



УДК 621.875.322

І.І. Назаренко, д-р техн. наук, проф. КНУБА,

В.І. Сердюк, інж.

МЕТОДИКА ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ ПРИ НЕВИПАДКОВОМУ ЗНОШУВАННІ (ПОЛОМКАХ) ДЕТАЛЕЙ ТА ВУЗЛІВ МАШИН

В практиці будівництва не поодинокими є випадки передчасного виходу з ладу окремих вузлів будівельних машин та засобів малої механізації, так звані поломки. Вони можуть бути незначними, а в деяких випадках окремі агрегати або машини в цілому виявляються непридатними до подальшого використання і підлягають ремонту або списанню.

Розглянемо ситуації при не випадковому зношенні обладнання, такого як обладнання по виробництву будівельних матеріалів та будіндустрії. Уявімо, що в цьому випадку витрати на придбання та встановлення нового обладнання становлять A , витрати на його експлуатацію становлять C_i на рік. Зазвичай, із часом C_i зростає, оскільки обладнання по мірі зношування вимагає більш частого ремонту.

Вимагається визначити оптимальний строк n заміни обладнання, при якому мінімізуються сумарні витрати на придбання обладнання та його експлуатацію, приймаючи, що замінене обладнання не використовується.

Якщо врахувати так званий коефіцієнт ефективності капіталовкладень r , який враховує різну величину витрат, здійснених в різний час (чим раніше здійснені витрати, тим вони вагоміші), то середні щорічні витрати становлять:

$$\gamma = \frac{A + \sum_{i=1}^n a^{i-1} C_i}{n}, \quad (1)$$

$$a = \frac{1}{1+r}. \quad (2)$$

Користуючись цією формулою, шляхом прямих розрахунків можна знайти оптимальну величину n .

Наприклад, при середній вартості автомобіля $A=6000$ грн, $a=1$, витрати на його експлуатацію на рік в залежності від строку експлуатації приведені в табл.1.

Таблиця 1.

Строк експлуатації автомобіля							
Рік	1	2	3	4	5	6	7
Грн.	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500

Визначимо оптимальний строк, після якого необхідно придбати новий автомобіль.

Розрахунок проводимо по формулі (1), задаючись різною величиною n . При цьому розрахунки зведені до табл.2. Четвертий рядок таблиці отримуємо при сумуванні попереднього значення цього рядка та поточного третьої.

Таблиця 2.

Розрахункові дані для визначення оптимального строку експлуатації автомобіля.

n		1	2	3	4	5	6	
A	2	6000						
C_i	3	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500
$A + \sum_{i=1}^n a^{i-1} C_i$	4	6500	7500	9000	11000	13500	16500	20000
γ	5	6500	3750	3000	2750	2700	2750	2850

Як видно з таблиці, оптимальна величина $n=5$, тобто через 5 років купівлі автомобіль доцільно замінити.

В ряді випадків зношене обладнання підлягає продажу. Нехай вартість обладнання в залежності від строку експлуатації є функцією часу: $A = A_0[1 - e^{at}]$. (3)

Сумарні витрати на ремонт та утримання обладнання за час t є функцією часу:

$$C_0 e^{bt}. \quad (4)$$

Тоді сумарні щорічні витрати:
$$\gamma(t) = \frac{1}{t} [A_0 - A_0 e^{at} + C_0 e^{bt}]. \quad (5)$$

Для визначення t , при якому $\gamma(t)$ є мінімальною, складена спеціальна номограма (рис.1). Для врахування випадкових моментів виходу з ладу обладнання необхідно знати характеристики його надійності. Це перш за все інтенсивність відмов $\lambda(t)$, тобто вірогідність відмови обладнання в інтервалі часу $t + \Delta t$ (в теорії заміни має назву щільністю відмов).

Знаючи цю характеристику, можна визначити вірогідність відсутності відмов протягом часу t :
$$P(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right]. \quad (6)$$

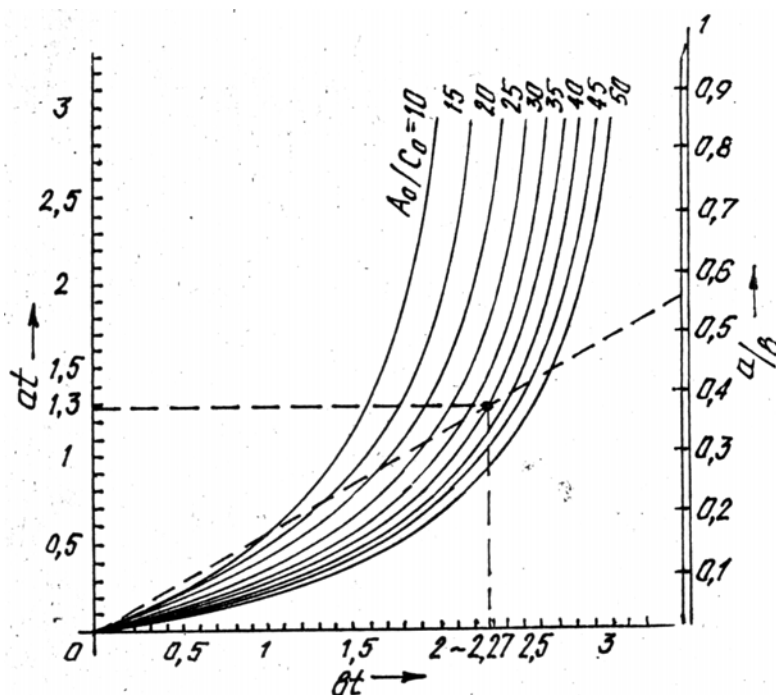


Рис.1. Номограма до визначення оптимального часу продажу обладнання

В теорії заміни її називають кривою живучості і позначають v . Якщо інтенсивність відмов λ_0 постійна, то: $v = P(t) = e^{-\lambda_0 t}$.

Середній строк служби та його середньоквадратичне відхилення можуть бути знайдені з наступних залежностей:
$$t_{сер} = \int_0^{\infty} t f(t) dt; \quad (7)$$

$$\sigma_t = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt, \quad (8)$$

де $f(t)$ – щільність розподілу тривалості служби обладнання.

Існують наступні співвідношення:
$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (9)$$

У випадку, коли $v(t)$ експонента, то:
$$t_{сер} = \frac{1}{\lambda_0}, \quad (10)$$



$$\sigma_t = \frac{1}{\lambda_0}. \quad (11)$$

Нехай N одиниць обладнання використовуються одна за одною (по мірі виходу з ладу). Для них відомі $\nu(t)$. Визначимо час H роботи системи цих одиниць.

$$\text{Очевидно, що } H_{\text{сер}} = N t_{\text{сер}}, \quad (12)$$

$$\sigma_H = \sqrt{N} \sigma_t. \quad (13)$$

Інколи важливо також визначити вірогідність точної кількості m замін.

$$\text{В загальному випадку рекурентна формула } P_0(t) = \nu(t). \quad (14)$$

$$P_1(t) = -\int_0^t \nu(t-u) dt(u);$$

$$\dots \dots \dots$$

$$P_m(t) = -\int_0^t P_{m-1}(t-u) dt(u). \quad (15)$$

$$\text{Якщо } \nu(t) \text{ – експонента, то } P_m(t) = \frac{(\lambda_0 t)^m e^{-\lambda_0 t}}{m!}. \quad (16)$$

Це є розподілення Пуассона. Підраховується середній розхід одиниць і його середньоквадратичне відхилення:

$$m_{\text{сер}}(t) = \lambda_0 t;$$

$$\sigma_m = \sqrt{\lambda_0 t}. \quad (17)$$

Кількість працюючих на даний час одиниць:

$$f_1(t) = N_0 \nu(t) + \int_0^t r(u) \nu(t-u) du, \quad (18)$$

де N_0 – вихідна кількість одиниць; $r(u)$ – кількість одиниць, замінених на момент часу u .

Це рівняння Вольтера, яке встановити зв'язок між функцією заміни обладнання $r(u)$, законом живучості $\nu(t)$ та кількістю функціонуючого обладнання $f_1(t)$. Якщо $f_1(t) = \text{const}$ при $t > 0$, а $\nu(t)$ експонента, то: $r(t) = N_0 \lambda_0 t$. (19)

В тих випадках, коли обладнання замінюється плановим порядком (групою), витрати на одиницю при такій заміні C_1 менші, ніж при позаплановій заміні C_2 (тоді необхідно вишукувати поломки та надовго спиняти процес виробництва тощо).

$$\text{Витрати в одиницю часу: } \gamma(t) = \frac{C_1 N_0}{t} + \frac{C_2 r(t)}{t} \quad (20)$$

де $r(t)$ – інтегральна функція заміни обладнання, що забезпечує роботу N_0 одиниць обладнання.

Визначимо t_0 , який забезпечує мінімум $\gamma(t)$:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{C_2 r'(t)t - [C_1 N_0 + C_2 r(t)]}{t^2} = 0. \quad (21)$$

$$\text{Звідси } C_2 r'(t) = \frac{C_1 N_0 + C_2 r(t_0)}{t_0}. \quad (22)$$

Знаючи $r(t)$, можна визначити конкретну величину t_0 , тобто оптимальний час планової заміни.

Із застосуванням теорії масового обслуговування може бути визначена задача оптимальної якості і пропускної здатності ремонтних майстерень. Автор апріорі приймає, що з точки зору теорії масового обслуговування ремонтні майстерні являють собою систему з необмеженим часом очікування.

Розглянуто визначення оптимальної кількості каналів та пропускної здатності майстерень для випадку, коли техніку привозять до майстерні.

Заданими вважаються наступні величини:

- вартість майстерень C_M , як функція числа каналів обслуговування n :

$$C_M = k_{C.M.} \cdot n; \quad (23)$$

- вартість одиниці устаткування C_B ;
- параметр пуассонівського потоку отримання заявок на ремонт λ від одного виду озброєння, який визначається для мирного періоду надійністю озброєння, а для воєнного, крім того, і інтенсивністю ударів ворога;
- параметр показникового закону часу ремонту одного зразка μ .

При характеристиках потоку заявок і тривалості обслуговування, зазначених вище, отримано середнє число зразків техніки, що ремонтуються або очікують на ремонт:

$$M = \sum_{k=1}^m \frac{m! a^k}{(k-1)!(m-k)!} + \sum_{k=n+1}^m \frac{km! a^k}{n^{k-n} n!(m-k)!} P_0, \quad (24)$$

$$\text{де } a = \frac{\lambda}{\mu}; P_0 = \sum_{k=1}^m \frac{m! a^k}{(k-1)!(m-k)!} + \sum_{k=n+1}^m \frac{km! a^k}{n^{k-n} n!(m-k)!}; \quad (25)$$

m – число одиниць, що обслуговуються.

Враховуючи, що кількість справних одиниць повинно бути не менше заданого m_3 , виходить, що з урахуванням одиниць, що ремонтуються, їх загальна кількість m

$$\text{становить: } m = m_3 \left(1 + \frac{M}{m_3} \right). \quad (26)$$

Виконаний розрахунок вартості працюючих одиниць техніки по формулі:

$$C_6 = C_B m = C_B m_3 \left(1 + \frac{M}{m_3} \right). \quad (27)$$

Вартість ремонтних майстерень визначена по формулі, що наведена вище, та сумарна вартість (майстерень та озброєння) по формулі:

$$C_\Sigma = C_B m + k_{C.M.} \cdot n. \quad (28)$$

При $M = f(m, n, a)$, причому a задано, задача зводилася до знаходження такої пари m, n , при яких виконується умова для m , а C_Σ досягає мінімуму.

Практично задача вирішена шляхом підбору відповідних значень m і n в наступному порядку:

- задавалися $n=1$;
- задавалися $m_1=m_3+1$, визначали P_0, M та перевіряли виконання умови для m ;
- в залежності від результатів розрахунку задавалися новим значенням m ;
- розрахунок вівся до тих пір, поки не було підібрано необхідне значення m ;
- визначали C_Σ при цих m і n ;
- повторювали весь цикл при новому n , збільшеному на одиницю, і т.д.;
- визначали таке n і відповідне йому m , при яких C_Σ мінімальне.

Цей алгоритм був реалізований на ПЕОМ.