

УДК 004.8(075):512.61+517.5:621.391

Белошицкий Андрей Александрович

Доктор технических наук, профессор, заместитель декана по научной работе и международным связям факультета информационных технологий, orcid.org/0000-0001-9548-1959

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

Минаева Юлия Ивановна

Кандидат технических наук, доцент кафедры основ информатики, orcid.org/0000-0002-9115-2346

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

Филимонов Георгий Александрович

Аспирант кафедры информационных технологий, orcid.org/0000-0002-6394-0636

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев

**СРАВНИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ**

Аннотация. На основании формальных процедур рассматриваются представления универсального подмножества, имеющего свойства нечеткого множества. Поставленная задача состоит в том, чтобы показать объективное существование в составе универсального подмножества такого подмножества упорядоченных пар, которое обладает свойствами нечеткого множества. Такое подмножество в свою очередь позволяет определить нейтральную позицию, по отношению к которой определяется роль и значимость (компаративность) эвристически назначенного нечеткого множества. Установлено, что нечеткое множество, как объект, отображает человеческое представление о физической сущности и таких представлений может быть несколько.

Ключевые слова: нечеткие множества; компаративность; эвристика; неопределенность; функция принадлежности; универсальное множество; норма

Постановка проблемы

В настоящее время наибольшую актуальность приобретает переход от проектирования отдельного объекта к проектированию среды жизнедеятельности. Учет взаимодействий в системе объект-среда является сутью градостроительного подхода к проектированию, важнейшим условием его эффективности. Решение поставленных задач осложняется тем, что большинство решений (организационно-технических, финансовых и др.) реализуются в виде проектных, и их приходится принимать в условиях неполной (недостаточной) информации, дефицита времени и ресурсов.

Актуальность исследования определяется высокой практической значимостью механизмов поиска решения на основе аналогий и прецедентов. Вопросы теории и практики разработки методов и моделей анализа и синтеза проектных решений, позволяющих минимизировать риски выполнения организационно-технологических процессов (работ) в условиях неопределенности, до настоящего времени принципиально не решены.

Теория нечетких множеств (ТНМ) сегодня занимает в научном мире позицию, наполненную ожиданием, что она даст наконец долгожданный

прорыв, который позволит эффективно решать задачи управления в условиях неопределенности.

Однако многие факты и обстоятельства, складывающиеся в различных областях науки, в частности, в экономике, заставляют проявить осторожность в оценке возможностей ТНМ [1; 12].

Великий математик современности В. Леонтьев заявил, что в экономике математическая статистика, несмотря на всю изощренность математического аппарата, дала, к сожалению нулевые результаты, а ТНМ не превзошла результаты математической статистики, хотя в некоторых случаях расширила возможность ее применения.

**Анализ последних достижений
и публикаций**

Одним из преимуществ ТНМ является то, что эта теория позволяет моделировать ментальные процессы, грубо говоря, «здравый смысл». Исследования авторов показали, что действительно функции принадлежности (ФП), сформированные на основании ТНМ, практически наиболее близки (в смысле Ф-нормы) к универсальным множествам (УМ), на котором они определены [1; 2].

Однако исследования показывают также, что УМ содержит скрытые знания, отличающиеся от

тех, какие может подарить нам здравый смысл. В качестве определения понятия «здравый смысл» может быть использовано *возможно* более правильное восприятие базовых статистических явлений, происходящих в жизни.

В свою очередь, правильное восприятие статистики означает, что ожидания будут *ближе к центру распределения*, т. е. ожидаемые события будут статистически *более вероятными*.

Д. Канеман и А.Тверски [2] обратили особое внимание на несколько *аномалий*, противоречащих рациональности. Первой из них является эффект постановки вопроса (framing), который заключается в том, что результаты обычно считаются позитивными или негативными после сравнения с некоторым *нейтральным* результатом, принимаемым за точку сравнения.

Изменение указанной точки влечет переоценку, которая приводит к тому, что достигнутый результат может быть переклассифицирован из положительного в отрицательный, т. е., рассматривая один и тот же объект с разных точек зрения, можно приходиться к разным выводам [2; 3].

Примеры, приводимые Канеманом и Тверски, демонстрируют роль *умственной бухгалтерии* (mental accounting) [4].

Цель статьи

Задача, которая ставится в данной работе, состоит в том, чтобы на основании формальных процедур показать объективное существование в составе универсального подмножества такого подмножества упорядоченных пар (ПУП), которое обладает свойствами нечетких множеств (НМ).

Это подмножество может позволить определить *нейтральную* позицию, по отношению к которой определяется роль и значимость (*компаративность*) эвристически назначенного НМ.

Данное ПУП названо псевдоНМ, обозначается как $\pi \tilde{x}$, где

$$\pi \tilde{x} = \{x / \mu^x\}, \mu^x \rightarrow [0,1];$$

$\tilde{x} \in E$ – стандартное НМ.

Пара $[x \mu]$ – математический объект, формируемый на основании формальных математических методов, предлагается не в качестве альтернативы стандартному НМ, а как дополнительное использование скрытой информации, определяемой на основе тензорных декомпозиций [5].

Специфика псевдоНМ $\pi \tilde{x}$ состоит в том, что оно учитывает в неявном виде психологические

аномалии лица, принимающего решения (ЛПР), в частности, при выборе модели неопределенности.

Отметим, что $\pi \tilde{x}$ может эффективно использоваться как точка сравнения результатов, полученных на основании эвристически сформулированной ФП.

Изложение основного материала

В работе [6] показано, что для любого НМ может быть определено обычное (четкое) множество, расположенное на наименьшем расстоянии от него или, другими словами, имеющее *наименьшую* норму (по отношению к норме НМ), или наименее уклоняющуюся от нормы НМ:

$$\|A\|_F^2 \approx \|\tilde{A}\|_F^2,$$

где $\|\cdot\|_F^2$ – квадрат Ф – нормы;

$$\|\cdot\|_F^2 = \text{trace}(A \cdot A^T).$$

Отметим, что НМ и четкое множество представлены как ПУП, т. е. в виде матрицы размерностью $2 \times n$ или матрицы, полученной как Кронекерово произведение векторов:

$$[a \otimes \mu^a]$$

размерностью $n \times n$.

Одной из форм матричных декомпозиций, основанных на минимизации Ф-нормы, является задача минимизации целевой функции [6; 7; 14] в форме:

$$\|A - WH\|_F^2 + \text{штраф}(W) + \text{штраф}(H),$$

которая решается на основе сингулярных декомпозиций.

Исходная задача имеет вид

$$\|A - \mu \otimes x^T\|_F^2 + \text{штраф}(\mu) + \text{штраф}(x),$$

где $\mu = \{\mu_i\}, i=1; n$ – вектор принадлежностей; $\mu_i \rightarrow [0,1](\forall i)$; $x = \{x_i\}$ – подмножество значений УМ; \otimes – символ Кронекерова произведения; $\{\mu, x\}$ – подмножество упорядоченных пар.

Таким образом, изменяя функции $\text{штраф}(\mu) + \text{штраф}(x)$ можно регулировать содержание и форму ФП, отталкиваясь от неформальных ментальных пропозиций и не прибегая к вероятностной интерпретации ФП.

Пусть НМ

$$\tilde{x} = \{x / \mu^x\}, \mu^x \rightarrow [0,1], \tilde{x} \in E = [e^{\min} : \Delta_x : e^{\max}],$$

$E \in \mathbb{V}$,

где Δ_x – параметр, определяемый количеством α -уровней исходного НМ.

Представим УМ E в виде вектора $E = [e_1; e_2; \dots; e_n]$.

Предположим, что $n=m \cdot m$ и представим вектор-колонку \mathbf{E} в виде матрицы

$$\mathbf{E} = \text{reshape}(\mathbf{E}, m, m),$$

для которой выполним процедуры сингулярной декомпозиции

$$[\mathbf{u}_E \ \mathbf{s}_E \ \mathbf{v}_E] = \text{svd}(\mathbf{E}).$$

Ограничившись только первым компонентом суммы, представляющей аппроксимацию \mathbf{E} , получаем следующие ПУП:

$$[\text{abs}(\mathbf{u}_E(:,1)) \cdot \mathbf{s}_E(1,1) \ \text{abs}(\mathbf{v}_E(:,1))],$$

С учетом полученных соотношений НМ $\tilde{\mathbf{x}}$ приобретает вид:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1 & \mu^{x_1} & x_2 & \mu^{x_2} & \dots & x_n & \mu^{x_n} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \underbrace{\text{abs}(\mathbf{u}_E(:,1)) \cdot \mathbf{s}_E(1,1)}_y & \underbrace{\text{abs}(\mathbf{v}_E(:,1))}_{\pi_{FS} \mu} \end{bmatrix},$$

при этом выражение

$$\pi_{FS} \tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} y & \pi_{FS} \mu \end{bmatrix}^m$$

представляет собой ПУП, которое практически обладает свойствами НМ и носит название псевдоНМ.

Укажем свойства полученного объекта:

– величины x и y имеет практически одинаковый порядок;

$$– \text{abs}(\mathbf{v}_E(:,1)) \in [0,1], \quad ; \quad \sum_{i=1,m} \mathbf{v}_E(:,1)^2 = 1.$$

В работах [8 – 10] показано, что решение задачи минимизации вида

$$\psi = \|\mathbf{E} - \mathbf{B} \otimes \mathbf{M}\|_F^2$$

может быть выполнено, если использовать оператор векторизации vec , т.е. оператор покомпонентного представления матрицы.

Если \mathbf{A} – матрица $m \times n$, то

$$\text{vec}(\mathbf{A}) = [a(:,1), a(:,2), \dots, a(:,n)],$$

где $a(:,j)$ – j -я колонка матрицы \mathbf{A} , $j=1, n$ может быть использована для минимизации ψ как аппроксимационной проблемы.

Идея преобразовать матрицу \mathbf{E} другую матрицу $\hat{\mathbf{E}}$ такую, что сумма квадратов, возникающая в

$$\|\mathbf{E} - \mathbf{B} \otimes \mathbf{M}\|_F^2$$

есть точно такая же, что и сумма квадратов в

$$\|\hat{\mathbf{E}} - \text{vec}(\mathbf{B}) \cdot \text{vec}(\mathbf{M})^T\|_F^2.$$

Кроме того, мы имеем возможность получить ближайшее Кронекерово произведение (БКП), являющееся наилучшим видом матричных (тензорных) аппроксимаций [11 – 13].

Вывод

Нечеткое множество, как подмножество упорядоченных пар, несущее признаки ментального объекта, корректно вписывается в тензорные декомпозиции. Поскольку НМ, как ментальный объект отображает человеческое представление о физической сущности, естественно предполагать, что таких представлений может быть несколько, причем вопрос о точности представлений (в условиях их многообразия) и их сравнения даже не ставится.

Список литературы

1. Zadeh, L. (1996). Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 94 (2), 103-111.
2. Канеман Д. *Думай медленно решай быстро / Даниэль Канеман*: АСТ; Москва; 2014. – 315 с.
3. Канеман Д., Словик П., Тверски А. *Принятие решений в неопределенности: правила и предубеждения*. – Харьков: Издательство Институт прикладной психологии «Гуманитарный центр», 2005. – 632 с.
4. Вайн С. *Эффекты умственной бухгалтерии*. Интернет-ресурс: http://www.elitarium.ru / 2008/ 02/08/ jeffekty_umstvennoj_bukhgalterii.html
5. Cichocki A. *Tensor Decompositions: A New Concept in Brain Data Analysis?* arXiv:1305. 0395v1 [cs.NA] 2 May 2013. – 19 p.
6. Кофман А. *Введение в теорию нечетких множеств*. Пер.с франц. -М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
7. Witten D.M., Tibshirani R., Hastie T. *A penalized matrix decomposition, with applications to sparse principal components and canonical correlation analysis*. – *Biostatistics* (2009), 10, 3, pp. 515–534
8. Van Loan C.F. and Pitsianis N. *Approximation with Kronecker Products*. M.S. Moonen et al. (eds.). *Linear Algebra for Large Scale and Real-Time Applications*, 293-314. 1993 Kluwer Publishers.
9. Van Loan C.F. *The ubiquitous Kronecker product*. – *Journal of Comput and Applied Mathematics*, 123(1):85–100, 2000.
10. Минаев Ю.Н., Филимонова О.Ю. Минаева Ю. И. *Влияние иерархической структуры гранул нечеткого множества на вычислительные процедуры нечеткой математики*. *Научно-теоретический журнал “Электронное моделирование”*. – К.: Институт проблем моделирования в энергетике им.Г.Е. Пухова, 2015. – Т.37 – С.41–58.
11. Філімонова О.Ю., Мінаєв Ю.М., Мінаєва Ю.І. *Кронекерові (тезорні) моделі нечітко-множинних гранул*. *Международный журнал «Кибернетика и системный анализ»*. – К.: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАНУкр, 2014. – Том 50, №4. – С. 42-52.

12. Zadeh, L., & Kacprzyk, J. (Eds.). (1999a). *Computing with words in information/ intelligent systems 1 (foundations). Studies in fuzziness and soft computing (Vol. 33)*. New York: Springer-Verlag. – Pp. 383–406.
13. Zadeh, L., & Kacprzyk, J. (Eds.). (1999b). *Computing with words in information /in-telligent systems 2 (applications). Studies in fuzziness and soft computing (Vol. 34)*. New York: Springer-Verlag. – Pp.988-1006
14. Herrera F., Alonso S., Chiclana F., Herrera-Viedma E. *Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects. Fuzzy Optim Decis Making (2009) 8*. – P. 337–364.

Статья поступила в редколлегию 17.02.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н.С. Бушуева, Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев.

Білощицький Андрій Олександрович

Доктор технічних наук, професор, заступник декана з наукової роботи та міжнародних зв'язків факультету інформаційних технологій, orcid.org/0000-0001-9548-1959

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

Мінаєва Юлія Іванівна

Кандидат технічних наук, доцент кафедри основ інформатики, orcid.org/0000-0002-9115-2346

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Філімонов Георгій Олександрович

Аспірант кафедри інформаційних технологій, orcid.org/0000-0002-6394-0636

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

ПОРІВНЯЛЬНІ МОДЕЛІ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДЛЯ ЗАВДАНЬ КЕРУВАННЯ

Анотація. На підставі формальних процедур розглянуто уявлення універсальної підмножини, що має властивості нечіткої множини. Поставлена задача полягає в тому, щоб на підставі формальних процедур показати об'єктивне існування у складі універсальної підмножини такої підмножини впорядкованих пар, яка має властивості нечіткої множини. Така підмножина в свою чергу дозволяє визначити нейтральну позицію, по відношенню до якої визначається роль і значущість (компаративність) евристично призначеної нечіткої множини. Причому нечітка множина, як об'єкт, відображає людське уявлення про фізичну сутність і таких уявлень може бути декілька.

Ключові слова: нечіткі множини; компаративність; евристика; невизначеність; функція приналежності; універсальна множина, норма

Biloshchytskyi Andrii

DSc (Eng.), Head of department of information technologies, orcid.org/0000-0001-9548-1959

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Minaeva Yulia

PhD., associate professor of computer science fundamentals, orcid.org/0000-0002-9115-2346

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

Georgy Filimonov

Post-graduate student of the Department of Information Technologies, orcid.org/0000-0002-6394-0636

Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv

MODEL OF COMPARISONS IN THE UNCERTAINTY CONDITIONS FOR TASK MANAGEMENT

Abstract. Article is devoted to consideration concept of universal subset that has fuzzy set properties based on formal procedures. Usually results of research are considered positive or negative after comparison with some neutral results, which taken as a point of comparison. These formal procedures can determine the neutral position, in relation to which is determined role and significance (comparability) heuristically designed fuzzy sets. Proposed method is based on using of universal subset, which gives opportunity to define neutral position according to declared conditions. The problem is that on the basis of existing formal procedures show an objective existence in some part of the universal subsets of this subset of ordered pairs, which has all the properties of fuzzy sets. This subset in turn to determine the neutral position, in relation to which defines the role and significance (comparability) heuristically designed fuzzy sets. This fuzzy set as an object reflects human understanding of the physical nature and such representations which can be any number depending on the perspective and assessment.

Keywords: scientometric fuzzy sets; comparative; heuristics; uncertainty; membership function; universal set; the rate

References

1. Zadeh, L. (1996). *Fuzzy logic = compu-ting with words*. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 94 (2), 103-111.
2. Kahneman, D. (2014). *Think slowly resolved quickly ... / Daniel Kahneman "*: AST; Moscow, Russia: 315.
3. Kahneman, D., Slovic, P., Tversky, A. (2005). *Decision-making in uncertainty: the rules and prejudices*. Kharkov, Ukraine: Publishing Institute of Applied Psychology "Humanitarian center", 632.
4. Vine S. (2008). *Effects of mental accounting*. Online resource: http://www.elitarium.ru/jeffekty_umstvennoj_bukhgalterii.html
5. Cichocki, A. (2013). *Tensor Decompositions. A New Concept in Brain Data Analysis?* arXiv: 1305. 0395v1 [cs.NA] 2 May, 19.
6. Kofman, A. (1982). *Introduction to the theory of fuzzy sets*. Per.s French. Moscow, Russia: Radio and communication, 432.
7. Witten, DM, Tibshirani, R., Hastie, T. (2009). *A penalized matrix decomposition, with applications to sparse principal components and canonical correlation analysis*. *Biostatistics*, 10, 3, 515-534.
8. Van Loan, C.F. & Pitsianis, N.(1993) *Approximation with Kronecker Products*. M.S. Moonen et al. (Eds.). *Linear Algebra for Large Scale and Real-Time Applications*, 293-314.
9. Van Loan, C.F.(2000). *The ubiquitous Kronecker product*. *Journal of Comput. and Applied Mathematics*, 123 (1), 85-100.
10. Minaev, Y.N., Filimonov, O. & Minaev, Yu. (2015). *Influence ierararhicheskoy structure fuzzy two dozen pellets on computational procedures of fuzzy mathematics*. *Scientific-theoretical magazine "Electronic modeling"*. Kyiv, Ukraine: Institute of modeling problems in the energy sector im.G.E. Pukhov, 37, 41-58.
11. Filimonova, O.J., Minaev, Y.M., Minaeva YU.I. (2014). *Kronecker (teznorni) model clearly set-granules*. *The international journal "Cybernetics and Systems Analysis"*. Kiev Institute of Cybernetics. Glushkov NANUkr, 50, 4, 42-52.
12. Zadeh, L. & Kacprzyk, J. (Eds.). (1999). *Computing with words in information / intelligent systems 1 (foundations)*. *Studies in fuzziness and soft computing (Vol. 33)*. New York: Springer-Verlag, 383-406.
13. Zadeh, L. & Kacprzyk, J. (Eds.). (1999). *Computing with words in information / in-telligent systems 2 (applications)*. *Studies in fuzziness and soft computing (Vol. 34)*. New York: Springer-Verlag, 988-1006.
14. Herrera, F., Alonso, S., Chiclana, F., Herrera-Viedma, E. (2009). *Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects*. *Fuzzy Optim Decis Making*, 8, 337-364.

Ссылка на публикацию

- APA Biloshchytskyi, A., Minaeva, Yu., & Filimonov, G. (2016). *Model of comparisons in the uncertainty conditions for task management*. *Management of Development of Complex Systems*, 25, 91 – 95.
- ГОСТ Белоцицкий А.А. Сравнительные модели в условиях неопределенности для решения задач управления [Текст] / А.А. Белоцицкий, Ю.И Минаева, Г.А. Филимонов // *Управление развитием сложных систем*. – 2016. – № 25. – С. 91 – 95.