

УДК 539.3

## ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ШАРУВАТОГО ПОКРИТТЯ АВТОМОБІЛЬНОЇ ДОРОГИ

**В.В. Гайдайчук<sup>1</sup>,**  
д-р техн. наук

**В.В. Мозговий<sup>2</sup>,**  
д-р техн. наук

**Ю.О. Засець<sup>1</sup>,**  
канд. техн. наук

**Л.В. Шевчук<sup>1</sup>,**  
канд. техн. наук

<sup>1</sup>*Київський національний університет будівництва і архітектури,  
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

<sup>2</sup>*Національний транспортний університет,  
бул. Суворова 1, м. Київ. 01010*

Поставлена задача про комп'ютерне моделювання еволюції полій температури та напружень в масиві дорожнього покриття. Побудовані скінченно-елементні моделі явищ поширення тепла і формування викликаних ним полів напружень. Показано, що сформульоване рівняння тепlopровідності є сингулярно збуреним. В зв'язку з цим поля температури, спричинені еволюцією зовнішнього теплового збурення, мають вид краївих ефектів, локалізованих у вузькій зоні вільної поверхні покриття.

**Ключові слова:** автомобільна дорога, асфальтобетонне покриття поле температур, термопружне деформування, шарувато-неоднорідний напівпростір.

**1. Вступ.** Вигідне географічне розташування України на шляху основних транзитних потоків між Європою та Азією, а також розгалужена мережа автомобільних доріг створюють усі необхідні передумови для збільшення обсягів транзиту країною вантажів. Проте сучасна транспортна галузь держави досі конче потребує комплексного розвитку, а якість дорожніх сполучень як була, так і лишається для України надзвичайно гострою проблемою. Одним із факторів, що суттєво впливають на якість автомобільних доріг з асфальтобетонним покриттям, є кліматичні умови. Як правило, незадовільний стан таких доріг безпосередньо пов'язаний з частими перепадами навколошньої температури.

Основна особливість задач аналізу термопружного напруженодеформованого стану дорожнього обшиву є їх баготипареметрічність. Перш за все конструкції дорожніх покріттів являються істотно неоднорідними. В механіці суцільних середовищ розрізняють шарувато-неоднорідні

середовища, в яких середовище складається з декількох пружних шарів з відмінними термомеханічними характеристиками, і градієнтно-неоднорідні середовища [3, 5], властивості яких змінюються за просторовими змінними неперервним способом. Оскільки в дорожньому будівництві, в основному, застосовуються шарувато-неоднорідні дорожні покриття [6, 11], то при математичному моделюванні механічних процесів, що протікають при їх експлуатації, доводиться мати справу з властивою їм специфікою розподілу полів деформацій і напруженень. Справа в тому, що функції деформацій і напруженень (а іноді і переміщень), які виникають в них, як правило, виявляються розривними і їх важко описувати простими аналітичними і чисельними засобами. З цією особливістю пов'язане і істотне ускладнення механічних явищ, що спостерігаються в них. Оскільки при експлуатації покриття дороги піддаються не тільки дії інтенсивних швидко змінних (розривних) за просторовими і часовими змінними навантажень, але також і постійно тепловим збуренням, що еволюціонує, з істотними градієнтами, проектування їхніх конструкцій має проводитися на основі вибору оптимальних (раціональних) характеристик матеріалів, що використовуються, їх термомеханічних властивостей, геометричних параметрів проектованих шарів і порядку їхнього чергування. Цей вибір може бути зроблений за допомогою комп'ютерного моделювання термо-напруженого стану дорожнього покриття та його еволюції за часом.

**2. Методика скінченно-елементного моделювання дорожнього покриття.** Виділений для розрахунку термопружного напруженодеформованого стану поперечний переріз конструкції дороги включає чотири шари дорожнього покриття і масив прилеглого ґрунту, його конструктивна схема зображена на рис. 1. Геометрична схема конструкції ділянки автомобільної

дороги і її фрагментів з параметрами  $L_1 = 24,5 \text{ м}$ ,

$L_2 = 23,5 \text{ м}$ ,  $L_3 = 11,5 \text{ м}$ ,

$L_4 = 7,5 \text{ м}$ ,  $H = 0,55 \text{ м}$ ,

$H_1 = 0,5 \text{ м}$ ,  $H_2 = 2 \text{ м}$

представлена на рис. 2.

Види матеріалів

фрагментів конструкції, їхні товщини  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_4$ , і значення термомеханічних параметрів наведені у табл. 1. В ній позначено:  $E$  – модуль пружності;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\rho$  – густина;  $\alpha_T$  – коефіцієнт теплового лінійного розширення;  $\lambda$  – коефіцієнт тепlopровідності;  $c_{ob}$  – питома об'ємна теплоємність.

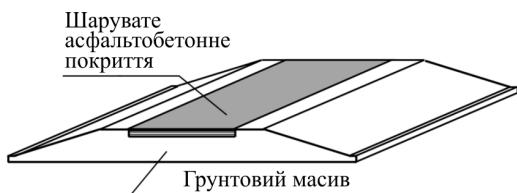


Рис. 1

Таблиця 1

Номер <i>i</i> -го шару	Матеріал	$h_i$ , м	$E_i$ , Па	$\rho$ , $\text{кг}/\text{м}^3$	$\nu$	$\alpha_T$ , $^\circ\text{C}^{-1}$	$\lambda$ , $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$	$c_{ob}$ , $\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$
1	Асфальтобетон дрібнозернистий	0,05	$5 \cdot 10^9$	2400	0,2	$2,46 \cdot 10^{-5}$	1,0	$3,77 \cdot 10^6$
2	Асфальтобетон пористий круглозернистий	0,1	$1,4 \cdot 10^9$	2390	0,25	$1,92 \cdot 10^{-5}$	0,7	$2,63 \cdot 10^6$
3	Щебінь	0,2	$0,4 \cdot 10^9$	2300	0,3	$1,8 \cdot 10^{-5}$	0,5	$1,81 \cdot 10^6$
4	Пісок	0,2	$0,1 \cdot 10^9$	2050	0,3	$1,1 \cdot 10^{-5}$	1,5	$4,83 \cdot 10^6$
5	Грунт	2,5	$0,1 \cdot 10^9$	1960	0,35	$0,31 \cdot 10^{-5}$	1,05	$3,23 \cdot 10^6$

Вважалося, що конструкція доріг піддається термічній дії в результаті денної зміни температури повітря. Було прийнято, що при цьому температура на її верхній поверхні змінюється за заданим законом. Розрахунки еволюції поля температури в масиві конструкції проведені методом скінчених елементів. При цьому було враховано, що уздовж поздовжньої осі  $Oy$  дороги деформації  $\varepsilon_y = 0$  і весь масив знаходиться в стані плоского деформованого стану. Ця обставина дозволила виділити перетинами  $y = 0$  і  $y = \Delta y$  поперечний шар масиву товщиною  $\Delta y$  і апроксимувати систему тривимірними скінченими елементами з розміром  $\Delta y$  вздовж координати  $y$ .

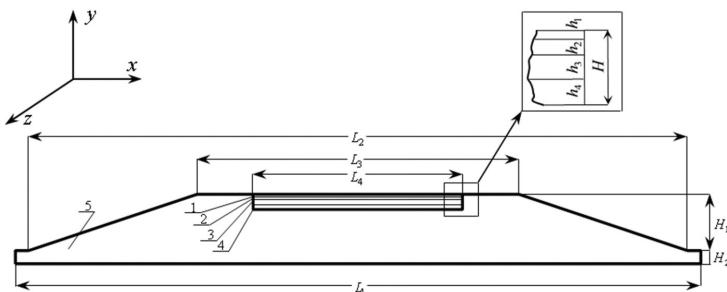


Рис. 2. Схема поперечного перерізу конструкції дорожнього покриття

Скінченоелементна модель системи з виділеним її пошаровим фрагментом 1-4 і ґрунтовим масивом 5 показана на рис. 3. Збоку кожного фрагмента вказано число скінчених елементів дискретної моделі. При цьому загальне число скінчених елементів склало 29868.

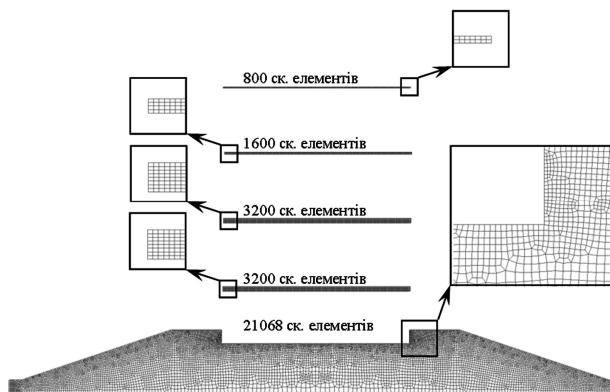
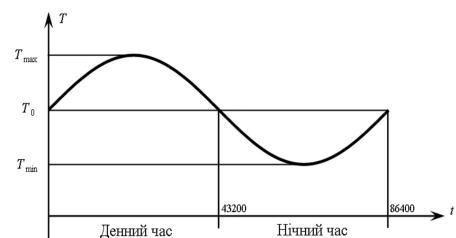


Рис. 3. Скінченно-елементна модель перерізу дороги

**3. Основні співвідношення термопружного напруженого стану покриття дороги.** Досліджуються процеси еволюції поля температури в масиві покриття дороги при добовій зміні температури навколошнього середовища. З урахуванням натурних спостережень прийнято, що в результаті атмосферних температурних варіацій температура  $T$  на поверхні покриття та придорожнього ґрунту в денний час змінюється за законом синусоїди від деякого початкового значення  $T_0$  (вранці) до її максимуму  $T_{\max}$  (опівдні) і до вечора знову падає до вихідного значення  $T_0$ . В нічний час, навпаки, температура зменшується від  $T_0$  (ввечері) до  $T_{\min}$  (опівночі) і потім знову зростає до  $T_0$  (в ранковий час). Схема зміни  $T(t)$  протягом 24 годин ( $0 \leq t \leq 86400$  с) показана на рис. 4.

Задача про термопружне деформування дорожнього покриття розв'язується в лінійній постановці. Це дозволяє аналізувати тільки приrostи деформацій і напружень, викликані приростами температури. Тому будемо вважати, що в початковому стані температура всього масиву (як і  $T_0$ ), деформації та напруження дорівнюють нулю і будемо аналізувати процес термопружного деформування при зміні температури  $T(t)$  на поверхні за законом (рис. 4)

$$T(t) = (T_{\max} - T_0) \sin(\pi t / 43200). \quad (1)$$

Рис. 4. Графік зміни за часом  $t$  температури на поверхні покриття

Тоді еволюція поля температури на границях кожного шару покриття і масиву ґрунту визначається рівнянням нестационарної теплопровідності [4]

$$\nabla^2 T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

Тут  $a = \lambda_q / c_{ob}$  - коефіцієнт температуропровідності,  $\lambda_q$  - коефіцієнт теплопровідності,  $c_{ob}$  - питома об'ємна теплоємність, доданок  $\nabla^2 T$  - еквівалентний виразу  $\partial T / \partial x^2 + \partial T / \partial y^2 + \partial T / \partial z^2$ .

Вважаємо, що при термопружному деформуванні всього масиву силами інерції можна захтувати і процес буде квазістатичним. Тоді поле пружних переміщень  $\mathbf{u}(x, y, z)$  описується векторним рівнянням [4, 7, 8]

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (x + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \operatorname{grad}(T) = 0, \quad (3)$$

де  $\lambda$  і  $\mu$  - ізотермічні параметри Ляме.

Границі умови для функції  $T(x, y, z, t)$  на вільній поверхні задаються у формі (1), на умовних кінцях виділеної області прийнято, що теплові потоки в напрямку нормалі відсутні, тому похідна від  $T$  за нормаллю  $\mathbf{n}$  дорівнює нулю,

$$\partial T / \partial n = 0. \quad (4)$$

При формулюванні граничних умов для функції  $\mathbf{u}(x, y, z)$  вважалося, що на верхній поверхні середовище вільне від нормальних і дотичних напружень, а на бічних і нижній поверхнях умовних розрізів переміщення по нормальні і дотичні напруження дорівнюють нулю. На поверхнях контакту шарів покриття між собою і з ґрутовим масивом були прийняті умови сполучення функцій  $T$  і відповідних функцій переміщень і деформацій.

Прийнята постановка задачі про термопружне деформування виділеного багатошарового масиву дозволила використовувати алгоритм її вирішення, при якому спочатку розв'язується задача нестационарної теплопровідності для рівняння (2) на всьому діапазоні часу  $t$ , рівному 24 годин (86400 с). Потім в потрібні для нас моменти часу  $t_i$  з використанням побудованих полів температури  $T(x, y, z, t_i)$ , за допомогою рівнянь (3) визначалися поля переміщень, деформацій і напружень.

Розв'язання цих рівнянь здійснюється шляхом переходу до скінченно-елементних моделей [1, 2]

$$\begin{aligned} [K_T] \{T\} - [A] \{\dot{T}\} &= \{T_f(t)\}, \\ [K_u] \{u\} &= [L] \{T(t_i)\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут  $[K_T]$  - матриця коефіцієнтів скінченно-елементної моделі рівняння теплопровідності,  $[A]$  - матриця коефіцієнтів моделі при похідній  $\dot{T}$ ,  $\{T_f(t)\}$  - вектор заданих значень температури  $T$  на поверхні покриття,  $[K_u]$  - матриця жорсткості для скінченно-елементної моделі пружного масиву,  $[L]$  - матриця, яка відображає вплив температури на переміщення елементів масиву.

Після підрахунку значень компонент вектора переміщень  $\{u\}$  у вузлах скінченно-елементної моделі обчислювалися компоненти тензорів деформацій  $\varepsilon_{jk}$  і напружень  $\sigma_{jk}$ . Вони визначалися за допомогою рівностей [8]

$$\begin{aligned}\varepsilon_{jk} &= \frac{1}{2}(u_{j,k} + u_{k,j}), \\ \sigma_{jk} &= 2\mu\varepsilon_{jk} + [\lambda\varepsilon_{ll} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \cdot T]\delta_{jk},\end{aligned}\quad (6)$$

дискретизованих в кожному вузлі моделі.

У цих рівностях індекси  $j, k, l$  пробігають значення 1, 2, 3; при цьому напрямки  $x_1, x_2, x_3$  відповідають напрямам  $x, y, z$ ;  $u_{j,k} = \partial u_j / \partial x_k$ ;  $\varepsilon_{ll} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ ;  $\delta_{jk}$  - символ Кронекера, що дорівнює 0 при  $j \neq k$  і рівний 1 при  $j = k$ .

**4. Аналіз крайових ефектів розподілу температури методами теорії сингулярно збурених систем.** Попередній розгляд геометричної схеми дорожнього покриття (рис. 2), термо-механічних параметрів властивостей його фрагментів (табл. 1) і форми функції теплового збурення (рис. 4) змушують зробити припущення, що поставлена задача про термонапряженний стан проста і термопружні ефекти, які супроводжують еволюцію поля температур в даному шаруватому масиві, є елементарними. Однак такий спрощений висновок є поверхневим і абсолютно не відповідає дійсності. Є два фактори, які роблять явище, що розглядається, нетривіальним і вельми привабливим, а проблему його моделювання досить трудомісткою. По-перше, середовище, в якому еволюціонує температурне поле, шарувато-неоднорідне і, по-друге, проблема його моделювання при обраних значеннях термомеханічних характеристик і розмірів виділеної для розгляду області відноситься до класу сингулярно збурених [10, 12, 9]. Відзначимо, що задача теплопровідності є сингулярно збуреною, якщо коефіцієнт  $1/a$  перед похідною  $\partial T / \partial t$  в рівнянні (2) малий, а розмір області в напрямку поширення теплового потоку досить великий. Тоді при зовнішньому тепловому збуренні тепловий потік не встигає проникнути від граничної

поверхні вглиб тіла і поле температури отримує помітну зміну лише в приграничній зоні, набуваючи форму так званого крайового ефекту. У цьому випадку функція температури  $T(x, y, z, t)$  не тільки досягає помітні приrostи в крайовій області, а й характеризується також високими значеннями її градієнтів, тобто похідних за просторовими змінними. Такий ефект супроводжується утворенням великих перепадів значень функції переміщень і деформацій пружного тіла, а також нормальних і дотичних напружень. Відомо, що тільки у випадку, коли в однорідному пружному тілі, вільному від в'язей, поле температури  $T(x, y, z)$  постійне або навіть змінюється лінійно за просторовими змінними  $x, y, z$ , то всі напруження в ньому дорівнюють нулю. У всіх інших випадках у ньому формуються ненульові напруження і вони зростають з ускладненням температурних полів. Другий фактор пов'язаний з тим, що інтенсивності термопружних напружень ще більше збільшуються, якщо неоднорідними є також характеристики пружності середовища, тим більше, якщо вони шарувато неоднорідні. Тоді поле напружень стає розривним і набуває яскраво виражені екстремуми. Очевидно, що всі ці явища є деструктивними для тіл і середовищ, що розглядаються, а задачі теоретичного (комп'ютерного) моделювання цих явищ відрізняються великою складністю і поганою обчислювальною збіжністю. У зв'язку з цим чисельне дослідження термопружного напруженого стану таких систем доводиться проводити на малих скінченно-елементних решітках і додатково тестувати результати обчислень.

**5. Результати скінченно-елементного моделювання.** За розробленою методикою було проведено комп'ютерне моделювання конструкції дорожнього покриття, представленого на рис. 2, при значеннях параметрів, наведених у таблиці 1, на основі скінченно-елементної моделі, показаної на рис. 3. Було прийнято, що протягом дня температура на верхній поверхні покриття змінювалася за законом (1) при  $T_0 = 0$ ,  $T_{\max} = 12^{\circ}$  С (див. графік на рис. 4). На рис. 5 показано поле розподілу температури в поперечному перерізі конструкції дороги в момент часу  $t = 6$  годин, коли температура на поверхні покриття досягає максимуму.

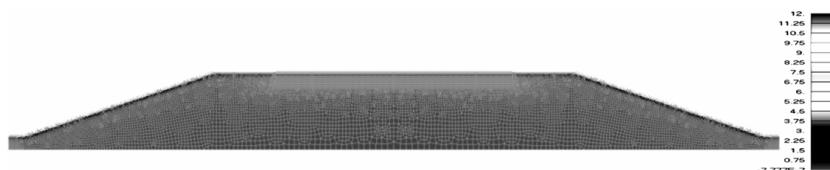


Рис. 5. Поле розподілу температури

Значення температури в кожній точці перерізу можуть бути визначені за шкалою кольорової палітри, яка наведена праворуч. Для наочності температурне поле представлено на окремих фрагментах системи (рис. 6). Можна помітити, що максимальні значення температури локалізуються в крайовій зоні, прилеглій до верхньої поверхні покриття.

Для більшої наочності представимо в детальній формі графік зміни температури вздовж центральної вертикальної стовпчики. На рис. 7,а подана схема шарів покриття, що знаходиться у відповідності з координатною віссю  $Oy$ , яка направлена вертикально. На цій осі побудовані функції  $T(y)$  для моментів часу  $t = 6 \text{ год}$  (рис. 7,б),  $t = 12 \text{ год}$  (рис. 7,в),  $t = 18 \text{ год}$  (рис. 7,г).

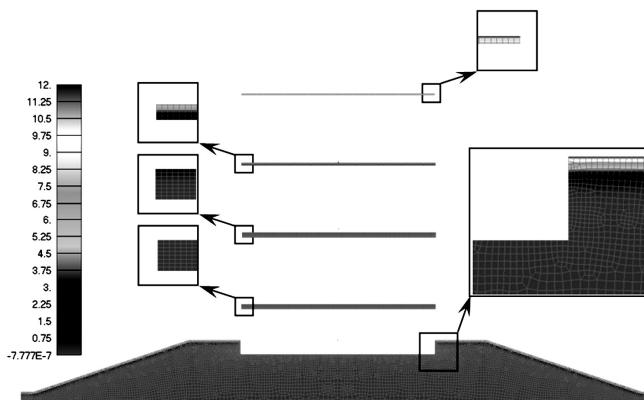


Рис. 6. Поля температури у фрагментах конструкцій дороги

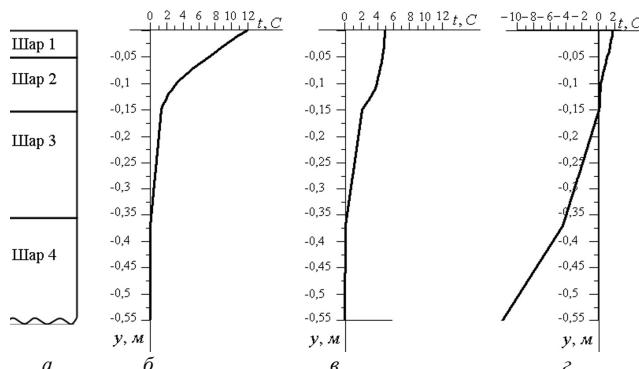


Рис. 7. Схема розподілу температури по глибині у виділеному центральному скінченно-елементному стовпчику

Можна побачити (рис. 7,б), що поле температури має помітні значення лише на границях першого і половини другого шарів. При цьому наступні (більш низькі) шари і ґрунт виявилися непрогрітими. На рис. 7,б видно також істотний градієнт функції  $T(y)$  в приграничній зоні, яка знаходиться у відповідності з теорією сингулярно збурених рівнянь параболічного типу [12, 9].

Генерування температурного поля у вигляді крайового ефекту і шарувата неоднорідність дорожнього покриття обумовлюють формування в ньому полів напружень досить складної структури. Для їх побудови спочатку з використанням знайденої функції температури розв'язується система рівнянь (3) на тій же самій скінченно-елементній решітці і потім за допомогою формул (4) обчислюються деформації і напруження в усіх її вузлах.

На рис. 8 представлена схема поперечного перерізу покриття в деформованому стані. Відповідний йому напруженій стан конструкції має особливу специфіку. Вона обумовлена не тільки неоднорідністю температурного поля і характеристик пружності системи, але і її конструкцією. Так, для прийнятої розрахункової схеми конструкції дороги пружні переміщення уздовж її поздовжньої осі дорівнюють нулю. Тому можна записати

$$u_z = u_3 = 0, \quad \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{33} = 0. \quad (7)$$

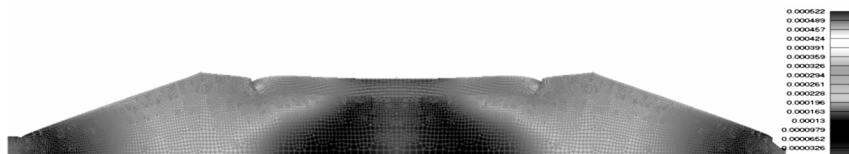


Рис. 8. Схема перерізу дороги в термодеформованому стані

Оскільки вся виділена для розрахунку конструкція дороги являє собою шарувату структуру і на її верхній поверхні нормальні напруження дорівнюють нулю, то можна вважати, що і в усьому її масиві

$$\sigma_{yy} = \sigma_{22} \approx 0. \quad (8)$$

тоді маємо

$$\sigma_{yy} = 2\mu\varepsilon_{yy} + [\lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})] - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T = 0. \quad (9)$$

Звідси можна  $\varepsilon_{yy}$  виразити через  $\varepsilon_{xx}$

$$\varepsilon_{yy} = [-\lambda\varepsilon_{xx} + (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T]/(\lambda + 2\mu) \quad (10)$$

і напруження  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{zz}$  представити в формі

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= 2\mu \epsilon_{xx} + \lambda(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T = \\ &= \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \epsilon_{xx} - \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \alpha_T T, \\ \sigma_{zz} &= \lambda(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T = \\ &= \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} \epsilon_{xx} - \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \alpha_T T.\end{aligned}\quad (11)$$

Оскільки в отриманих виразах функції  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{yy}$  виражені тільки через деформацію  $\epsilon_{xx}$  і температуру  $T$ , причому складові, що містять  $T$ , однакові, можна напруження  $\sigma_{zz}$  виразити через  $\sigma_{xx}$  і  $T$

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xx} - 2\mu \epsilon_{xx}. \quad (12)$$

Ця рівність дозволяє встановити важливі закономірності розподілу полів напружень в шаруватих дорожніх покриттях. По-перше, як вже зазначено вище, можна вважати, що нормальні напруження  $\sigma_{yy}$  на площинках  $y = const$  малі і тоді приймемо, що

$$\sigma_{yy} = 0. \quad (13)$$

По-друге, враховуючи, що модуль пружності ґрунту  $E_5$  помітно менший модулів пружності  $E_i$  ( $i = 1 \div 4$ ) кожного з шарів покриття, то ґрунтове середовище на бічних границях покриття слабо перешкоджає вільному тепловому розширенню в бічному напрямку і шари майже вільно розширюються. Тому приймемо, що при додатній  $T$  деформація  $\epsilon_{xx}$  також додання і в рівності (11) для  $\epsilon_{xx}$  ця величина набуває порівняно невеликі за модулем від'ємні (стискаючі) значення за рахунок другого доданка.

У цьому випадку за допомогою рівності (12) можна встановити третю характерну особливість розподілу полів термопружних напружень в даній структурі. Так як в правій частині цієї рівності величина  $\sigma_{xx}$  порівняно мала і від'ємна і від неї віднімається немала величина (другий член з додатним  $\epsilon_{xx}$ ), то  $\sigma_{zz}$  приймає від'ємне і найбільше за модулем значення.

Результати проведеного скінченно-елементного моделювання підтвердили ці висновки. Оскільки під дією теплового збурення встигають прогріватися тільки шари конструкції, прилеглі до її вільної поверхні, то термопружні переміщення також мають помітні переміщення лише в приграницій зоні (рис. 8), хоча їх значення залишаються досить малими і лише трохи перевищують 0,5 мм.

Сформульовані вище докази про особливості формування полів напружень  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{zz}$  також відповідають даним чисельного аналізу (рис. 9 і 10, відповідно). На рис. 9, $\delta$ -9, $\varepsilon$  представлені графіки функцій термопружного напруження  $\sigma_{xx}$  у виділеному центральному скінченно-елементному стовпці у різні моменти часу (рис. 9, $\delta$  – 6 год, рис. 9, $\varepsilon$  – 12 год, рис. 9, $\varepsilon$  – 18 год). Перш за все зазначимо, що стискаючі напруження  $\sigma_{xx}$  досягають пікових значень в границях першого шару, де найбільшими є і модуль пружності  $E$  (див. табл. 1), і значення температури  $T$ . У границях другого шару напруження  $\sigma_{xx}$  набули істотно менших значень, причому вони виявилися знакозмінними. Цей ефект обумовлений тим, що перший шар, завдяки підвищенні температурі, отримав більш істотні переміщення  $u_x$  і захопив за собою другий шар, який при цьому виявився частково розтягнутим. Інші шари покриття виявилися практично ненапруженими.

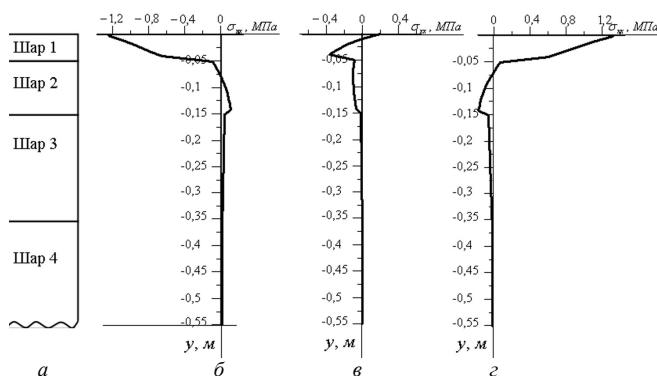


Рис. 9. Схема розподілу термопружних напружень  $\sigma_{xx}$  у виділеному центральному скінченно-елементному стовпці

Маючи в своєму розпорядженні графік функції  $\sigma_{xx}$  на рис. 9, можна за допомогою формули (12) легко оцінити вид напружень  $\sigma_{zz}$  (рис. 10). Вони помітно перевищують напруження  $\sigma_{xx}$  і їх концентрація в границях першого шару є очевидно.

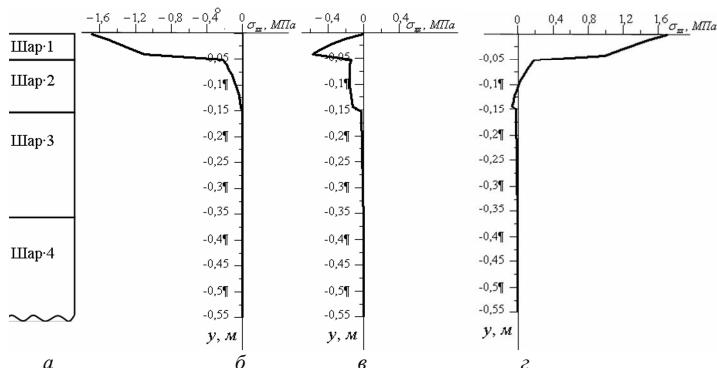


Рис. 10. Схема розподілу термопружних напруженень  $\sigma_{zz}$  у виділеному центральному скінченно-елементному стовпці

Дотичні напруження  $\sigma_{xy}$  в даній системі формуються завдяки згенерованому градієнту температурного поля в крайовій зоні. У центральному стовпці конструкції вони дорівнюють нулю в силу симетрії системи відносно цього перерізу і досягають найбільших значень приблизно у вертикальному перерізі, який віддалений на чверть ширини покриття від центру (див. рис. 11). Причому максимальне значення цієї функції досягається на границі першого і другого шарів, де максимальним є градієнт  $T(x, y)$ .

Відзначимо також, що напруження  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{xy}$  зростають зі збільшенням ширини дороги  $L_4$  і зменшуються з її зменшенням. Тому якщо ширина дороги велика і є доцільність зменшення термопружних напружень, то вони можуть бути зниженні за рахунок роздільного шва, який зроблений уздовж роздільної лінії дороги.

Зазначені властивості розподілу полів температури і напружень в масиві дорожнього покриття встановлені для випадку додатних збільшень значень температури на вільній поверхні системи. При цьому напруження

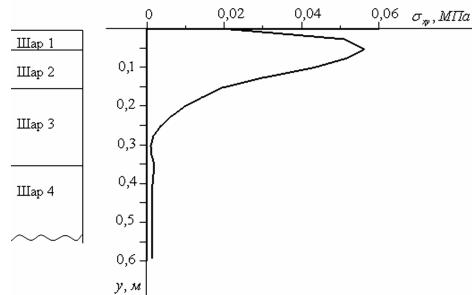


Рис. 11. Схема розподілу термопружних напруженень  $\sigma_{xy}$  у виділеному центральному скінченно-елементному стовпці при  $t = 6$  год

$\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{zz}$  виявилися, в основному, стискаючими, що можна розцінювати як сприятливий фактор, оскільки матеріали покриття, здебільшого, мають порівняно високі характеристики при їх стисканні, і вони гірше чинять опір зусиллям зсуву і, особливо, розтягу. У зв'язку з тим, що розглянута задача вивчається в лінійній постановці, то можна очікувати, що при від'ємних значеннях температури, що збурюється, всі шукані функції збережуть свої форми і тільки змінять знак. Тому можна зробити висновок, що зимовий час є найбільш сприятливим для міцності дорожнього покриття, оскільки напруження  $\sigma_{zz}$  в верхньому шарі є розтягнутими і мають найбільші значення.

На завершення відзначимо основні закономірності формування полів термопружних напружень. До найпомітнішого явища можна віднести утворення краєвого ефекту у функції розподілу температури  $T(x, y, z, t)$ . У зв'язку з цим суміщення гладкої неоднорідності температурного поля і шаруватої неоднорідності термомеханічних властивостей фрагментів покриття приводить до концентрацій напружень, які є розривними функціями і змінюють свої знаки при еволюції температурного поля. Вони також значною мірою залежать від наявності обмежень, що перешкоджають вільному термопружному розширенню-зуженню окремих фрагментів системи. Тому можна стверджувати, що вибором коефіцієнтів тепlopровідності і температурного лінійного розширення, а також параметрів пружності можна керувати характером розподілу полів температури і напружень.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Гайдайчук В.В. Механіка конструкцій вітроенергетичних установок: монографія / В.В. Гайдайчук, В.П. Носенко, С.М. Худолій; за ред. д-р техн. наук, проф. В.І. Гуляєва. – К.: Видавництво Аграр Медіа Груп, 2013. – 263 с.
- Гуляєв В.І. Скінченноелементний аналіз стійкості коливань лопатей ВЕУ при складному обертанні / В.І. Гуляєв, В.В. Гайдайчук, В.П. Носенко // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2013. – №1. – С. 8 – 13.
- Засець Ю.О. Екранування розривних хвиль шаром пружного середовища / Ю.О. Засець // Вісник НТУ. - 2010. - Вип.21. - С.366 – 371.
- Коваленко А.Д. Основы термоупругости / А.Д. Коваленко. – Київ: Наукова Думка, 1970. – 239 с.
- Механика горных выработок при действии гравитационных и динамических нагрузок: монография / [В. И. Гуляев, П. З. Кошель, Ю. А. Засец и др.]. – Ивано-Франковск : Изд-во Прикарпат. нац. ун-та им. В. Стефаника, 2014. – 438 с.
- Мозговой В.В. Повышение гидроизоляционной способности асфальтобетонного покрытия / В.В. Мозговой // Проблемы механики и строительства транспортных сооружений: Труды II Международной научно-практической конференции. - Алматы. – 2015. – 54-60 с.
- Новацкий В. Динамические задачи термоупругости / В. Новацкий. – М.: Мир, 1970. – 256 с.
- Новацкий В. Теория упругости / В. Новацкий. – М.: Мир, 1975 – 872 с.

9. Шишкин Г.И. Аппроксимация решений сингулярно возмущенных краевых задач с параболическим пограничным слоем / Г.И. Шишкин // Журнал вычислительной математики и математической физики. - 1989. - Т.29, № 7. - С.963 – 977.
10. Chang K.W. Nonlinear Singular Perturbation Phenomena / K.W.Chang, F.A.Howes. – Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1984.
11. Radovsky B. Ways to reduce low-temperature cracking of asphalt pavements / B. Radovsky, V. Mozgovoj // 4-th Eurobitum Symposium. Summaries and papers. Madrid, 4-9 oct. – 1989. Vol. 1. – P. 571-575.
12. Shishkin G.I. Method of splitting for singularly perturbed parabolic equations / G.I. Shishkin // East-West J.Numer. Math. - 1993. - V.1, № 2. - P.147 – 163.

## REFERENCES

1. Gaydaychuk V.V., Nosenko V.P. Khudolii S.M. Mekhanika konstruktsii vitroenerhetychnykh ustanovok: monohrafia. Kyiv: Vydavnytstvo Ahrar Media Hrup, 2013. 263P.
2. Gulyaev V.I., Gaydaychuk V.V., Nosenko V.P. Skinchennoelementniy analiz stiykosti kolivan lopatey VEU pri skladnomu obertanni // Promyslove budivnytstvo ta inzherni sporudy, – 2013. – №1. p. 8 – 13.
3. Zayets' Yu.O. Ekranuvannya rozryvnykh khvyl' sharom pruzhnoho seredovyshcha. // Visnyk NTU, 2010. No.21. □ P.366 – 371.
4. Kovalenko A.D. Osnovy termouprugosti. Kyiv: Naukova Dumka, 1970. – 239 P.
5. Gulyayev, V. I., Lugovoi, P. Z., Zaets Yu. A. Mechanics of rock systems under action of gravity and dynamic loads. Ivano-Frankivsk: GVUZ, 2014. 438 P.
6. Mozgovoy V.V. Povyishenie gidroizolyatsionnoy sposobnosti asfaltbetonnogo pokryitiya // Problemyi mehaniki i stroitelstva transportnyih sooruzheniy: Trudy II Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Almaty. 2015. – P. 54-60.
7. Novatskiy V. Dinamicheskie zadachi termouprugosti. Moskva: Mir, 1970. – 256 P.
8. Novatskiy V. Teoriya uprugosti. Moskva: Mir, 1975 – 872 P.
9. Shishkin G.I. Approksimatsiya resheniy singulyarno vozmuscheniy kraeviy zadach s parabolicheskim pogranichnym sloem // Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoy fiziki, 1989. □ Vol.29, No. 7. □ p. 963 – 977.
10. Chang N., Haues F. Nelineynye singulyarno vozmuscheniy kraevye zadachi. Moskva: Mir, 1988. – 247 P.
11. Radovsky B., Mozgovoy V. Ways to reduce low-temperature cracking of asphalt pavements // 4-th Eurobitum Symposium. Summaries and papers. Madrid, 4-9 oct. 1989. Vol. 1. – P. 571-575.
12. Shishkin G.I. Approksimatsiya resheniy singulyarno vozmuscheniy kraeviy zadach s parabolicheskim pogranichnym sloem // Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoy fiziki, 1989. - Vol.29, No. 7. - p. 963 – 977.

Gaidaichuk V.V., Mozgovyy V. V., Zaiets Yu. O., Shevchuk L.V.

### **NUMERICAL MODELING OF THERMO-ELASTIC STATE HIGHWAY LAYERED OVERLAY**

The problem about computer simulation of evolving the temperature and stress fields in the road overlays is started. The finite element models of the phenomena of the temperature propagation and stress fields formulation are created. It is shown that the deduced equations of thermo-conductivity are singularly perturbed. For this reason, the temperature fields, generated by evolution of the external heat perturbation, have the form of boundary effects, localized in a narrow zone of the road overlay. The object of the research is to elaborate mathematical models and numerical techniques for analysis of thermo-elastic stresses in layered heterogeneous road

overlays. The thermo-elastic model and finite element method are used for calculation of the temperature and stress fields in the layered nonhomogeneous elastic media.

The problem on thermo-elastic deforming of layered heterogeneous semispace, modeling the asphalt overlay of the automobile road, is considered. The finite element models of the phenomena for the temperature propagation and stress fields formulation are created. It is shown that the deduced equations of thermo-conductivity are singularly perturbed. For this reason, the temperature fields, generated by evolution of the external heat perturbation, have the form of boundary effects, located in the boundary zone of the system. It is established that the maximal normal stresses, conditioned by the similar temperature fields, are principally oriented in the directions of the automobile road axis line, while the shear stresses predominate in lateral direction.

The investigation results can be inculcated into the practice of design and building of the automobile road asphalt overlays.

**Keywords:** automobile road, asphalt overlay, temperature field, thermo-elastic deforming, layered nonhomogeneous semispace.

Гайдайчук В.В., Мозговой В.В., Засец Ю.А., Шевчук Л.В.

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТОГО ПОКРЫТИЯ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

Поставлена задача о компьютерном моделировании эволюции полей температуры и напряжений в массиве дорожного покрытия. Построены конечно-элементные модели явлений распространения тепла и формирования вызванных им полей напряжений. Показано, что сформулированное уравнение теплопроводности является сингулярно возмущенным. В связи с этим поля температуры, вызванные эволюцией внешнего теплового возмущения, имеют вид краевых эффектов, локализованных в узкой зоне свободной поверхности покрытия.

**Ключевые слова:** автомобильные дороги, асфальтобетонное покрытие поле температур, термо-упругое деформирование, слоисто-неоднородное полупространство.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Мозговой В.В., Засец Ю.О., Шевчук Л.В. Чисельне моделювання термонапруженого стану шаруватого покриття автомобільної дороги // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2017. – Вип. 98. – С. 56-71.

Поставлена задача про комп'ютерне моделювання еволюції полій температури та напруженень в масиві дорожнього покриття. Побудовані скінченно-елементні моделі явищ поширення тепла і формування викликаних ним полів напруженень.

Іл. 11. Бібліогр. 12 назв.

Gaidaichuk V.V., Mozgoviy V. V., Zaiets Yu. O., Shevchuk L.V. Numerical modeling of thermo-elastic state highway layered overlay // Strength of Materials and Theory of structures. – 2017. – Issue 98. – P. 56-71.

The problem about computer simulation of evolving the temperature and stress fields in the road overlays is started. The finite element models of the phenomena of the temperature propagation and stress fields formulation are created.

Гайдайчук В.В., Мозговой В.В., Заец Ю.А., Шевчук Л.В. Численное моделирование термонапряженного состояния слоистого покрытия автомобильной дороги // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2017. – Вып. 98. – С. 56-71.

Поставлена задача об определении напряжено-деформированного состояния слоистого дорожного массива под действием транспортных нагрузок.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Гайдайчук Віктор Васильович

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітровофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Гайдайчуку Віктору Васильовичу.

**Мобільний тел.:** +38(097) 542-94-27

**E-mail:** [viktor\\_gaydaychuk@ukr.net](mailto:viktor_gaydaychuk@ukr.net)

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри дорожньо-будівельних матеріалів і хімії Мозговий Володимир Васильович

**Адреса робоча:** 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, Мозговому Володимиру Васильовичу

**Мобільний тел.:** +38(050) 506-25-64

**E-mail:** [mozgovyy@gmail.com](mailto:mozgovyy@gmail.com)

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики Зась Юлія Олександрівна

**Адреса робоча:** 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, Зась Юлії Олександрівні

**Мобільний тел.:** +38(097) 971-23-51

**E-mail:** [uyaets@gmail.com](mailto:uyaets@gmail.com)

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, асистент кафедри вищої математики Шевчук Людмила Володимирівна

**Адреса робоча:** 01103 Україна, м. Київ, вул. М. Бойчука 42, Національний транспортний університет, Шевчук Людмилі Володимирівні

**Мобільний тел.:** +38(066) 715-36-33

**E-mail:** [Ludmilashevchuk25@gmail.com](mailto:Ludmilashevchuk25@gmail.com)