рівним 10,04.

• У множенні слід округлювати множники так, щоб кожний множник містив стільки значущих цифр, скільки їх є у множнику з найменшою кількістю значущих цифр. Такого самого правила слід дотримуватися і в разі ділення.

Наприклад, замість виразу  $3,723 \cdot 2,4 \cdot 5,1846$  слід обчислювати вираз  $3,7 \cdot 2,4 \cdot 5,2$ .

У кінцевому результаті треба залишати таку саму кількість значущих цифр, яка була у множниках після їхнього округлення. В проміжних результатах слід залишати на одну значущу цифру більше.

$$3,7 \cdot 2,4 \cdot 5,2 = 8,88 \cdot 5,2 = 46,176 \approx 46,2.$$

• У разі піднесення до квадрата чи куба слід у степені брати стільки значущих цифр, скільки їх має основа.

$$\text{Наприклад, } 1,32^2 \approx 1,74.$$

• Добуваючи квадратний чи кубічний корінь, в результаті слід брати стільки значущих цифр, скільки їх має число, що стоїть під коренем.

$$\text{Наприклад, } \sqrt{1,17 \cdot 10^{-8}} \approx 1,08 \cdot 10^{-4}.$$

• Обчислюючи складні вирази, слід дотримуватися викладених правил відповідно до виду виконуваних дій.

Приклад. Виконати обчислення:

$$\frac{(3,2 + 17,062) \cdot \sqrt{3,7}}{5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3}.$$

Множник 5,1 має найменшу кількість значущих цифр – дві. Тому результати всіх проміжних дій треба округлювати до трьох значущих цифр.

$$\frac{(3,2 + 17,062) \cdot \sqrt{3,7}}{5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3} \approx \frac{20,3 \cdot 1,92}{10,3 \cdot 10^3} \approx 3,79 \cdot 10^{-3}.$$

Після округлення результату до двох значущих цифр одержуємо  $3,8 \cdot 10^{-3}$ .

### Формули для наближених обчислень

- Якщо  $a \ll 1$ , то в першому наближенні можна брати:

$$1. \frac{1}{1 \pm a} = 1 \pm a;$$

$$6. \sqrt{1 - a^2} = 1 - \frac{1}{2}a^2;$$

$$2. (1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a;$$

$$7. \frac{1}{1 - a^2} = 1 + a^2;$$

$$3. (1 \pm a)^3 = 1 \pm 3a;$$

$$8. e^a = 1 + a;$$

$$4. \sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a;$$

$$9. \ln(1 + a) = a;$$

$$5. \sqrt[3]{1 \pm a} = 1 \mp \frac{1}{3}a;$$

$$10. \ln \frac{1+a}{1-a} = 2a.$$

- Якщо  $a$  та  $b$  мало відрізняються одне від одного, то в першому наближенні можна вважати:

$$\sqrt{a \cdot b} = \frac{1}{2}(a + b).$$

- Якщо кут  $\alpha < 5^\circ$  і виражений у радіанах, то в першому наближенні можна вважати:  $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ ;  $\cos \alpha = 1$ .

## 1.4. Обчислення похибок фізичних вимірювань

Вимірювання фізичних величин (прямі та непрямі) мають закінчуватись не тільки встановленням їхнього числового значення, а й оцінкою похибок вимірювань. Похибка (помилка) вимірювання – кількісна міра його якості. Похибки вимірювань поділяють на систематичні та випадкові.

Систематичні похибки пояснюються недосконалістю вимірювальних приладів, їхньою несправністю або неправильним користуванням ними. Систематичні похибки можна виявити й унеможливити або звести до мінімуму.

Випадкові похибки зумовлюються неконтрольованими обставинами. Вони виникають внаслідок недосконалості наших органів чуття, впливу навколишнього середовища та з інших причин. Виключити ці похибки неможливо, тому після будь-якого вимірювання отримані наближені значення дещо відрізняються від дійсного значення вимірюваної величини. Випадкові похибки підпорядковуються статистичним закономірностям і описуються теорією ймовірностей.

Для оцінки похибки вимірювань і знаходження дійсного значення величини процедуру вимірювання повторюють  $n$  разів. Середньо-арифметичне значення  $\langle x \rangle$  ближче до дійсного значення  $x$ , ніж результат окремого вимірювання:

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (5)$$

Абсолютна похибка окремого вимірювання:

$$\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle. \quad (6)$$

Відносна похибка:

$$\varepsilon = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle},$$

або у відсотках

$$\varepsilon = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle} \cdot 100\%. \quad (7)$$

Характеристикою точності виміру є середньоквадратична похибка  $S_n$ , яку для середньоарифметичного  $\langle x \rangle$  визначають так:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n(n-1)}}. \quad (8)$$

Стандартною похибкою називають  $\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ . Якщо  $n$  великі, то

$\sigma \approx S_n$ . Для такого значення похибки вказують коефіцієнт надійності. Коефіцієнт надійності  $\alpha$  (довірча ймовірність) – це ймовірність того, що справжня похибка за абсолютною величиною менша або дорівнює  $\Delta x$ . Інтервал значень  $(\langle x \rangle \pm \Delta x)$  називають довірчим інтервалом вимірюваної величини.

У теорії ймовірностей доводять, що для середньоквадратичної (стандартної) похибки  $\alpha = 0,68$ . Це означає, що із 100 вимірів 68 матимуть похибки в інтервалі  $(\langle x \rangle \pm \Delta x)$ .

Для того щоб збільшити надійність, треба вибрати більший довірчий інтервал. Беручи до уваги той факт, що на практиці кількість вимірювань не перевищує  $n = 3 \dots 5$ , результат обчислень за формулою (8) буде значно відрізнятись від стандартної похибки. За допомогою множників  $t_{\alpha,n}$  (коефіцієнти Стюдента), наведених у табл. 1.1, можна обчислити стандартну похибку  $S$ , відповідну даному коефіцієнту надійності, а для відомого числа вимірів  $n$ :

$$\sigma_{\bar{x}} = t_{\alpha,n} S_n. \quad (9)$$

Наприклад, для  $n = 3$  та  $\alpha = 0,68$  коефіцієнт Стюдента становить  $t_{\alpha,n} = 1,26$ .

**Значення коефіцієнтів Стюдента для довірчих  
ймовірностей  $\alpha$  для  $n$  вимірів**

$\alpha$	$n$							
	2	3	4	5	7	10	20	40
	$t_{\alpha,n}$							
0,68	1,9	1,26	1,20	1,14	1,08	1,05	1,03	1,01
0,95	12,7	4,30	3,13	2,78	2,45	2,26	2,09	2,02

Під час прямих вимірювань величин крім випадкових похибок трапляються і систематичні, що виникають внаслідок обмеженої точності вимірювальних приладів. Систематичні похибки не можна відкидати, їх враховують разом з випадковими похибками.

Вважають, що середньоквадратична (стандартна) похибка дорівнює 1/3 мінімальної поділки вимірювального приладу. Наприклад, під час вимірювання проміжку часу за допомогою секундоміра з ціною поділки 0,1 с:

$$\Delta\tau = \sigma_{\tau} = \frac{0,1}{3} = 0,03\text{с.}$$

Розглянемо послідовність підрахунку похибок для непрямих вимірювань величини  $y$ . Нехай  $y = f(x_1, x_2 \dots x_n)$ . Середньоквадратична похибка виміру величини  $y$ :

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_j} \right)^2 \sigma_{x_j}^2}. \quad (10)$$

Отже, для обчислення стандартної помилки величини  $y$  треба знайти частинні похідні, розглядаючи робочу формулу як функціональну залежність  $y$  від безпосередньо вимірюваних величин  $x_j$ .

У більшості випадків можна уникнути обчислення частинних похідних, якщо скористатися готовими формулами для підрахунку  $S_y$  за непрямих вимірювань деяких типів закономірностей (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

**Формули для обчислення стандартної похибки**

Тип залежності	Стандартна похибка
$\left. \begin{array}{l} y = x_1 + x_2 \\ y = x_1 - x_2 \end{array} \right\}$	$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}$
$\left. \begin{array}{l} y = x_1 x_2 \\ y = \frac{x_1}{x_2} \end{array} \right\}$	$\varepsilon = \frac{\sigma_y}{y} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_1}}{\langle x_1 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{\langle x_2 \rangle}\right)^2}$
$y = x^n$	$\varepsilon = \frac{\sigma_y}{y} = n \frac{\sigma_x}{\langle x \rangle}$
$y = e^x$	$\varepsilon = \frac{\sigma_y}{y} = \sigma_x$
$y = \ln x$	$\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\langle x \rangle}$

## Усталені позначення та найважливіші формули

$\langle x \rangle$ – середньоарифметичне	$\langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
$\Delta x_i$ – абсолютна похибка	$\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle$
$\langle \Delta x \rangle$ – середня абсолютна похибка	$\langle \Delta x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{n}$
$\varepsilon$ – відносна похибка	$\varepsilon = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle}$
$S_n$ – середньоквадратична похибка середнього арифметичного	$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n(n-1)}}$
$\sigma$ – стандартна похибка	$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$
стандартна похибка за незначної кількості вимірювань ( $\alpha$ – довірна ймовірність (коефіцієнт надійності), $t_{\alpha,n}$ – коефіцієнт Стюдента)	$\sigma_{\bar{x}} = t_{\alpha,n} S_n = t_{\alpha,n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n(n-1)}}$
стандартна похибка за непрямих вимірювань	$\sigma_y = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_j} \right)^2} \sigma_{x_j}^2$

Можна запропонувати таку послідовність визначення похибок для непрямих вимірювань:

- 1) взяти робочу формулу для підрахунку шуканої величини  $y$ ;
- 2) одержати формулу для підрахунку стандартної похибки  $S_y$  відповідно до формули (10) або скористатись табл. 2;

3) виконати прямі вимірювання усіх величин, що входять до робочої формули, не менш як  $N$  разів. Виняток становлять величини, які неможливо виміряти більш як один раз (наприклад, вимірювання тривалості якогось процесу);

4) обчислити середнє значення виміряних величин  $\langle x \rangle$ , а також середнє відхилення  $\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle$ ;

5) обчислити середньоквадратичні похибки прямих вимірів за формулою (8);

6) звести знайдену похибку до стандартної. Для цього за табл. 1 знайти коефіцієнт Стюдента, відповідний кількості вимірювань та довірчій імовірності  $\alpha = 0,68$ . Стандартна похибка  $\sigma_{\bar{x}} = t_{\alpha,n} S_n$ . Якщо похибка приладу виявиться більшою за  $S_n$ , то вважають, що стандартна похибка дорівнює  $1/3$  похибки приладу;

7) обчислити відносну стандартну похибку непрямого вимірювання:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_y}{\langle y \rangle},$$

використавши для цього середні значення виміряних величин  $\langle y \rangle$  та їхні стандартні похибки  $\sigma_y$ ;

8) обчислюючи відносну похибку  $\varepsilon$ , додають квадрати відносних похибок прямих вимірів. Після піднесення до квадрата деякі похибки, може статись, будуть дуже малими порівняно з іншими. Завжди можна відкинути похибку, меншу від  $1/3$  найбільшої похибки у сумі (тобто меншу за 10% в разі порівняння їхніх квадратів). Якщо таких похибок декілька, їх відкидати не можна, бо в сумі вони можуть сягнути величини того самого порядку, що й найбільша похибка;

9) визначити кількість значущих цифр, які треба залишити, записуючи кінцевий результат. Похибку обчислюють з точністю до 10%;

10) обчислити середнє значення вимірюваної величини  $\langle y \rangle$ , підставляючи в робочу формулу середні значення результатів прямих вимірів  $\langle x \rangle$ ;

11) обчислити абсолютну похибку величини  $\langle y \rangle$ :  $S_y = \langle y \rangle \cdot \varepsilon$ ;

12) записати кінцевий результат у вигляді  $y = \langle y \rangle \pm S_{\langle y \rangle}$  за  $\alpha = 0,68$  або  $y = \langle y \rangle \pm 2S_{\langle y \rangle}$ , якщо  $\alpha = 0,95$ .

## 1.5. Метод найменших квадратів

Метод найменших квадратів (МНК) використовують як у навчальному процесі, так і в інженерній практиці для обробки результатів за допомогою комп'ютера. Найчастіше студенти не обізнані з основами методу. Тому тут стисло подано математичну суть МНК, яка полягає в мінімізації суми квадратів відхилень  $S$  експериментальних точок  $(\xi_i, \eta_i)$  від теоретичних даних:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [\eta_i - \varphi(\xi_i)]^2 = \min. \quad (11)$$

Подавши функцію  $\eta = \varphi(\xi)$  у вигляді степеневого ряду

$$\eta = \varphi(\xi) = \sum_{k=0}^m a_k \xi^k,$$

на основі виразу (11) одержуємо:

$$S = \sum_{i=1}^n \left[ \left( \sum_{k=0}^m a_k \xi_i^k \right) - \eta_i \right]^2.$$

Завдання полягає у відшуванні таких значень  $a_k$ , за яких величина  $S$  є мінімальною. Умовою мінімуму є рівність нулю часткових похідних від  $S$  за всіх  $a_k$ :

$$\frac{\partial S}{\partial a_k} = 0, \quad (12)$$

де  $k = 0, 1, \dots, m$ . При цьому вираз (12) є системою  $m + 1$  рівнянь для визначення  $a_k$ :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^m a_k \xi_i^{k+\ell} = \sum_{i=1}^n \xi_i^\ell \eta_i, \quad (13)$$

де  $\ell = 0, 1, \dots, m; k = 0, 1, \dots, m$ .

Найпростішим є випадок, коли  $\varphi(\xi)$  – лінійна функція. До нього зводиться більшість задач лабораторного практикуму, оскільки майже завжди можна вказати такі перетворення величин  $\xi_i$  і  $\eta_i$ , коли залежність між новими масивами змінних  $x_i = L_x \xi_i, y_i = L_y \eta_i$  стає лінійною:

$$y = ax + b. \quad (14)$$

Система рівнянь (13) для залежності (14) має простий вигляд:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \end{cases} \quad (15)$$

Розв'язуючи рівняння (15), знаходимо:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad (16)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (17)$$

Додатково, на основі теорії кореляцій, для рівняння лінійної регресії вигляду (14) встановлюють середньоквадратичні помилки  $\sigma_a$  і  $\sigma_b$  визначення коефіцієнтів  $a$  і  $b$ :

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{(1-\rho) \left[ n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}{(n-2) \left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]}}, \quad (18)$$

$$\sigma_b = \sigma_a \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}, \quad (19)$$

а також коефіцієнт лінійного кореляційного зв'язку величин  $[x_i]$  і  $[y_i]$ :

$$\rho = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[ n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right] \left[ n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]}}. \quad (20)$$

За значення  $\rho = 1$  є функціональний зв'язок між  $x_i$  і  $y_i$ . Експериментальні дані при цьому точно вкладаються на пряму вигляду (14). Розкид величин  $x_i$  і  $y_i$ , зумовлений помилками експерименту, знижує коефіцієнт кореляції. Якщо  $\rho = 0$ , то величини  $x_i$  і  $y_i$  повністю незалежні одна від одної.

У деяких випадках залежність  $\eta = \varphi(\xi)$  не зводиться до лінійної жодними перетвореннями змінних. Проте якщо вона може бути апроксимована степеневим рядом, то застосування МНК за описаною вище

методикою хоч і ускладнюється, але все ж залишається принципово можливим. Так, у разі квадратичної залежності

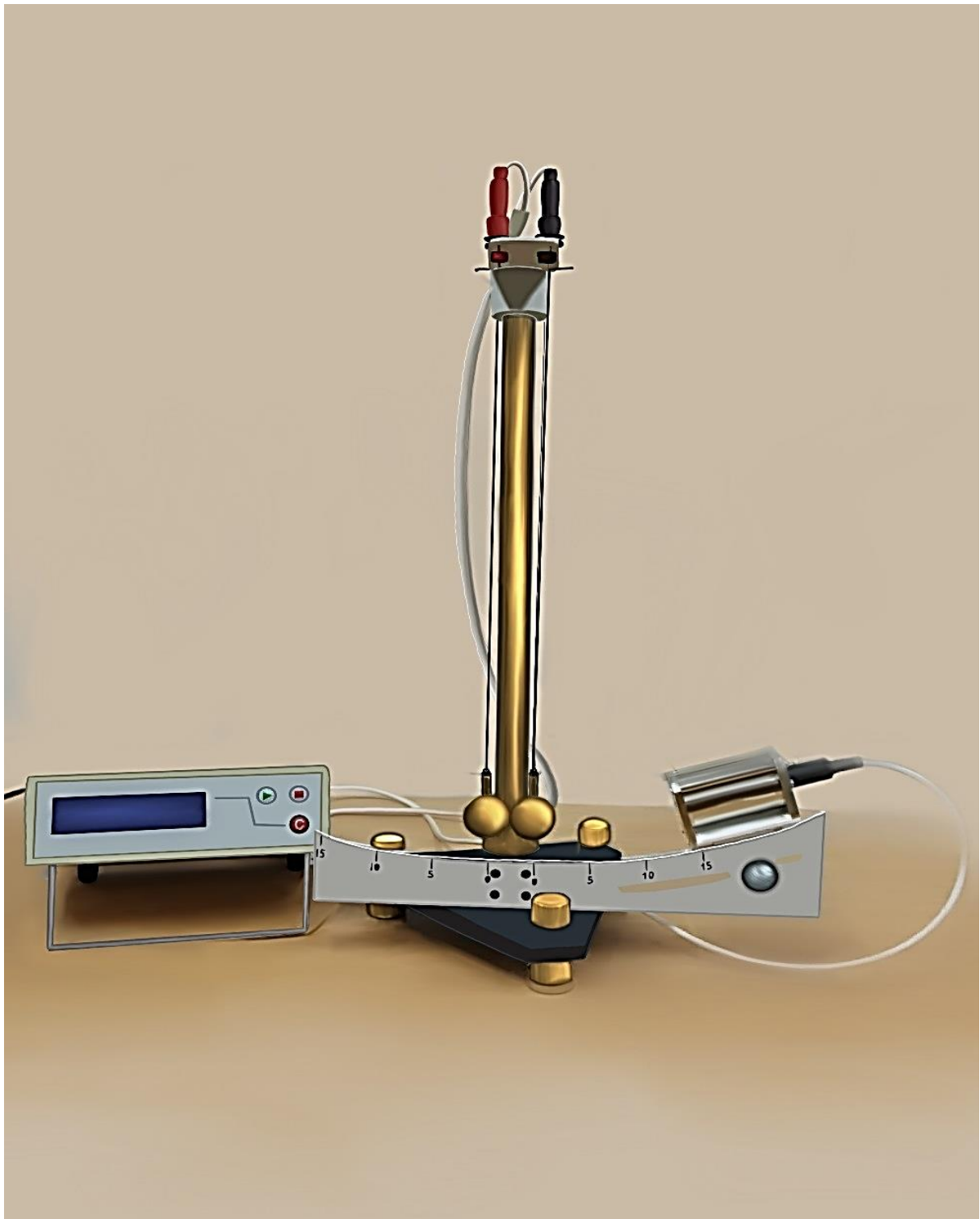
$$\eta(\xi) = a\xi^2 + b\xi + c \quad (21)$$

система рівнянь (13) відносно  $a, b, c$  набирає вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} a \sum_{i=1}^n \xi_i^2 + b \sum_{i=1}^n \xi_i + cn = \sum_{i=1}^n \eta_i, \\ a \sum_{i=1}^n \xi_i^3 + b \sum_{i=1}^n \xi_i^2 + c \sum_{i=1}^n \xi_i = \sum_{i=1}^n \xi_i \eta_i, \\ a \sum_{i=1}^n \xi_i^4 + b \sum_{i=1}^n \xi_i^3 + c \sum_{i=1}^n \xi_i^2 = \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \eta_i. \end{array} \right. \quad (22)$$

Для розв'язання систем (15) і (22) застосовують універсальні програми. Наприклад, МНК використовують для обробки результатів експерименту в Excel, на основі цього викладачами кафедри фізики КНУБА підготовлено окремий посібник [2]. Порадившись з викладачем з приводу конкретної лабораторної роботи, студент може отримати дозвіл на використання зазначеного посібника для комп'ютерної обробки результатів експерименту.

## Частина II. ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ. ОНОВЛЕНИЙ ЦИКЛ



***Зі знанням має бути обов'язково пов'язане вміння.  
Сумне явище, коли голова учня наповнена більшою  
чи меншою кількістю знань, але він не навчився їх  
застосовувати, тож про нього доводиться  
сказати, що хоч він дещо знає, але нічого не вміє...***

*А. Дістервег*

## Лабораторна робота 1.1

### **Визначення залежності моменту інерції системи від розподілу її маси відносно осі обертання**

---

#### **МЕТА**

- вивчити закони динаміки поступального та обертального рухів; ознайомитись з теоремою Штейнера
- вивчити зв'язок кінематичних характеристик під час руху тіл по колу
- встановити залежність моменту інерції системи від розподілу її маси відносно осі обертання

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- установка ФМ-14 «Маятник Обербека»
- набірний вантаж
- лінійка

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

В цій лабораторній роботі застосовують непрямий метод визначення моменту інерції системи, що ґрунтується на законі динаміки обертального руху:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{J}, \quad (1.1.1)$$

де  $\beta$  – кутове прискорення системи;  $M$  – момент сили;  $J$  – момент інерції.

Момент інерції є величиною адитивною, а тому повний момент інерції складної системи тіл, що обертаються, визначають як суму моментів інерції окремих тіл, які належать до цієї системи:

$$J = \sum_{i=1}^N J_i = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2.$$

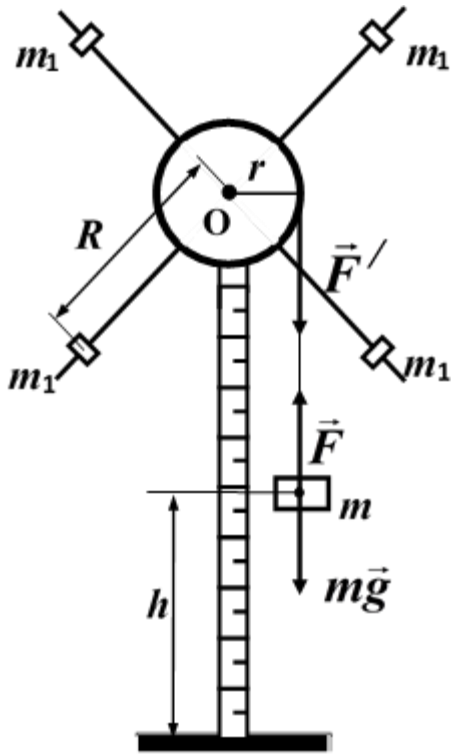


Рис. 1.1.1

Тоді суть методики експерименту зводиться до визначення динамічних та кінематичних характеристик рухомої системи тіл, що обертається, наприклад, такої, яку наведено на рис. 1.1.1 і яка буде використана в лабораторній установці. Цією системою тіл є жорстко зв'язаний з хрестовиною блок радіусом  $r$ , а на спицях хрестовини розміщені чотири тягарці  $m_1$  на однаковій відстані  $R$  від осі обертання. На блок намотується нитка, один кінець якої закріплено на блоці, а до іншого прив'язано вантаж масою  $m$ . Коли описаній системі тіл дати свободу, вантаж  $m$  почне опускатися, а блок з хрестовиною і тягарцями – обертатися навколо нерухомої осі. На вантаж діють

сила тяжіння  $m\vec{g}$  і сила натягу нитки  $\vec{F}$ . Під дією цих сил вантаж рухатиметься зі сталим прискоренням. Обертання блока, якщо знехтувати тертям на осі, викликає момент сили  $F'$ , модуль якої за третім законом Ньютона дорівнює модулю сили  $F$ . Плечем сили  $F'$  буде радіус блока  $r$ , тому момент сили

$$M = F' r. \quad (1.1.2)$$

Для визначення сили  $F' = F$  записують динамічне рівняння поступального руху вантажу  $m$ . Застосуємо до нього другий закон Ньютона, а до хрестовини – закон динаміки обертального руху. Крім того, врахуємо зв'язок кутового прискорення  $\beta$  з лінійним прискоренням  $a$  тіла масою  $m$ . Якщо ці кінематичні характеристики виразити через висоту  $h$  і час опускання вантажу  $\tau$ , то з рівняння (1.1.1), взявши до уваги вираз (1.1.2) та згадані рівняння руху тіл, отримаємо формулу для визначення моменту інерції системи тіл, що обертається:

$$J = m \left( \frac{g\tau^2}{2h} - 1 \right) r^2. \quad (1.1.3)$$

Оскільки величина  $\frac{g\tau^2}{2h} \approx 1$  (у чому можна переконатися безпосередніми підрахунками), то формула (1.1.3) для розрахунку моменту інерції набуває простішого вигляду:

$$J \approx \frac{mg\tau^2 r^2}{2h}. \quad (1.1.4)$$

Момент інерції системи  $J$  складається з моменту інерції блока з хрестовиною  $J_0$  і моментів інерції чотирьох тягарців  $m_1$ , закріплених на хрестовині. Якщо вважати тягарці точковими масами, то в разі їхнього симетричного розміщення відносно осі обертання можна записати:

$$J = J_0 + 4m_1R^2, \quad (1.1.5)$$

де  $R$  – відстань тягарців від осі обертання.

З формули (1.1.5) випливає лінійна залежність між  $J$  та  $R^2$ . Визначивши момент інерції системи для різних значень  $R$ , можна побудувати графік залежності  $J = f(R^2)$ .

#### ОПИС УСТАНОВКИ

Установка ФМ-14 «Маятник Обербека», призначена для вивчення законів обертального руху твердого тіла, дає змогу експериментально перевірити основний закон динаміки обертального руху тіла та визначити момент інерції системи від розподілу її маси відносно осі обертання.

Установка (рис.1.1.2) складається зі штатива  $A$  з маятником та блока  $B$  живлення, управління та реєстрації. Вертикальність штатива забезпечується основою  $6$  з трьома регуляторами горизонту.

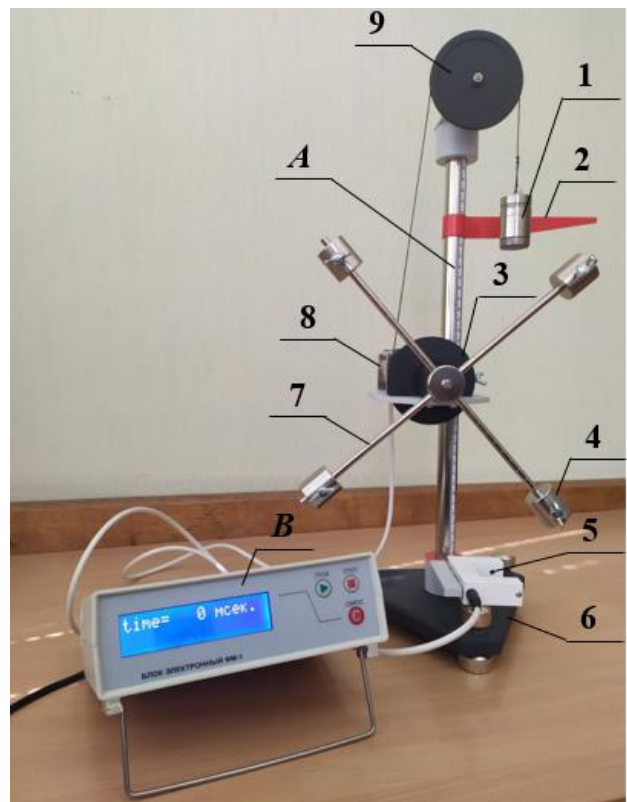


Рис. 1.1.2

На верхньому кронштейні розміщено шків 9, через який перекинута нитку з набірним вантажем 1. Початкове положення набірного вантажу 1 фіксується за допомогою візира 2. На середньому кронштейні розміщено двоступеневий шків 3, до якого кріпиться хрестовина 7. Хрестовина складається з чотирьох металевих стержнів, на яких закріплені тягарці 4, що можуть бути зафіксовані в різних точках стержнів. Електромагнітне гальмо 8 призначене для фіксації рухомої системи та подачі сигналу відліку часу на початку експерименту і гальмування рухомої системи після завершення відліку часу. Фіксація кінця руху набірного вантажу 1 здійснюється за допомогою фотодатчика 5, закріпленого на основі штатива 6.

Діаметри двоступеневого шківів установки ФМ-14 «Маятник Обербека» дорівнюють  $40 \pm 0,5$  мм та  $70 \pm 0,5$  мм, максимальна довжина стержнів хрестовини становить 150 мм. Маса кожного з чотирьох тягарців на хрестовині дорівнює 100 г, а маса основного вантажу (без набірних важків) становить  $50 \pm 0,5$  г. До установки додаються чотири набірних важки масою 10 г,  $2 \times 20$  г та 50 г.

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

**Увага!** Підготовку установки до виконання роботи (пп. 1-4) виконує викладач.

1. Встановіть об'єкт дослідження й електронний блок на лабораторному столі.

2. Встановіть кронштейн з фотодатчиком в нижній частині шкали штатива так, щоб площина кронштейна, пофарбована у червоний колір, збігалася з однією з рисок міліметрової шкали (цю риску вважати нижнім положенням вантажу). Набірний вантаж під час руху вниз **обов'язково** має проходити по центру робочого вікна фотодатчика (для цього треба виконати регулювання основи за допомогою опор, на яких встановлено основу).

3. Перед увімкненням установки в мережу вимикач електронного блока знаходиться в положенні «ВИМК». Під'єднайте електронний блок до мережі.

4. Встановіть за допомогою набірних важків певну масу вантажу  $m$ .

5. Розмістіть тягарці  $m_1$  на осях хрестовини на однаковій відстані  $R$  від осі обертання.

6. Обертаючи маятник, встановіть вантаж у крайньому верхньому положенні так, щоб нижня площина вантажу знаходилася на одному рівні з візиром, який потрібно розмістити на одній із рисок шкали штатива.

7. Зафіксуйте вантаж у цьому положенні, для чого натисніть кнопку «МЕРЕЖА» на задній панелі електронного блока. При цьому повинен спрацювати фрикціон електромагнітного гальма.

8. Натисніть кнопку «ПУСК», яка розміщена на передній панелі електронного блока, після чого відбудеться розгальмування електромагнітного гальма, вантаж буде опускатися і таймер блоку почне відлік часу. У момент перетину вантажем оптичної осі фотодатчика відлік часу припиниться. Запишіть показання таймера, тобто час  $\tau$  руху вантажу, в табл. 1.1.1. Обнулiть таймер, встановіть вантаж у початкове положення та повторіть дослід тричі.

9. Виконайте пп. 5-8 для кількох різних положень тягарців, розміщених на хрестовині, відносно осі обертання. Результати вимірювання запишіть до табл. 1.1.1.

10. За допомогою візира визначте пройдений вантажем шлях  $h$  як відстань від нижньої площини вантажу у верхньому положенні до риски шкали на штативі, що збігається з площиною кронштейна, на якому закріплено фотодатчик (нижнє положення вантажу).

11. Після закінчення роботи встановіть вимикач електронного блока в положення «ВИМК» та від'єднайте установку від електричної мережі.

---

## РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Таблиця 1.1.1

### Задані та виміряні величини

№ пор.	$R$ , м	$\tau$ , с			$r$ , м	$m$ , кг	$h$ , м
		1	2	3			
1							
2							
3							

## Обчислені величини

№ пор.	$\langle \tau \rangle$ , с	$J$ , кг·м <sup>2</sup>	$R^2$ , м <sup>2</sup>	$J_0$ , кг·м <sup>2</sup>
1				
2				
3				

## РОЗРАХУНКИ

1. Розрахуйте середні значення часу  $\langle \tau \rangle$  для кожного дослід.
2. Обчисліть значення моменту інерції  $J$ , підставляючи у формулу (1.1.4)  $\langle \tau \rangle$ .
3. Обчислені величини  $\langle \tau \rangle$  та  $J$  занотуйте в табл. 1.1.2.

## ГРАФІКИ

1. Побудуйте графік залежності  $J$  від  $R^2$  (рис. 1.1.3) і методом екстраполяції визначте  $J_0$ .
2. Обчисліть за формулою (1.1.5) моменти інерції  $J$ , скориставшись знайденим за графіком значенням  $J_0$ , величиною  $m_1$  та вимірними значеннями відстані  $R$ .

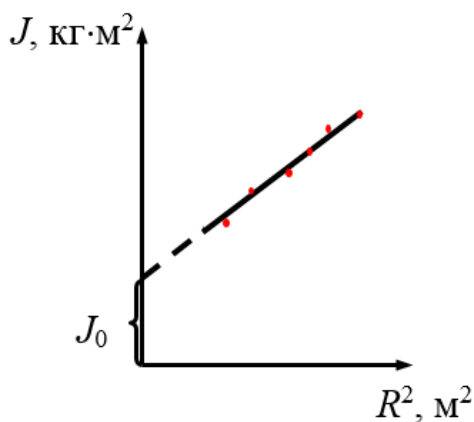


Рис. 1.1.3

3. Одержані за формулою (1.1.5) величини моментів інерції  $J$  позначте на вже побудованому графіку залежності  $J$  від  $R^2$ .

4. Сформулюйте та запишіть загальний висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: закони динаміки поступального та обертального руху; момент сили та момент інерції тіла відносно нерухомої осі; теорема Штейнера; кутова швидкість та кутове прискорення, їхній зв'язок з лінійною швидкістю та лінійним прискоренням.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. Дайте означення механічного руху; поступального й обертального руху.
2. Яке тіло називають абсолютно твердим?
3. Дайте означення таким фізичним величинам: переміщення, шлях, швидкість, прискорення.
4. Дайте означення таким фізичним величинам: кутова швидкість, кутове прискорення. Вкажіть напрям цих векторів.
5. Запишіть формули зв'язку між лінійними та кутовими величинами під час руху по колу.
6. Дайте означення нормального і тангенціального прискорень.
7. Що таке маса, сила, імпульс?
8. Сформулюйте закони Ньютона.
9. Запишіть основний закон динаміки обертального руху.
10. Дайте означення моменту сили відносно нерухомої точки  $O$ . Як визначають напрямок цього моменту сили?
11. Дайте означення моменту сили відносно нерухомої осі  $Oz$ .
12. Що називають моментом інерції точки (тіла або системи точок) відносно осі обертання?
13. Сформулюйте теорему Штейнера.

## Лабораторна робота 1.7

### ***Визначення широти місцевості за допомогою маятника Фуко***

---

#### **МЕТА**

- вивчити фізичні основи роботи маятника Фуко
- визначити за допомогою маятника широту місцевості, де він знаходиться

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- маятник Фуко
- смартфон

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Маятник Фуко являє собою масивний вантаж, підвішений на довгому дроті, що кріпиться до точки підвісу за допомогою карданного шарніра. Сформований таким чином маятник є близьким до моделі математичного маятника та може вільно коливатись в будь-якій вертикальній площині. Через обертання Землі навколо своєї осі площина коливань такого маятника повертається відносно об'єктів на земній поверхні. Це явище вперше (1851 р.) було використане Л. Фуко для демонстрації обертання Землі.

Найпростіше зрозуміти фізичну суть зміщення площини коливань маятника Фуко, якщо розглядати його рух з позиції спостерігача віддаленої від поверхні Землі інерціальної системи відліку (ІСВ). Для ІСВ маятник здійснює коливання тільки завдяки реальним силам – силі тяжіння та силі натягу нитки (силами тертя нехтуємо), які лежать тільки в площині коливань. Тому просторова орієнтація площини коливань маятника для спостерігача віддаленої ІСВ залишається незмінною.

Розглянемо, яким видаватиметься процес коливань з погляду спостерігача віддаленої ІСВ для різних точок поверхні Землі (рис. 1.7.1). Зрозуміло, що в кожній точці Землі площину коливань маятника завжди

можна орієнтувати в площині рисунка. Тоді на полюсі кутова швидкість  $\omega_M$  повороту площини коливань маятника збігатиметься з кутовою швидкістю  $\omega$  обертання Землі навколо власної осі:

$$\omega_M = \frac{d\Omega}{dt} = \omega_0 = \frac{360^\circ}{T} = 15 \frac{\text{градус}}{\text{година}},$$

де  $T$  – період добового обертання Землі в годинах.

Для довільної точки  $B$ , яка знаходиться на широті  $\theta$ , вертикальна складова кутової швидкості обертання Землі  $\omega_B$  є значно меншою, а тому й кутова швидкість маятника буде меншою:

$$\frac{d\Omega(\theta)}{dt} = \omega_B = 15 \sin \theta.$$

Очевидно, що на екваторі (точка  $C$ ) ефект повороту площини коливань зникне зовсім, тому що вертикальна складова кутової швидкості Землі дорівнюватиме нулеві:  $\omega_B = \omega \cdot \sin \theta = 0$ .

Такий розгляд фізичних основ часто називають моделлю ідеального маятника Фуко. В реальних умовах маятник Фуко є коливальним об'єктом, що здійснює рух в неінерціальній системі відліку. Неінерціальність зумовлена тим, що тілом відліку цієї системи є точки поверхні Землі, яка обертається. Динаміка руху тіл в неінерціальних системах значно складніша, пов'язана вона з необхідністю вводити в розгляд фіктивні сили – сили інерції, зокрема сили Кориоліса. Якраз одна із складових сили Кориоліса і забезпечує поворот площини коливань маятника відносно предметів, розміщених на земній поверхні.

В дійсності коливальний рух маятника відбувається не в площині, а по конічних поверхнях, так що поворот площини маятника стає чутливим (хоч і незначною мірою) до амплітуди коливань маятника  $A$ . Тому робочою формулою для використання в цій роботі є така:

$$\Omega(\theta) \cong 15 \left[ 1 - \frac{3}{8} \left( \frac{A}{l} \right)^2 \right] \sin \theta \cdot t, \quad (1.7.1)$$

де  $l$  – довжина маятника.

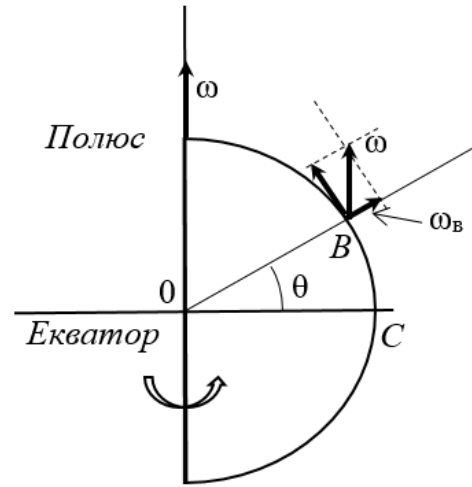


Рис. 1.7.1

Власне, саме для зменшення впливу амплітуди коливань довжину маятника намагаються обрати якомога більшою. Зазначимо, що перша демонстрація маятника Фуко відбувалась у Парижі в Пантеоні за висоти підвісу маятника 67 м. Рекордсменом за весь час був маятник Ісаакієвського собору у Ленінграді – 98 м. Лабораторний маятник, розміщений у читальній залі бібліотеки КНУБА, має точку підвісу на висоті 6 м.

---

## ОПИС УСТАНОВКИ



Рис. 1.7.2

Установка для виконання роботи складається з маятника Фуко, зображеного на рис. 1.7.2, та студентського смартфона, підготовленого до відеозйомки. В нижню частину масивного вантажу **2**, підвішеного на довгому дроті **1**, вмонтовано лазерну вказівку. Відлік кута відхилення здійснюється за вимірювальною шкалою **3**, розміщеною в градусах. Пуск маятника відбувається з пускового стояка **4**.

Робочим журналом до цієї роботи є збережений відеофайл, в назву якого входить індикатор виду «Lab\_1.7». Після детального перегляду відеофайла студенти встановлюють потрібні для оформлення звіту величини кута відхилення площини маятника, а також час, який минув від моменту запуску маятника.

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Підготовка до вимірювань. Лабораторній бригаді студентів слід розміститись в зоні маятника (поблизу цифри **3** на рис. 1.7.2), тримаючи в руках підготовлені до відеозйомки смартфони. Зона відеозйомки – частина циферблата панелі **3** поблизу стрілки. Запис вмикати за сигналом викладача.

2. Запустіть коливання маятника. **Увага!** Цю процедуру завжди виконує викладач, супроводжуючи свої дії відповідними поясненнями. В момент пуску маятника він подає сигнал про початок відеозйомки.

3. Продовжуйте відеозйомку доти, доки відхилення площини маятника не перевищить позначки  $5^\circ$  або поки викладач не дасть такої вказівки. Після цього викладач зупиняє коливання маятника та переводить його у фіксоване положення.

4. Перегляньте уважно отриманий відеофайл та зазначте в табл. 1.7.1 час  $\tau$ , протягом якого фіксувались коливання маятника, та відповідні кути повороту  $\Omega$ . Перший та обов'язковий результат – це значення «0» в чотирьох клітинках заповнюваних таблиць. Інші результати заносяться орієнтовно кожні 5 хв, зупиняючи відеоперегляд на певній секунді (колонка  $\tau$ ) та визначаючи за шкалою кут (колонка  $\Omega$ ) з точністю до однієї десятої градуса. Таблиця матиме від 10 до 15 рядків.

---

## РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Таблиця 1.7.1

### Задані та виміряні величини

№ пор.	$\tau$ , с	$\Omega$ , градус	A, м	l, м
1	0	0		
2				
...				
14				
15				

Таблиця 1.7.2

### Обчислені величини

№ пор.	t, год	$\Omega_{\text{відн}}$	$\langle \sin\theta \rangle$	$\theta_{\text{експ}}$ градус
1	0	0		
2				
...				
14				
15				

---

## РОЗРАХУНКИ

1. Відповідно до залежності (1.7.1) перерахуйте отримані результати для їхнього зручного графічного представлення за формулою:

$$\Omega_{\text{відн}} = \frac{\Omega}{15 \left[ 1 - \frac{3}{8} \left( \frac{A}{l} \right)^2 \right]} \cong \sin \theta \cdot t.$$

2. Час  $\tau$  в секундах переведіть в час  $t$  в годинах, а кутове відхилення  $\Omega$  – у відносні одиниці  $\Omega_{\text{відн}}$ .

3. Результати розрахунків занотуйте в табл. 1.7.2.

4. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

Технічні характеристики лабораторної установки (довжину маятника  $l \sim 6$  м та амплітуду коливань  $A \sim 1,1$  м) уточніть у викладача під час експерименту.

---

## ГРАФІКИ

1. Побудуйте графік  $\Omega_{\text{відн}} = \sin \theta \cdot t$ . На графіку проведіть пряму так, щоб перетнути початок координат та щоб вона проходила якомога ближче до всіх інших точок.

2. З нахилу графіка визначте усереднене значення  $\langle \sin \theta \rangle$ . Отримане число занотуйте в табл. 1.7.2.

3. Визначте широту місця виконання експерименту. Для цього за величиною  $\langle \sin \theta \rangle$ , визначивши арксинус, встановіть величину  $\theta_{\text{експ}}$  та порівняйте її з істинним значенням широти місця. Проаналізуйте можливі причини відхилення результатів.

4. Сформулюйте та запишіть загальний висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: кінематика та динаміка обертального руху, зокрема

особливості динаміки руху в неінерціальних системах відліку; сили інерції; сили Коріоліса та їхній прояв на Землі.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

### **ЗАПИТАННЯ**

1. Сформулюйте перший закон Ньютона.
2. В чому різниця між інерціальною та неінерціальною системами відліку?
3. Що таке сили інерції?
4. Як вводиться сила інерції? Чи задовольняє вона третій закон Ньютона?
5. Що таке сили Коріоліса?
6. Наведіть приклади прояву сил Коріоліса у земних умовах.
7. Поясніть роботу маятника Фуко.

## Лабораторна робота 1.8

### ***Вивчення законів збереження імпульсу***

### ***і механічної енергії за пружного зіткнення тіл***

---

#### **МЕТА**

- вивчити та експериментально перевірити закони збереження в механіці під час зіткнення тіл
- визначити параметри, що характеризують процес зіткнення куль: тривалість та середню силу удару, їхню швидкість до та після зіткнення
- оцінити коефіцієнти відновлення швидкості та енергії

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- установка ФМ-17 «Зіткнення куль»
- лабораторні ваги або терези
- штангенциркуль
- набір куль різної маси

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Під ударом розуміють короткочасну взаємодію двох або більше тіл, що виникає внаслідок їхнього зіткнення. Дотикаючись, тіла обмінюються енергією та імпульсом. Після зіткнення вони рухаються зі швидкостями, які відрізняються за напрямом і величиною від їхніх швидкостей до удару. У разі лобового центрального удару центри мас обох тіл рухаються вздовж однієї лінії. Сили взаємодії, які виникають унаслідок зіткнення тіл, є паралельними напрямку руху. Якщо застосувати до такої системи двох тіл закон збереження імпульсу, то загальний імпульс системи дорівнюватиме геометричній сумі імпульсів обох тіл.

Удар, унаслідок якого механічна енергія не переходить в інші форми енергії, називається абсолютно пружним. Такі ідеальні удари в природі неможливі, оскільки частина енергії завжди витрачається на незворотну деформацію і зростання внутрішньої енергії. Однак для деяких тіл втратами механічної енергії за певних умов можна знехтувати.

У разі відхилення правої кулі на кут  $\alpha_0$  (рис. 1.8.1) змінюється її потенціальна енергія через зміну висоти  $h$  відносно положення рівноваги. Після проходження цієї кулею положення рівноваги, її потенціальна енергія переходить у кінетичну:

$$m_1 gh = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad (1.8.1)$$

де  $m_1$  – маса правої кулі;  $h$  – висота підйому кулі в крайньому правому положенні;  $v_1$  – миттєве значення швидкості правої кулі перед зіткненням із лівою кулею.

Ліва куля масою  $m_2$  перед ударом перебуває в спокої ( $v_2 = 0$ ). Із рис. 1.8.1 видно, що  $l - h = l \cos \alpha_0$ , тоді  $h = l(1 - \cos \alpha_0)$ , або

$$h = 2l \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}. \quad (1.8.2)$$

Підставивши рівняння (1.8.2) у вираз (1.8.1) матимемо:

$$v_1 = 2 \sin \frac{\alpha_0}{2} \sqrt{gl}. \quad (1.8.3)$$

Аналогічно за формулою (1.8.3) визначають швидкості  $v'_1$  і  $v'_2$  правої та лівої куль після удару, замінюючи кут  $\alpha_0$  на  $\alpha'_1$  і  $\alpha'_2$  (кути відхилень правої та лівої куль від положення рівноваги після удару):

$$v'_1 = 2 \sin \frac{\alpha'_1}{2} \sqrt{gl}, \quad (1.8.4)$$

$$v'_2 = 2 \sin \frac{\alpha'_2}{2} \sqrt{gl}. \quad (1.8.5)$$

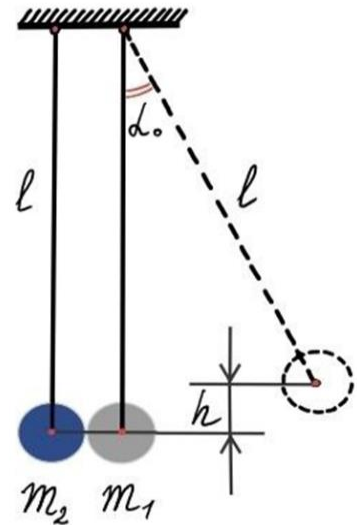


Рис. 1.8.1

Силу взаємодії двох тіл можна визначити з основного рівняння динаміки поступального руху:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{v}) = m\Delta\vec{v}, \quad (1.8.6)$$

де  $F$  – середня сила удару;  $\Delta t$  – тривалість зіткнення тіл;  $\Delta v$  – зміна швидкості тіла внаслідок удару.

Тоді для лівої кулі імпульс сили буде:  $F_2\Delta t = m_2(v'_2 - v_2)$ . Ліва куля масою  $m_2$  перед ударом перебуває в спокої ( $v_2 = 0$ ). Сила, що виникає як результат зіткнення куль:

$$F_2 = \frac{m_2 v'_2}{\Delta t}. \quad (1.8.7)$$

Аналогічно знаходимо силу, що виникає внаслідок зіткнення, для правої кулі, беручи до уваги напрями швидкості правої кулі до та після удару:

$$F_1 = \frac{m_1(v'_1 + v_1)}{\Delta t}. \quad (1.8.8)$$

Реальний пружний удар відрізняється від абсолютного тим, що частина енергії через зіткнення втрачається. Спостереження показують, що відносна швидкість тіл після удару не досягає свого попереднього значення. Це пояснюється тим, що немає абсолютно пружних тіл та ідеально гладких поверхонь. Відношення нормальних складових відносних швидкостей тіл після і до удару називається коефіцієнтом відновлення швидкості  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{|v'_2 - v'_1|}{|v_2 - v_1|}. \quad (1.8.9)$$

Якщо для тіл, що співударяються,  $\varepsilon = 0$ , то такі тіла називаються абсолютно непружними, якщо  $\varepsilon = 1$  – абсолютно пружними.

Коефіцієнт відновлення енергії розраховують за формулою

$$\beta = \frac{m_1 \sin^2 \frac{\alpha'_1}{2} + m_2 \sin^2 \frac{\alpha'_2}{2}}{m_1 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}. \quad (1.8.10)$$

## ОПИС УСТАНОВКИ

Експериментальна установка (рис. 1.8.2) складається з штатива *A* та електронного блока управління та реєстрації *B*. Вертикальний стояк штатива *A* має вимірювальну лінійку та нижній *4* і верхній *8* кронштейни для закріплення елементів установки. На кронштейні *8* розміщено вузли кріплення ниток *1*, на які підвішують кулі. Точки кріплення ниток *1* є клемми для забезпечення електричного контакту куль з електронним блоком *B* за допомогою кабелю.

На кронштейні *4* нанесено кутові шкали для вимірювання відхилення куль від положення рівноваги та встановлено електромагніт *3*, призначений для фіксації вихідного положення однієї з куль. Кулі *2* та *7* можуть бути виготовлені з різних металів (алюмінію, латуні або сталі). Для фіксації електромагнітом алюмінієва та латунна кулі мають сталеву вставку.

Вертикальності штатива *A* досягають за допомогою основи *6*, що має три регульовані опори із затискачами *5* для їхньої фіксації.

На початку експерименту ліва куля *7* перебуває у рівновазі, а праву кулю *2* відхиляють на деякий кут від вертикальної осі і фіксують за допомогою електромагніта *3*. Після вимикання електромагніта права куля *2* починає рухатись (початкова швидкість лівої кулі *7* при цьому дорівнює нулю).

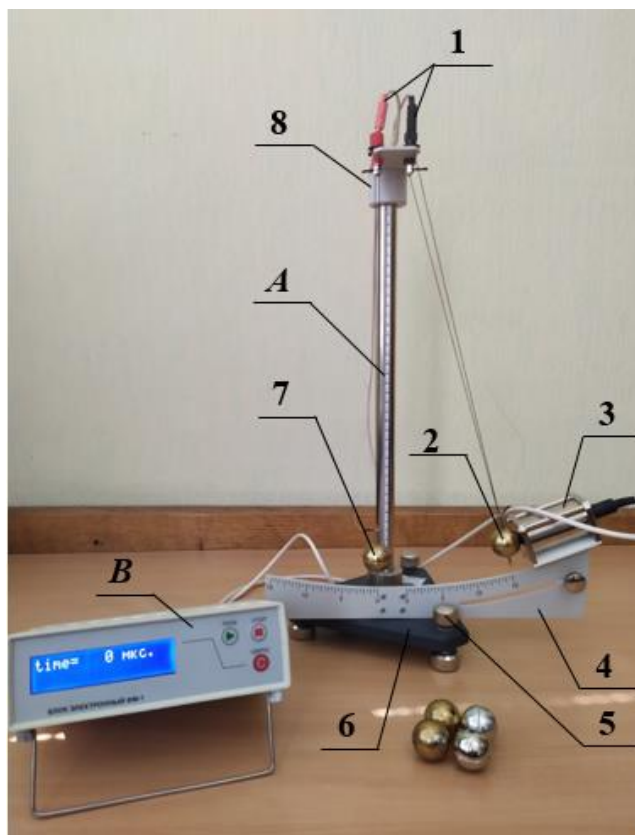


Рис. 1.8.2

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

**Увага!** Підготовку установки до виконання роботи (пп. 1-5) рекомендується виконувати під наглядом викладача.

1. Встановіть об'єкт дослідження й електронний блок на лабораторному столі. Заземліть установку (на задній панелі електронного блока є клема заземлення).

2. Під'єднайте клеми верхнього кронштейна та електромагніт установки до електронного блока за допомогою кабелю.

3. Обережно установіть сталеві кулі на голки підвісу. Відрегулюйте положення куль у вертикальній та горизонтальній площинах. Регулювання виконуйте за допомогою зміни довжини підвісу куль, а також зміни положення вузлів кріплення ниток на верхньому кронштейні.

4. Визначте довжину  $l$  підвісу куль (див. рис. 1.8.1) за міліметровою шкалою на металевій трубі вертикального стояка. Врахуйте власний розмір куль, вимірявши її діаметр за допомогою штангенциркуля. Результат запишіть до табл. 1.8.1.

5. Перед увімкненням установки в мережу переконайтесь, що вимикач «МЕРЕЖА» на задній панелі електронного блока знаходиться в положенні «ВИМК». Під'єднайте мережевий шнур електронного блока до мережі.

6. За допомогою вимикача «МЕРЕЖА» увімкніть установку, при цьому мають увімкнутись електромагніт та рідкокристалічний індикатор.

7. Відхиліть праву кулю на кут  $\alpha_0 \approx 15^\circ$  від вертикальної осі та зафіксуйте її за допомогою електромагніта.

8. Натисніть кнопку «ПУСК», при цьому електромагніт вимикається і права куля зазнає зіткнення із лівою.

9. За допомогою шкал візуально визначте кути відхилення правої  $\alpha'_1$  та лівої  $\alpha'_2$  куль від положення рівноваги після удару. Результати вимірювання запишіть до табл. 1.8.1.

10. Запишіть показання таймера, тобто тривалість  $\tau$  удару під час зіткнення куль, в табл. 1.8.1. Обнулiть таймер, встановіть кулі у початкове положення та повторіть дослід тричі.

11. Після закінчення вимірювань вимкніть установку за допомогою вимикача «МЕРЕЖА», обережно зніміть сталеві кулі з голок підвісу.

12. Виміряйте масу кожної кулі на лабораторних вагах або терезах (в лаборантській кафедрі фізики), результати вимірів занотуйте в табл. 1.8.1.

13. Установіть у праву голку підвісу алюмінієву кульку зі сталевую вставкою, а в ліву – латунну або сталеву і повторіть пп. 6-12 для двох інших пар куль. Результати вимірювання запишіть в табл. 1.8.1.

14. Після закінчення роботи встановіть вимикач електронного блока в положення «ВИМК» та вимкніть установку з електричної мережі.

## РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Таблиця 1.8.1

### Задані та виміряні величини

А. Сталь (ліва кулька) – сталь (права кулька)							
№ пор.	$\tau$ , с	$\alpha'_1$ , градус	$\alpha'_2$ , градус	$\alpha_0$ , градус	$l$ , м	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг
1							
2							
3							
Б. Сталь (ліва кулька) – алюміній (права кулька)							
№ пор.	$\tau$ , с	$\alpha'_1$ , градус	$\alpha'_2$ , градус	$\alpha_0$ , градус	$l$ , м	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг
4							
5							
6							
В. Латунь (ліва кулька) – алюміній (права кулька)							
№ пор.	$\tau$ , с	$\alpha'_1$ , градус	$\alpha'_2$ , градус	$\alpha_0$ , градус	$l$ , м	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг
7							
8							
9							

## Обчислені величини

Пари кульок	$\langle \tau \rangle$ , с	$\langle \alpha'_1 \rangle$ , градус	$\langle \alpha'_2 \rangle$ , градус	$v_1$ , м/с	$v'_1$ , м/с	$v'_2$ , м/с	$F_1$ , Н	$F_2$ , Н	$\varepsilon$	$\beta$
А										
Б										
В										

## РОЗРАХУНКИ

1. Розрахуйте середні значення тривалості удару  $\langle \tau \rangle$  під час зіткнення куль, кутів відхилення від положення рівноваги правої  $\langle \alpha'_1 \rangle$  та лівої куль  $\langle \alpha'_2 \rangle$  для кожної пари куль.

2. Обчисліть миттєве значення швидкості  $v_1$  правої кулі перед зіткненням із лівою кулею за формулою (1.8.3).

3. Розрахуйте швидкості  $v'_1$  і  $v'_2$  правої та лівої куль після удару за формулами (1.8.4) та (1.8.5) відповідно.

4. Обчисліть та порівняйте сили  $F_1$  і  $F_2$ , що виникають під час взаємодії куль унаслідок удару за формулами (1.8.8) та (1.8.7) відповідно. Сформулюйте та запишіть висновок.

5. Розрахуйте значення коефіцієнтів відновлення швидкості  $\varepsilon$  та енергії  $\beta$  за формулами (1.8.9) та (1.8.10) відповідно.

6. Заповніть табл. 1.8.2 обчисленими величинами.

7. Запишіть загальний висновок про залежність тривалості удару, коефіцієнтів відновлення швидкості та енергії від механічних властивостей матеріалів кульок, які беруть участь у зіткненні.

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: імпульс тіла; імпульс сили; кінетична енергія; потенціальна енергія; повна механічна енергія; пружне та непружне зіткнення; центральний удар; коефіцієнти відновлення швидкості й енергії.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

### **ЗАПИТАННЯ**

1. Сформулюйте закони збереження імпульсу та повної механічної енергії.
2. Яке тіло називають абсолютно твердим? абсолютно пружним?
3. Дайте означення абсолютно пружного й абсолютно непружного зіткнень.
4. Який удар називають центральним?
5. Поясніть, як будуть рухатись кулі у разі нецентрального зіткнення.
6. Припустимо, що маса однієї з двох куль є значно більшою за масу іншої. Визначте швидкості куль після абсолютно пружного зіткнення, якщо на початку експерименту у стані спокою перебувала а) легша куля; б) важча куля.
7. Наскільки точно справджуються закони збереження імпульсу та механічної енергії в проведених експериментах?
8. Що призводить до відхилень від законів збереження?
9. Як залежить тривалість удару, коефіцієнти відновлення швидкості та енергії від механічних властивостей матеріалів кульок, які беруть участь у зіткненні?

## Лабораторна робота 3.1

### **Визначення діелектричної проникності діелектриків**

---

#### **МЕТА**

- ознайомитись з явищами поляризації діелектриків
- вивчити тему «Електроємність конденсаторів та її залежність від властивостей середовища»
- визначити діелектричну проникність діелектриків

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- прилад DE-5000 (вимірювач  $RLC$ )
- плоский конденсатор
- набір діелектричних пластин

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Діелектрики – це речовини, в яких зовнішні електрони мають сильний зв'язок зі своїми атомами, і розірвати цей зв'язок складно. (Для цього треба або значно підняти температуру діелектрика, або піддати його якому-небудь випромінюванню.) У звичайному стані в ідеальних діелектриках немає вільних зарядів, що можуть переміщуватися по об'єму діелектрика під дією зовнішнього електричного поля. Тому вони не проводять електричного струму.

Вирізняють три групи діелектриків: полярні, неполярні та так звані іонні кристали. Полярні діелектрики складаються з полярних молекул. Полярні молекули – це молекули, в яких центри розміщення позитивних і негативних зарядів за відсутності зовнішнього електричного поля не збігаються, тому їх можна вважати жорсткими диполями. Диполь – це система двох однакових за величиною, але протилежних за знаком зарядів  $q$ , розміщених на відстані  $l$ .

Електричний момент диполя – це векторна величина, що чисельно дорівнює добутку величини заряду на відстань між центрами зарядів диполя і спрямована в бік позитивного заряду:  $\vec{p} = q\vec{l}$ .

У полярних діелектриках за відсутності зовнішнього електричного поля сумарний дипольний момент дорівнює нулю. Це пояснюється тим, що у речовині дипольні моменти полярних молекул внаслідок їхнього теплового руху орієнтовані у просторі хаотично. Якщо помістити такий діелектрик у зовнішнє електричне поле, дипольні моменти орієнтуються вздовж поля. В результаті цього в діелектрику виникає дипольний момент. Явище, яке пов'язане з виникненням дипольного моменту, називається *поляризацією діелектрика*. Механізм виникнення дипольного моменту в діелектрику з полярними молекулами називають *орієнтаційним*.

Неполярні діелектрики складаються з молекул, у яких центри розміщення позитивних і негативних зарядів збігаються, тому вони не мають дипольного моменту. Такі молекули називають *неполярними*. Однак під впливом зовнішнього електричного поля центри позитивних та негативних зарядів зміщуються, і молекула набуває дипольного моменту. Цей дипольний момент називається *індукованим*. Внаслідок цього діелектрик з неполярними молекулами також поляризується. Такий механізм поляризації називається *електронним*.

В кристалічних діелектриках, що мають іонну будову, у зовнішньому електричному полі відбувається зсув цілої ґратки позитивних іонів в один бік (по полю), а ґратки негативних іонів – у протилежному напрямку. Внаслідок цього діелектрик з іонною будовою також поляризується.

Дипольний момент одиниці об'єму діелектрика називається *поляризованістю*. Поляризованість є кількісною характеристикою поляризації  $\vec{P}$ :

$$\vec{P} = \frac{\Sigma \vec{p}_i}{\Delta V},$$

де  $\Delta V$  – деякий об'єм діелектрика,  $\vec{p}_i$  – дипольний момент однієї молекули,  $\Sigma \vec{p}_i$  – сумарний дипольний момент усіх молекул, які входять до об'єму  $\Delta V$ .

Експериментально підтверджено, що для великої кількості діелектриків поляризованість лінійно залежить від напруженості електричного поля  $\vec{E}$ :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}, \quad (3.1.1)$$

де  $\chi$  – діелектрична сприйнятливість речовини.

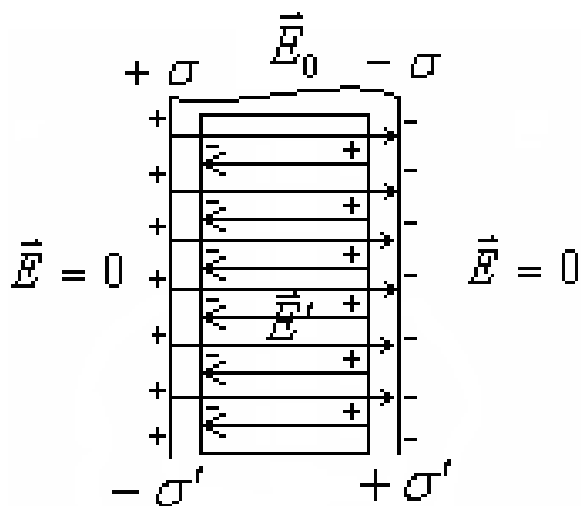


Рис. 3.1.1

Якщо уявити діелектрик у вигляді пластини, товщина якої набагато менша за її ширину та довжину, то внаслідок поляризації на одній грані такої пластини виникає надлишковий позитивний заряд, а на іншій – негативний (рис. 3.1.1). Ці заряди називаються *поляризаційними*. Сумарний дипольний момент такого діелектрика визначається як сума дипольних моментів диполів, які утворюють поляризаційний заряд.

Виникнення поляризаційних зарядів на поверхні діелектрика призводить до появи додаткового електричного поля  $\vec{E}'$ , яке має напрям, протилежний до напрямку зовнішнього поля  $\vec{E}_0$  (рис. 3.1.1). Сумарне поле  $\vec{E}$  всередині діелектрика дорівнюватиме

$$E = E_0 - E'. \quad (3.1.2)$$

Величину  $\vec{E}'$  визначають за формулою для електричного поля, яке утворюється двома протилежно зарядженими паралельними площинами:

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}, \quad (3.1.3)$$

де  $\sigma'$  – поверхнева густина поляризаційних зарядів.

З формули (3.1.2), беручи до уваги вирази (3.1.1) та (3.1.3), маємо

$$E = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{\epsilon_0 \chi E}{\epsilon_0} = E_0 - \chi E.$$

Звідси отримуємо

$$E = \frac{E_0}{1 - \chi} = \frac{E_0}{\epsilon},$$

а отже,

$$\epsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Величина  $\varepsilon = 1 + \chi$  називається *діелектричною проникністю*, вона визначає, у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі є більшою, ніж в діелектрику. Діелектрична проникність характеризує здатність діелектриків до поляризації. Для неполярних діелектриків (наприклад, поліетилену, фторопласту, полістиролу, парафіну, сірки та ін.) типовими є значення  $\varepsilon = 1,9 \dots 2,7$ . Для полярних діелектриків (наприклад, поліаміди, фенолформальдегідні смоли, полівінілхлорид, епоксидна смола та ін.) типовими є значення  $\varepsilon = 3 \dots 7$ . Для іонних діелектриків із щільною упаковкою іонів (наприклад, кварц, корунд, слюда та ін.) типовими є значення  $\varepsilon = 4 \dots 10$ , а для кристалів, що містять іони титану,  $\varepsilon > 100$ . Іонні діелектрики з нещільною упаковкою іонів та аморфні діелектрики (наприклад, ситали, скло та деякі види кераміки) мають типові значення  $\varepsilon$  від  $5 \dots 15$  до  $30 \dots 40$ .

Електричну ємність плоского конденсатора визначають за формулою

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

де  $\varepsilon$  – діелектрична проникність діелектрика, розміщеного між обкладинками конденсатора;  $\varepsilon_0$  – електрична стала;  $S$  – площа пластин конденсатора;  $d$  – відстань між пластинами.

З цієї формули видно, що електрична ємність конденсатора прямо пропорційна діелектричній проникності. Що більше  $\varepsilon$ , то більшою є електрична ємність. Якщо між обкладинками конденсатора вакуум (або повітря), то електрична ємність визначається як

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

Тоді можна сказати, що діелектрична проникність означає, у скільки разів електрична ємність конденсатора, між обкладинками якого знаходиться діелектрик, більша, ніж електрична ємність конденсатора, між обкладинками якого знаходиться вакуум

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0}. \quad (3.1.4)$$

Використовуючи це співвідношення, можна дослідним шляхом визначити діелектричну проникність речовини. Для визначення електричної ємності в цій роботі використовується вимірник *RLC DE-5000*.

---

## ОПИС УСТАНОВКИ

Лабораторна установка складається з плоского конденсатора (рис. 3.1.2), між обкладками якого можна розмістити досліджуваний діелектрик. Обкладинки конденсатора закріплюють на відстані, що дорівнює товщині досліджуваного діелектрика. Вимірювання ємності виконують за допомогою приладу DE-5000 (рис. 3.1.3). З'єднувальні провідники входять до комплектації приладу.



Рис. 3.1.2

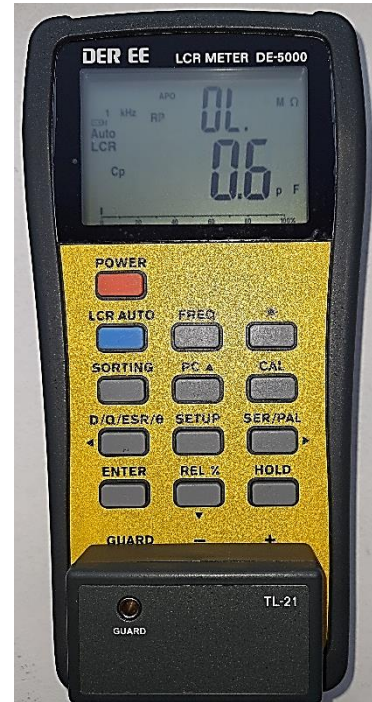


Рис. 3.1.3

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Увімкніть прилад DE-5000, натиснувши кнопку «POWER».
2. Перемкніть прилад у режим вимірювання ємності, натиснувши двічі кнопку «LCR AUTO».
3. Під'єднайте за допомогою провідників конденсатор до вимірювального приладу.
4. Виміряйте ємність конденсатора  $C_0$  з повітряним проміжком між пластинами для декількох значень  $d$  і запишіть результати в табл. 3.1.1 (значення  $d$  погодьте з викладачем).
5. Повторіть пп. 4 ще чотири рази для зменшення випадкових похибок.

6. Виміряйте товщину діелектричної пластини.

7. Вставте діелектричну пластину між обкладинками конденсатора, закріпіть її на відстані, яка дорівнює товщині діелектричної пластини, та виміряйте ємність  $C$  конденсатора з діелектриком.

8. Повторіть вимірювання ємності конденсатора з цим діелектриком ще чотири рази. В кожному наступному вимірюванні діелектричну пластину вилучайте і знову вставляйте між обкладинками конденсатора.

9. Повторіть пп. 6-8 для інших зразків діелектриків. Результати вимірювання запишіть в табл. 3.1.1.

---

## РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Таблиця 3.1.1

### Задані та виміряні величини

Середовище між обкладинками – повітря							
№ пор.	Діелектрик	$d$ , м	$C_0$ , пФ				
			1	2	3	4	5
А	повітря						
Б	повітря						
В	повітря						
Г	повітря						
Середовище між обкладинками – твердий діелектрик							
№ пор.	Діелектрик	$d$ , м	$C$ , пФ				
			1	2	3	4	5
1							
2							
3							
4							

**Обчислені величини**

№ пор.	Діелектрик	$\langle C \rangle$ , пФ	$\langle C_0 \rangle$ , пФ	$\langle C_0 \rangle$ , пФ (за графіком)	$\varepsilon$
1					
2					
3					
4					

**РОЗРАХУНКИ**

1. Розрахуйте середнє значення ємності  $\langle C \rangle$  для кожного діелектрика.
2. Розрахуйте середнє значення ємності  $\langle C_0 \rangle$  для кожного значення товщини повітряного проміжку і побудуйте графік (див. «ГРАФІКИ»).
3. Обчисліть діелектричну проникність за формулою (3.1.4), використовуючи значення ємності, отримані з графіка.
4. Обчислені величини зазначте в табл. 3.1.2.
5. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

**ГРАФІКИ**

1. Побудуйте графік  $\langle C_0 \rangle = f(d)$ . На графіку проведіть пряму так, щоб вона проходила якомога ближче до всіх точок.
2. Визначте за графіком ємність повітряного конденсатора для кожної відстані  $d$  між пластинами, що й для конденсатора з діелектриком. Отримані числа занотуйте в табл. 3.1.2.

**ГЛОСАРІЙ**

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: діелектрики; поляризація діелектриків; електрична ємність; конденсатори.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. Які речовини називають діелектриками? Назвіть основні властивості діелектриків.
2. Які діелектрики називають полярними? Як поведуться полярні молекули в зовнішньому електричному полі?
3. Які діелектрики називають неполярними? Як поведуться неполярні молекули в зовнішньому електричному полі?
4. Що таке поляризація діелектрика? Які види поляризації вам відомі?
5. Що таке вектор поляризованості? Від чого він залежить?
6. Поясніть сутність діелектричної сприйнятливості речовини.
7. Про що свідчить діелектрична проникність речовини?
8. Як зміниться електрична ємність конденсатора, якщо між обкладками конденсатора помістити два типи діелектрика?
9. Запишіть формулу для визначення ємності конденсатора з діелектриком та з повітряним проміжком.

## Лабораторна робота 3.5

### Визначення горизонтальної складової індукції та напруженості магнітного поля Землі

---

#### МЕТА

- вивчити закон Біо–Савара–Лапласа та його застосування
- ознайомитись з особливостями земного магнетизму
- визначити горизонтальну складову індукції та напруженості магнітного поля Землі за допомогою тангенс-гальванометра

---

#### МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ

- установка ФПЕ-30

---

#### МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ

Магнітне поле – це частина загального електромагнітного поля, яка формується рухомими зарядами (струмами) і діє відповідно на рухомі заряди (струми). Основною характеристикою магнітного поля є його векторна силова характеристика – магнітна індукція  $\vec{B}$ . Чисельно вона дорівнює тій силі, що діє на одиничний елемент струму, вміщений в цю точку поля. Таке означення індукції магнітного поля є наслідком закону Ампера.

Магнітне поле можна зобразити графічно за допомогою силових ліній індукції. Магнітними силовими лініями називають уявні лінії, дотичні до яких в кожній точці збігаються з напрямком вектора  $\vec{B}$  в цих точках. Крім магнітної індукції  $\vec{B}$ , вводиться ще одна характеристика – напруженість  $\vec{H}$ . Напруженість магнітного поля  $\vec{H}$  не залежить від магнітних властивостей середовища і характеризує магнітне поле, створене струмами. У випадку однорідного та ізотропного середовища  $\vec{H} = \vec{B}/(\mu\mu_0)$ , де  $\mu$  – відносна магнітна проникність середовища;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнітна стала.

Всім знайоме використання компаса, магнітна стрілка якого вказує нам напрямком на північ, це свідчить про те, що Земля – магніт і що у навколосемному просторі є магнітне поле. Проте магнітні полюси Землі не

збігаються з її географічними полюсами. Більш того, вони ще й дрейфують по поверхні Землі. Наприклад, магнітний полюс Північної півкулі у 1600 році був на відстані близько 1300 км від географічного полюса, а тепер ця відстань – близько 2100 км.

Унаслідок розходження магнітних та географічних полюсів між площиною магнітного меридіана (у цій площині встановлюється стрілка компаса) і площиною географічного меридіана для кожного місця Землі є певний кут, який називається кутом схилення. Крім того, стрілка компаса встановлюється не горизонтально до поверхні Землі, а під деяким кутом, який називається кутом нахилення. Це означає, що лінії магнітного поля не паралельні поверхні Землі, а дещо нахилені. Кут нахилу неоднаковий для різних точок Землі. Силкові лінії магнітного поля Землі на екваторі спрямовані горизонтально до її поверхні, біля магнітних полюсів – вертикально, а у всіх інших місцях – під деяким кутом.

Магнітне поле у кожній точці Землі характеризується горизонтальною та вертикальною складовими напруженості магнітного поля (тобто це проєкції вектора напруженості магнітного поля Землі на відповідні осі в площині магнітного меридіана), а також кутами схилення та нахилення. В лабораторній роботі йдеться про визначення лише горизонтальної складової вектора магнітної індукції  $B_H$  (чи напруженості цього поля  $H_H$ ) магнітного поля Землі. Для цього використовують установку, яка дістала специфічну назву – тангенс-гальванометр. Її електричну схему наведено на рис. 3.5.1.

Тангенс-гальванометр складається з колової рамки, на яку намотано  $N$  витків провідника. В центрі рамки на вертикальній осі закріплено магнітну стрілку, яка може вільно обертатись тільки у горизонтальній площині. Тому на орієнтування магнітної стрілки впливає лише горизонтальна складова магнітного поля Землі.

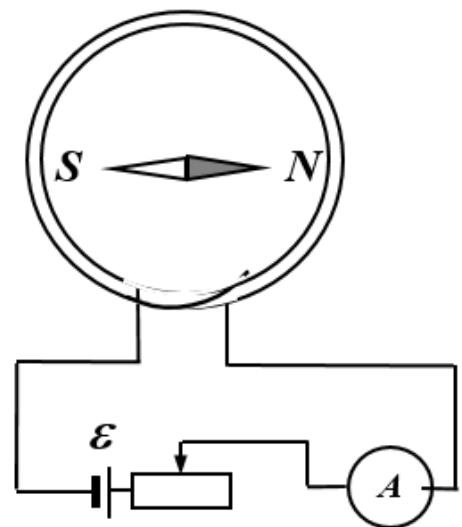


Рис. 3.5.1

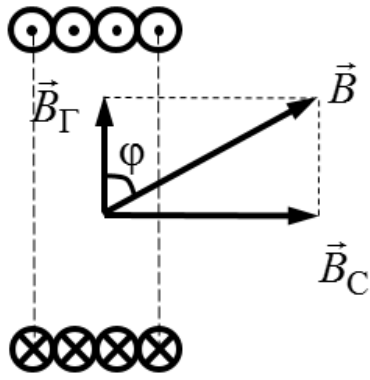


Рис. 3.5.2

$$\vec{B} = \vec{B}_Г + \vec{B}_C.$$

Під час пропускання струму через провідники рамки магнітна стрілка перебуватиме під дією двох магнітних полів – горизонтальної складової магнітної індукції поля Землі  $\vec{B}_Г$  та магнітного поля  $\vec{B}_C$ , створеного струмом, що протікає по витках рамки. Орієнтація магнітної стрілки в такому разі збігатиметься з напрямом рівнодійної індукції  $\vec{B}$  цих магнітних полів (рис. 3.5.2):

Якщо вісь магнітної стрілки, коли струму у рамці немає, збігалась з площиною рамки (дотримання цієї вимоги є обов'язковим під час виконання лабораторної роботи!), то кут між  $B_Г$  і  $B_C$  (рис. 3.5.2) буде прямим і величини  $B_Г$  і  $B_C$  будуть пов'язані між собою таким співвідношенням:

$$B_Г = B_C \operatorname{ctg} \varphi, \quad (3.5.1)$$

де  $\varphi$  – кут відхилення магнітної стрілки (кут між векторами горизонтальної складової магнітної індукції поля Землі  $\vec{B}_Г$  та рівнодійної індукції  $\vec{B}$ ).

За законом Біо–Савара–Лапласа індукція магнітного поля в центрі контуру у вигляді кола зі струмом  $I$  становить:

$$B_C = \mu\mu_0 \frac{IN}{2R}, \quad (3.5.2)$$

тоді робочу формулу для підрахунку горизонтальної складової індукції магнітного поля Землі можна записати так:

$$B_Г = \mu\mu_0 \frac{IN}{2R} \operatorname{ctg} \varphi, \quad (3.5.3)$$

де  $R$  – радіус рамки;  $I$  – сила струму;  $N$  – кількість витків рамки;  $\mu_0$  – магнітна стала;  $\mu$  – відносна магнітна проникність середовища.

Застосувавши зв'язок між вектором магнітної індукції та напруженістю магнітного поля можна записати для горизонтальної складової напруженості магнітного поля Землі:

$$H_Г = \frac{B_Г}{\mu\mu_0}, \quad (3.5.4)$$

що з огляду на рівність (3.5.3) дає

$$H_{\Gamma} = \frac{IN}{2R} \operatorname{ctg}\varphi. \quad (3.5.5)$$

Тангенс-гальванометр може бути використаний як гальванометр для вимірювання невеликих струмів  $I$ , якщо відомі величини  $B_{\Gamma}$ ,  $N$  та  $R$ . З формули (3.5.3) видно, що  $I \approx 1/\operatorname{ctg} \varphi$ , тобто  $I \approx \operatorname{tg} \varphi$ . Тому установка, яку використовують для визначення горизонтальної складової індукції та напруженості магнітного поля Землі, дістала назву тангенс-гальванометра.

---

#### ОПИС УСТАНОВКИ

У цій лабораторній роботі як тангенс-гальванометр використано установку заводського виготовлення ФПЕ-30 (рис. 3.5.3), яка не потребує додаткової роботи, пов'язаної зі збиранням електричної схеми, як на рис. 3.5.1.

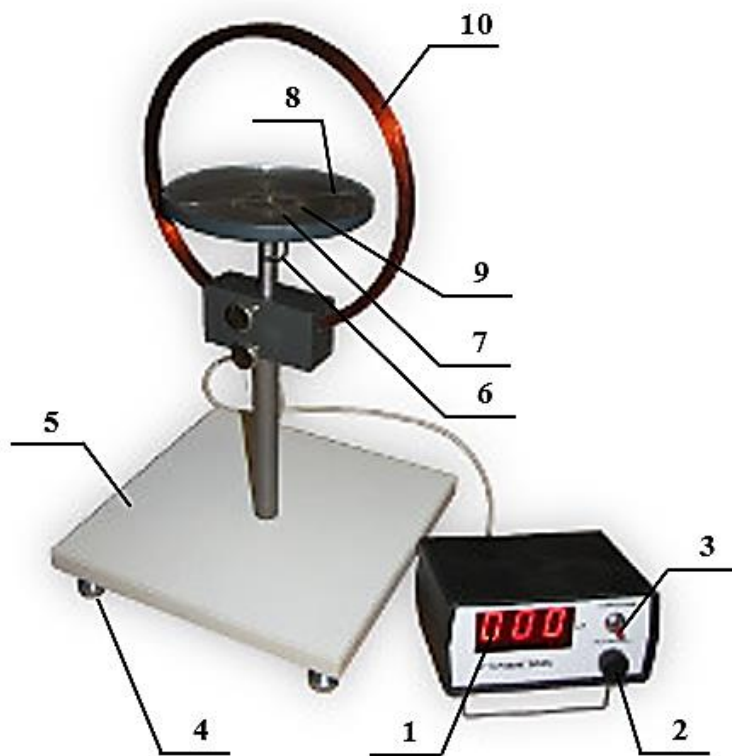


Рис. 3.5.3

Вона виготовлена за цією схемою та оснащена додатковим перемикачем напрямку протікання струму **3** (рис. 3.5.3).

Зручність роботи з цією установкою полягає в тому, що підготовка до вимірювання спрощується до кількох простих обов'язкових дій. По-перше, треба під'єднати установку до електричної мережі. На індикаторі сили струму **1** повинні при цьому світитись три нулі. Якщо це не так, то регулятором **2**, повертаючи його проти годинникової стрілки, потрібно цього добитись. По-друге, зняти з аретира **6** магнітну стрілку **7**. По-третє, регулювальними гвинтами **4** досягти горизонтального положення основи вимірювального штатива **5**. При цьому магнітна стрілка **7** з вимірювальною рейкою **8** вільно обертатиметься навколо осі. По-четверте, встановити магнітну стрілку **7** в площині рамки **10**.

Полегшує процедуру установки магнітної стрілки в площині рамки та покращує точність вимірювання кутів відхилення стрілки наявність вимірювальної рейки **8** з немагнітного матеріалу та винесеної шкали **9**, розміченої в кутових градусах від  $0^\circ$  до  $90^\circ$  по обидва боки від площини рамки **10**. Зокрема, якщо в рамці **10** електричного струму немає (індикатор **1** показує «000»), обидва кінці вимірювальної рейки **8** вказують на винесеній шкалі на  $90^\circ$ .

---

#### **ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

1. Увімкніть установку в мережу, звільніть магнітну стрілку **7** від аретира **6**, поверніть штатив установки так, щоб площина рамки **10** збіглася з напрямом орієнтації магнітної стрілки **7**.

2. Плавно повертаючи регулятор **2** праворуч, встановіть певне значення сили струму  $I$ , наприклад 20 мА.

3. Дочекайтесь, коли коливальний рух магнітної стрілки припиниться, і запишіть покази кута відхилення магнітної стрілки за цього напрямку струму. Наприклад, один з кінців вимірювальної рейки зупинився на позначці  $67^\circ$ , тоді кут відхилення дорівнюватиме:  $\varphi_+ = 90^\circ - 67^\circ = 23^\circ$ .

4. Перемикачем **3** змініть напрям протікання струму, дочекавшись припинення коливального руху магнітної стрілки, аналогічним чином визначте кут відхилення  $\varphi_-$ . Обидва результати занотуйте у табл. 3.5.1.

5. Повторіть процедуру вимірювання ще для двох значень струму та запишіть їх до таблиці. **Рекомендація:** одне значення струму бажано дібрати таким, за якого кути відхилення  $\varphi_+ \approx \varphi_- = 45^\circ$ . При цьому  $\text{ctg } \varphi = 1$ .

6. Вимірювання закінчено, тому переведіть регулятор сили струму **2** в крайню ліву позицію до появи на індикаторі **1** показання «000». Після повного заспокоєння магнітної стрілки **7** поставте її на аретир **6**. Далі вимкніть установку з мережі.

## РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Таблиця 3.5.1

### Задані та виміряні величини

№ пор.	I, А	$\varphi, ^\circ$		N, вит.	R, м	$\mu_0$ , Гн/м	$\mu$
		$\varphi_+$	$\varphi_-$				
1							
2							
3							

Таблиця 3.5.2

### Обчислені величини

№ пор.	$\langle \varphi \rangle, ^\circ$	$\text{ctg } \langle \varphi \rangle$	$B_{\Gamma}$ , Тл	$\langle B_{\Gamma} \rangle$ , Тл	$H_{\Gamma}$ , А/м	$\langle H_{\Gamma} \rangle$ , А/м
1						
2						
3						

## РОЗРАХУНКИ

1. Розрахуйте середні значення кутів відхилення  $\langle \varphi \rangle = (\varphi_+ + \varphi_-) / 2$ .
2. Для визначених кутів відхилення  $\langle \varphi \rangle$  розрахуйте горизонтальні складові індукції  $B_{\Gamma}$  та напруженості  $H_{\Gamma}$  магнітного поля Землі за формулами (3.5.3) та (3.5.4) відповідно.
3. Обчислені величини  $\langle \varphi \rangle$ ,  $B_{\Gamma}$  та  $H_{\Gamma}$  запишіть до табл. 3.5.2.
4. Обчисліть середні значення  $\langle B_{\Gamma} \rangle$  та  $\langle H_{\Gamma} \rangle$ .
5. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: магнітне поле; індукція магнітного поля; закон Ампера; закон Біо–Савара–Лапласа; принцип суперпозиції магнітних полів; магнітне поле колового провідника зі струмом; напруженість магнітного поля.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. Що таке магнітне поле?
2. Що називають силовими лініями індукції магнітного поля?
3. Зобразіть картину силових ліній магнітного поля Землі.
4. В чому різниця між індукцією та напруженістю магнітного поля? Який між ними зв'язок?
5. У чому полягає принцип суперпозиції магнітних полів?
6. Що називають силою Ампера? Сформулюйте правило для визначення напрямку цієї сили.
7. Сформулюйте та запишіть закон Біо–Савара–Лапласа.
8. Виведіть формулу для індукції та напруженості магнітного поля в центрі колового провідника зі струмом.

## Лабораторна робота 3.10

### **Визначення електрорушійної сили та внутрішнього опору джерела струму**

---

#### МЕТА

- вивчити закони постійного електричного струму
- експериментально визначити електрорушійну силу та внутрішній опір джерела струму

---

#### МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ

- джерело струму
- магазин опорів
- з'єднувальні провідники
- вимикач

---

#### МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ

Для визначення електрорушійної сили (ЕРС)  $\varepsilon$  та внутрішнього опору  $r$  джерела струму в цій роботі застосовується такий метод: складають електричне коло (рис. 3.10.1), в якому досліджуване джерело струму навантажують різним опором та щоразу вимірюють силу струму. В такому разі закон Ома для повного кола записують у вигляді рівняння

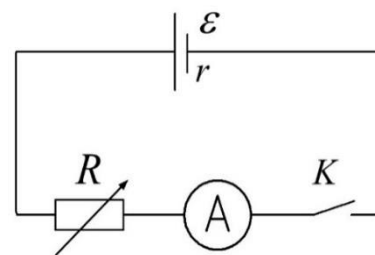


Рис. 3.10.1

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_A + r}, \quad (3.10.1)$$

де  $\varepsilon$  – ЕРС джерела струму;  $R + R_A$  – опір зовнішньої ділянки кола, який складається з опору  $R$ , що встановлюється на магазині опорів, та опору амперметра  $R_A$ , що є відомим;  $r$  – внутрішній опір джерела струму. Силу струму  $I$  вимірюють амперметром за різних значень опору  $R$ .

Закон Ома для повного кола (3.10.1) у вигляді  $\varepsilon = I(R + R_A + r)$  є лінійним рівнянням першого ступеня з двома невідомими –  $\varepsilon$  та  $r$ . Для двох значень опору  $R$  та відповідних їм сил струму  $I$  можна скласти систему двох лінійних рівнянь з двома невідомими, що дадуть можливість розрахувати  $\varepsilon$  та  $r$ .

Таким чином, для визначення ЕРС  $\varepsilon$  та внутрішнього опору  $r$  джерела струму треба виміряти сили струму  $I_1$  та  $I_2$  для двох значень опору  $R_1$  і  $R_2$  та розв'язати систему двох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \varepsilon = I_1(R_1 + R_A + r); \\ \varepsilon = I_2(R_2 + R_A + r). \end{cases} \quad (3.10.2)$$

Розв'язками цієї системи лінійних рівнянь є вирази

$$\varepsilon = \frac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_2 - I_1}; \quad (3.10.3)$$

$$r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} - R_A. \quad (3.10.4)$$

З метою підвищення точності та надійності вимірювань доцільно виконати вимірювання не для двох, а для декількох значень опору  $R$  зовнішньої ділянки, оброблюючи зняті покази приладів в дещо іншій формі. Для цього формулу (3.10.1) закону Ома для повного кола слід записати в такому вигляді:

$$\frac{1}{I} = \frac{R + R_A + r}{\varepsilon},$$

звідки

$$I^{-1} = \frac{1}{\varepsilon}(R + R_A) + \frac{r}{\varepsilon}. \quad (3.10.5)$$

З формули (3.10.5) видно, що залежність величини, оберненої до сили струму ( $I^{-1}$ ), від зовнішнього опору ( $R + R_A$ ) – це лінійна функція  $y = kx + b$ , графіком якої є пряма (рис. 3.10.2).

Кутовий коефіцієнт прямої дорівнює тангенсу кута нахилу графіка до осі абсцис  $k = \operatorname{tg}\alpha = 1/\varepsilon$ , а довжина відрізка, утвореного точкою перетину прямої з віссю ординат та початком координат, – відношенню внутрішнього опору до ЕРС джерела струму  $b = r/\varepsilon$ .

Побудувавши графік залежності  $I^{-1} = f(R + R_A)$  (рис. 3.10.2), знайдемо значення ЕРС  $\varepsilon$  та внутрішнього опору джерела струму  $r$  за формулами:

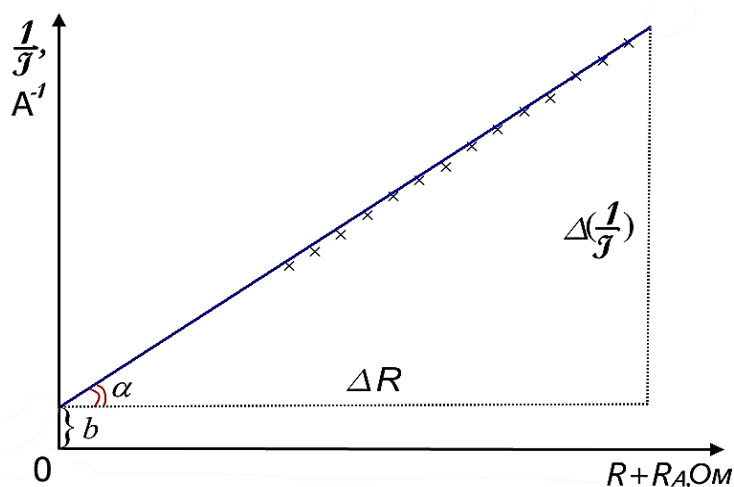


Рис. 3.10.2

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{\Delta(I^{-1})}; \quad (3.10.6)$$

$$r = \varepsilon b. \quad (3.10.7)$$

### ОПИС УСТАНОВКИ

Експериментальна установка для визначення ЕРС та внутрішнього опору джерела струму (рис. 3.10.3) складається з джерела струму **1**, міліамперметра **2**, магазину опорів **3** та вимикача **4**, які з'єднуються між собою послідовно за допомогою з'єднувальних провідників **5**.

На лицьовій панелі міліамперметра **2** над вимірювальною шкалою міститься перемикач, за допомогою якого здійснюється зміна діапазонів вимірювання сили струму в електричному колі.

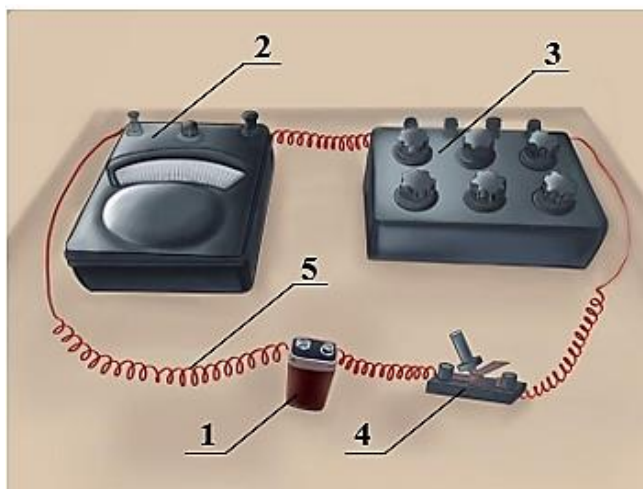


Рис. 3.10.3

Струм в електричному колі вмикається вимикачем **4** і змінюється за допомогою магазину опорів **3**, який складається з шести декад, з'єднаних послідовно. На панелі приладу розміщено чотири затискачі для увімкнення в коло, що мають маркування: 0; 0,9 Ом; 9,9 Ом і 99999,9 Ом, та ручки перемикачів з лімбами, на яких позначено цифри від «0» до «9», а під лімбом – стрілку із множитком відповідної шкали.

---

### ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

**Увага!** Перед початком роботи перемикач діапазонів меж вимірювання слід кілька разів повернути в один та другий бік.

1. Складіть електричне коло за схемою (див. рис. 3.10.1) за розімкнутого вимикача.

2. За допомогою перемикача на лицьовій панелі міліамперметра оберіть діапазон вимірювання сили струму в електричному колі. Значення опору міліамперметра  $R_A$  для кожного діапазону вимірювання сили струму зазначено на циферблаті приладу.

3. Встановіть на магазині опорів за допомогою ручок перемикачів із лімбами значення опору  $R$  зовнішньої ділянки кола.

4. Замкніть вимикачем електричне коло і виміряйте силу струму  $I$  за допомогою міліамперметра.

5. Виконайте пп. 3-4 для 12...15 значень зовнішнього опору  $R$ . Результати вимірювань запишіть в табл. 3.10.1.

6. Після завершення вимірювань вимикачем розімкніть електричне коло та від'єднайте провідники від приладів установки.

---

### РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

*Таблиця 3.10.1*

#### Задані та виміряні величини

№ пор.	$I$ , А	$R$ , Ом	$R_A$ , Ом
1			
...			
15			

## Обчислені величини

№ пор.	$I^{-1}$ , А	$R + R_A$ , Ом	$\langle \varepsilon_1 \rangle$ , В	$\langle r_1 \rangle$ , Ом	$\langle \varepsilon_2 \rangle$ , В	$\langle r_2 \rangle$ , Ом
1						
...						
15						

## РОЗРАХУНКИ

1. Розрахуйте  $I^{-1}$  та  $R + R_A$ .
2. За формулами (3.10.3) і (3.10.4) визначте ЕРС  $\varepsilon$  та внутрішній опір  $r$  джерела струму, взявши за  $I_1, R_1$  та  $I_2, R_2$  будь-які, але не сусідні пари чисел з табл. 3.10.1.
3. Повторіть розрахунок за пп. 2 не менше 3-х разів, обравши інші пари  $I_1, R_1$  та  $I_2, R_2$ .
4. Обчисліть середні значення  $\langle \varepsilon_1 \rangle$  та  $\langle r_1 \rangle$ .
5. Результати розрахунків занотуйте в табл. 3.10.2.

## ГРАФІКИ

1. Побудуйте графік залежності величини, оберненої до сили струму  $I^{-1}$ , від зовнішнього опору кола  $R + R_A$  (рис. 3.10.2) і методом екстраполяції визначте  $b$ .
2. З нахилу графіка визначте усереднену ЕРС  $\langle \varepsilon_2 \rangle = \text{ctg} \alpha$ .
3. Розрахуйте внутрішній опір  $\langle r_2 \rangle$  досліджуваного джерела струму за формулою (3.10.7).
4. Порівняйте отримані  $\langle \varepsilon_2 \rangle, \langle r_2 \rangle$  з  $\langle \varepsilon_1 \rangle, \langle r_1 \rangle$  відповідно.
5. Сформулюйте та запишіть загальний висновок за результатами роботи.

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: постійний електричний струм; сила струму; густина

струму; електрорушійна сила джерела струму; закон Ома для однорідної та неоднорідної ділянок електричного кола.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

### **ЗАПИТАННЯ**

1. Що таке електричний струм? Які умови його наявності в провіднику?

2. Поясніть фізичний зміст електрорушійної сили. Які сили називаються сторонніми? Яка їхня природа?

3. У чому полягає фізична природа ЕРС? Наведіть приклади.

4. Якими приладами вимірюють силу струму і напругу? Як вмикають ці прилади в електричне коло?

5. Сформулюйте закони Ома для ділянки кола та для повного кола.

6. Що називають роботою електричного струму? Яким приладом її вимірюють? Сформулюйте закон Джоуля–Ленца.

7. Що таке коротке замикання? Як визначити струм короткого замикання? Яку роль виконують запобіжники та автомати захисту електричних мереж?

8. Як визначити коефіцієнт корисної дії джерела струму?

9. Якими способами вимірюють ЕРС джерела струму?

## Лабораторна робота 4.5

### **Визначення модуля пружності твердих тіл методом збудження стоячих хвиль**

---

#### **МЕТА**

- вивчити закономірності стоячих хвиль та способів їхнього формування у твердих тілах
- ознайомитись з явищем резонансу в механічних коливальних системах та його роллю в методиці збудження стоячих хвиль
- визначити швидкість звуку у зразках досліджуваних матеріалів та обчислити модуль Юнга цих матеріалів

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- генератор збудження коливань різної частоти
- осцилограф для візуальної фіксації амплітуди коливань
- дослідні зразки різних матеріалів
- стояк-тримач дослідних зразків твердих тіл
- щуп для контролю повітряних щілин під час встановлення зразків на стояку-тримачі

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Підґрунтям для визначення такої важливої механічної характеристики твердих тіл, як модуль Юнга, є залежність швидкості поширення в них *поздовжніх механічних хвиль*:

$$v = \sqrt{E/\rho}, \quad (4.5.1)$$

де  $E$  – модуль Юнга (модуль пружності середовища, в якому поширюються хвилі);  $\rho$  – густина речовини пружного середовища. Тобто швидкість поширення хвиль визначається своєрідним протиборством пружних властивостей середовища з його інертними властивостями. Зокрема, в

твердих тілах можуть поширюватись і *поперечні хвилі*, тоді їхня швидкість визначатиметься аналогічним чином через модуль зсуву  $G$  цих тіл.

Отже, якщо відомі всього дві характеристики досліджуваного зразка матеріалу – швидкість поширення поздовжніх механічних хвиль та його густина, то з виразу (4.5.1) можна легко отримати формулу для розрахунку модуля Юнга:

$$E = v^2 \rho. \quad (4.5.2)$$

Зауважимо, що в подібних методиках найчастіше використовують хвилі звукових частот. *Звукові хвилі* – це механічні хвилі малої амплітуди, частоти яких лежать у межах від 16 до 20 000 Гц. Хвилі в цьому діапазоні частот детально вивчають в окремому розділі фізики – *акустиці*. Нас цікавитиме лише один бік акустичних проблем – визначення швидкості звуку у твердих тілах.

Фізичну основу методики становлять закономірності *стоячих хвиль* та особливості їхнього формування в конкретних зразках твердих тіл. Нагадаємо, що стоячі хвилі є особливим випадком інтерференції (накладання) двох хвиль однакової частоти  $\nu$  та амплітуди  $A$ : хвилі, що біжить  $\xi_{\Pi} = A \sin(\omega t - kx)$ , та зустрічної до неї хвилі  $\xi_3 = A \sin(\omega t + kx)$ . На практиці зустрічну хвилю отримують в результаті відбивання від перешкоди (наприклад, від межі пружного середовища) хвилі, що падає. Так само буде і в нашій методиці.

У результаті додавання хвилі, що падає, та зустрічної відбитої хвилі матимемо рівняння, що описує стоячу хвилю:

$$\xi_c = \xi_{\Pi} + \xi_3 = 2A \cos kx \cdot \sin \omega t, \quad (4.5.3)$$

де  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число,  $\omega = 2\pi\nu$  – циклічна частота. Зважаючи на те, що  $\lambda = v/\nu$  – довжина хвилі, отримаємо швидкість звуку:  $v = \lambda\nu$ .

Найважливішою ознакою стоячої хвилі є те, що вона не переносить енергії. Тобто середовище, в якому виникла стояча хвиля, стає звичайною коливальною системою, кожна точка якої здійснює коливальний процес з частотою  $\omega$ , а амплітуда коливань в кожній точці визначається амплітудним множником  $A(x) = 2A \cdot \cos kx$ . Характерними точками стоячої хвилі є *вузли* та *пучності*. Вузлами називають ті точки вздовж осі поширення  $x$ , де  $\cos kx = 0$  і, відповідно, амплітуда коливань постійно рівна нулеві  $A(x) = 0$ . В той же

час в пучностях справджується умова  $\cos kx = \pm 1$ , а це означає, що амплітуда коливань в пучностях стоячих хвиль ( $|A(x_n)| = 2A$ ) стає вдвічі більшою, ніж амплітуда у хвилі, яка падає. За цією ознакою часто і визначають настання стоячої хвилі (наприклад, в лабораторній роботі 4.3 [4]). Але не у всіх випадках зростання амплітуди лише внаслідок виникнення стоячої хвилі є достатнім для надійної фіксації. Зокрема, в методиці цієї лабораторної роботи індикатором слугує осцилограф.

Цю лабораторну роботу виконують на спеціально виготовленій установці, в якій передбачено місце (резонатор) та засоби кріплення зразків досліджуваних матеріалів, на краях резонатора розміщені збуджувач і приймач коливань різної частоти, які можна подавати від окремого генератора. Досліджувані зразки виготовлені заздалегідь у вигляді стержнів циліндричної форми певної довжини. Матеріалом стержнів є метали, наприклад сталь, алюміній, латунь.

Досліджуваний стержень жорстко закріплюють на установці-тримачі в ділянці його геометричного центра (рис. 4.5.1) та розміщують в резонаторі так, щоб кінці стержня залишались вільними. За допомогою збуджувача на одному з кінців стержня безконтактним способом створюють поздовжні коливання краю стержня. Це формує в стержні механічну хвилю, яка, поширюючись вздовж досліджуваного зразка, відбивається від протилежного краю та забезпечує можливість виникнення стоячої хвилі. За такої геометрії закріплення стержня стояча хвиля в ньому завжди матиме вузол в точці закріплення та пучності на вільних кінцях стержня.

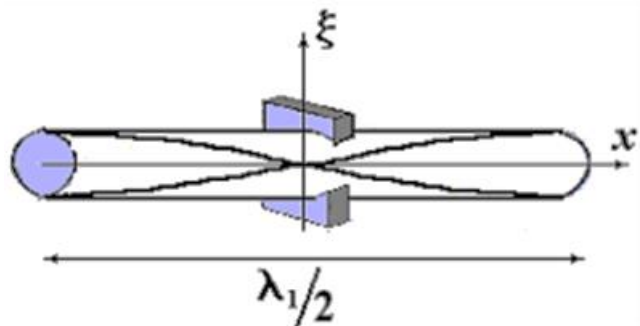


Рис. 4.5.1

Найнижчою частотою  $\nu_1$  (першою гармонікою) буде та, за якої формується стояча хвиля. Розподіл її амплітуд показано на рис. 4.5.1. Очевидно, що наступні гармоніки виникатимуть за частот  $3\nu_1$ ,  $5\nu_1$  тощо. Множину цих частот називають *спектром власних коливань стержнів*, закріплених певним чином. В роботі передбачається визначення першої

гармоніки, тому рекомендовано генератор переводити з малих частот в бік їхнього зростання.

Якщо нам стала відомою частота першої гармоніки  $\nu_1$ , то легко визначити швидкість хвиль. Зокрема, спочатку можна визначити (в довжинах хвиль) відстань між вузлом стоячої хвилі та найближчою пучністю  $\Delta x_{\text{вп}}$ . Між цими точками аргумент косинуса в рівнянні (4.5.3) змінюється на  $\pi/2$ , тобто  $2\pi\Delta x_{\text{вп}}/\lambda = \pi/2$ , звідки

$$\Delta x_{\text{вп}} = \lambda/4. \quad (4.5.4)$$

Тоді на довжині стержня  $L$  вкладаються дві такі відстані, що дає  $\lambda = 2L$ . Беручи до уваги зв'язок довжини хвилі зі швидкістю та частотою, отримаємо

$$\upsilon = \lambda\nu_1 = 2L\nu_1. \quad (4.5.5)$$

Для повноти розуміння суті методики лабораторної роботи скажемо декілька слів про безконтактні способи збурення коливань стержнів та реєстрації цих коливань. Найбільш поширеними є три способи, що ґрунтуються на таких чинниках: 1) *явище електромагнітної індукції*; 2) *п'єзоелектричний ефект* в сегнетоелектриках; 3) *ефект магніострикції* у феромагнітних матеріалах. Для кожного з цих явищ характерною є наявність прямого і зворотного прояву. Наприклад, коливання магніту здатні індукувати в замкнутому контурі змінний струм, а змінний струм здатен спричинити коливання магніта. Аналогічно п'єзо ефект породжує на кінцях сегнетоелектрика електричне поле внаслідок його деформації, і навпаки, електричне поле приводить до деформації сегнетоелектрика.

У цій роботі використано третій спосіб, який ґрунтується на явищі магніострикції. Для цього на обох кінцях стержнів запресовано шайби з феромагнітного матеріалу. Суть явища полягає в тому, що внаслідок намагнічування й розмагнічування магнітоактивного матеріалу його об'єм і лінійні розміри змінюються, що пояснюється переорієнтацією доменної структури магнетика. Зворотний ефект: змінні деформації такого магнетика породжують появу змінних магнітних полів.

Магніострикцію використовують в магніострикційних перетворювачах ультразвуку – пристроях, що переводять енергію магнітного поля в енергію механічних коливань, або навпаки. Власне, тому в установці для цієї

роботи збуджувач і приймач є взаємозамінними. Зокрема, магніострикцією зумовлене відоме всім гудіння трансформаторів.

Не менш важливою є ще одна особливість розглядуваної методики. Пов'язана вона з проблемою надійної фіксації частот, за яких в стержнях встановлюється стояча хвиля. Розв'язання проблеми знаходять у залученні явища *резонансу*, тому що на момент виникнення стоячої хвилі стержень можна розглядати як звичайну коливальну систему. Тоді дію збуджувача коливань варто класифікувати як *зовнішнє періодичне збурення*, що викликає *вимушені коливання* в коливальній системі, у якої є *власні частоти*. Причому частотна умова явища резонансу виконана автоматично. Але, для того щоб резонансне зростання амплітуди було помітним, слід дотримати й енергетичної умови: внесена збуджувачем в коливальну систему енергія за певний період повинна перевищити втрати енергії системою за цей період. І тоді за правильного добору енергії на збуджувачі коливань в момент настання стоячої хвилі на екрані осцилографа спостерігається зростання амплітуди стійкого синусоїдального сигналу більше, ніж в два (!) рази, що значно спрощує фіксацію. Діапазон частот, за яких фіксується таке зростання, – лише 10...20 Гц.

Акцентуємо увагу студентів на тому, що сама установка і методика вимірювання є досить складними, фактично дослідницькими, а тому радимо бути уважними до всіх рекомендацій та вказівок, які стосуються процесу виконання роботи. Зокрема, це стосується негативних проявів резонансу в цій роботі. Поява *паразитних резонансів*, які ускладнюють процес реєстрації, зумовлена тим, що не тільки закріплений стержень є коливальною системою, але його повітряне оточення також є пружним середовищем, в якому можуть виникати стоячі хвилі. Крім того, на низьких частотах, коли довжина поздовжніх хвиль в стержнях значно перевищує їхні розміри, можуть формуватися *поверхневі* хвилі.

А така складна коливальна система матиме цілу низку побічних резонансів. Деякі з них можна відразу класифікувати як стоячі хвилі в повітряному стовпі, що оточують стержні ( $\approx 650$ ,  $\approx 1300$ ,  $\approx 2100$  Гц). Деякі важко класифікувати навіть спеціалістам, оскільки вони суттєво залежать від конкретної конфігурації елементів установки.

Отже, перша і головна рекомендація для студентів є такою: в діапазоні частот генератора (450...11 000 Гц) перші 2...2,5 кГц супроводжуються паразитними резонансами, і цей діапазон частот можна вилучити з розгляду. Робочим діапазоном частот, за яких потрібно визначати появу стоячої хвилі, є діапазон 2,5...11 кГц. Характерно, що в цьому діапазоні знаходиться переважно лише одна (!) частота – частота основної гармоніки, так що помилитись важко. І лише в деяких випадках таких частот може бути дві і вони співвідносяться як 1:3. Студентам пропонуємо самотужки пояснити, чому і за яких умов це відбувається.

### ОПИС УСТАНОВКИ

Повністю зібрана та готова до роботи лабораторна установка складається зі стояка-тримача *A* з правильно закріпленим в ньому змінним об'єктом дослідження *B<sub>1</sub>*, під'єданого до нього генератора-збуджувача коливань *C* та осцилографа *D* для візуальної фіксації змін амплітуди коливань (рис. 4.5.2).

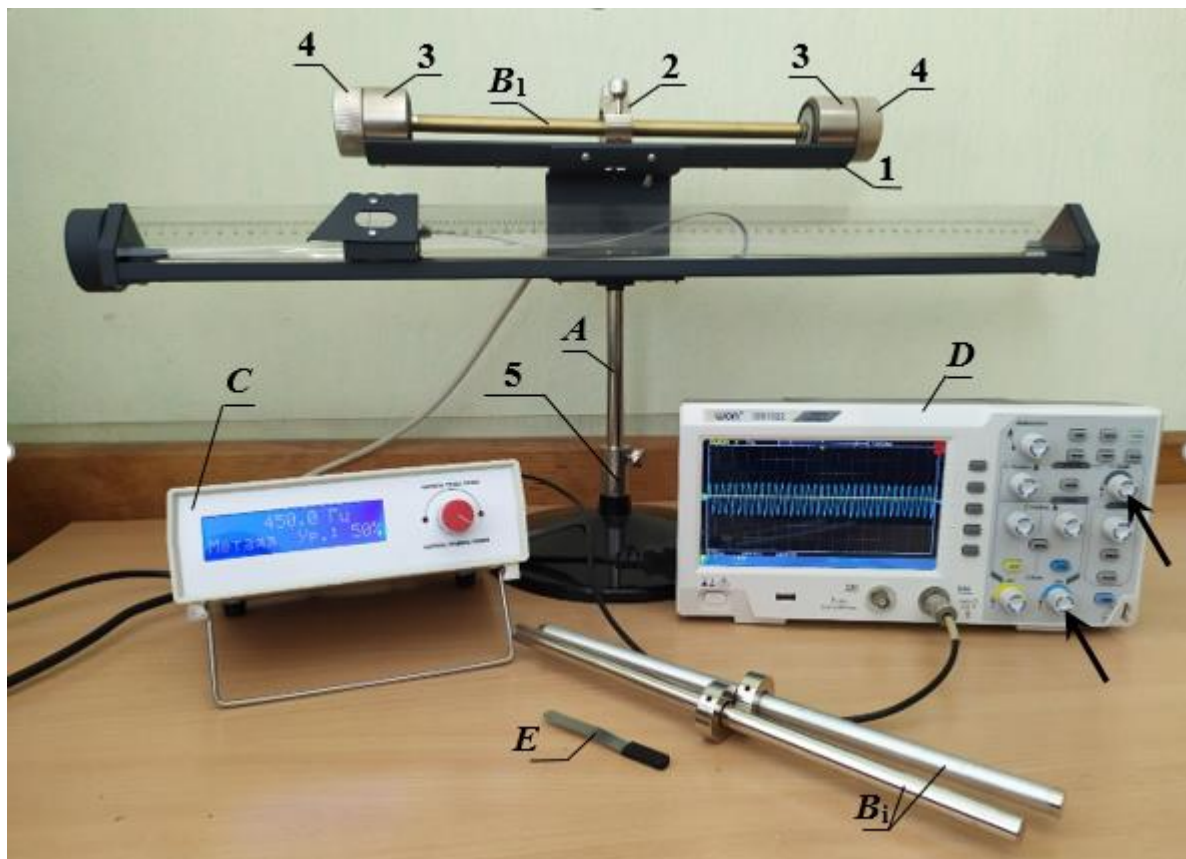


Рис. 4.5.2

Осцилограф з'єднано з виходом каналу 2 (CH2) на задній панелі генератора та входом каналу 2 (CH2) осцилографа на його передній панелі. Крім названих складових установки, для виконання роботи додаються змінні об'єкти дослідження (стержні  $B_i$ ) та контрольний щуп  $E$  (рис. 4.5.2).

На стояку-тримачі  $A$  у верхній частині штатива  $5$  є два жолоба-резонатора, з яких в цій лабораторній роботі використовують лише верхній, позначений цифрою  $1$ . В цьому жолобі-резонаторі цифрою  $2$  позначено затискач стержнів з двома гвинтами. Змінний стержень  $B_1$  в установці закріплено між збуджувачем  $3$  та приймачем  $3$  (збуджувач та приймач позначені однаковою цифрою  $3$ , тому що вони є взаємозамінними). Після встановлення нового стержня повітряні щілини між його кінцями та збуджувачем (чи приймачем) можна змінювати мікрогвинтами-регуляторами  $4$ , контролюючи величину щілини за допомогою щупа  $E$ .

**Увага!** Користуватись мікрогвинтами-регуляторами  $4$  потрібно обережно, не прикладаючи зусиль, щоб не пошкодити збуджувач чи приймач! Також бажано штатив  $5$  розмішувати на поверхнях, які не зазнають додаткових коливань.

Генератор змінної частоти  $C$  має надзвичайно простий вигляд передньої панелі, але досить вибагливий в керуванні. Ліворуч розміщено невеликий дисплей, а праворуч – багатофункціональну ручку. Ручкою можна регулювати режим («МЕТАЛ» або «ПОВІТРЯ»), рівень вихідного сигналу (у %) та частоту («ГРУБО» чи «ТОЧНО»). Значення відповідних величин автоматично відображається на екрані дисплея.

**Увага!** У зв'язку зі складністю використання багатофункціональної ручки до початку роботи в генераторі буде виставлено режим «МЕТАЛ» та рівень сигналу 50%. Студенти використовуватимуть багатофункціональну ручку лише для регулювання частоти «ГРУБО», тобто мають можливість обертати ручку в основному за годинниковою стрілкою. Зауважимо, що після ввімкнення генератора він автоматично налаштовується на свою мінімальну частоту генерації – 450 Гц. Регулювання частоти відбувається переважно лише в бік її зростання.

Осцилограф  $D$  належить до обладнання високої складності, що легко зрозуміти за кількістю органів керування на його передній панелі

(див. рис. 4.5.2). В цій роботі його використовують лише як індикатор синусоїдальних сигналів, що надходять від приймача установки.

**Увага!** Ми рекомендуємо студентам найпростіший спосіб керування осцилографом для досягнення мети лабораторної роботи. Для цього достатньо користуватись всього двома регуляторами (ручками), які позначені на панелі керування осцилографа двома жирними стрілками. Перша ручка призначена для регулювання чутливості каналу 2 (CH2), під нею стоять позначки «V – mV». Рекомендовано цим органом підтримувати чутливість такою, щоб вертикальний розмах синусоїдального сигналу по висоті не перевищував третини висоти екрана. Другий орган – ручка регулювання масштабу горизонтальної розгортки осцилографа (шкали часу). Це ручка з написом «Scale», під якою видно позначки «S – mS». Рекомендовано цим органом підтримувати сигнал таким, який, на вашу думку, найбільш нагадує синусоїду. Інші ручки та кнопки панелі осцилографа бажано не використовувати!

Рекомендації та вказівки для студентів є обов'язковими, тому що для роботи їм пропонується лабораторна установка, яка повністю зібрана, має встановлений перший досліджуваний зразок, а в генераторі та осцилографі налаштовано всі необхідні режими. Для того щоб почати виконання роботи, достатньо генератор та осцилограф під'єднати до електромережі та зачекати 1 хв для прогрівання приладів.

---

## **ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

Важливий і відповідальний етап підготовки лабораторної установки до нового вимірювання – заміна дослідного зразка. Спочатку проводять демонтаж раніше встановленого дослідного зразка матеріалу. Для цього треба повністю викрутити два гвинти **2** в середній частині жолоба-резонатора, вийняти раніше встановлений стержень. Замість нього у відповідні пази встановлюють новий досліджуваний зразок та закріплюють його двома гвинтами **2**, діючи по чергово та підтримуючи осьову симетрію встановленого стержня.

Найважливіший етап установки – досягти стану вільного розміщення кінців стержня за якомога меншого ( $\approx 0,1$  мм) повітряного проміжку між

торцями стержня та збуджувачем (чи приймачем). Для цього користуються мікрогвинтами-регуляторами **4** та щупом **E**. Правильність встановлення стержнів означає таке його розміщення, коли щуп **E** за незначного зусилля проходить крізь повітряні щілини між кінцями стержня та збуджувачем (або приймачем).

1. Встановіть досліджуваний зразок (один з металевих стержнів  $B_i$ ) у жолоб-резонатор та закріпіть його відповідно до викладених вимог. Якщо зразок був попередньо встановлений викладачем чи лаборантом, переходьте до пп. 2.

2. Увімкніть генератор та осцилограф в електромережу. Після прогрівання апаратури перевірте, чи правильно встановлено режим роботи генератора (режим «МЕТАЛ», рівень сигналу становить 50%), чи видно на екрані осцилографа синусоїдальний сигнал.

3. Збільшуйте частоту генератора-збуджувача, обертаючи ручку частоти «ГРУБО» за годинниковою стрілкою. В діапазоні частот 2,5...11 кГц уважно слідкуйте за чіткістю синусоїдального сигналу, періодично змінюючи чутливість осцилографа «V – mV» та масштаб розгортки «Scale». Зміну частоти можна виконувати в швидкому темпі доти, доки на екрані осцилографа не помітите різке зростання амплітуди. Це означає, що ви попали в потрібний діапазон частот.

4. Тепер досліджуйте цей діапазон частот ретельно. Змінювати частоту потрібно повільно як в бік зростання, так і в бік спадання частоти, орієнтуючись на максимум амплітуди. Оберіть оптимальну чутливість та розгортку осцилографа, щоб краще реєструвати максимум амплітуди.

5. Тричі пройдіть діапазон максимуму амплітуди (збільшуючи та зменшуючи частоту), щоразу реєструючи резонансну частоту та записуючи її в табл. 4.5.1 для відповідного досліджуваного зразка.

**Зауваження.** Крім частоти, для кожного досліджуваного зразка можна визначати ще одну величину – коефіцієнт зростання амплітуди в максимумі  $k$ . Таке завдання (як додаткове) може бути запропоноване викладачем. Тоді у висновку за результатами роботи студенту треба буде проаналізувати ці додаткові результати.

6. Виміряйте довжину стержня і запишіть результати в табл. 4.5.1. Знайдіть густину матеріалу і також зазначте в табл. 4.5.1.

7. Повторіть пп. 1-6 для інших досліджуваних зразків матеріалів і запишіть результати в табл. 4.5.1.

---

**РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ**

*Таблиця 4.5.1*

**Задані та виміряні величини**

Метал	$\nu_1$ , Гц	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$L$ , м
Сталь			
Алюміній			
Латунь			

*Таблиця 4.5.2*

**Обчислені величини**

Метал	$\langle \nu_1 \rangle$ , Гц	$\nu$ , м/с	$E$ , Па	$\varepsilon$ , %
Сталь				
Алюміній				
Латунь				

---

**РОЗРАХУНКИ**

1. Розрахуйте середнє значення резонансної частоти  $\langle \nu_1 \rangle$  для всіх зразків.

2. Розрахуйте за формулою (4.5.5) швидкість поширення звуку у кожному металі.

3. Розрахуйте за формулою (4.5.2) значення модуля пружності (модуля Юнга) для відповідного матеріалу.
4. Визначте відносну похибку цього методу вимірювання модуля Юнга за результатами визначення резонансної частоти  $\nu_1$ .
5. Результати розрахунків запишіть до табл. 4.5.2.
6. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: механічні властивості твердих тіл; модуль пружності (модуль Юнга); механічні хвилі; стоячі хвилі; явище резонансу; п'єзоелектричний ефект; магнітострикція.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. У чому полягає фізичний зміст модуля пружності?
2. Які методи вимірювання модуля Юнга вам відомі?
3. У чому полягає відмінність між модулем пружності та межею міцності?
4. Які фізичні характеристики матеріалу визначають швидкість поширення звуку у твердих тілах?
5. Що таке стояча хвиля?
6. Запишіть рівняння хвилі, що біжить, та рівняння стоячої хвилі.
7. Опишіть основні закономірності стоячих хвиль.
8. Опишіть явище резонансу та його основні властивості.
9. Які безконтактні способи збудження коливань ви знаєте?

## Лабораторна робота 5.1

### ***Визначення довжини світлової хвилі за допомогою біпризми Френеля***

---

#### **МЕТА**

- вивчити явище інтерференції світла
- ознайомитись з методами отримання когерентних джерел світла
- визначити довжину світлової хвилі за допомогою біпризми Френеля

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- газорозрядний лазер з блоком живлення
- лінза
- біпризма Френеля
- екран
- оптична лава
- лінійка

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Визначення довжини світлової хвилі в роботі ґрунтується на явищі інтерференції світла. *Інтерференція* – це явище перерозподілу інтенсивності світлового потоку в просторі внаслідок накладання когерентних хвиль, через що виникають стійкі максимуми та мінімуми освітленості. Для здійснення інтерференції світла необхідно отримати когерентні світлові пучки. *Когерентність* – це узгоджений перебіг у часі декількох хвильових процесів, коли частоти коливань однакові, а різниця фаз залишається незмінною.

Природні джерела оптичного випромінювання складаються з великої кількості атомів, які випромінюють хвилі фактично незалежно один від одного. Крім того, атоми випромінюють достатньо короткі світлові імпульси

тривалістю порядку  $\tau \sim 10$  нс з випадковими початковими фазами. Таке випромінювання атомів у вигляді окремих світлових імпульсів називають хвильовим цугом. Середня тривалість одного цуга – час когерентності  $\tau_{\text{ког}}$ , а відстань, яку проходить світло у вакуумі за цей час, – довжина когерентності  $l_{\text{ког}} = c \cdot \tau_{\text{ког}}$ . Когерентність існує лише у межах одного цуга, а тому прилад зафіксує інтерференцію, коли оптична різниця ходу  $\Delta$  між променями є меншою за довжину когерентності.

Існує також поняття просторової когерентності, тобто обмеження на спостереження інтерференції, яке виникає через поперечні розміри джерела. Внаслідок обмежень, пов'язаних із часовою і просторовою когерентністю, для спостереження інтерференції слід ділити хвильовий фронт на дві частини і звести їх потім у місці спостереження. У такому разі в цій точці накладаються дві хвилі, що належать одному цугу.

Ці хвилі є когерентними, тому за різниці ходу між ними

$$\Delta_{\text{max}} = \pm m\lambda, \text{ де } m = 0, 1, 2, \dots$$

виникає максимум освітленості (інтерференційний максимум), тоді як мінімум освітленості (інтерференційний мінімум) виникає за умови

$$\Delta_{\text{max}} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ де } m = 0, 1, 2, \dots$$

Поділ хвильового фронту й отримання інтерференційної картини можуть бути здійснені, зокрема, за допомогою біпризми Френеля. Вона складається з двох з'єднаних основами призм з малим заломлювальним кутом (рис. 5.1.1).

Плоска хвиля від лазера фокусується короткофокусною лінзою в точку  $S$  і далі перетворюється в пучок світла, що розходить. Частина хвильового фронту потрапляє на екран крізь верхню половину біпризми, а інша частина хвильового фронту – крізь нижню.

Утворюється два уявних когерентних джерела  $S_1$  та  $S_2$ . Оскільки хвилі від цих джерел утворюються з одного фронту, вони є когерентними, а тому там, де вони перекриваються (заштрихована ділянка), буде спостерігатись інтерференція.

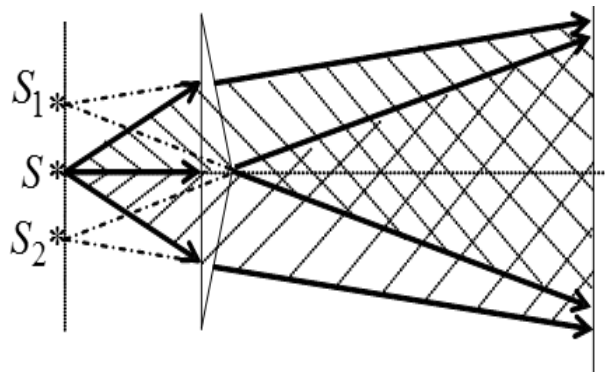


Рис. 5.1.1

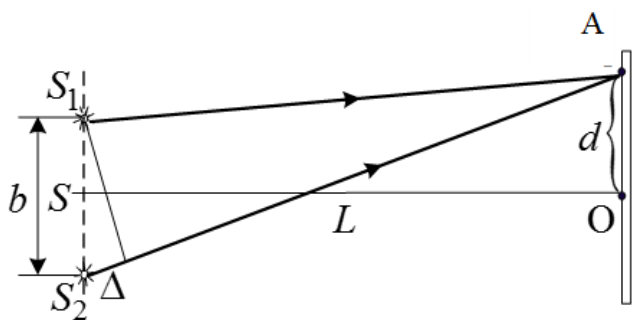


Рис. 5.1.2

Для розрахунку параметрів інтерференційної картини розглянемо промені  $S_1A$  та  $S_2A$ , що попадають у точку  $A$  екрана від кожного з джерел (рис. 5.1.2).

Якщо вважати, що  $S_1A + S_2A \approx 2SO$ , то з рис. 5.1.2 випливає, що оптична різниця ходу  $\Delta = |S_2A - S_1A|n$  дорівнює

$$\Delta = (OA \cdot S_1S_2 / SO)n,$$

де  $n$  – показник заломлення середовища.

Введемо позначення:  $S_1S_2 = b$ ;  $SO = L$ ;  $OA = d$ . Якщо різниця ходу становить ціле число довжини хвиль  $\lambda$ , тоді в точці  $A$  на екрані буде спостерігатись інтерференційний максимум. Його координати для випадку спостереження в повітрі ( $n = 1$ ):

$$d_m = \pm m \cdot \frac{L}{b} \lambda,$$

де  $m = 0, 1, 2, \dots$  – порядок інтерференційного максимуму.

Інтерференційному мінімуму відповідною є умова

$$d_m = \pm (2m + 1) \cdot \frac{L}{b} \lambda.$$

Шириною інтерференційної смуги називають відстань між сусідніми інтерференційними максимумами або мінімумами:

$$\Delta d = \frac{L}{b} \lambda.$$

Таким чином, якщо відомі ширина інтерференційної смуги  $\Delta d$  та відстань  $L$  від точки  $S$  до екрана, то за певної відстані між уявними джерелами  $b$  довжина хвилі світла, що падає, дорівнює

$$\lambda = \frac{\Delta d \cdot b}{L}. \quad (5.1.1)$$

Для визначення відстані  $b$  між уявними джерелами  $S_1$  та  $S_2$  лазерний промінь пропускають крізь біпризму Френеля. В результаті на екрані буде спостерігатись не одна світла пляма, а дві (рис. 5.1.3).

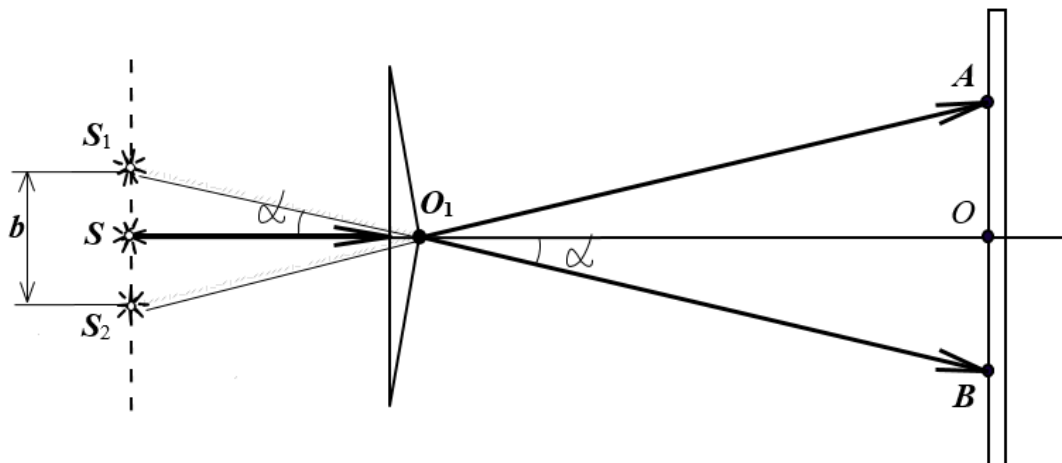


Рис. 5.1.3

З рис. 5.1.3 випливає

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{OB}{OO_1}. \quad (5.1.2)$$

За відомими з досліду значеннями  $OB$  та  $OO_1$  можна визначити  $\operatorname{tg} \alpha$ , а за значенням  $\operatorname{tg} \alpha$  – відстань між уявними джерелами  $b$ :

$$b = 2l_1 \operatorname{tg} \alpha, \quad (5.1.3)$$

де  $l_1 = SO_1$ .

Зазначимо, що кут відхилення  $\alpha$  світлового променя від його початкового напрямку визначається кутом заломлення призми і не залежить від умов експерименту.

#### ОПИС УСТАНОВКИ

Для визначення довжини хвилі світла в цій роботі використовують оптичну лаву, на якій розміщують джерело світла – лазер **2**; лінзу **3**; біпризму Френеля **4** та екран **5**. Зовнішній вигляд установки зображено на рис. 5.1.4.

Як джерело світла у видимому діапазоні використовують серійний He-Ne лазер ІЛГН-203, який під'єднано до блоку живлення **1** (рис. 5.1.4). Лазер складається з випромінювача, елементами якого є резонатор й активний елемент. Резонатор – це скляна колба, на кінцях якої закріплені юстировкові вузли з дзеркалами. Активний елемент (газонаповнена скляна трубка завдовжки 300 мм) розміщений між дзеркалами, причому дзеркала орієнтуються так, щоб вони були перпендикулярні осі активного елемента.

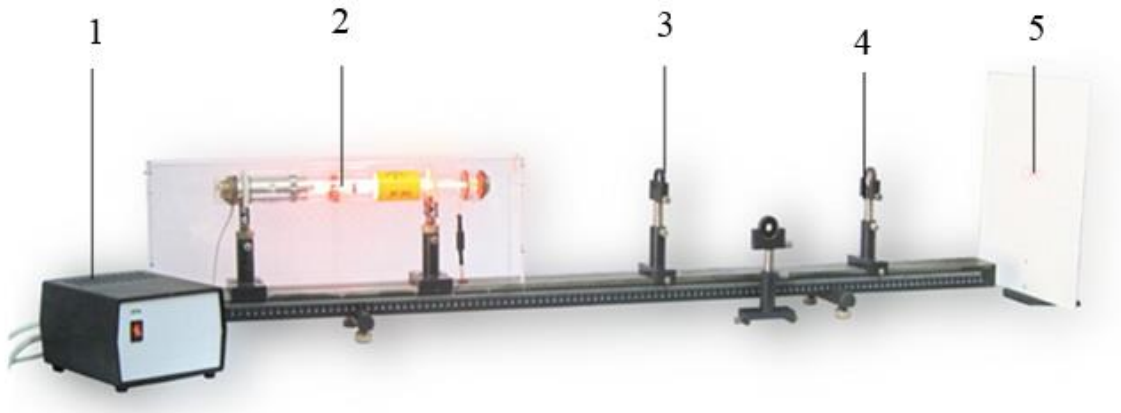


Рис. 5.1.4

Для створення електричного розряду в газі, що наповнює активний елемент, до електродів прикладено високу (до 10 кВ) напругу. Випромінювання лазера є монохроматичним, тобто має певну довжину хвилі, яка залежить від природи газу (в цьому випадку – суміші гелію і неону), що наповнює активний елемент.

Схема для проведення експерименту з інтерференції лазерного випромінювання за допомогою біпризми Френеля в променях, що розходяться, складається (рис. 5.1.5) з лазера 1, лінзи 2, біпризми Френеля 3, екрана 4, які розміщені на оптичній лаві 6. На екрані з'являється інтерференційна картина 5.

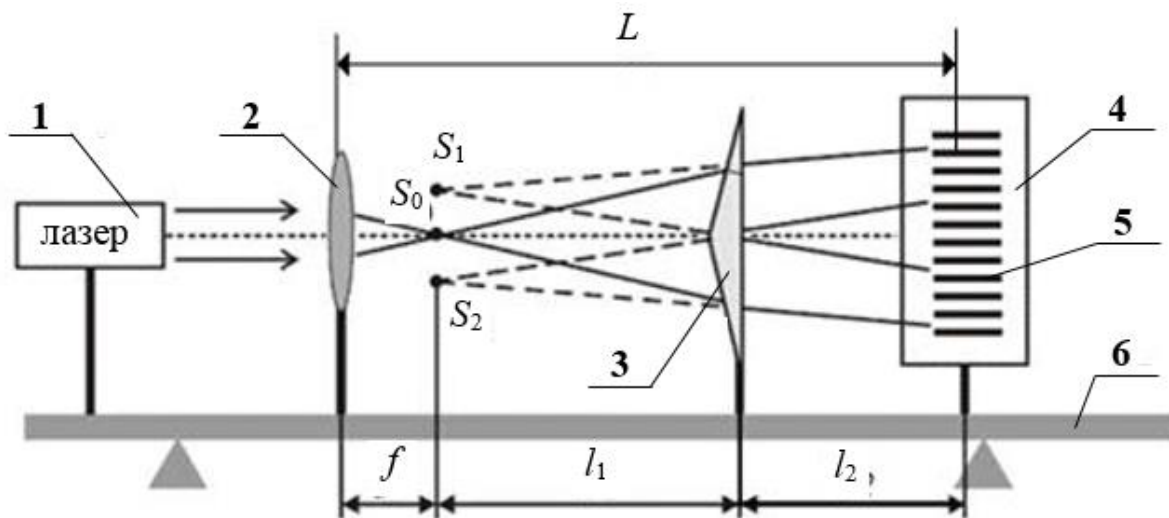


Рис. 5.1.5

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Увімкніть блок живлення лазера.
2. Після появи в активному елементі лазера розряду червоно-помаранчевого кольору дайте установці прогрітися протягом 5-7 хвилин.
3. Встановіть на шляху лазерного променя біпризму Френеля так, щоб її ребро проходило через центр пучка. Тоді пучок роздвоїться, і на екрані можна буде спостерігати дві світні плями.
4. Виміряйте відстань  $AB$  між зображеннями, що дає біпризма Френеля на екрані, та відстань  $OO_1$  від зображення до біпризми (див. рис. 5.1.3).
5. Складіть схему відповідно до рис. 5.1.5. Для цього розмістіть лінзу з фокусною відстанню  $f$  (задає викладач) між лазером та біпризмою Френеля.
6. Встановіть лінзу так, щоб її фокус був перед біпризмою. Обертайте біпризму за та проти годинникової стрілки для досягнення чіткої інтерференційної картини **5** (див. рис. 5.1.5) на екрані.
7. Порахуйте кількість інтерференційних максимумів  $m$ , які спостерігатимуться на екрані.
8. За допомогою лінійки виміряйте відстань  $x$  між крайніми максимумами.
9. Виміряйте відстань  $l$  від лінзи до екрана та відстань  $l_2$  від біпризми до екрана (див. рис. 5.1.5).
10. Результати вимірювань запишіть до табл. 5.1.1.

---

## РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Таблиця 5.1.1

### Задані та виміряні величини

$AB,$ м	$OO_1,$ м	$m$	$x,$ м	$l,$ м	$l_2,$ м	$f,$ м

Таблиця 5.1.2

### Обчислені величини

$\operatorname{tg}\alpha$	$l_1,$ м	$b,$ м	$\Delta d,$ м	$L,$ м	$\lambda,$ м

---

## РОЗРАХУНКИ

1. Розрахуйте за формулою (5.1.2)  $\operatorname{tg}\alpha$ .
2. Розрахуйте відстань  $l_1$  від джерела  $S$  до біпризми:

$$l_1 = l - f - l_2.$$

3. Розрахуйте за формулою (5.1.3) відстань  $b$  між уявними джерелами.
4. Розрахуйте відстань  $\Delta d$  між інтерференційними максимумами:

$$\Delta d = x/m.$$

5. Розрахуйте відстань  $L$  від джерела  $S$  до місця спостереження інтерференційної картини:

$$L = l_1 + l_2.$$

6. Розрахуйте за формулою (5.1.1) довжину хвилі  $\lambda$  лазерного випромінювання.
7. Результати розрахунків запишіть у табл. 5.1.2.
8. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: плоскі та сферичні хвилі, фронт хвилі; інтерференція світла; когерентність; способи одержання когерентного світла; інтерференційна картина; різниця ходу променів; умови максимумів та мінімумів інтерференції; формула лінзи.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. Яке оптичне явище називають інтерференцією?
2. Які джерела світла є когерентними?
3. У чому різниця між просторовою і часовою когерентністю?
4. Що таке час когерентності і довжина когерентності?
5. Що таке оптична довжина шляху та оптична різниця ходу?
6. Яким чином та за яких умов виникають інтерференційні максимуми та мінімуми?
7. Побудуйте хід променів у біпризмі Френеля.
8. Як виникає інтерференційна картина після проходження світла крізь тонку плівку?

## Лабораторна робота 5.6

### **Визначення роботи виходу електрона з металів методом гальмування фотоелектронів в електричному полі**

---

#### **МЕТА**

- вивчити основні закономірності зовнішнього фото ефекту
- експериментально визначити значення затримувального потенціалу
- побудувати вольт-амперні характеристики фотоелемента
- визначити роботу виходу та максимальну швидкість фотоелектронів
- оцінити величину сталої Планка

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- установка ФПК-10

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Зовнішнім фотоелектричним ефектом (фото ефектом) називається явище виривання (емісії) електронів з речовини під дією електромагнітного випромінювання. Згідно з квантовою теорією світла світло випромінюється, поширюється та поглинається речовиною окремими порціями – квантами (або фотонами). Енергію фотона, що відповідає світловій хвилі з частотою  $\nu$  (довжиною хвилі  $\lambda$ ), визначають за формулою

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (5.6.1)$$

де  $h$  – стала Планка;  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $\lambda$  – довжина хвилі світла.

З позицій квантової теорії під час падіння світла на поверхню речовини відбувається зіткнення фотона з електроном речовини. Енергія фотона передається електрону, і фотон припиняє своє існування. Зазначена енергія йде на те, щоб вирвати електрон з речовини та надати йому кінетичної енергії. Якщо ця енергія більша за роботу виходу електрона з

речовини ( $A_{\text{вих}}$ ), то електрон виходить за межі матеріалу, маючи певну кінетичну енергію. Кінетична енергія є максимальною у тому випадку, коли електрон, виходячи з матеріалу, не витрачає енергію на зіткнення з кристалічними ґратами або іншими електронами. Енергетичний баланс цієї взаємодії для фотоелектронів (відповідно до закону збереження енергії) описується рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоелектричного ефекту:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2}, \quad (5.6.2)$$

тобто енергія фотона унаслідок взаємодії з електроном повністю витрачається на виривання електрона з поверхні речовини та надання йому кінетичної енергії.

Для дослідження фотоелектричного ефекту О. Столетов використовував пристрій, принципова схема якого зображена на рис. 5.6.1. У вакуумній трубці із кварцовим віконцем є два електроди: катод й анод. Напруга між катодом й анодом регулюється потенціометром  $R$  і вимірюється вольтметром  $V$ , а за допомогою перемикача полюсів джерела струму є можливість змінювати знак прикладеної між анодом і катодом напруги. Під час освітлення катода через кварцове віконце трубки монохроматичним світлом в колі між катодом і анодом виникає фотострум, який вимірюється мікроамперметром  $A$ .

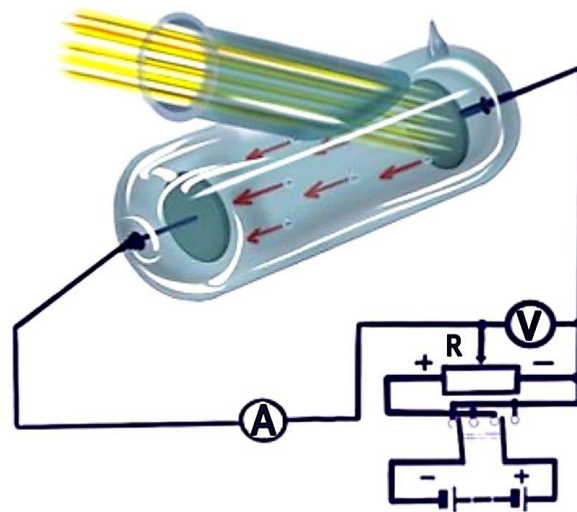


Рис. 5.6.1

На рис. 5.6.2 зображено типові вольт-амперні характеристики (ВАХ) фотоелемента – залежності фотоструму від напруги між катодом й анодом за умови сталих освітленостей катода  $E_1$  та  $E_2$  ( $E_1 > E_2$ ). На графіку  $I = f(U)$  видно, що за деякої напруги  $U_H > 0$  фотострум досягає максимального значення і залишається незмінним. Цей струм, що називають струмом насичення  $I_{\text{нас}}$ , є відповідним стану, у якому всі фотоелектрони, які вириваються світлом за одиницю часу з катода, досягають анода. Значення сили фотоструму насичення може бути змінене за умови зміни інтенсивності світла, що падає на катод ( $I_{\text{нас1}} > I_{\text{нас2}}$ ).

Відповідно до графіка (рис. 5.6.2), якщо немає напруги між катодом та анодом сила фотоструму не дорівнює нулю. Це пояснюється тим, що деякі електрони, які вириваються з катода під дією світла, мають кінетичну енергію, достатню для того, щоб досягти анода без дії впливу зовнішнього електричного поля. Ці електрони і створюють фотострум за нульової напруги. Для того щоб послабити або зовсім припинити цей струм, між катодом й анодом потрібно створити електричне поле, яке гальмує електрони. Чим вищою буде запірна напруга, тим меншим буде фотострум, і за деякого значення  $U_{\Gamma}$  сила фотоструму дорівнюватиме нулю. За такої напруги  $U_{\Gamma}$  всі електрони (навіть найшвидші) затримуватимуться електричним полем. Таким чином, робота електричного поля в процесі гальмування електронів дорівнює зміні їхньої кінетичної енергії:

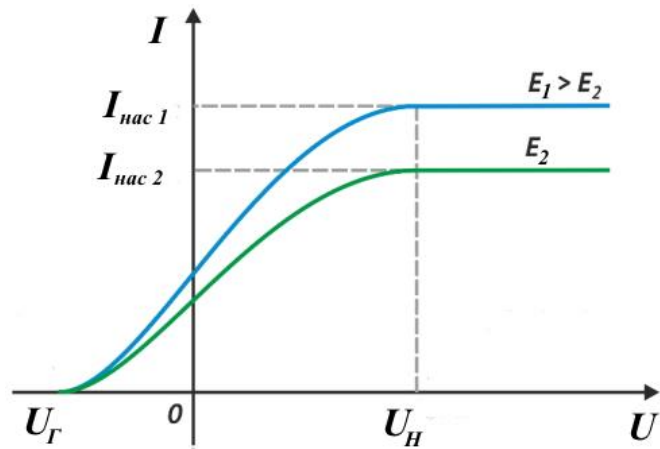


Рис. 5.6.2

$$eU_{\Gamma} = \frac{m_e v_{\max}^2}{2}, \quad (5.6.3)$$

де  $e$  — заряд електрона;  $U_{\Gamma}$  — гальмівна напруга;  $m_e$  — маса електрона;  $v_{\max}$  — максимальне значення швидкості фотоелектронів.

Після підстановки значення максимальної кінетичної енергії фотоелектронів з виразу (5.6.3) у формулу (5.6.2) маємо:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + eU_{\Gamma}. \quad (5.6.4)$$

Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту, записане у вигляді рівності (5.6.4), дає можливість визначити червону межу фотоефекту  $\nu_{\min}$  (або  $\lambda_{\max}$ ). Максимальна кінетична енергія фотоелектронів дорівнює роботі електричного поля  $eU_{\Gamma}$  і лінійно залежить від частоти  $\nu$  електромагнітного випромінювання:

$$eU_{\Gamma} = h\nu - A_{\text{вих}}. \quad (5.6.5)$$

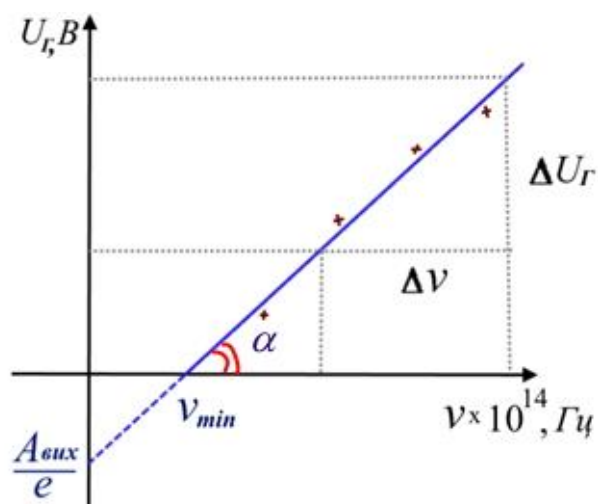


Рис. 5.6.3

залежності  $U_G = f(\nu)$  (рис. 5.6.3) можна визначити червону межу фотоефекту  $\nu_{min}$  та обчислити роботу виходу  $A_{вих}$  електронів з речовини:

$$A_{вих} = h\nu_{min}. \quad (5.6.7)$$

Кутовий коефіцієнт прямої дорівнює тангенсу кута нахилу графіка до осі абсцис  $k = \text{tg}\alpha$ , звідки можна оцінити величину сталої Планка:

$$h = e \cdot \text{tg}\alpha = e \frac{\Delta U_G}{\Delta \nu}. \quad (5.6.8)$$

З умови (5.6.5) видно, що зовнішній фотоефект можливий лише тоді, коли  $h\nu \geq A_{вих}$ . У граничному випадку  $h\nu_{min} = A_{вих}$ .

З формули (5.6.5) гальмівна напруга  $U_G$  дорівнює:

$$U_G = \frac{h}{e}\nu - \frac{A_{вих}}{e}, \quad (5.6.6)$$

звідки видно, що залежність гальмівної напруги від частоти є лінійною і її графіком буде пряма лінія виду  $y = kx - b$ . З графіка

## ОПИС УСТАНОВКИ

Експериментальна установка для вивчення зовнішнього фотоефекту ФПК-10 (рис. 5.6.4) складається з об'єкта дослідження та вимірювального пристрою, виконаних у вигляді готового виробу. Їх встановлюють на лабораторному столі та з'єднують між собою за допомогою кабелю.

Конструкцію об'єкта дослідження виконано у вигляді збірного корпусу, в якому встановлено освітлювач **1** (спектральна ртутна лампа) з джерелом живлення, блок **2** інтерференційних світлофільтрів («1», «2», «3», «4») та пристрій регулювання освітленості **3**. Зміна освітленості фотоелемента плавно коригується за допомогою двох поляризаційних світлофільтрів. Довжина хвиль пропускання світлофільтрів становить: 407 нм (для «1»), 435 нм (для «2»), 546 нм (для «3»), 578 нм (для «4»).

Положення «0» блока світлофільтрів є відповідним проходженню світла без світлофільтрів і може бути застосоване для зняття інтегральних вольт-амперних характеристик (ВАХ) фотоелементів, а положення «5», яке перекриває лампу, використовується для встановлення нуля за допомогою регулятора балансу підсилювача «ГРУБО» і «ТОЧНО».

До корпуса об'єкта дослідження за допомогою кронштейна прикріплено підсилювач фотоструму **5**, на верхню кришку якого встановлюють змінні фотоприймачі **4** з фотоелементами Ф-8 і Ф-13. Встановлюючи фотоприймачі, їхній приймальний отвір суміщують з вихідним вікном освітлювача та закривають за допомогою бленди **3**.

Вимірювальний пристрій **6** дає змогу вимірювати силу струму фотоелемента, встановлювати та вимірювати напругу на фотоелементі, а також здійснювати функції керування режимами прямого або зворотного вимірювань. Прилад живиться від мережі напругою 220 В і вмикається за допомогою вимикача на задній панелі приладу. На передній панелі вимірювального пристрою **6** розміщено органи управління та індикації: кнопка «ОБНУЛЕННЯ – НАПРЯМ» призначена для увімкнення прямого або зворотного режимів вимірювання, а також для скидання в нуль напруги на фотоелементі (для спрацьовування кнопки «ОБНУЛЕННЯ – НАПРЯМ» її потрібно утримувати не менше 1 с); кнопки «НАПРУГА +» та «НАПРУГА –» призначено для регулювання напруги на фотоелементі.

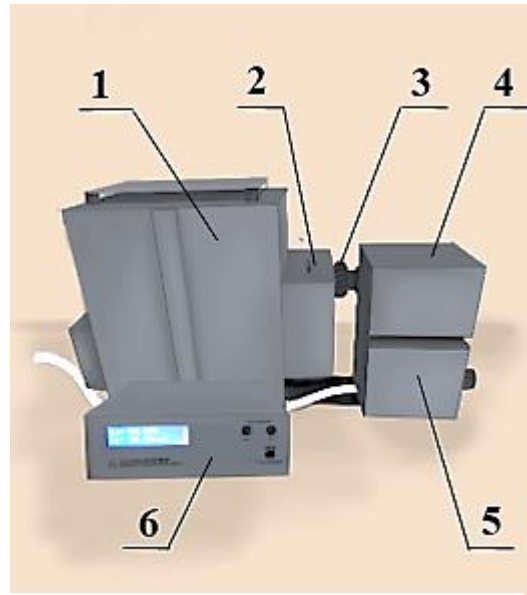


Рис. 5.6.4

---

#### ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Встановіть на об'єкт дослідження фотоприймач **4** з фотоелементом так, щоб бленда освітлювача **3** сумістилася з отвором вікна фотоелемента.

2. Під'єднайте кабелі живлення вимірювального пристрою та об'єкта дослідження до мережі й увімкніть вимірювальний пристрій вимикачем на

його задній панелі. При цьому на передній панелі пристрою засвітяться індикатори « $U_a$  В», « $I_\phi$  мкА», на яких мають встановитися нулі (допускається індикація до значення 2-го молодшого розряду).

3. Після 5-хвилинного прогрівання ручками «УСТАНОВКА "0"» на об'єкті дослідження встановіть нульове значення « $I_\phi$  мкА» за допомогою регулятора балансу підсилувача «ГРУБО» і «ТОЧНО» (блок світлофільтрів **2** має бути в положенні «5», коли лампа перекрита).

4. Увімкніть об'єкт дослідження вимикачем на його боковій панелі та протягом 15 хвилин дайте прогрітися ртутній лампі освітлювача **1**.

5. Виберіть за допомогою кнопки «ОБНУЛЕННЯ – НАПРЯМ» потрібний режим вимірювання, утримуючи кнопку протягом 1 с.

**Увага!** Сила фотоструму не повинна перевищувати 20 мкА! У режимі прямого струму напруга не повинна перевищувати 40 В, а в режимі зворотного струму – не повинна перевищувати -2 В!

6. Оберіть світлофільтр «4», встановивши диск блока світлофільтрів в положення «4».

7. Змінюючи значення напруги  $U_a$  за допомогою кнопок «+» або «-», зніміть покази фотоструму  $I_\phi$  з табло індикації для побудови вольт-амперної характеристики (ВАХ) фотоелемента.

**Увага!** Визначаючи затримувальну напругу фотоелемента, слід нульове значення струму зчитувати за зменшення напруги від нульового значення до значення затримувальної напруги, а не навпаки. Не рекомендується також встановлювати значення напруги, нижче за затримувальне.

8. Виконайте пп. 4-6 для інших світлофільтрів, встановлюючи диск блока світлофільтрів в положення «5» та перевіряючи установку нуля фотоструму  $I_\phi$  за нульового значення напруги  $U_a$ .

9. Результати вимірювання запишіть до табл. 5.6.1.

10. Після закінчення роботи вимкніть живлення установки мережевими вимикачами (на задній панелі вимірювального пристрою і на боковій панелі об'єкта дослідження) та від'єднайте вимірювальний пристрій та об'єкт дослідження від електричної мережі.

**Увага!** Режим роботи установки переривчастий: кожні 45 хв слід перервати роботу на 15-20 хв.

**РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Таблиця 5.6.1

**Задані та виміряні величини**

1-й світлофільтр				2-й світлофільтр				3-й світлофільтр				4-й світлофільтр			
$\lambda_1 = 407$ нм				$\lambda_2 = 435$ нм				$\lambda_3 = 546$ нм				$\lambda_4 = 578$ нм			
прямий напрям		зворотн. напрям		прямий напрям		зворотн. напрям		прямий напрям		зворотн. напрям		прямий напрям		зворотн. напрям	
U, В	I, А	U, В	I, А	U, В	I, А	U, В	I, А	U, В	I, А	U, В	I, А	U, В	I, А	U, В	I, А
0,00		0,00		0,00		0,00		0,00		0,00		0,00		0,00	
0,20		-0,05		0,20		-0,05		0,20		-0,05		0,20		-0,05	
0,50		-0,10		0,50		-0,10		0,50		-0,10		0,50		-0,10	
1,00		-0,20		1,00		-0,20		1,00		-0,20		1,00		-0,15	
1,50		-0,50		1,50		-0,50		1,50		-0,40		1,50		-0,20	
2,00		-0,70		2,00		-0,60		2,00		-0,45		2,00		-0,25	
5,00		-0,80		5,00		-0,70		5,00		-0,50		5,00		-0,30	
10,00		-0,90		10,00		-0,90		10,00		-0,55		10,00		-0,35	
15,00		-1,00		15,00		-1,00		15,00		-0,60		15,00		-0,40	
20,00		-1,20		20,00		-1,15		20,00				20,00		-0,45	

Таблиця 5.6.2

**Обчислені величини**

Світло-фільтр	$\lambda$ , нм	$\nu$ , Гц	$U_{Г}$ , В	$A_{вих}$ ,		$E_{max}$ ,		$\nu_{max}$ , м/с
				Дж	еВ	Дж	еВ	
1	407							
2	435							
3	546							
4	578							

---

## РОЗРАХУНКИ

1. Розрахуйте частоти  $\nu$  пропускання світлофільтрів.
2. Обчисліть роботу виходу  $A_{\text{вих}}$  електронів з речовини за формулою (5.6.7) та порівняйте її зі значенням, взятим з графіка залежності гальмівної напруги від частоти.
3. Визначте максимальні значення кінетичної енергії  $E_{\text{max}}$  фотоелектронів та їхніх швидкостей  $v_{\text{max}}$  для довжин хвиль пропускання кожного із світлофільтрів, використовуючи формулу (5.6.3).
4. Обчислені величини  $\nu$ ,  $A_{\text{вих}}$ ,  $E_{\text{max}}$  та  $v_{\text{max}}$  занотуйте в табл. 5.6.2.

---

## ГРАФІКИ

1. Побудуйте вольт-амперну характеристику (ВАХ, див. рис. 5.6.2) фотоелемента  $I = f(U)$  для однієї з довжин хвиль (за вказівкою викладача), взявши до уваги, що за умови зворотного режиму під'єднання фотоелемента напруга буде зі знаком «-».
2. Побудуйте графік залежності гальмівної напруги від частоти  $U_{\text{г}} = f(\nu)$ , сформулюйте та запишіть висновок, у якому поясніть, чи не суперечить отриманий графік другому закону фотоефекту.
3. На графіку  $U_{\text{г}} = f(\nu)$ , застосовуючи метод екстраполяції, апроксимуйте значення червоної межі фотоефекту  $\nu_{\text{min}}$  (див. рис. 5.6.2).
4. Користуючись побудованим в пп. 2 графіком, оцініть значення роботи виходу фотоелектронів  $A_{\text{вих}}$  і сталої Планка  $h$  за формулами (5.6.6) та (5.6.8) відповідно (див. рис. 5.6.3).
5. Запишіть загальний висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: зовнішній фотоефект та його закони; рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту; фотоелементи та їх застосування.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. Що називають фотоефектом?
2. У чому відмінність між внутрішнім та зовнішнім фотоефектом?
3. Наведіть схему експериментальної установки для дослідження зовнішнього фотоефекту.
4. Зобразіть типову вольт-амперну характеристику (ВАХ) фотоелемента.
5. Що називають фотострумом насичення; затримувальною різницею потенціалів?
6. Сформулюйте закони Столетова для зовнішнього фотоефекту.
7. Що називають червоною межею фотоефекту?
8. Запишіть та поясніть рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту.
9. Що таке квант світла (фотон)?
10. Що називають роботою виходу електрона з металу?
11. Як пояснити закони фотоефекту на основі рівняння Ейнштейна для фотоефекту?
12. Що таке фотоелементи? З якою метою їх застосовують?

## Лабораторна робота 6.2

### **Вимірювання вольт-амперної та вольт-фарадної характеристик напівпровідникового діода**

---

#### **МЕТА**

- вивчити властивості напівпровідникового *p-n*-переходу та його випрямну дію
- виміряти вольт-амперні характеристики (ВАХ) напівпровідникових діодів
- виміряти вольт-фарадні характеристики (ВФХ) напівпровідникових діодів

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- установка ФПК-06
- набір діодів

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Основним елементом напівпровідникових випрямлячів є напівпровідникові (кристалічні) діоди, які мають ряд переваг порівняно з вакуумними діодами. Варто відмітити малі габарити, велику механічну міцність, довговічність та інші позитивні властивості напівпровідникових діодів.

В основі роботи таких діодів лежить випрямна дія *p-n*-переходу (електронно-діркового переходу). *p-n*-перехід – це тонкий шар на межі між двома ділянками напівпровідника, які відрізняються типом провідності. Відомо, що в напівпровідниках можливі два різних процеси електропровідності – електронний і дірковий.

Для утворення домішкового напівпровідника з електронним типом провідності (напівпровідника *n*-типу) в кристал германію або кремнію (4-валентної речовини) додають атоми домішок з більшою валентністю, наприклад, 5-валентного миш'яку. Для утворення ковалентних зв'язків з атомами основної речовини миш'яку достатньо чотирьох електронів. П'ятий

електрон, не зв'язаний з атомами кристалічних ґрат, якщо надати йому незначну енергію  $\Delta W_1$  (рис. 6.2.1, *а*) стає вільним, тобто електроном провідності. Атом домішки (миш'як) перетворюється на додатний іон, який не може переміщуватися в кристалі. Домішки, які постачають електрони провідності, називають *донорами*.

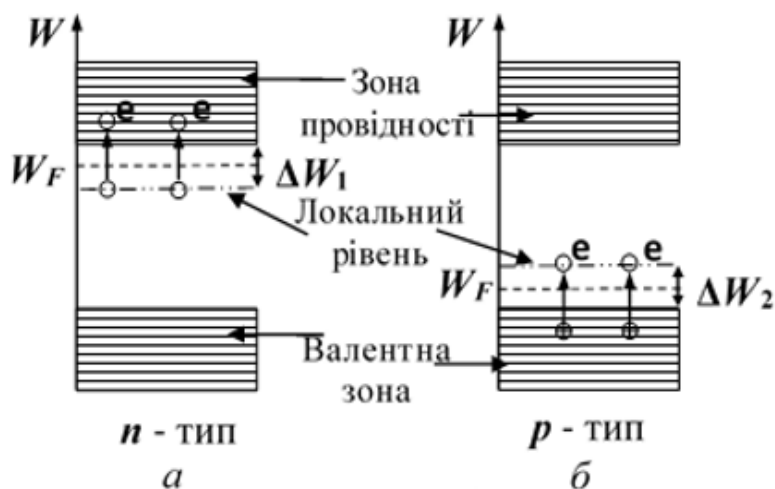


Рис. 6.2.1

Домішки викривлюють електричне поле ґрат, що призводить до появи локальних енергетичних рівнів, розміщених в забороненій зоні енергетичних зон кристала (рис. 6.2.1, *а*). Рівень Фермі в напівпровіднику *n*-типу лежить між донорним рівнем та дном зони провідності (рис. 6.2.1, *а*).

Для утворення домішкового напівпровідника з дірковою провідністю (напівпровідника *p*-типу) в кристал германію або кремнію додають атоми домішок з меншою валентністю, наприклад, бор, який має три валентні електрони. Трьох валентних електронів атома бору не вистачає для утворення подвійного ковалентного зв'язку з чотирма сусідніми атомами основної речовини. Тому атом бору захоплює один з валентних електронів германію (або кремнію) і перетворюється у негативно заряджений іон. В місці захопленого електрона залишається дірка, тобто квазічастинка, що має додатній заряд, який за величиною дорівнює заряду електрона. У разі надання дірці незначної кількості енергії  $\Delta W_2$  (рис. 6.2.1, *б*) вона стає вільним носієм заряду.

Домішкові атоми, які можуть захоплювати електрони з валентної зони, називаються *акцепторами*. Акцепторні рівні енергії розташовані трохи вище від верхнього краю валентної зони основного кристала (рис. 6.2.1, *б*). Рівень Фермі в напівпровідниках *p*-типу лежить між верхнім рівнем валентної зони та акцепторним рівнем (рис. 6.2.1, *б*).

Отже, якщо концентрація вільних електронів у напівпровіднику більша за концентрацію дірок, то такий напівпровідник має електронну провідність та називається напівпровідником  $n$ -типу. Якщо перевищує концентрація дірок, то напівпровідник має діркову провідність і має назву напівпровідника  $p$ -типу.

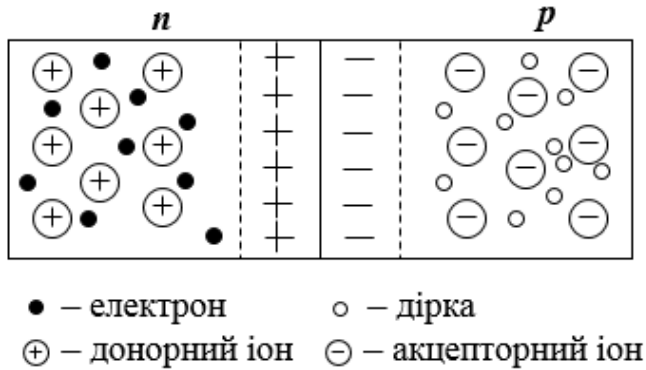


Рис. 6.2.2

Розглянемо процеси на межі двох напівпровідників з різним типом провідності (рис. 6.2.2). Оскільки концентрація вільних електронів в  $n$ -ділянці є більшою, ніж в  $p$ -ділянці, то електрони дифундують через контакт в бік  $p$ -ділянки. У зворотному напрямку дифундують дірки. Попадаючи в

ділянку з протилежною провідністю, електрони рекомбінують з дірками, і поблизу контакту спостерігається зменшення концентрації вільних електронів і дірок. Оскільки атомні залишки в  $n$ -ділянці заряджені позитивно, а в  $p$ -ділянці – негативно, то в  $n$ -ділянці біля межі накопичується позитивний заряд, а в  $p$ -ділянці – негативний. Утворюється так званий  $p$ - $n$ -перехід. Це призводить до виникнення між напівпровідниками  $p$ - та  $n$ -типу контактної різниці потенціалів (потенціального бар'єра), яка перешкоджає подальшому переміщенню через межу основних носіїв струму – електронів з  $n$ -ділянки і дірок з  $p$ -ділянки.

У той же час електричне поле, що утворюється на межі, стимулює рух через  $p$ - $n$ -перехід неосновних носіїв струму. У відсутності зовнішнього електричного поля повний струм через  $p$ - $n$ -перехід дорівнює нулю завдяки динамічній рівновазі, що встановлюється на межі, коли середня кількість зарядів, які рухаються проти поля, врівноважується зарядами, що проходять межу в протилежному напрямку.

Дослідним шляхом встановлено, що в деяких випадках контакт двох напівпровідників має властивість проводити електричний струм переважно в одному напрямку. Під'єднаємо розглянуту систему напівпровідників до електричного поля так, щоб зовнішня різниця потенціалів зменшувала

контактну (прямий напрямок; рис. 6.2.3, а). В цьому випадку зменшується висота потенціального бар'єра для основних носіїв струму. Зовнішнє електричне поле «притискує» основні носії струму до межі контакту двох напівпровідників, через що ширина  $p$ - $n$ -переходу зменшується. Відповідно зменшується опір  $p$ - $n$ -переходу, причому тим більше, чим більша зовнішня напруга. Через  $p$ - $n$ -перехід іде струм, зумовлений рухом основних носіїв струму, сила якого в міру збільшення напруги зростає за експоненціальним законом.

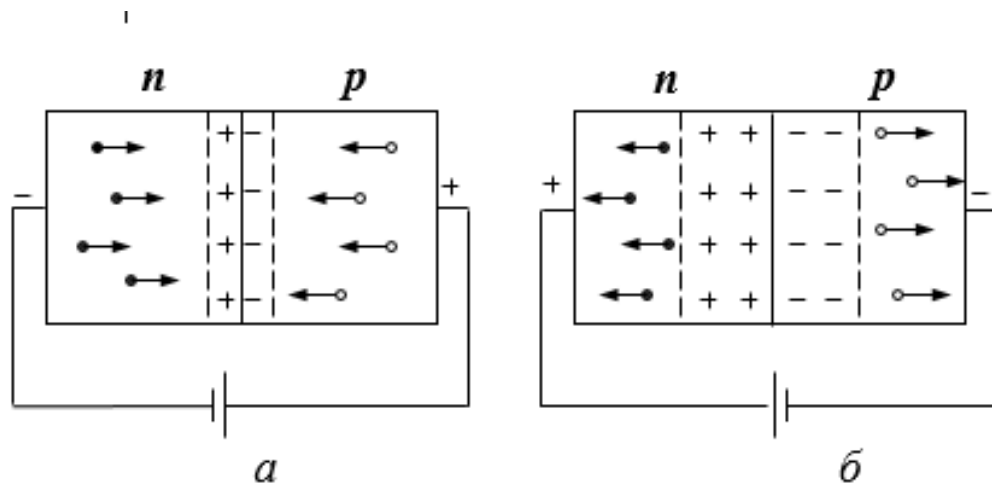


Рис. 6.2.3

Зміна полярності зовнішньої батареї (обернений напрямок; рис. 6.2.3, б) призводить до збільшення висоти потенціального бар'єра для основних носіїв струму. Зовнішнє електричне поле «відтягує» основні носії струму від межі контакту, внаслідок чого ширина  $p$ - $n$ -переходу і його опір збільшуються. Виникає досить широка зона, збіднена основними носіями заряду, – запірний прошарок. Основні носії вже не можуть подолати потенціальний бар'єр. В той же час потік неосновних носіїв струму не змінюється (для них бар'єра немає). Тому через  $p$ - $n$ -перехід проходить невеликий струм  $I_n$  (струм неосновних носіїв), величина якого майже не залежить від напруги.

Залежність сили струму через  $p$ - $n$ -перехід від прикладеної напруги  $I=f(U)$  як в прямому, так й у зворотному напрямках має назву вольт-амперної характеристики напівпровідникового діода ВАХ (рис. 6.2.4).

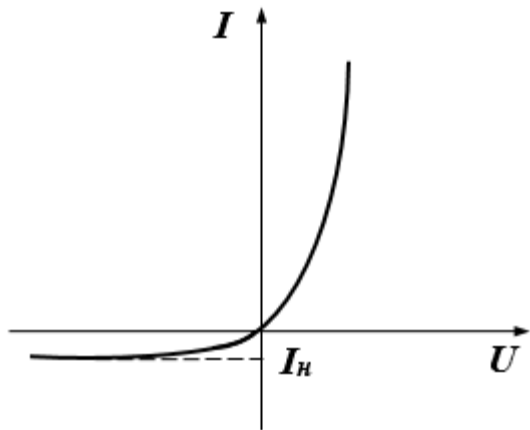


Рис. 6.2.4

Таким чином, *p-n*-перехід має властивість однобічної провідності, тому може бути використаний для випрямлення змінного струму.

**Зауваження.** У разі включення діода з полярністю, як на рис. 6.2.3, б, провідність запертого прошарку стає близькою до провідності діелектриків. Тоді *p-n*-перехід можна розглядати як еквівалентний конденсатор, що має певну електроємність *C*. Наявність електроємності важлива для

роботи діода у височастотних схемах. Установа ФПК-06 дає змогу вимірювати цю електроємність, тому додатково до ВАХ у досліджуваних діодів можна виміряти залежність ємності *C* діода від напруги *U*, тобто його вольт-фарадну характеристику ВФХ  $C = f(U)$ .

---

#### ОПИС УСТАНОВКИ

Робота установки ФПК-06 ґрунтується на однокристальному процесорі з відповідними додатковими пристроями, які дають можливість: а) встановлювати потрібні значення величини і полярності напруги, яка надходить на *p-n*-перехід досліджуваного діода; б) вимірювати ємності *p-n*-переходу і струму через нього залежно від прикладеної напруги; в) здійснювати функції керування установкою (регулювання напруги, установа режимів роботи для зняття ВАХ прямої, ВАХ оберненої або ВФХ, перемикання діодів).

Загальний вигляд установки показано на рис. 6.2.5. На передній панелі установки розміщені: рідкокристалічний індикатор **1**, гніздо-тримач для під'єднання досліджуваного зовнішнього діода **2** та елементи керування і регулювання **3...6**. На задній панелі установки розміщено мережевий шнур з вишкою, вимикач «МЕРЕЖА», клему заземлення та утримувачі запобіжників. За допомогою мережевого шнура установка під'єднується до мережі електроживлення (220 В, 50 Гц).

В установці передбачено три вмонтованих діоди різних типів, які видно у віконці над гніздом-тримачем **2**. Вони мають постійні номери VD2,

VD3, VD4. Їхні характеристики використовують для порівняння з характеристиками досліджуваних діодів, що не належать до складу пристрою. Таким діодам автоматично надається номер VD1. Саме для них і призначено гніздо-тримач **2**, куди їх встановлюють, дотримуючись при цьому полярності діода. Вибір діода, характеристики якого потрібно виміряти, відбувається за допомогою органів керування.



Рис. 6.2.5

Під час первинного вмикання установки ФПК-06 в мережу живлення до схеми вимірювань завжди під'єднується зовнішній досліджуваний діод VD1. Послідовним натисканням кнопки **5** «ДИОД / ОБНУЛЕННЯ» можна здійснити перемикання схеми на будь-який з діодів VD1, VD2, VD3, VD4. Звертаємо увагу, що кнопка **5** є багатофункціональною. Її одноразове натискання в режимі вимірювань приводить до обнулення напруги, тобто повернення в режим « $U = 0,00$  В», « $I = 0,00$  мА». В цьому режимі подальше натискання кнопки **5** знову змінюватиме під'єднаний діод.

Вибір вимірюваної характеристики виконують за допомогою кнопки **6** «ВАХ / ВФХ». Режим вимірювання – зняття прямої або оберненої ВАХ – змінюють за допомогою кнопки **4** «ПРЯМА / ОБЕРНЕНА». Групою кнопок **3** «НАПРУГА +», «НАПРУГА →» змінюють величину напруги на *p-n*-переході.

Всі дії з регуляторами (ручками) керування будуть відображені на екрані рідкокристалічного дисплея **1**. В першу чергу – номер досліджуваного діода (VD1...VD4), вимірювана характеристика (ВАХ чи ВФХ), режим роботи під час знімання ВАХ (ПРЯМА чи ОБЕРНЕНА). Крім того, на дисплеї **1** відображаються величини напруги  $U$ , струму  $I$  чи ємності  $C$ , а також їхні одиниці вимірювання.

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

**Увага!** Перед виконанням лабораторної роботи студент отримує від викладача зразок досліджуваного діода (VD1) та вказівку, з яким із вмонтованих діодів (VDx) слід порівняти отримані результати.

1. Встановіть досліджуваний діод в гніздо-тримач **2**, дотримуючись відповідної полярності. Після цього під'єднайте шнур живлення установки до мережі, натисніть на задній панелі на вимикач «МЕРЕЖА» та дайте установці прогрітись протягом 5 хв.

2. Користуючись дисплеєм **1** та кнопкою **5**, встановіть номер діода, який будете досліджувати першим. Рекомендується завжди першим для дослідження обирати зовнішній досліджуваний діод VD1, оскільки він автоматично вмикається після під'єднання установки до мережі живлення. Якщо це не так, то за допомогою кнопки **5** встановіть відповідний діод.

3. *Вимірювання прямої гілки ВАХ.* Користуючись дисплеєм та кнопками **4** і **6**, отримайте на екрані підтвердження режиму вимірювання: VD1, «ВАХ / ПРЯМА». В нижньому рядку дисплея при цьому будуть відображені початкові значення напруги « $U = 0,00$  В» та струму « $I = 0,00$  мА». Цей стан вимірювальної установки називається вихідним під час вимірювання будь-якої залежності. Початкові значення напруги та струму зазначте в табл. 6.2.1. Далі за допомогою кнопок **3** збільшіть напругу  $U$  на  $p$ - $n$ -переході. Рекомендований інтервал приросту напруги між сусідніми вимірюваннями становить 0,1 В. Через кожні 0,1 В напругу і силу струму запишіть до табл. 6.2.1. Зафіксувавши (орієнтовно) 10 точок, припиніть вимірювання. Щоразу, закінчивши вимірювання, один раз натисніть кнопку **5** «ДІОД / ОБНУЛЕННЯ», повертаючи вимірювальну установку у вихідний стан.

**Примітка.** Після досягнення струмом значення 10 мА (він є максимальним для установки) джерело живлення діода переходить в режим обмеження струму. Тоді вимірювання припиняють.

4. *Вимірювання оберненої гілки ВАХ.* За допомогою кнопки **4** отримайте на екрані підтвердження зміни режиму вимірювання: VD1, «ВАХ / ОБЕРНЕНА». В нижньому рядку дисплея при цьому будуть відображені початкові значення напруги « $U = 0,00$  В» та струму « $I = 0,00$  мА». Ці значення занотуйте в табл. 6.2.1. Далі за допомогою кнопок **3** збільшіть величину напруги  $U$  на  $p$ - $n$ -переході. Для оберненої гілки ВАХ рекомендований інтервал приросту напруги між сусідніми вимірюваннями значно більший – орієнтовно 3 В. Через кожні 3 В напругу і силу струму запишіть до табл. 6.2.1. Кількість вимірювань – не менш ніж 10. Щоразу, закінчивши вимірювання, один раз натисніть кнопку **5** «ДІОД / ОБНУЛЕННЯ», повертаючи вимірювальну установку у вихідний стан.

5. *Вимірювання вольт-фарадної характеристики ВФХ.* За допомогою кнопок **4** та **6** отримайте на екрані підтвердження зміни режиму вимірювання: VD1, «ВФХ / ОБЕРНЕНА». В нижньому рядку дисплея при цьому будуть відображені початкові значення напруги « $U = 0,00$  В» та електроємності « $C = 0,00$  пФ». Ці значення занотуйте в табл. 6.2.1. Далі за допомогою кнопок **3** збільшіть напругу  $U$  на  $p$ - $n$ -переході. Фіксацію значень величини електроємності  $C$  виконують за тих самих величинах напруги  $U$  на  $p$ - $n$ -переході, за яких була виміряна обернена гілка ВАХ. Щоразу, закінчивши вимірювання, один раз натисніть кнопку **5** «ДІОД / ОБНУЛЕННЯ», повертаючи вимірювальну установку у вихідний стан. Вимірювання для зовнішнього досліджуваного діода завершені.

6. Для того щоб розпочати вимірювання характеристик вмонтованого в установку діода із заданим викладачем номером VD $x$ , послідовним натисканням кнопки **5** встановіть на дисплеї цей номер діода. А далі повністю повторіть всі процедури та вимірювання, описані в пп. 3-5. Результати вимірювань занотуйте в табл. 6.2.2.

7. Після завершення вимірювань вимкніть живлення установки вимикачем «МЕРЕЖА» на задній панелі пристрою, від'єднайте мережевий шнур установки від електромережі, а зовнішній досліджуваний діод – від установки і здайте його на зберігання.

---

**РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Таблиця 6.2.1

**Результати вимірювань діода VD1**

№ пор.	Режим прямого струму			Режим оберненого струму			
	$U$ , В	$I \cdot 10^{-3}$ , А	$R_{д}$ , Ом	$U$ , В	$I \cdot 10^{-6}$ , А	$C$ , пФ	$R_{д}$ , Ом
1	0	0		0	0	0	
2							
...							
10							

Таблиця 6.2.2

**Результати вимірювань діода VDx**

№ пор.	Режим прямого струму			Режим оберненого струму			
	$U$ , В	$I \cdot 10^{-3}$ , А	$R_{д}$ , Ом	$U$ , В	$I \cdot 10^{-6}$ , А	$C$ , пФ	$R_{д}$ , Ом
1	0	0		0	0	0	
2							
...							
10							

---

**РОЗРАХУНКИ**

1. Обчисліть динамічний опір  $R_{ді}$  для двох порівнюваних діодів під час їхньої роботи в режимі прямого та оберненого протікання струму. На відміну від статичного опору, який визначається законом Ома для однорідної ділянки кола, динамічний опір визначають на окремих ділянках ВАХ так:

$$R_{ді} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_{i+1} - U_i}{I_{i+1} - I_i},$$

де  $i$  – порядковий номер експерименту.

2. Результати розрахунків зазначте в табл. 6.2.1 та 6.2.2.

---

### ГРАФІКИ

1. Побудуйте графіки  $I = f(U)$  залежності величини струму  $I$  від прикладеної напруги  $U$  для двох діодів, аналогічні графіку на рис. 6.2.4. Допускається побудова двох окремих графіків для прямого та оберненого режиму у зв'язку зі значною різницею масштабів величин. Виконайте порівняльний аналіз.

2. Побудуйте графік ВФХ  $C = f(U)$  двох діодів. Проаналізуйте, сформулюйте та запишіть висновок.

3. Запишіть загальний висновок за результатами роботи.

---

### ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: провідність провідників, напівпровідників та діелектриків; елементи зонної теорії твердих тіл; донорні та акцепторні домішки; рівень Фермі; контактна різниця потенціалів; активний електричний опір; динамічний опір.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

### ЗАПИТАННЯ

1. Що таке домішкова провідність?

2. Що називають напівпровідником  $n$ -типу? Які носії струму є основними в напівпровіднику  $n$ -типу?

3. Накресліть зонну діаграму напівпровідника  $n$ -типу. Де розміщений рівень Фермі у домішковому напівпровіднику  $n$ -типу?

4. Що таке напівпровідник  $p$ -типу? Які носії струму є основними в напівпровіднику  $p$ -типу?

5. Накресліть зонну діаграму напівпровідника  $p$ -типу. Де розміщений рівень Фермі у домішковому напівпровіднику  $p$ -типу?

6. Що таке  $n$ - $p$ -перехід і як технічно його отримують?

7. Накресліть та поясніть енергетичну діаграму контакту напівпровідників  $p$ - та  $n$ -типу.

8. Як виникає контактне електричне поле та потенціальний бар'єр для носіїв струму в  $n$ - $p$ -переході?

9. Чому заірний прошарок  $n$ - $p$ -переходу має великий опір?

10. Накресліть ВАХ для  $n$ - $p$ -переходу, поясніть вигляд її окремих ділянок.

11. Які переваги мають кристалічні діоди перед ламповими?

## Лабораторна робота 7.1

### **Визначення активності радіоактивного препарату**

---

#### **МЕТА**

- вивчити закон радіоактивного розпаду та його характеристики
- ознайомитись з різними видами радіоактивного випромінювання та способами їхньої реєстрації
- визначити активність радіоактивного джерела за допомогою лічильника Гейгера – Мюллера

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- установка ФПК-03
- джерело радіоактивних випромінювань

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

*Атомне ядро* – центральна частина атома, в якій зосереджено позитивний заряд та майже вся його маса. Воно складається з нуклонів (позитивно заряджених протонів  ${}^1_1p$  і нейтральних нейтронів  ${}^1_0n$ ), які утримуються разом ядерними силами. Кількість протонів у ядрі називається зарядовим числом  $Z$ , яке дорівнює порядковому номеру елемента у таблиці Менделєєва. Кількість нейтронів у ядрі називається ізотонічним числом  $N$ . Сума чисел  $Z+N$  означає загальну кількість нуклонів ядра  $A$  і приблизно середню масу атома. Ядро позначають як  ${}^A_ZX$ . Ядра з однаковим числом  $Z$  та різними  $N$  називають *ізотопами*, з однаковим числом  $N$  та різними  $Z$  – *ізотонами*, з однаковим  $A$ , проте різними  $Z$  та  $N$  – *ізобарами*.

Відомо, що нестабільні ядра, а також всі ядра у збудженому стані перетворюються спонтанно, що призводить до зміни складу ядра і його внутрішньої енергії. Такі спонтанні процеси ядерних перетворень називаються *радіоактивністю*.

Закон, за яким відбувається радіоактивний розпад ядер, пов'язує початкову кількість ядер  $N_0$ , які розпадаються, із кількістю ядер  $N$ , що не розпалися за певний проміжок часу  $t$ :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (7.1.1)$$

де  $\lambda$  – стала розпаду, яку можна виразити через період напіврозпаду  $T_{1/2}$ , тобто час, за який розпадеться половина початкових ядер:

$$\lambda = \ln 2 / T_{1/2}.$$

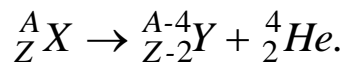
Проте такий закон справедливий лише для випадку, коли дочірні ядра є стабільними. У решті випадків буде спостерігатися подальший розпад утворених ядер, для яких стала розпаду є іншою. Таку послідовність розпаду описують системами диференціальних рівнянь:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1; \quad \frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1.$$

Якщо  $T_{1/2}$  материнського ядра  $\gg T_{1/2}$  дочірнього ізотопу, то  $\lambda_1 N_1 \approx \lambda_2 N_2$ .

До основних типів радіоактивних перетворень належать  $\alpha$ -,  $\beta^+$ -,  $\beta^-$ -розпади,  $\gamma$ -випромінювання,  $e^-$  ( $K$ -) поглинання, спонтанний поділ ядер, протонна радіоактивність тощо. Розглянемо деякі основні типи радіоактивних перетворень.

*Випромінювання  $\alpha$ -частинки.* Це перетворення ядер, яке супроводжується вильотом ядра атома  ${}^4_2\text{He}$  ( $\alpha$ -частинок). Схема розпаду, яка визначає правило зміщення у періодичній системі елементів, для альфа-розпаду має такий вигляд:



Для того щоб відбувся альфа-розпад, потрібно, щоб енергія зв'язку дочірнього ядра та  $\alpha$ -частинки окремо була більшою за енергію зв'язку материнського ядра, а це означає, що в цьому процесі виділяється енергія. Оскільки  $\alpha$ -частинка має заряд, для того щоб вона покинула ядро, їй треба подолати кулонівський бар'єр. Це відбувається як квантово-механічний процес тунелювання  $\alpha$ -частинки через потенціальний бар'єр.

*Випромінювання  $\beta$ -частинки.* Ядро випромінює електрон/позитрон. Процес відбувається лише всередині ядра, коли один з нейтронів (протонів) розпадається, утворюючи протон та електрон (нейтрон та позитрон).



де  $\tilde{\nu}_e, \nu_e$  – електронне антинейтрино та нейтрино, які випромінюються під час процесу  $\beta$ -розпаду. Існування цих частинок було передбачене теоретично для обґрунтування спектра енергій  $\beta$ -частинок. Нейтрино/антинейтрино має нульові заряд та масу спокою і спіні  $\hbar/2$ .

Вільний нейтрон може розпадатися ( $T_{1/2} \approx 11-15$  хв) поза межами ядра, а в ядрі залишатися стабільним. Протон, навпаки, вважають стабільною частинкою ( $T_{1/2} \approx 10^{29}$  років) як в ядрі, так і поза межами ядра.

*$\gamma$ -випромінювання* – це високочастотні електромагнітні хвилі з високою проникністю, які не відхиляються ані в електричному, ані в магнітному полях. Здебільшого  $\gamma$ -випромінювання супроводжує  $\alpha$ -,  $\beta$ -розпади; виникає в ядерних реакціях, в процесах гальмування заряджених частинок.  $\gamma$ -спектр має лінійчасту структуру. Цей вид радіоактивного випромінювання не супроводжується зміщенням ізотопів ядер в таблиці Менделєєва, оскільки  $A$  та  $Z$  ядра залишаються незмінними в цих процесах.

Важливою характеристикою радіоактивного джерела є його активність  $A$ , яка означає, скільки ядер  $dN$  відповідного ізотопу розпадається за одиницю часу:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N. \quad (7.1.2)$$

Одиниця вимірювання радіоактивності  $[1\text{Ки}] = 3,7 \cdot 10^{10}$  Бк  $= 3,7 \cdot 10^{10}$  розпадів/с. Будь-яке ядерне перетворення завжди супроводжується випромінюванням  $\gamma$ -квантів, тому активність препарату можна оцінити за кількістю  $\gamma$ -квантів, які випромінює джерело за одиницю часу і які реєструє лічильник.

Найпоширенішим способом реєстрації  $\gamma$ -випромінювань є лічильник Гейгера–Мюллера, використовуваний в установці ФПК-03. Це лічильник з газорозрядним принципом дії, робота якого та його характеристики

докладно описані в лабораторній роботі 7.3. Студентам рекомендуємо законспектувати «Методику експерименту» з цієї роботи.

В цій лабораторній роботі визначення активності радіоактивного препарату ґрунтується на здатності лічильника Гейгера–Мюллера зареєструвати певну кількість  $\gamma$ -квантів  $n$ , які попадають на лічильник за час  $t$ . Тобто ми можемо визначитись, яку кількість  $\gamma$ -квантів реєструє лічильник з усіх тих, що падають на його поверхню за одиницю часу:  $I = n/t$ . Беручи до уваги ізотропію процесів вильоту випромінювань з точкового радіоактивного джерела та ефективність лічильника  $\eta$  (частина  $\gamma$ -квантів, які в середньому реєструє лічильник), можна визначити активність  $A$  радіоактивного препарату через  $I$ :

$$A = \frac{4\pi R^2}{S\eta} I, \quad (7.1.3)$$

де  $S$  – площа перерізу вхідного вікна лічильника,  $R$  – відстань від джерела випромінювань до поверхні лічильника,  $S/(4\pi R^2)$  – тілесний кут, в який попадає випромінювання, що проходить крізь лічильник. Співвідношення (7.1.3) подамо так:

$$I = A\eta \frac{S}{4\pi R^2}. \quad (7.1.4)$$

За допомогою вимірювальної установки можна визначати величину  $I$  за різної відстані  $R$  від джерела випромінювання до лічильника з ефективною поверхнею реєстрації  $S$ . Це дає змогу експериментально отримати графік залежності  $I$  від  $1/R^2$  (яка повинна бути прямою лінією) і визначити тангенс кута нахилу цієї прямої до осі  $1/R^2$ :

$$\operatorname{tg}\alpha = A\eta \frac{S}{4\pi}. \quad (7.1.5)$$

У формулі (7.1.5) величину ефективності лічильника  $\eta \sim 0,6$  будемо вважати наперед відомою. Тоді визначившись з нахилом прямої, вимірявши переріз вхідного вікна лічильника  $S$  та використавши значення  $\eta = 0,6$ , за формулою (7.1.5) визначають активність препарату  $A$ .

Додатково можна визначити і масу  $m$  радіоактивного препарату, якщо буде відомо, на основі якого ізотопу виготовлено джерело радіоактивних випромінювань. Цю інформацію перед виконанням роботи повідомляє

викладач. Враховуючи вираз (7.1.2)  $A = \lambda N = \lambda(m/\mu)N_A$ , знаходимо масу радіоактивного препарату:

$$m = \frac{A \cdot \mu}{N_A \cdot \lambda}, \quad (7.1.6)$$

де  $\mu$  – молярна маса речовини,  $N_A$  – стала Авогадро,  $\lambda$  – стала розпаду.

**Зауваження.** Завжди слід мати на увазі, що визначена з дослідів швидкість відліку радіоактивності  $I$  є збільшеною на величину швидкості відліку  $I_\Phi$ , зумовлену наявністю природного фону. Тому значення  $I$  у формулі (7.1.4) треба розраховувати як різницю значень  $I_R$  та  $I_\Phi$ , тобто  $I = I_R - I_\Phi$ .

### ОПИС УСТАНОВКИ

Загальний вигляд експериментальної установки ФПК-03 показано на рис. 7.1.1.

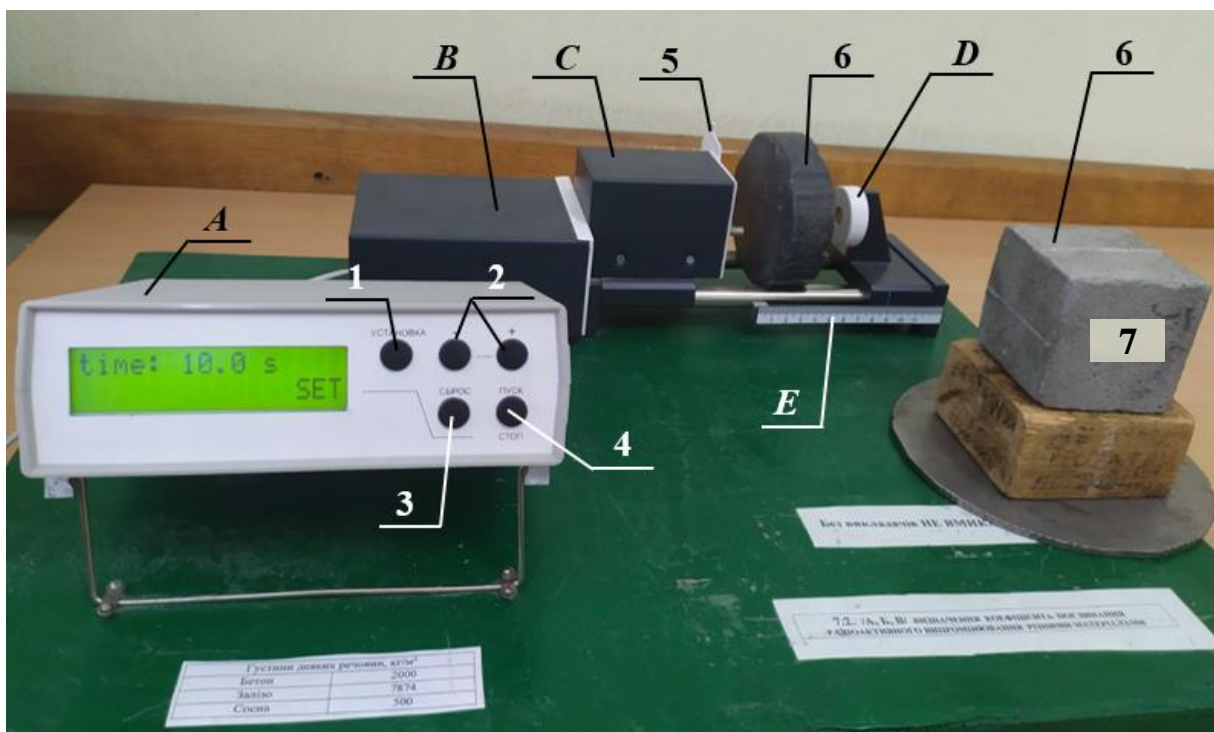


Рис. 7.1.1

Основними складовими елементами установки є такі:  $A$  – блок керування та реєстрації, з'єднаний кабелем живлення з високовольтним блоком  $B$  живлення лічильника Гейгера–Мюллера  $C$ ; пересувний тримач

радіоактивних джерел випромінювання *D*, розміщений на вимірювальній лаві *E*, яка обладнана лінійкою з сантиметровими поділками. Додаткові об'єкти, які використовують для виконання різних робіт, розміщують на вимірювальній лаві (позиція **6**) в просторі між джерелом радіоактивного випромінювання *D* та вхідним вікном лічильника Гейгера–Мюллера *C*.

На передній панелі блока керування та реєстрації *A* розміщено екран індикації результатів та кнопки управління **1-4**. Кнопка **1** («УСТАНОВКА») керує режимом визначення та установки часового інтервалу. Натискання її виводить на екран інформацію про виставлений час «time: 17.0 s» та вказівку на можливість його установлення «set». Змінити установку часу можна за допомогою кнопок **2**: «+» – збільшення інтервалу та «-» – зменшення інтервалу. Причому короточасні натискання змінюють час в розряді одиниць секунд, а тривалі натискання змінюють час в розряді десятків секунд. Кнопка **3** («ОБНУЛЕННЯ») завжди призупиняє вимірювання та встановлює вихідний стан вимірювання: «time: 0.0 s», «n: 0». Кнопку **4** («ПУСК/ЗУПИНКА») використовують для зупинки вимірювання без встановлення вихідного стану та для початку вимірювання після зупинки.

На задній панелі блока *A* розміщено вимикач «МЕРЕЖА», клеми заземлення та шнур живлення для під'єднання до мережі 220 В, 50 Гц.

Найбільш динамічною частиною установки є вимірювальна лава. На ній цифрою **5** позначено захисну шторку вікна лічильника, цифрою **6** – позицію, де розміщуються змінні поглинальні об'єкти, та літерою *D* – пересувне та змінне джерело радіоактивних випромінювань. За засунутої шторки **5** пристрій реєструє лише  $\gamma$ -випромінювання, за відсунутої – реагує на будь-які радіоактивні випромінювання, які здійснюють іонізацію. Об'єктами дослідження можуть бути будь-які матеріали **7**. Проте завжди одним з таких матеріалів є товстий прошарок свинцю (він показаний на позиції **6**), який закриває джерело випромінювання під час вимірювання природного фону.

На цій установці виконують лабораторні роботи 7.1-7.4. Використовуючи установку в різних лабораторних роботах, потрібно чітко розрізняти, що є об'єктом дослідження. Зокрема, в лабораторній роботі 7.1 об'єкт дослідження – саме джерело радіоактивних випромінювань, в роботі 7.2 об'єктом дослідження є поглинальні властивості різних матеріалів, в

роботі 7.3 об'єктом дослідження стають характеристики лічильника Гейгера–Мюллера, а в роботі 7.4 – випадковий характер процесів радіоактивного розпаду.

Але завжди принцип роботи вимірювальної установки зводиться до підрахунку та реєстрації кількості радіоактивних частинок (переважно  $\gamma$ -квантів) за допомогою лічильника Гейгера–Мюллера за строго відміряні часові інтервали. А змінюватись можуть:

- відстань між джерелом випромінювання та лічильником (робота 7.1),
- склад та товщина матеріалів-поглиначів (робота 7.2),
- потужність джерел радіоактивного випромінювання (робота 7.3),
- часові інтервали для реєстрації випромінювання (робота 7.4).

---

#### ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Приєднайте шнур живлення до мережі, вимикачем «МЕРЕЖА» увімкніть пристрій (індикатор при цьому має показувати значення «time 10.0 s» та режим встановлення часу «set»). Дайте пристрою прогрітись протягом 5 хв.

2. Встановіть за допомогою кнопок **1** та **2** заданий викладачем часовий інтервал  $t$  окремого вимірювання. Встановіть тримач з джерелом випромінювання на мінімальну відстань  $R_1$  від лічильника. Відсуньте захисну шторку лічильника **5** та відкрийте всю його робочу поверхню. Натисніть кнопку **3** («ОБНУЛЕННЯ») та впевніться, що на екрані висвічується початковий стан установки для проведення вимірювань.

3. Перед виконанням серії вимірювань виміряйте та запишіть початкові дані. Виміряйте величину поверхні  $S$  відкритої частини вікна лічильника, визначте відстань  $R_1$  між джерелом та лічильником та занотуйте результати в табл. 7.1.1. Так само зазначте інтервал часу на одне вимірювання.

4. Виконайте малу серію з трьох вимірювань для даного значення  $R_1$ . Для цього натисніть кнопку **4** («ПУСК»), після чого на індикаторі повинні з'явитися та змінюватись значення кількості зареєстрованих частинок та секунд. Вимірювання автоматично зупиняються по закінченні встановленого часу, а на індикаторі з'являються значення часу вимірювання  $t$  та кількості зареєстрованих частинок (імпульсів)  $n$ . Результати

вимірювання запишіть до табл. 7.1.1. Натисніть кнопку **3** («ОБНУЛЕННЯ»). Одне вимірювання закінчилось. Повторіть таке вимірювання тричі.

5. Переставте джерело радіоактивних випромінювань на більшу відстань  $R_2$  від лічильника. Рекомендовано збільшувати відстань на 3...5 см. Занотуйте значення  $R_2$  в табл. 7.1.1. Ви підготувались до вимірювання чергової малої серії.

6. Для нового положення джерела випромінювань повністю повторіть вимірювання за пп. 4. Після їх виконання повторіть пп. 5, перемістивши джерело радіоактивного випромінювання ще на 3...5 см.

Таких серій вимірювань з різними положеннями джерела повинно бути не менше, ніж п'ять.

7. Визначте природний фон. Для цього джерело випромінювань переставте в найвіддаленіше положення та поставте (обов'язково!) між джерелом та лічильником товсту пластину-поглинач із свинцю. Після цього повторіть вимірювання, аналогічні пп. 4, не менш, ніж три рази. Результати вимірювань запишіть до табл. 7.1.1.

8. По закінченні вимірювань вимкніть прилад вимикачем «МЕРЕЖА» на задній панелі блока *A*, а також від'єднайте шнур живлення від електромережі.

---

## РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Таблиця 7.1.1

### Задані та виміряні величини

№ пор.	$S$ , м <sup>2</sup>	$t$ , с	$R$ , м	$n$ , імпп.	$\langle n \rangle$ , імпп.	$n_{\phi}$ , імпп.	$\langle n_{\phi} \rangle$ , імпп.
1							
2							

## Обчислені величини

№ пор.	$1/R^2$ , $1/m^2$	$\langle n \rangle$ , імпп.	$I_R$ , імпп/с	$\langle n_\phi \rangle$ , імпп.	$I_\phi$ , імпп/с	$I_R - I_\phi$ , імпп/с	$A$ , розп/с	$m$ , кг
1								
2								
3								
4								
5								

## РОЗРАХУНКИ

1. Розрахуйте середні значення кількості зареєстрованих частинок для всіх малих серій  $\langle n \rangle$  та вимірюваного природного фону  $\langle n_\phi \rangle$ .
2. Обчисліть величини  $1/R^2$  та величини швидкостей відліку  $I_R = \langle n \rangle / t$ .
3. Визначте величину швидкості відліку  $I_\phi = \langle n_\phi \rangle / t$  та розрахуйте значення  $I = I_R - I_\phi$ .
4. Результати розрахунків зазначте в табл. 7.1.2.

## ГРАФІКИ

1. Побудуйте залежність швидкостей відліку лічильника  $I$  від  $1/R^2$ .
2. Обчисліть активність препарату, для цього:
  - а) екстраполуйте побудований графік прямою та обчисліть з її нахилу значення тангенса кута за формулою  $\text{tg} \alpha = \Delta I / \Delta(1/R^2)$ ;
  - б) використовуючи формулу (7.1.5), обчисліть активність  $A$  препарату. Значення ефективності лічильника вважайте рівним  $\eta = 0,6$ .
3. Обчисліть масу радіоактивного препарату за формулою (7.1.6). Вважайте, що радіоактивним препаратом в джерелі радіоактивного випромінювання є ізоотоп урану  $^{238}\text{U}_{92}$ .
4. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: будова атомного ядра; масове число та заряд ядра; види радіоактивного випромінювання; закон радіоактивного розпаду; правила зміщень; методи спостереження та реєстрації радіоактивних випромінювань.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. Дайте визначення радіоактивності.
2. Назвіть основні види радіоактивних перетворень та охарактеризуйте їх.
3. На прикладі ядра  ${}^7_3\text{Li}$  охарактеризуйте склад ядра будь-якого елемента.
4. Що називається ізотопами? Назвіть ізотопи атома водню.
5. Напишіть реакцію  $\alpha$ -розпаду ізотопу  ${}^{238}_{92}\text{U}$ .
6. Які основні методи реєстрації іонізаційних випромінювань вам відомі?
7. Опишіть будову лічильника Гейгера–Мюллера та поясніть принцип його роботи.
8. Сформулюйте закон радіоактивного розпаду.
9. Що називають періодом напіврозпаду радіоактивного препарату? Як він пов'язаний зі сталою розпаду?
10. Що таке активність радіоактивного препарату?
11. Виведіть формулу для обчислення маси радіоактивного препарату та його активності.
12. Що таке поглинута та експозиційна дози опромінення? Назвіть їхні одиниці вимірювання.

## Лабораторна робота 7.2

### ***Визначення коефіцієнта поглинання радіоактивного випромінювання різними матеріалами***

---

#### **МЕТА**

- вивчити основні види взаємодії радіоактивного випромінювання з речовиною
- дослідити закономірності поглинання  $\gamma$ -випромінювання різними матеріалами та визначити коефіцієнт поглинання цих матеріалів

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- установка ФПК-03
- набір досліджуваних матеріалів (зразки заліза, дерева, цегли)
- поглинач із свинцю

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Проникну здатність радіоактивного випромінювання визначають процеси його взаємодії з частинками речовини під час проходження крізь речовину. Найбільшу проникну здатність має  $\gamma$ -випромінювання, яке супроводжує  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпади у процесі перетворення ядра. Під час проходження пучка  $\gamma$ -квантів крізь речовину інтенсивність  $\gamma$ -випромінювання зменшується переважно внаслідок трьох процесів – *фотоефекту*, *комтонівського розсіяння* та *народження пар*, кожен з яких переважає за певних енергій  $\gamma$ -випромінювання. Розглянемо окремо ці процеси.

*Фотоефект* – це процес поглинання  $\gamma$ -квантів речовиною, в якому їхня енергія витрачається на народження вільних електронів, які або залишають поверхню матеріалу (зовнішній фотоефект), або залишаються вільними носіями заряду всередині (внутрішній фотоефект). Цей процес є переважним серед трьох зазначених видів взаємодії за низьких енергій

$\gamma$ -квантів. Наприклад, фотоелектричне поглинання є найбільш суттєвим в алюмінії для енергій  $E_\gamma < 50$  кеВ, у свинці за  $E_\gamma < 0,5$  МеВ.

У міру збільшення енергії  $\gamma$ -квантів переважає процес *комptonівського розсіяння* – розсіяння  $\gamma$ -квантів на вільних або слабко зв'язаних електронах (енергія зв'язку електронів в атомі є набагато меншою за енергію  $\gamma$ -квантів). Внаслідок комптон-ефекту енергія розсіяного фотона зменшується, а електрон, на якому відбулося розсіяння, набуває кінетичної енергії. Цей процес переважає за енергії  $\gamma$ -квантів в алюмінії  $60 \text{ кеВ} < E_\gamma < 15 \text{ МеВ}$ , у свинці –  $0,7 \text{ МеВ} < E_\gamma < 5,0 \text{ МеВ}$ .

*Утворення пар* домінує над цими двома процесами за великої енергії  $\gamma$ -квантів. Процес полягає у тому, що в кулонівському полі ядра або зарядженої частинки (яка отримує частку енергії фотона, що вступає у взаємодію) виникає електрон-позитронна пара. Поріг цієї реакції у полі важкого ядра становить приблизно  $2m_e c^2 \approx 1,022 \text{ МеВ}$ , а в полі електрона – приблизно  $4m_e c^2$ .

Зміна інтенсивності  $\gamma$ -випромінювання під час проходження крізь речовину описується законом Бугера:

$$I_x = I_0 e^{-\mu x}, \quad (7.2.1)$$

де  $I_x$  – інтенсивність  $\gamma$ -випромінювання після проходження шару речовини завтовшки  $x$ ;  $I_0$  – початкова інтенсивність  $\gamma$ -випромінювання;  $\mu$  – повний лінійний коефіцієнт поглинання, який характеризує зменшення інтенсивності випромінювання під час проходження крізь речовину. Одиниця вимірювання лінійного коефіцієнта поглинання  $[\mu] = 1 \text{ м}^{-1}$ .

Повний лінійний коефіцієнт (лінійний коефіцієнт) поглинання визначає частку моноенергетичних  $\gamma$ -квантів, які вибувають з паралельного пучка на одиниці шляху випромінювання у речовині. Він залежить від густини та від енергії  $\gamma$ -квантів і містить три складові  $\mu = \tau + \varepsilon + \chi$ , де  $\tau$  – лінійний коефіцієнт поглинання у разі фотоелектричного ефекту,  $\varepsilon$  – лінійний коефіцієнт поглинання для комптон-ефекту,  $\chi$  – лінійний коефіцієнт поглинання для процесу утворення пар.

Основними характеристиками впливу  $\gamma$ -випромінювання, а також інших видів іонізаційного випромінювання на речовину, є поглинута, експозиційна та біологічна дози випромінювання і потужність цих доз.

*Поглинута доза* показує, яка кількість енергії випромінювання поглинається одиницею маси опромінюваного тіла. Одиницею вимірювання поглинутої дози у системі СІ є грей (Гр). Один грей – це доза, за якої речовині масою 1 кг передається енергія іонізаційного випромінювання в 1 Дж (або 1 Гр = 100 рад).

Для повітря кількість випромінювання, яке викликає іонізацію, названо *експозиційною дозою*. Вона виражає сумарний заряд всіх іонів одного знаку в елементарному об'ємі повітря відносно до маси даного об'єму. Поширена позасистемна одиниця вимірювання експозиційної дози – рентген (Р), а в системі СІ – Кл/кг.  $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ .

Важливим є вимірювання дози, поглинутої біологічною тканиною. Для оцінювання міри біологічної небезпеки, яка залежить від типу іонізуючого випромінювання, введено поняття *еквівалентної дози*. Одиниця вимірювання еквівалентної дози випромінювання – зіверт. Часто використовують частку цієї дози – бер (1 бер = 0,01 Зв). Один бер – це доза опромінення, аналогічна за своєю біологічною дією до дози опромінення рентгенівськими променями в один рентген.

Для прогнозування радіоактивного впливу введено поняття *потужності дози опромінення*, яке використовується як для експозиційної, так і для поглинутої та еквівалентної дози опромінення. В кожному випадку відповідна потужність визначає дозу, яку отримує речовина за одиницю часу.

Скориставшись формулою (7.2.1), можна отримати вираз для визначення лінійного коефіцієнту поглинання  $\gamma$ -випромінювання:

$$\mu = \frac{1}{x} \ln \frac{I_0}{I_x}. \quad (7.2.2)$$

Із формули (7.2.2) видно, що лінійний коефіцієнт поглинання  $\gamma$ -випромінювання різними матеріалами визначається шляхом вимірювання інтенсивності випромінювання  $I_x$ , яке проходить крізь різні товщини  $x$  шару речовини, розміщеної між джерелом  $\gamma$ -випромінювання та лічильником, а також початкової інтенсивності  $I_0$   $\gamma$ -випромінювання.

Для одержання точніших значень інтенсивності  $\gamma$ -випромінювання необхідно від одержаних даних  $I_x$  та  $I_0$  відняти  $I_\phi$  – інтенсивність випромінювання природного фону, тобто випромінювання, яке фіксує лічильник, якщо джерело радіоактивного випромінювання закрито свинцевим блоком (див. послідовність виконання роботи). Отже, робоча формула набуває вигляду

$$\mu = \frac{1}{x} \ln \frac{I_0 - I_\phi}{I_x - I_\phi}. \quad (7.2.3)$$

Якщо відома густина  $\rho$  досліджуваного матеріалу, можна визначити масовий коефіцієнт поглинання, який вимірюється в  $[\mu_m] = 1 \text{ м}^2/\text{кг}$ :

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho}. \quad (7.2.4)$$

---

#### ОПИС УСТАНОВКИ

Загальний вигляд установки наведено на рис. 7.2.1. Студентам рекомендовано законспектувати повний опис установки з лабораторної роботи 7.1.

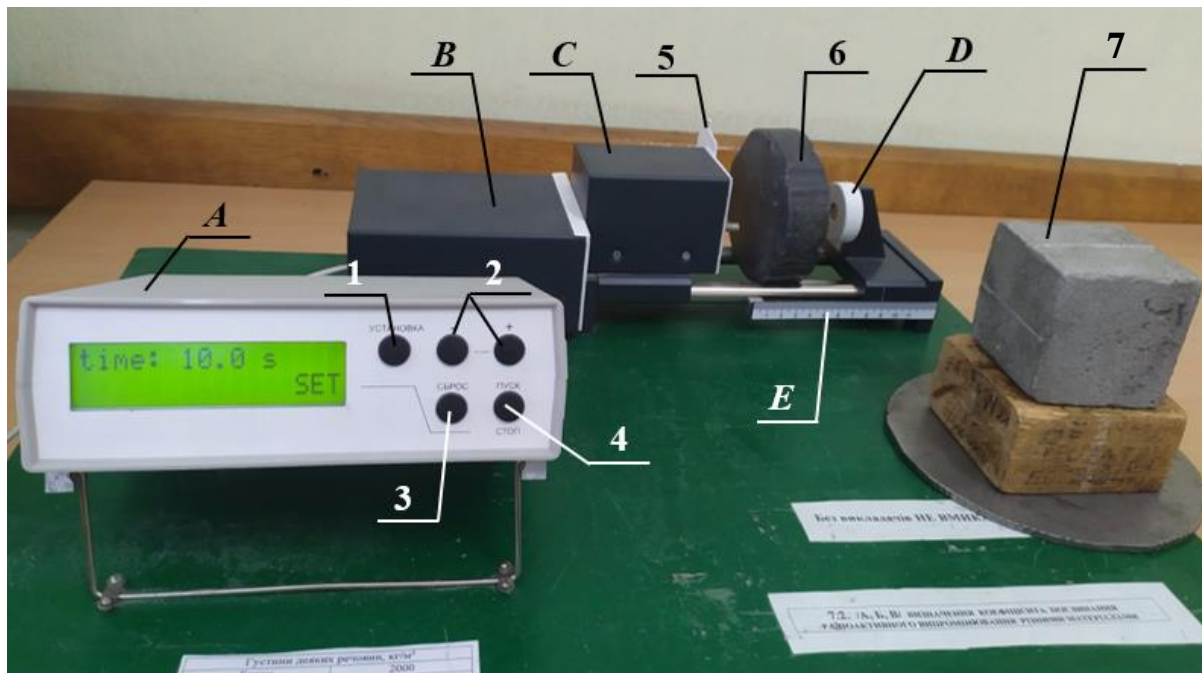


Рис. 7.2.1

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Приєднайте шнур живлення до мережі та вимикачем «МЕРЕЖА» увімкніть пристрій (індикатор при цьому має показувати значення «time 10.0 s» та режим встановлення часу «set»).

2. Дайте пристрою прогрітись протягом 5 хв.

3. Натисніть кнопку **3** «ОБНУЛЕННЯ» (на індикаторі мають з'явитися нулі).

4. Встановіть обраний час вимірювань за допомогою кнопки **1** «УСТАНОВКА» та кнопок **2** «+» та «-».

5. Проведіть серію вимірювань інтенсивності джерела  $I_0$ . Для цього встановіть утримувач джерела разом з джерелом випромінювання на максимальну відстань від лічильника. Між джерелом та лічильником (позиція **6**) не повинно бути жодних матеріалів чи перешкод. Ця серія в табл. 7.2.1 називається «повітря».

6. Закрийте захисну шторку лічильника для усунення впливу  $\alpha$ - і  $\beta$ -випромінювання.

7. Натисніть кнопку **4** «ПУСК», після чого на індикаторі повинні з'явитися та змінюватись значення кількості зареєстрованих частинок та секунд. Вимірювання автоматично зупиняються по закінченні встановленого часу, а на індикаторі з'являються значення часу вимірювання  $t$  та кількості зареєстрованих частинок (імпульсів)  $N_1$ .

8. Результати вимірювань запишіть до табл. 7.2.1.

9. Натисніть кнопку **3** «ОБНУЛЕННЯ».

10. Дослід (ппп. 7-9) повторіть тричі. Серію закінчено.

11. Для визначення природного фону  $I_\phi$  встановіть між джерелом та лічильником (позиція **6**) свинцеву пластину-поглинач та проведіть серію вимірювань (серія «свинець») відповідно до ппп.7-10.

12. Виберіть зразок одного з досліджуваних матеріалів **7**, наприклад, пластинку заліза. Досліджуваний матеріал розмістіть між джерелом радіоактивного випромінювання та лічильником (позиція **6**) та проведіть серію вимірювань (серія «залізо») відповідно до ппп.7-10.

13. Повторіть серії дослідів для інших матеріалів.

14. По закінченні вимірювання вимкніть прилад вимикачем «МЕРЕЖА» на задній панелі.

15. Виміряйте товщину всіх досліджених матеріалів. Результати запишіть до табл. 7.2.1.

---

**РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Таблиця 7.2.1

*Задані та виміряні величини*

№ пор.	Поглинаюче середовище	$x$ , м	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$N_1$ , імпп.	$N_2$ , імпп.	$N_3$ , імпп.	$t$ , с
1	Повітря						
2	Свинець						
3	Залізо						
4	Дерево						
5	Цегла						

Таблиця 7.2.2

*Обчислені величини*

№ пор.	Поглинаюче середовище	$\langle N \rangle$ , імпп.	$\langle I \rangle$ , імпп./с	$I_x - I_\phi$ , імпп./с	$I_0 - I_\phi$ , імпп./с	$\mu$ , м <sup>-1</sup>	$\mu_m$ , м <sup>2</sup> /кг
1	Повітря						
2	Свинець						
3	Залізо						
4	Дерево						
5	Цегла						

---

**РОЗРАХУНКИ**

1. Розрахуйте середні значення кількості зареєстрованих імпульсів  $\langle N \rangle$  для всіх серій.

2. Обчисліть середні значення швидкостей відліку лічильника  $I_0$  (серія «повітря»),  $I_\phi$  (серія «свинець») та  $I_x$  (серії «залізо», «дерево», «цегла»).

3. Розрахуйте поправки  $I_0 - I_\phi$  та  $I_x - I_\phi$  на природний фон.

4. Для кожного дослідженого матеріалу обчисліть лінійний коефіцієнт поглинання  $\mu$  за формулою (7.2.3).

5. Розрахуйте масові коефіцієнти поглинання  $\mu_m$  за формулою (7.2.4).

6. Результати розрахунків запишіть до табл. 7.2.2.

7. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: радіоактивне випромінювання та його види; закономірності  $\alpha$ -,  $\beta$ - та  $\gamma$ -розпаду та їхні властивості; поглинута, експозиційна та біологічна дози опромінення, їхні одиниці вимірювання; потужність дози опромінення.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. З чого складається ядро атома?

2. Що називається енергією зв'язку та дефектом маси ядра?

3. Що називається радіоактивністю?

4. Сформулюйте закон радіоактивного розпаду.

5. Назвіть основні види іонізуючих випромінювань та охарактеризуйте їхні властивості.

6. Запишіть правила зміщень для  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпадів.

7. Які механізми взаємодії  $\gamma$ -випромінювання з речовиною вам відомі? За яких умов можливий кожен з цих механізмів взаємодії?

8. Що називається поглинутою, експозиційною, біологічною дозами випромінювання, потужністю дози опромінення?

9. Сформулюйте та поясніть закон Бугера.

10. Який фізичний зміст лінійного та масового коефіцієнтів поглинання?

11. Виведіть формулу, що дає змогу визначити зв'язок між лінійним коефіцієнтом поглинання і товщиною матеріалу.

## Лабораторна робота 7.3

### **Визначення мертвого часу**

### **газорозрядного лічильника Гейгера–Мюллера**

---

#### **МЕТА**

- ознайомитись з будовою та принципом роботи лічильника Гейгера–Мюллера
- визначити мертвий час лічильника Гейгера–Мюллера

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- установка ФПК-03
- набір радіоактивних джерел

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Проходження  $\alpha$ -,  $\beta$ - і  $\gamma$ -випромінювання крізь речовину супроводжується низкою явищ, які можна зареєструвати за допомогою спеціальних приладів. Принцип дії цих приладів ґрунтується на особливостях взаємодії радіоактивного випромінювання з речовиною.

Газонаповнені детектори (лічильники) завдяки чутливості до випромінювання різних видів, відносній простоті і дешевизні знайшли широке застосування в реєстрації іонізувального випромінювання. У найпростішому випадку такий лічильник – це наповнена газом оболонка, в об'єм якої введено два електроди. Як газове наповнення в лічильниках використовують благородні гази – аргон, неон, рідше азот і водень з різними домішками під тиском 6...25 кПа.

Геометрична форма детектора визначається цілями застосування й умовами роботи. Найчастіше використовуються лічильники циліндричної та торцевої модифікацій. Циліндричний лічильник складається з металевої або металізованої зсередини скляної трубки і тонкої металевої нитки (анода), натягнутої вздовж її осі. Торцевий лічильник має вхідне вікно в торці корпусу.

Такі лічильники використовують для реєстрації частинок з коротким пробігом (наприклад,  $\beta$ -частинок), тому їхні вікна виготовляють з тонкої плівки.

Реєстрація  $\gamma$ -квантів здійснюється через швидкі електрони, які утворюються під час поглинання або розсіяння  $\gamma$ -квантів здебільшого в стінках лічильника. Ефективність реєстрації лічильників  $\gamma$ -квантів залежить від матеріалу катода лічильника та енергії кванта.

Схему ввімкнення лічильника Гейгера–Мюллера зображено на рис. 7.3.1. Між анодом і катодом, розміщеними всередині скляної трубки, створюється постійне електричне поле.

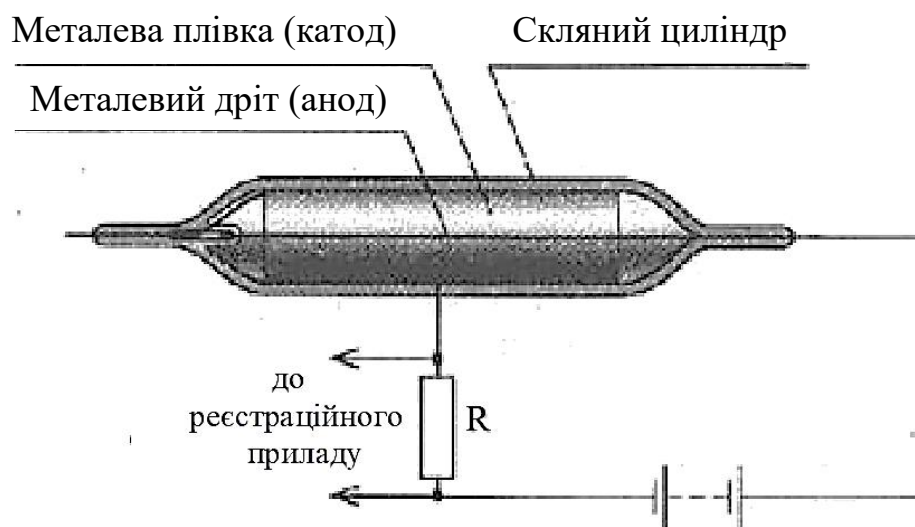


Рис. 7.3.1

Величину поля між анодом і катодом обирають так, щоб електрон, який утворився в лічильнику під дією іонізуючого випромінювання, на шляху до анода отримав енергію, достатню для іонізації газу зіткненням. Отримані таким чином нові електрони розганяються полем, і це спричиняє подальшу іонізацію газу. Виникає електронна лавина. Якщо між анодом і катодом достатня величина різниці потенціалів, то це призводить до спалаху самостійного розряду. Потенціал на аноді різко спадає, а потім відновлюється завдяки стіканню електронів через опір  $R$ . На опорі  $R$  виникає короточасний імпульс напруги, амплітуда якого не залежить від початкової іонізації. Кількість зареєстрованих у реєстраційному приладі імпульсів дає змогу визначити кількість частинок, які потрапили до трубки лічильника.

Робоча напруга, яка надходить на електроди лічильника, залежить від тиску газу і для різних режимів роботи лічильника може змінюватися в широких межах. Іонізувальна частинка, потрапляючи в робочий об'єм лічильника, спричиняє іонізацію газу, завдяки якій виникає струм у колі лічильника. Імпульс напруги, що виникає на опорі  $R$ , надходить на лічильний пристрій.

Характер процесів, які відбуваються в газовому об'ємі, залежить від багатьох причин. Електрони та іони, що виникають під впливом іонізувального випромінювання, починають рухатися вздовж напрямку електричного поля: електрони до анода, а позитивні іони до катода. Вони можуть зазнавати неодноразових зіткнень (пружних та непружних) з молекулами газу. Середня швидкість напрямленого руху пропорційна до напруженості електричного поля й обернено пропорційна до тиску газу. Струм, який виникає при цьому, зумовлений здебільшого електронами, оскільки їхня рухливість на три порядки вища за рухливість важких іонів.

Залежність амплітуди імпульсу  $\Delta U$  на виході газонаповненого лічильника від різниці потенціалів  $U$  на його електродах за сталої інтенсивності іонізувального випромінювання в газі зображена на рис. 7.3.2. Криві **1** і **2** відповідні випадкам різної початкової іонізації, тобто частинкам з різними енергіями. Кожну криву можна розділити на характерні ділянки.

На ділянці I завдяки досить низькій напруженості поля істотну роль відіграє рекомбінація іонів у газовому об'ємі. Якщо збільшувати напруженість поля, то швидкість іонів збільшується, що призводить до зменшення ймовірності рекомбінації. На цій ділянці струм є пропорційним до напруги, тому її називають *областю закону Ома*.

На ділянці II (від напруги  $U_1$  до  $U_2$ ) іонізувальний струм практично незмінний, оскільки майже всі заряди, що виникають в лічильнику, досягають електродів. Таку ділянку кривої називають *областю насичення*. У цьому діапазоні напруги працюють іонізаційні камери.

Ділянка напруги  $U_2 < U < U_3$  називається *областю пропорційного підсилення* (ОПП). У цій області працюють пропорційні лічильники. Основною їхньою перевагою є можливість вимірювання енергії іонізувальних частинок.

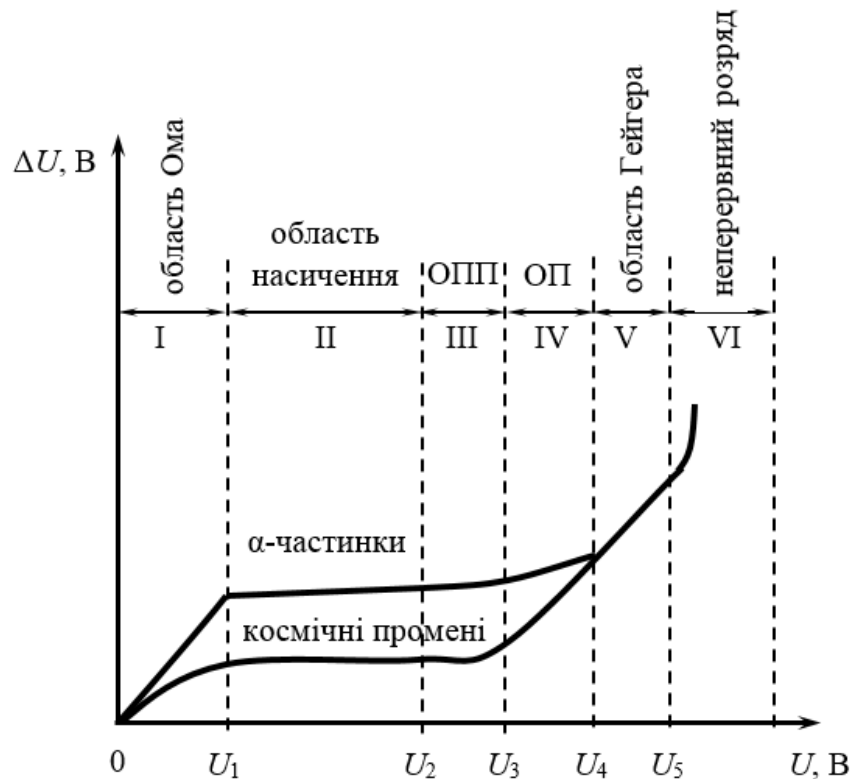


Рис. 7.3.2

Ділянка напруги  $U_3 < U < U_4$  називається *областю обмеженої пропорційності* (ОП).

Ділянка напруги  $U_4 < U < U_5$  називається *областю Гейгера–Мюллера*. Газовий розряд тут хоч і незгасний, але залишається вимушеним, тобто самостійного пробію не виникає. У цій області значну роль відіграє іонізація атомів газу жорстким ультрафіолетовим випромінюванням ( $\lambda \approx 100$  нм), яке виникає під час ударного збудження в лавині. Цей процес призводить до швидкого утворення електронно-іонних лавин поблизу анода вздовж усієї його довжини. Крім того кількість утворених таким способом лавин є настільки великою, що розвиток розряду майже не залежить від величини первинної іонізації. Газовий розряд охоплює весь об'єм поблизу анода лічильника у разі появи в газі як однієї, так і тисяч пар іон-електронів. Амплітуда напруги імпульсу сягає  $\Delta U = 1 \dots 10$  В.

Для нормальної роботи лічильника в області Гейгера–Мюллера потрібно погасити газовий розряд відразу ж після першого основного розряду. Тоді появі зарядженої частинки в газі відповідним буде один імпульс напруги.

Гасіння розряду в лічильнику здійснюють спеціальними методами. У несамогасних лічильниках, що діють повільно, газовий розряд гаситься вибором їхньої сталої часу  $\tau = RC$  так, щоб вона на два порядки перевищувала час руху позитивних іонів від анода до катода. Після початку газового розряду напруга на опорі  $R$  падає на таку значну величину, що напруга на аноді стає меншою від порогової  $U_{\text{п}}$  ( $U_{\text{п}}$  – напруга на аноді, за якої газовий розряд охоплює всю ділянку вздовж нитки). Така напруга на аноді підтримується приблизно  $10^{-2}$  с. Позитивні іони приходять до катода через  $t = 10^{-4}$  с, а потім у газі виникають фотоелектрони. Оскільки  $U < U_{\text{п}}$ , розряд у газі гасне через  $10^{-2}$  с, і лічильник знову може реєструвати наступну частинку. Зважаючи на те, що час розділення несамогасних лічильників дорівнює приблизно  $10^{-3} \dots 10^{-2}$  с, реєструвати з їхньою допомогою можна лише незначні потоки іонізувальних частинок.

У швидкісних самогасних лічильниках розряд гаситься всередині самого лічильника. Для цього до нейтрального газу (аргону, неону, гелію тощо) додають домішку-гасник у вигляді органічних багатоатомних молекул (метан, етилен, метилен, пари спирту) або молекул галогенів ( $\text{Cl}_2$ ,  $\text{Br}_2$ ,  $\text{I}_2$ ).

Таким чином, реєструючи радіоактивне випромінювання, потрібно мати на увазі ту обставину, що процес реєстрації частинки і повернення системи до вихідного стану потребуватиме певного часу. Протягом деякого проміжку часу після спрацювання лічильника внаслідок попадння іонізаційної частинки в момент часу  $t = 0$  він втрачає можливість реєструвати наступні частинки доти, доки напруженість поля не досягне в момент часу  $t_1$  гейгерівського порогу  $U_{\text{п}}$ . Час абсолютної нечутливості лічильника називається його *мертвим часом*. Взагалі роздільна здатність лічильників Гейгера–Мюллера визначається як мертвим часом, так і часом відновлення (рис. 7.3.3). Від моменту часу  $t$  лічильник знову реєструє частинки, що попадають у його об'єм, однак потенціал анода  $U$  ще не досягає свого початкового значення  $U_0$ . Напруга на лічильнику цілковито відновлюється тільки в момент часу  $t$ . Протягом часу  $t_1 \dots t_2$  лічильник здатен реєструвати наступну частинку, однак відповідний імпульс напруги (пунктирні криві на рис. 7.3.3) буде за амплітудою меншим від імпульсу, що спостерігається за напруги  $U_0$ , і в результаті може не бути зафіксованим лічильним пристроєм.

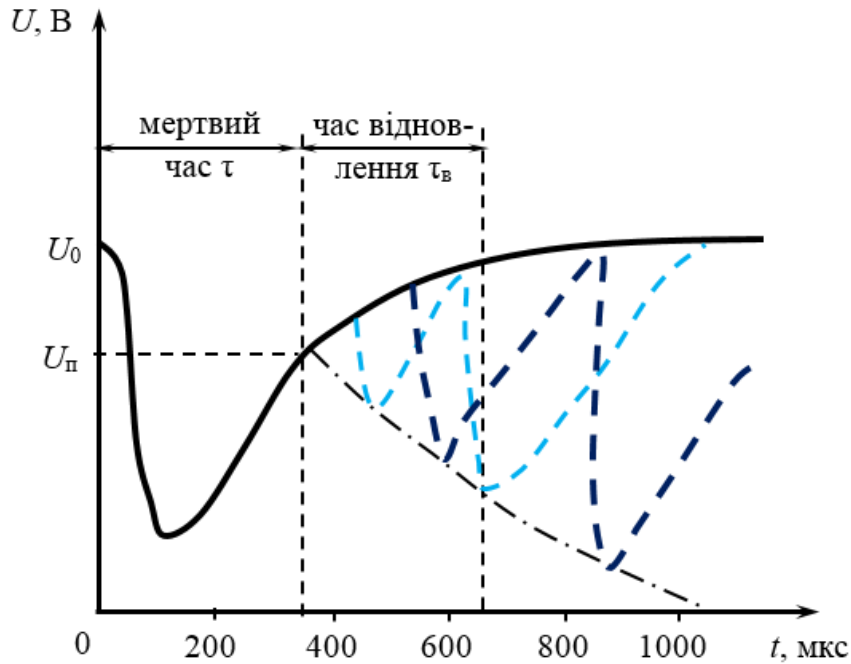


Рис. 7.3.3

Проміжок часу, потрібний для встановлення амплітуди імпульсу до початкового значення після закінчення мертвого часу, називається *часом відновлення  $\tau_{\text{в}}$* .

Інтервал часу між збудженням розряду і поверненням потенціалу анода до робочої точки в момент часу  $t_2$  і буде часом розділення лічильника. Мертвий час лічильника визначає мінімальний проміжок часу, яким мають бути розділені прольоти іонізуювальних частинок для того, щоб вони були зареєстровані окремо.

Слід мати на увазі, що крім трубки лічильника в установках для реєстрації іонізуювального випромінювання мертвий час має також лічильний пристрій. Однак величина цього часу на порядок менша від  $\tau$  самої трубки лічильника. Тому на практиці можна вважати, що роздільна здатність лімітується мертвим часом лічильника. Типовим для мертвого часу лічильника є значення  $10^{-4}$  с.

Один з методів експериментального визначення мертвого часу лічильника побудований на використанні двох незалежних джерел випромінювання, від кожного з яких крізь лічильник проходить за одиницю часу відповідно  $I_{01}$  та  $I_{02}$  частинок. За одночасної дії двох джерел сумарна

швидкість відліку лічильника за одиницю часу –  $I_{012}$ . Швидкість відліку лічильника з урахуванням мертвого часу лічильника визначають за виразами:

$$I_{01} = \frac{I_1}{1 - I_1\tau}; \quad I_{02} = \frac{I_2}{1 - I_2\tau}; \quad I_{012} = \frac{I_{12}}{1 - I_{12}\tau}.$$

Зважаючи на те, що  $I_{012} = I_{01} + I_{02}$ , отримаємо

$$\frac{I_{12}}{1 - I_{12}\tau} = \frac{I_1}{1 - I_1\tau} + \frac{I_2}{1 - I_2\tau}.$$

Розв'язуючи останнє рівняння відносно  $\tau$  і опускаючи члени з  $\tau^2$ , отримаємо

$$\tau = \frac{I_1 + I_2 - I_{12}}{2I_1I_2}. \quad (7.3.1)$$

Для більшої точності визначення величини часу  $\tau$  треба виміряти величини швидкостей відліку лічильника частинок зі статистичною точністю. Відзначимо, що похибка у визначенні величини  $\tau$  залежить переважно від похибки чисельника, який є різницею двох великих і близьких за величиною чисел.

Потрібної точності вимірювання досягають шляхом відповідного вибору швидкості відліку лічильника та тривалості вимірювання (час експозиції). Зокрема, працюючи з лічильником Гейгера–Мюллера за швидкості відліку лічильника в межах 100...500 імп/с, надійні результати можна отримати за тривалості вимірювань від 10 до 30 хв. За умови приблизної рівності швидкостей відліку лічильника частинок від кожного з джерел ( $I_1 \approx I_2 = I$ ) орієнтовна тривалість вимірювань  $t$  може бути отримана із співвідношення

$$t \geq \frac{3 \cdot 10^4}{I^3 \cdot \xi^2 \cdot \tau^2},$$

де  $\xi$  – бажана статистична точність визначення мертвого часу (у відсотках);  $\tau$  – очікувана величина мертвого часу (для лічильника Гейгера–Мюллера можна вважати рівною  $3 \cdot 10^{-4}$  с);  $I$  – швидкість відліку лічильника від одного з джерел.

---

## ОПИС УСТАНОВКИ

Скористайтесь описом установки в лабораторній роботі 7.1.

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Приєднайте шнур живлення до мережі та вимикачем «МЕРЕЖА» увімкніть пристрій (індикатор при цьому має показувати значення «time 10.0 s» та режим встановлення часу «set»).

2. Дайте пристрою прогрітися протягом 5 хв.

3. Натисніть кнопку **3** «ОБНУЛЕННЯ» (на індикаторі повинні з'явитися нулі).

4. Встановіть обраний час вимірювань (600 с) за допомогою кнопки **1** «УСТАНОВКА» та кнопок **2** «+» та «-».

5. Встановіть утримувач джерела **D** разом з першим джерелом випромінювання на певну відстань від лічильника.

6. Натисніть кнопку **4** «ПУСК», після чого на індикаторі повинні з'явитися та змінюватись значення кількості зареєстрованих частинок та секунд. Вимірювання автоматично зупиняються по закінченні встановленого часу, а на індикаторі з'являються значення часу вимірювання  $t$  та кількості зареєстрованих частинок (імпульсів)  $N_1$ .

7. Результати вимірювань запишіть до табл. 7.3.1.

8. Натисніть кнопку **3** «ОБНУЛЕННЯ».

9. Дослід (пп. 6-8) повторіть тричі.

10. Не змінюючи положення першого джерела, помістіть поряд друге джерело. Повторіть пп. 6-9, отримуючи, відповідно, кількість імпульсів  $N_{12}$ .

11. Не змінюючи положення другого джерела, видаліть перше джерело і повторіть пп. 6-9, отримуючи, відповідно, кількість імпульсів  $N_2$ .

12. По закінченні вимірювання вимкніть прилад вимикачем «МЕРЕЖА» на задній панелі.

Таблиця 7.3.1

## Задані та виміряні величини

№ пор.	$N_1$ , імпп.	$N_2$ , імпп.	$N_{12}$ , імпп.	$t$ , с
1				
2				
3				

Таблиця 7.3.2

## Обчислені величини

№ пор.	$I_1$ , імпп.	$I_2$ , імпп.	$I_{12}$ , імпп.	$\tau$ , с
1				
2				
3				
Середні значення				

## РОЗРАХУНКИ

1. Визначте швидкість відліку лічильника від першого джерела  
 $I_1 = N_1/600$ .

2. Визначте швидкість відліку лічильника від другого джерела  
 $I_2 = N_2/600$ .

3. Визначте сумарну швидкість відліку лічильника від обох джерел  
 $I_{12} = N_{12}/600$ .

4. За формулою (7.3.1) визначте мертвий час лічильника Гейгера–Мюллера, використовуючи середні значення швидкостей відліку лічильника.

5. Результати розрахунків зазначте в табл. 7.3.2.

6. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: методи спостереження і реєстрації мікрочастинок; принцип роботи та характеристики лічильника Гейгера-Мюллера; самостійний розряд в газах.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. Опишіть будову лічильника Гейгера–Мюллера.
2. Якими газами наповнюють газорозрядні лічильники і чому обирають саме ці гази?
3. Як розвивається самостійний газовий розряд у лічильнику Гейгера–Мюллера? Які види самостійного газового розряду вам відомі?
4. Наведіть принципову схему ввімкнення лічильника Гейгера–Мюллера. Як обирають величину гасильного опору?
5. Як забезпечується гасіння самостійного газового розряду в лічильнику Гейгера – Мюллера?
6. Розкрийте поняття: мертвий час і час відновлення лічильника Гейгера-Мюллера.
7. Від чого залежить величина мертвого часу лічильника?
8. Як залежить величина мертвого часу лічильника від напруженості електричного поля між електродами?
9. Як залежить мертвий час лічильника від величини просторового заряду, що створюється позитивними іонами?
10. Наведіть переваги та недоліки лічильника Гейгера–Мюллера.

## Лабораторна робота 7.4

### **Визначення характеру радіоактивного розпаду. Розподіл Пуассона**

---

#### **МЕТА**

- ознайомитись з теорією похибок фізичних вимірювань та теорією ймовірностей
- вивчити закон радіоактивного розпаду та дослідити його статистичний характер

---

#### **МАТЕРІАЛИ ТА ОБЛАДНАННЯ**

- установка ФПК-03

---

#### **МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ**

Під час вимірювання фізичних величин відбувається відхилення результатів у процесі послідовного повторення процедури вимірювань. Дослідження цих явищ свідчить, що розбіжність в результатах послідовних вимірювань виникає внаслідок впливу на процес вимірювання великої кількості різноманітних випадкових факторів, які завжди супроводжують процес вимірювань. Це можуть бути випадкові коливання вимірювального приладу, нестабільність і невідповідність зовнішніх фізичних умов (температури, вологості, тиску атмосфери, напруги в мережі та ін.).

Досліди свідчать, що всі подібні фактори можуть бути зменшені і справлятимуть досить малий вплив. Тому числові значення результатів вимірювання зазвичай розподілені за деяким неперервним ймовірнісним законом. У фізичних експериментах визначають лише інтервал, в середині якого виявляється істинне значення вимірюваної величини. Цей інтервал має назву *довірчого інтервалу* (наприклад, інтервал  $\pm\sigma$ ). Що менший за розмірами довірчий інтервал, то точніше виконано вимірювання.

Усі величини в ядерній фізиці, зокрема в процесах розпаду, можуть набувати тільки строго певних значень. Але значення цих чисел є випадковими, наприклад, кількість радіоактивних перетворень у зразку за

заданий інтервал часу; кількість частинок, зареєстрованих лічильником за певний проміжок часу. Неможливо наперед визначити, яким буде це число. Тобто кількість радіоактивних розпадів у джерелі, кількість реєстрованих імпульсів лічильника є дискретними випадковими величинами, і їх можна описати за допомогою розподілу випадкових величин Пуассона.

Відомо, що кожен акт розпаду ядра є незалежним самочинним процесом. Нехай в речовині на початок відліку часу  $t_0$  є  $N_0$  ядер, які ще не розпалися. Тоді подію поділу  $\Delta N$  ядер за невеликий час  $\Delta t$  з числа ядер  $N_0$  можна характеризувати ймовірністю розпаду в часі  $P$ , яка дорівнює  $P = \Delta N/N_0$ . Для нашої лабораторної роботи підходять такі випадки, коли кількість ядер  $\Delta N$ , що розпалися, відносно початкової кількості ядер дуже мала, тобто  $N_0 \gg \Delta N$ . Тому для нескінченно малого проміжку часу  $dt$  відповідно можна визначити ймовірність розпаду ядра у вигляді  $dP = dN/N_0$ .

Для розгляду процесу в часі поділимо останнє рівняння на проміжок часу  $dt$ , будемо мати рівняння:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{N_0} \frac{dN}{dt}. \quad (7.4.1)$$

Рівняння (7.4.1) означає лінійний зв'язок (в часі) між ймовірністю процесу розпаду в часі і кількістю ядер, які розпалися за цей самий проміжок часу. Припустивши наближення, що ймовірність в часі є сталою величиною, тобто  $(dP/dt) \approx const$ , і не залежить від часу, рівняння (7.4.1) можна проінтегрувати і дістати закон зміни кількості розпадів ядер  $N$  у вигляді рівняння

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (7.4.2)$$

де  $N_0$  – кількість ядер, які були на початку розпаду;  $N$  – кількість ядер, які залишились;  $\lambda$  – стала розпаду;  $t$  – проміжок часу розпаду. Наведений закон (7.4.2) є законом, який має статистичний характер і справджується тільки для великих значень  $N_0 \gg \Delta N$  і  $N_0 \gg N$ .

Для характеристики швидкості розпаду радіоактивних ядер зазвичай використовують поняття *періоду напіврозпаду*  $T_{1/2}$  – часу, протягом якого кількість радіоактивних ядер зменшується вдвічі. Період напіврозпаду  $T_{1/2}$  дорівнює

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,693\tau, \quad (7.4.3)$$

де  $\tau = 1/\lambda$  – середній час життя радіоактивного ядра.

Тепер є всі підстави записати закон Пуассона. Сформулюємо задачу так: є  $N$  радіоактивних ядер речовини з відомим періодом напіврозпаду (тобто відомою константою розпаду  $\lambda$ ). Треба визначити ймовірність того, що в заданий інтервал часу  $\Delta t$  розпадається  $n$  ядер. Задачу треба розв'язувати за умови, що кількість розпадів  $n$  набагато менша за кількість цих радіоактивних ядер  $N$ , а час вимірювання  $\Delta t$  є малим порівняно із середнім часом життя ядер радіоактивної речовини, тобто справедливим є наближення  $n \ll N$  і водночас  $\lambda t \ll 1$ .

Математичні викладки теорії ймовірності, які тут не наводимо, дають змогу записати відповідь у вигляді рівняння

$$P_n = \frac{(N\lambda t)^n}{n!} e^{-N\lambda t}. \quad (7.4.4)$$

Це і є рівняння розподілу Пуассона. Математичний аналіз рівняння (7.4.4) свідчить, що  $P_n$  являє собою функцію з максимумом за значення  $x_{max} = N\lambda t$ . В той же час, підраховуючи середню кількість ядер  $\bar{x}(t)$ , які розпалися за час  $t$ , отримаємо той самий результат  $\bar{x}(t) = N\lambda t$ .

Середнє значення має окрему назву – *математичне очікування*  $\mu$ , тому  $\bar{x}(t) = N\lambda t = \mu$ . Якщо використати параметр математичного очікування  $\mu$ , рівняння розподілу Пуассона набуде вигляду

$$P_n = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}. \quad (7.4.5)$$

Зобразити наочно (за допомогою звичних засобів візуалізації) графік розподілу Пуассона не вдається, оскільки аргументи функції не можуть змінюватися безперервно. З цією метою використовують гістограму, тобто графік у вигляді ступінчастої лінії (рис. 7.4.1).

На рис. 7.4.1 наведено гістограму розподілу Пуассона, якщо  $\mu = 8$ . Закон Пуассона не містить в явному вигляді інформації про те, який саме розподіл (почасовий або просторовий) досліджується. Число  $n$  може означати середню кількість подій за час  $t$ , тобто часову інтенсивність, але може означати і середню кількість подій в певному елементі простору – просторову інтенсивність.

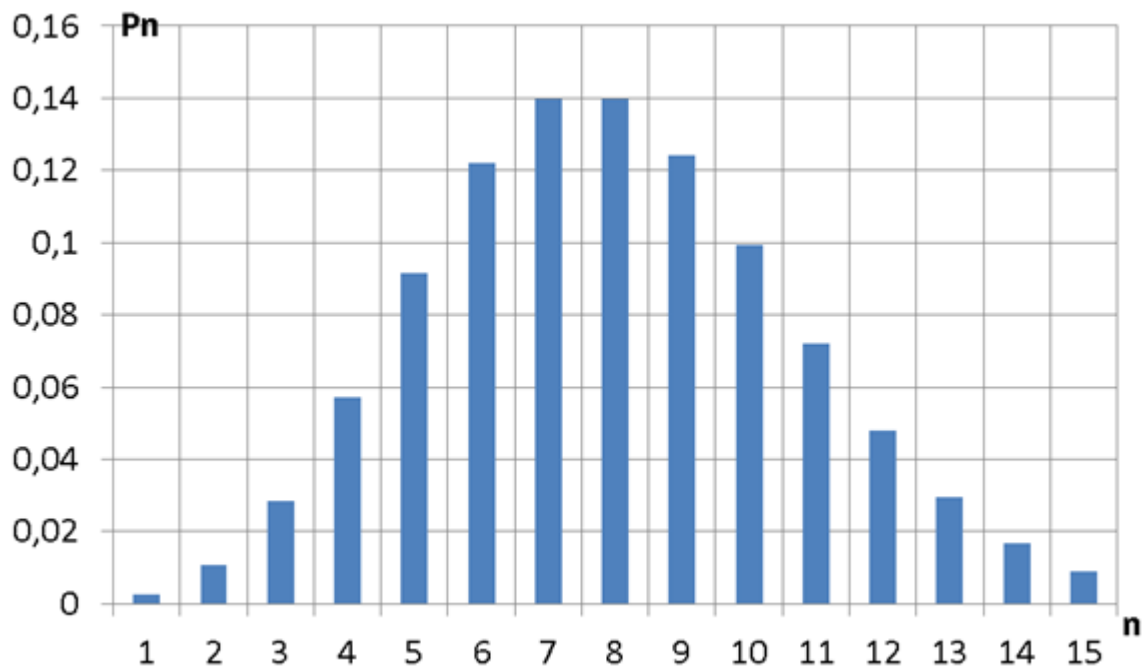


Рис. 7.4.1

З наслідків теорії ймовірності випливає, що найбільш близьким до дійсного значення є середнє арифметичне значення, отримане за результатами багатьох вимірювань. Це значення показує, у яких межах і з якою ймовірністю може змінюватися випадкова величина відносно її середнього значення.

Припустимо, що в результаті великої кількості вимірювань отримано ряд значень випадкової величини  $X$ :  $(x_1; x_2; x_3; \dots; x_N)$ . Якщо випадкова величина має безперервний розподіл, то ступінчаста гістограма переходить в плавну криву за умови  $\Delta x \rightarrow 0$  (рис. 7.4.2).

Рис. 7.4.2 ілюструє нормальний закон розподілу неперервної випадкової величини  $X$ . За графіком та з аналізу кривої в теорії ймовірності можна дійти висновку, що повна площа під кривою розподілу ймовірностей дорівнює 1:

$$\int_0^{\infty} P(x)dx = 1.$$

Площа під кривою в інтервалі  $(\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma)$  визначається таким інтегралом:

$$\int_{\bar{x}-\sigma}^{\bar{x}+\sigma} P(x)dx \cong 0,61.$$

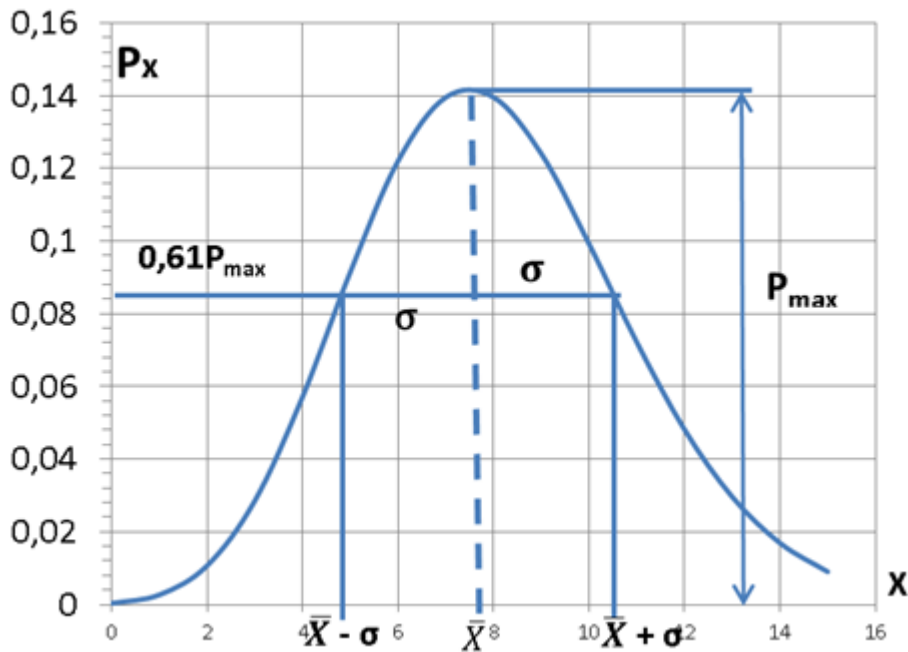


Рис. 7.4.2

Отже, ймовірність дійсного значення в інтервалі  $[\bar{x} \pm \sigma]$  дорівнює 0,61. Значення 0,61 випливає з теорії розподілу:

$$\frac{P(\bar{x} \pm \sigma)}{P(\bar{x})} = \frac{1}{\sqrt{e}} \approx 0,608 \approx 0,61.$$

Тому на графіку зручно провести горизонтальний перетин кривої розподілу на рівні 0,61 від максимального значення кривої і визначити ширину інтервалу  $2\sigma$ .

Означення з теорії ймовірностей:  $\bar{X} = \frac{\Delta X_1 m_1 + \Delta X_2 m_2 + \dots + \Delta X_N m_N}{N_\Sigma}$  –

середнє арифметичне значення вимірюваної величини.

У зв'язку з розподілом Пуассона (7.4.5) відмічено, що середнє значення може називатись математичним очікуванням  $\mu$ , тому  $\bar{x}(t) \cong \mu$ . В теорії похибок цю величину називають дисперсією  $D$ , отже,  $\bar{x}(t) \cong \mu = D$ . Через величину дисперсії визначають величину середньоквадратичної (або стандартної) похибки вимірювань  $\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\mu} \cong \sqrt{\bar{x}}$ . Тоді відносна похибка ймовірнісної величини, розподіленої за законом Пуассона, буде

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\bar{x}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}.$$

---

## ОПИС УСТАНОВКИ

Скористайтесь описом установки в лабораторній роботі 7.1.

---

## ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Приєднайте шнур живлення до мережі та вимикачем «МЕРЕЖА» увімкніть пристрій (індикатор при цьому має показувати значення «time 10.0 s» та режим встановлення часу «set»).

2. Дайте пристрою прогрітися протягом 5 хв.

3. Натисніть кнопку **3** «ОБНУЛЕННЯ» (на індикаторі з'являться нулі).

4. Встановіть обраний час вимірювань (1 с) за допомогою кнопки **1** «УСТАНОВКА» та кнопок **2** «+» та «-».

5. Встановіть утримувач джерела  $D$  разом з джерелом випромінювання на певну відстань від лічильника.

6. Натисніть кнопку **4** «ПУСК», після чого на індикаторі повинні з'явитися та змінюватись значення кількості зареєстрованих частинок та секунд. Вимірювання автоматично зупиняються по закінченні встановленого часу, а на індикаторі з'являються значення часу вимірювання  $t$  та кількості зареєстрованих частинок (імпульсів)  $N_1$ .

7. Результати вимірювань запишіть до табл. 7.4.1.

8. Натисніть кнопку **3** «ОБНУЛЕННЯ».

9. Дослід (пп. 6-8) повторіть не менш як 200 разів.

10. По закінченні вимірювання вимкніть прилад вимикачем «МЕРЕЖА».

---

## РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Таблиця 7.4.1

### Задані та виміряні величини

№ виміру	1	2	3	4	...	N <sub>97</sub>	N <sub>98</sub>	N <sub>99</sub>	...	N <sub>198</sub>	N <sub>199</sub>	N <sub>200</sub>
Покази лічильника												

## Обчислені величини

Величини	$\bar{X}$	$\sigma = \sqrt{\bar{x}}$	$\delta = \frac{1}{\sqrt{\bar{x}}}$	$\bar{X} \mp \sqrt{\bar{x}}$

## РОЗРАХУНКИ

1. Визначте середньоарифметичне значення розпадів  $\bar{x}$  для всіх вимірів. Для цього суму всіх зареєстрованих розпадів поділіть на кількість вимірювань:

$$\bar{X} = \frac{\Delta X_1 m_1 + \Delta X_2 m_2 + \dots + \Delta X_N m_N}{N_\Sigma}$$

2. Визначте середньоквадратичну похибку за формулою  $\sigma = \sqrt{\mu} \cong \sqrt{\bar{x}}$ .
3. Визначте відносну похибку за формулою  $\delta = \frac{1}{\sqrt{\bar{x}}}$ .
4. Надайте результат дослід у вигляді  $\bar{X} \mp \sqrt{\bar{x}}$ .
5. Результати розрахунків запишіть до табл. 7.4.2.
6. Сформулюйте та запишіть висновок за результатами роботи.

## ГРАФІКИ

1. На підставі отриманих результатів побудуйте експериментальну гістограму розпаду ядер.

2. Поклавши  $\bar{x} \cong \mu$ , за формулою Пуассона  $P_n(t) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}$  та за допомогою комп'ютера побудуйте гістограму Пуассона.

3. Порівняйте обидві гістограми.
4. Сформулюйте загальний висновок за результатами роботи.

*Підказка щодо побудови гістограми.* У лабораторній роботі треба виконати велику кількість вимірювань за заданих умов. Однією з таких умов є сталість проміжку часу для одного виміру  $\Delta t = \text{const}$ . Експериментальна установка дає змогу дотримати цю умову. Обраний час дорівнює 1 (одній) секунді. За час 1 с потрібно визначити кількість зареєстрованих імпульсів за перерахунковим механізмом  $m_k$ . Кількість значень  $m_k$  є випадковою

величиною, що може лежати в інтервалі від 1 до  $m_{max}$ . Не змінюючи тривалості проміжку часу, що дорівнює 1 с, потрібно виконати 200...300 вимірювань. Результати всіх вимірювань треба зафіксувати в таблиці. Далі наведено приклад реальної таблиці вимірювань.

№ виміру	1	2	3	4	...	$N_{97}$	$N_{98}$	$N_{99}$	...	$N_{198}$	$N_{199}$	$N_{200}$
Покази лічильника	3	8	18	6	...	15	6	10	...	6	11	11

За послідовних значень  $N_i$  показання лічильника можуть багато разів повторюватися, оскільки в експерименті значення цих чисел мають випадковий характер. Для побудови гістограми результатів досліду, потрібно чинити так:

а) креслимо горизонтальну вісь. Вісь послідовно розділяємо на масштабні інтервальні поділки завширшки ( $\Delta X = 1$ ). Послідовно нумеруємо кожен інтервальну поділку від 1 до максимального значення показань лічильника ( $X_{max}$ ) (рис. 7.4.3). Наприклад, максимальне значення виміру в наведених дослідних результатах дорівнює 18;

б) для зручності побудови гістограми кожне вимірювання відображуємо точкою над числом, що визначає кількість зафіксованих лічильником імпульсів. Порядковий номер масштабного інтервалу осі  $X$  є відповідним кількості зафіксованих лічильником імпульсів. На рис. 7.4.3 точка позначається фігурою (•). Одна точка відповідає одному вимірюванню, кількість точок означає кількість вимірів;

в) кількість точок у стовпці  $m_k$  дорівнює висоті стовпчика. Відношення висоти стовпчика до всієї кількості вимірювань, виконаних в досліді ( $m_k/N_{\Sigma}$ ), визначає ймовірність події відповідного значення інтервалу ( $\Delta X_k$ ). На прикладі наведеної гістограми: всіх вимірів – 59, з них 11 імпульсів виміряли п'ять разів, тому  $\Delta P_{11} = 5/59 \approx 0,085$ .

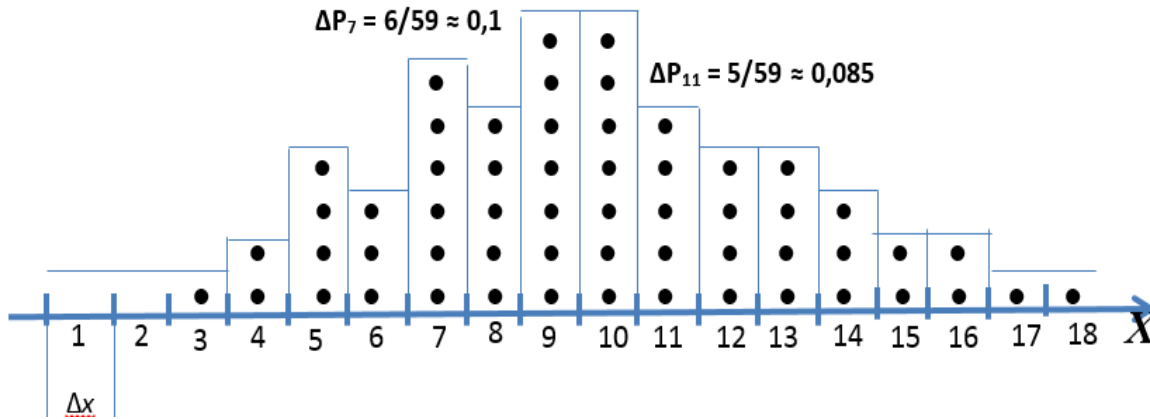


Рис. 7.4.3

---

## ГЛОСАРІЙ

Перелік тем, термінів та понять, які студент має самостійно опанувати до виконання роботи: радіоактивність, закон радіоактивного розпаду; радіоактивне випромінювання та його види; методи реєстрації радіоактивного випромінювання; елементи теорії ймовірностей; розподіл Гаусса, розподіл Пуассона; теорія похибок фізичних вимірювань.

Рівень підготовки студента повинен бути достатнім, щоб дати відповіді на поставлені в кінці роботи запитання.

---

## ЗАПИТАННЯ

1. Запишіть закон радіоактивного розпаду.
2. Що визначає добуток  $\lambda \cdot N$ ?
3. Що означає коефіцієнт  $\lambda$  у законі радіоактивного розпаду?
4. Що визначає закон радіоактивного розпаду?
5. Яка подія називається випадковою?
6. Яка подія називається достовірною?
7. Як визначають ймовірність випадання випадкової події?
8. Що називають функцією розподілу випадкової величини?
9. Запишіть розподіл випадкової величини за законом Пуассона.  
Запишіть формулу для обчислення розподілу Пуассона.
10. Як визначають середньоарифметичне значення випадкової величини?
11. Що називається математичним очікуванням під час вимірювання випадкової величини?
12. Чому дорівнює абсолютна і відносна похибка вимірювання випадкової величини, розподіленої за законом Пуассона?

# Список рекомендованої літератури

## Основний

1. *Physics: Excel-Based Laboratory Manual* / O. Panova, I. Aznauryan and others. – Kyiv : KNUCA, 2020. – 108 p.
2. *Фізика: практичний посібник до виконання лабораторних робіт із застосуванням пакета Excel* / В.І. Клапченко та ін. – Київ : КНУБА, 2018. – 100 с.
3. *Фізика в будівництві : навч. посіб.* / В.І. Клапченко та ін. – Київ : КНУБА, 2012. – 252 с.
4. *Фізика. Лабораторний практикум. Базовий цикл : навч. посіб.* / В.І. Клапченко та ін.; за ред. В.І. Клапченка. – Київ : КНУБА, 2012. – 228 с.
5. *Фізика. Лабораторний практикум. Спецпрактикум : навч. посіб.* / В.І. Клапченко та ін.; за заг. ред. В.І. Клапченка. – Київ : КНУБА, 2012. – 96 с.
6. *Фізика. Збірник задач : навч. посіб. для студентів усіх спеціальностей* / В.І. Клапченко та ін.; за заг. ред. В.І. Клапченка. – Київ : КНУБА, 2009. – 252 с.
7. *Азнаурян І.О. Фізика та фізичні методи дослідження : навч. посіб.* / І.О. Азнаурян. – Київ : КНУБА, 2008. – 250 с.
8. *Фізика. Практичний курс : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання всіх спеціальностей* / В.І. Клапченко та ін. – Київ : КНУБА, 2005. – 256 с.
9. *Чолпан П.П. Фізика : підручник* / П.П. Чолпан. – Київ : Вища шк., 2003. – 567 с.
10. *Загальний курс фізики : навч. посіб. для студ. вищих техн. і пед. закладів освіти: в 3 т.* / За ред. І.М. Кучерука. – Т.1. – Київ: Техніка, 1999. – 536 с.
11. *Загальний курс фізики : навч. посіб. для студ. вищих техн. і пед. закладів освіти: в 3 т.* / За ред. І.М. Кучерука. – Т.2. – Київ: Техніка, 1999. – 452 с.
12. *Загальний курс фізики : навч. посіб. для студ. вищих техн. і пед. закладів освіти: в 3 т.* / За ред. І.М. Кучерука. – Т.3. – Київ: Техніка, 1999. – 518 с.

13. *Трофимова Т.И.* Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1990. – 478 с.

14. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики : учеб. пособие / В.С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1985. – 384 с.

*Додатковий*

15. *Савельев И.В.* Курс физики : учеб.: В 3-х т. /И.В. Савельев. – М. : Наука, 1989. – 464 с.

16. *Детлаф А.А.* Курс физики : учеб. пособие для втузов /А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1989. – 608 с.

17. *Трофимова Т.И.* Сборник задач по курсу физики : учеб. пособие для втузов / Т.И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1991. – 303 с.

18. *Конспект лекцій з фізики (електрика та магнетизм)* /В.І. Клапченко. – Київ : КНУБА, 1999. – 68 с.

19. *Физические* величины : справочник / под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.

20. *Таблицы* физических величин : справочник / под ред. И.К. Кикоина. – М. : Атомиздат, 1976. – 867 с.

21. *Кей Дж.* Таблицы физических и химических постоянных /Дж. Кей, Т. Леби. – М. : Изд-во ФМ литературы, 1962. – 248 с.

Навчальне видання

ПАНОВА Олена Василівна,  
КЛАПЧЕНКО Василь Іванович,  
ГРИГОРЧУК Олександр Михайлович та ін.

**ФІЗИКА**  
**ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ**  
**О Н О В Л Е Н И Й Ц И К Л**

Навчальний посібник

Редагування та коректура Г. В. Кобриної  
Комп'ютерне верстання *А.П. Селівестрової*

Підписано до друку 26.05. 2023. Формат 60 × 84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Ум. друк. арк. 4,88. Обл.-вид. арк. 5,25.

Тираж 25 прим. Вид. № 24/І-22. Зам. № 12/1-23

Видавець і виготовлювач

Київський національний університет будівництва і архітектури

Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03037

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів  
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р.

