

УДК 539.3

к.т.н., доцент Кошевий О.П., Кошевий О.О.,
Київський національний університет будівництва і архітектури**ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ ОБОЛОНОК МІНІМАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ
НА КРУГЛОМУ ТА КВАДРАТНОМУ КОНТУРАХ.**

Розглянуто чисельне дослідження власних коливань оболонок утворених мінімальними поверхнями. Розглянутий розрахунок власних коливань оболонок з круглим в плані косинусоїдальним контуром, а також власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на квадратному в плані контурі, при різних умовах закріплення контуру. Зроблені висновки по універсальності даної методики.

Тонкостінні конструкції оболонкового типу, що утворенні мінімальними поверхнями на довільних в плані контурах, є маловивченим класом поверхонь, які розширюють формоутворення оболонок від'ємної гаусової кривизни. Фізичним аналогом цих оболонок є поверхня утворена плівкою з рідини на замкнутому контурі за рахунок поверхневого натягу. Розгляд таких поверхонь має великий теоретичний та практичний інтерес.

Побудова мінімальної поверхні в загальному випадку не піддається аналітичному опису, тому рішення цієї проблеми, пов'язаної з інтегруванням нелінійного диференціального рівняння, що описує в загальному вигляді мінімальні поверхні при відповідних крайових умовах, доводиться використовувати методи чисельного аналізу. Такий підхід дозволяє побудувати каркас оболонки по точкам, що представляє собою матрицю дискретних рішень функції, яка описує мінімальну поверхню. Тому всі геометричні характеристики мінімальної поверхні можуть бути отримані тільки в чисельному вигляді. Детальний опис цієї методики та її тестування на відомих рішеннях представлений в роботах [1,2].

Чисельне дослідження пружно-деформованого стану, стійкості та власних коливань оболонок в задачах динаміки конструкцій з багатьма ступенями вільності ґрунтується на використанні економічного методу визначення власних частот та форм коливань, яка дозволяє значно знизити розмір задачі на власні коливання [1,3,4]. Задачі стійкості аналогічним методом вирішується в роботі [5].

Розглянута круга в плані оболонка з косинусоїдальним (рис. 1,а). Її геометрична форма визначається при завданні граничних умов у вигляді:

$$Z = f/2(1 + \cos nx^1) \text{ при } 0 < x^1 \leq \pi/n \wedge x^2 = R;$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x^1} = 0 \text{ при } (x^1 = 0 \vee x^1 = \pi/n) \wedge 0 \leq x^2 \leq R;$$
$$Z(\pi/n - x^1, -x^2) = Z(x^1, x^2) \text{ в полярній точці,}$$

де f - стріла підйому контуру; n – число хвиль косинусоїди в коловому напрямі. На рис. 1-4 показані залежності параметрів частот від натягу контуру для двох оболонок, що відрізняються стрілою підйому f . Істотної різниці цих залежностях для оболонок з ковзаючим та закріпленим краєм не знайдено. Фома коливань володіють $2n$ – циклічною симетрією тобто на випуклій та ввігнутій частинах поверхні спостерігаються однакові по конфігурації та знаку зони прогину. Підвищеною деформативністю володіє центральна зона оболонки в зв'язку з її сплюсненістю. Для всіх чотирьох оболонок та у всіх формах коливань в цій зоні спостерігається максимальний прогин.

Досліджено вплив обрисів контуру квадратної в плані оболонки на її власні частоти та форми коливань. При цьому розглянуті 2 варіанти обрисів контуру. В першому варіанті контур приймається складеним з восьми відрізків прямих (рис. 5-6), в другому – з чотирьох дуг кола (рис 7-8). В обох варіантах стріла підйому контурних арок складала $f = 0,578d$. Задачі по визначенню конфігурації мінімальних поверхонь та динамічних характеристик оболонок вирішені при умові симетрії, шуканих полів відносно ліній $x^1=0$ і $x^2=0$. На рис. 5-8 приведені залежності чотирьох нижчих частот коливань від зусилля натягу контуру, а також відповідні форми коливань оболонок при ковзаючому закріпленні та защемленні по контуру. На відміну від круглих, квадратні в плані оболонки володіють практично лінійною залежністю частот від напружень. При ковзаючому закріпленні контуру частотні залежності для обох варіанту контуру майже співпадають. При жорсткому закріпленні частоти у всьому діапазоні натягу в оболонці з ломаним контуром мають приблизно в півтора рази більші значення порівняно з оболонкою, що натягнута на дуги кіл. Форми коливань як і частоти менше залежать від обрисів контуру і більший степені залежать від умов закріплення. Необхідно відмітити, що в одному з варіантів розрахунку (рис. 7,а) нижня частота на початковому етапі натягу має від'ємне значення, що можна віднести за рахунок недостатньої точності алгоритму розрахунку. Для дуже тонких оболонок від'ємної кривизни, при малих значеннях параметру натягу, кінцево- різницевий оператор додатну визначеність і деякі з нижчих власних значень частот стають від'ємними. З натягом оболонки ситуація виправляється за рахунок збільшення згинальної жорсткості.

Висновки.

Розроблена методика дозволяє в комплексі вирішувати задачу формоутворення оболонки мінімальної поверхні на заданому контурі та

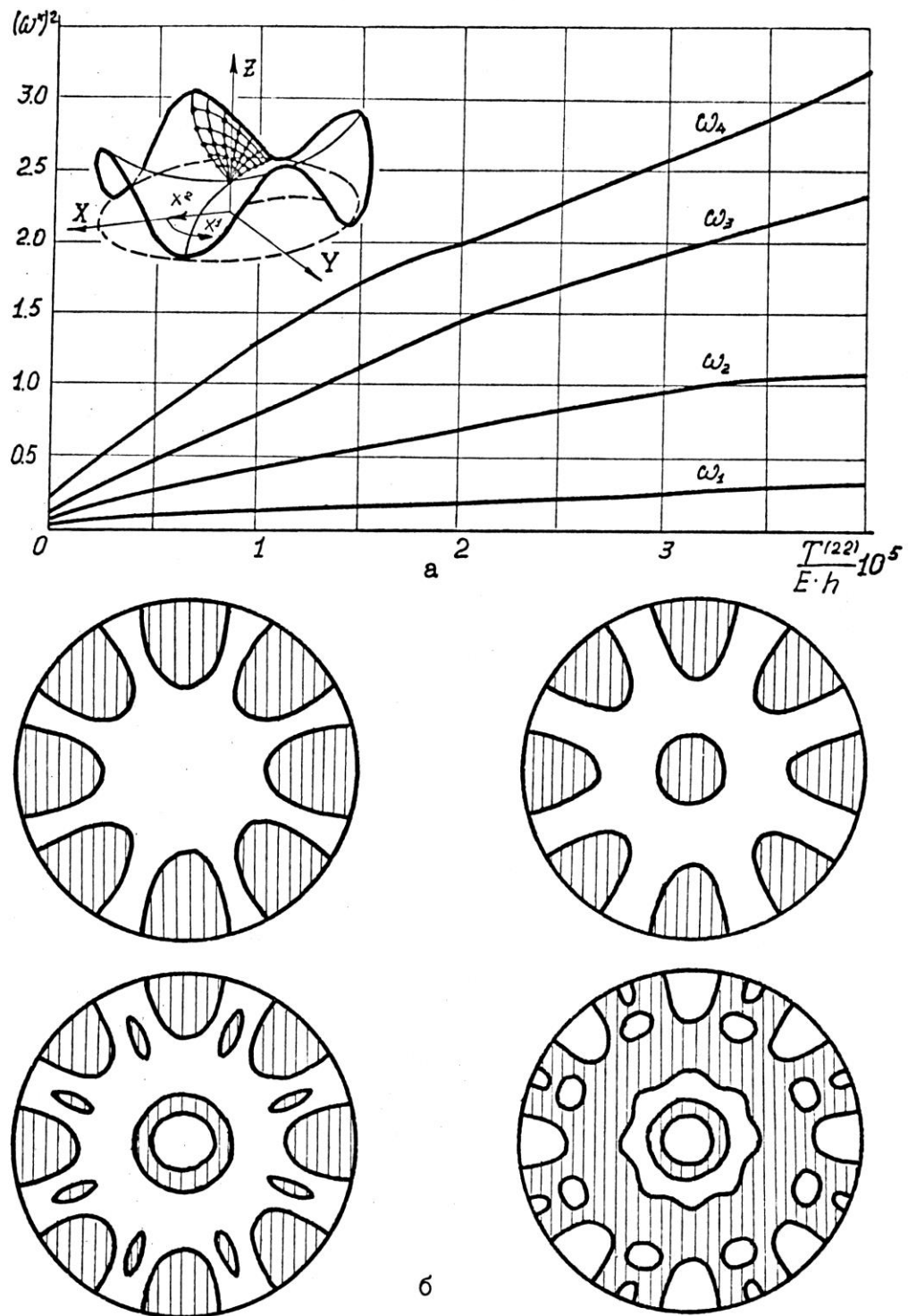


Рис. 1. Кругла в плані оболонка з косинусоїдальною контуром (змінне закладення, $f = 0,9$)

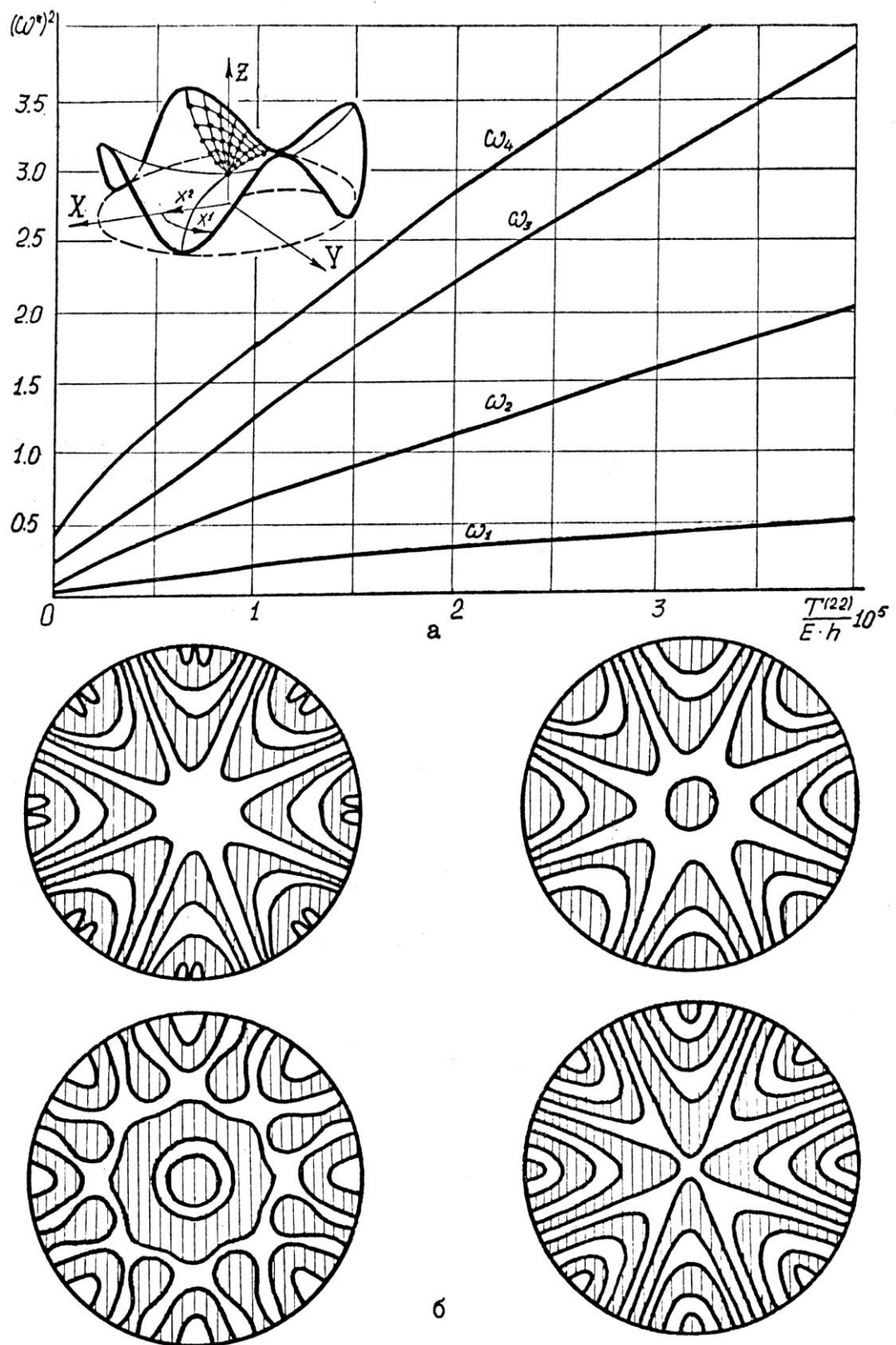


Рис. 2. Кругла в плані оболонки з косинусоїдальній контуром (заземлення, $f = 0,9$)

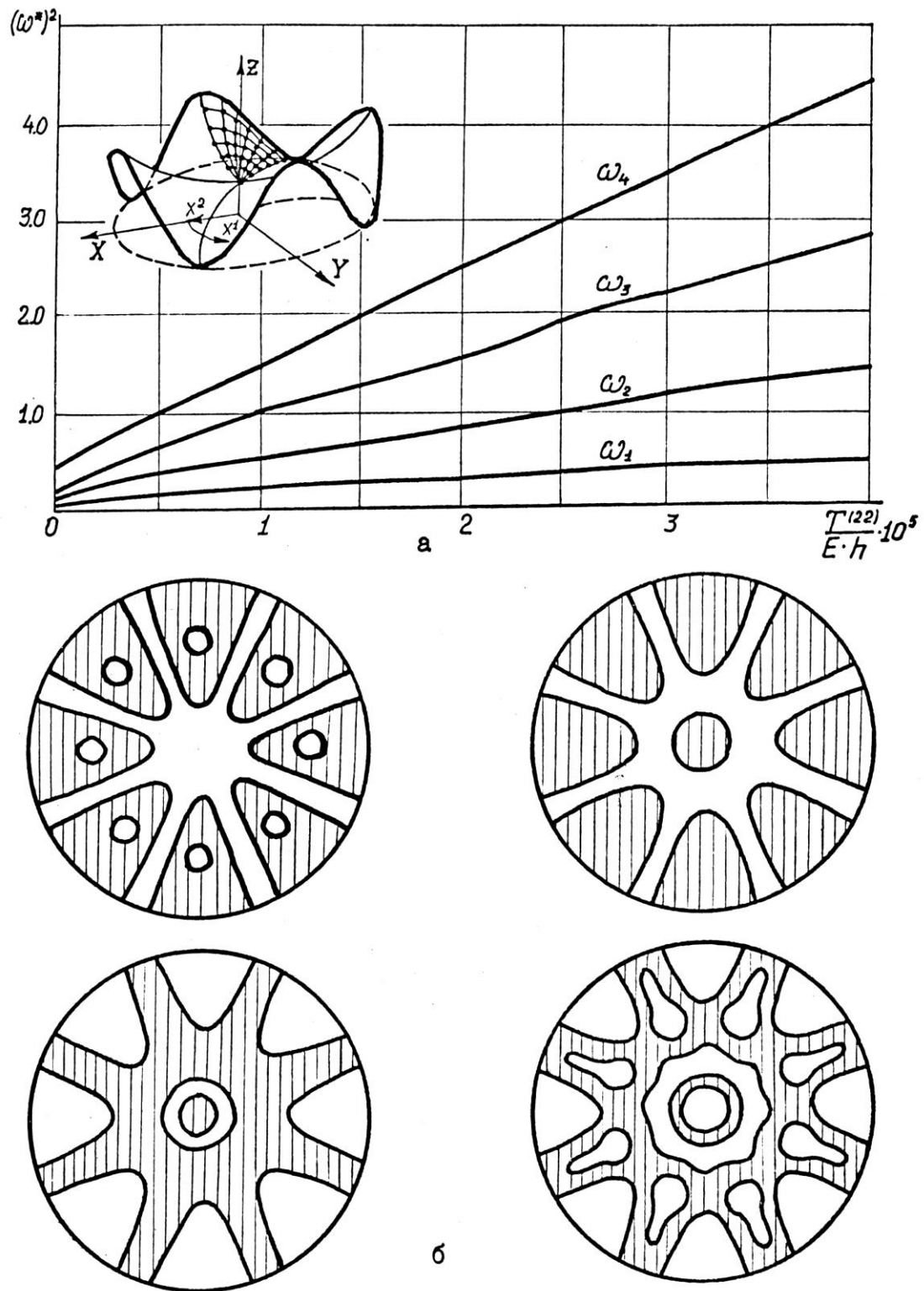


Рис. 3. Кругла в плані оболонка з косинусоїдальною контуром (змінне закладення, $f = 1,8$)

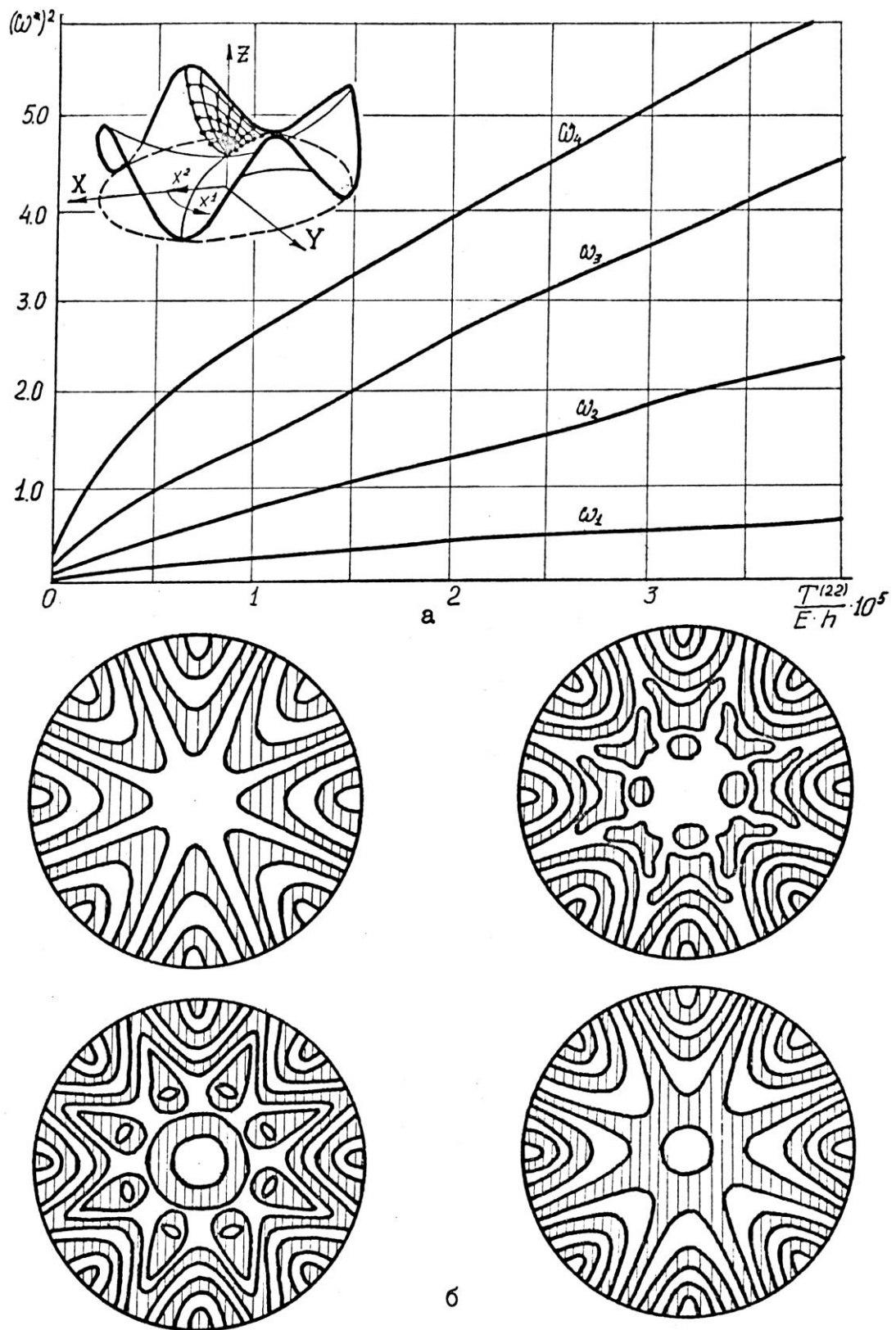


Рис. 4. Кругла в плані оболонки з косинусоїдальною контуром (заземлення, $f = 1,8$)

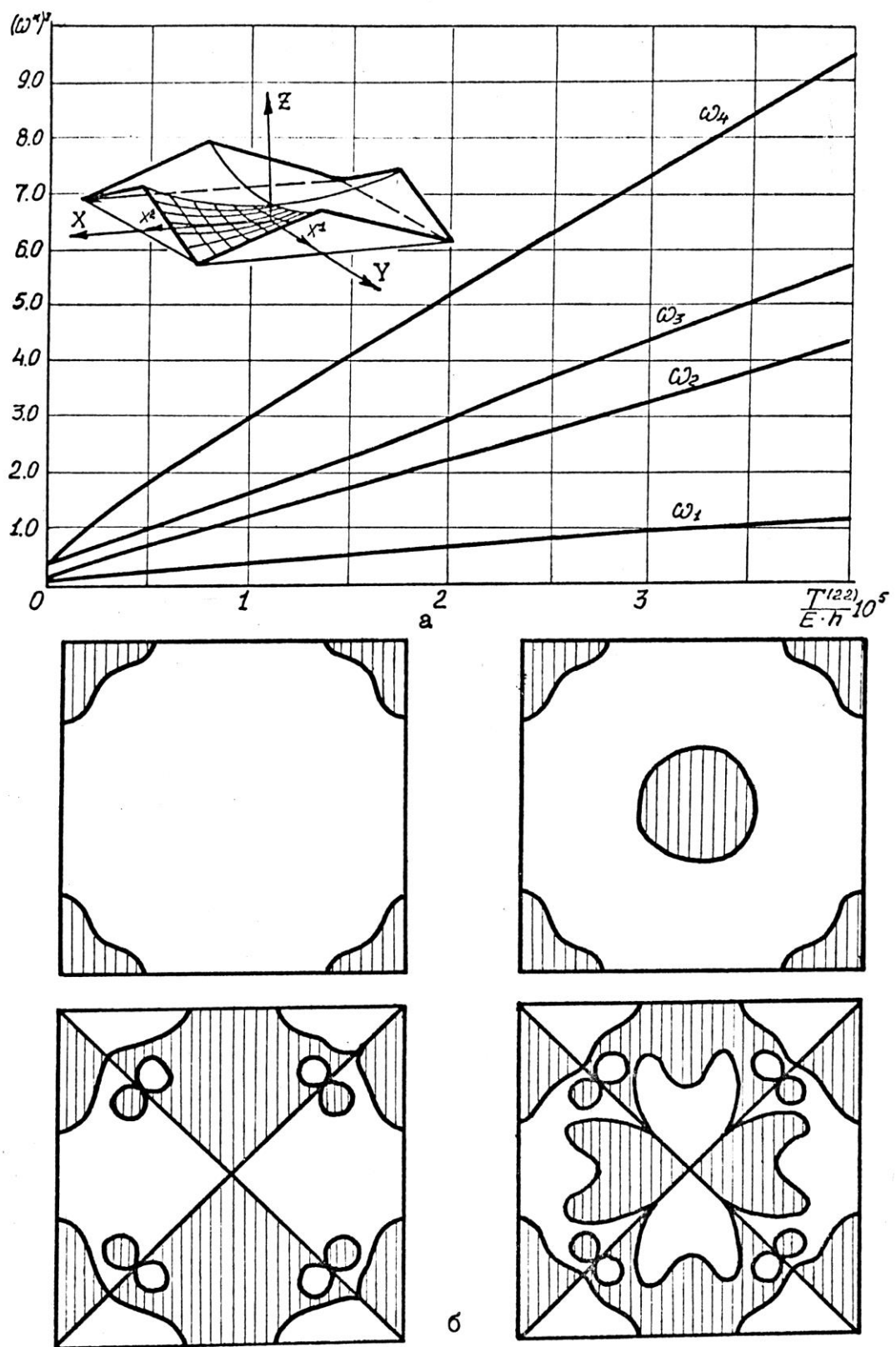


Рис. 5. Квадратна в плані оболонка з контуром, утвореним вісьмома відрізками прямих (ковзаюче закладення).

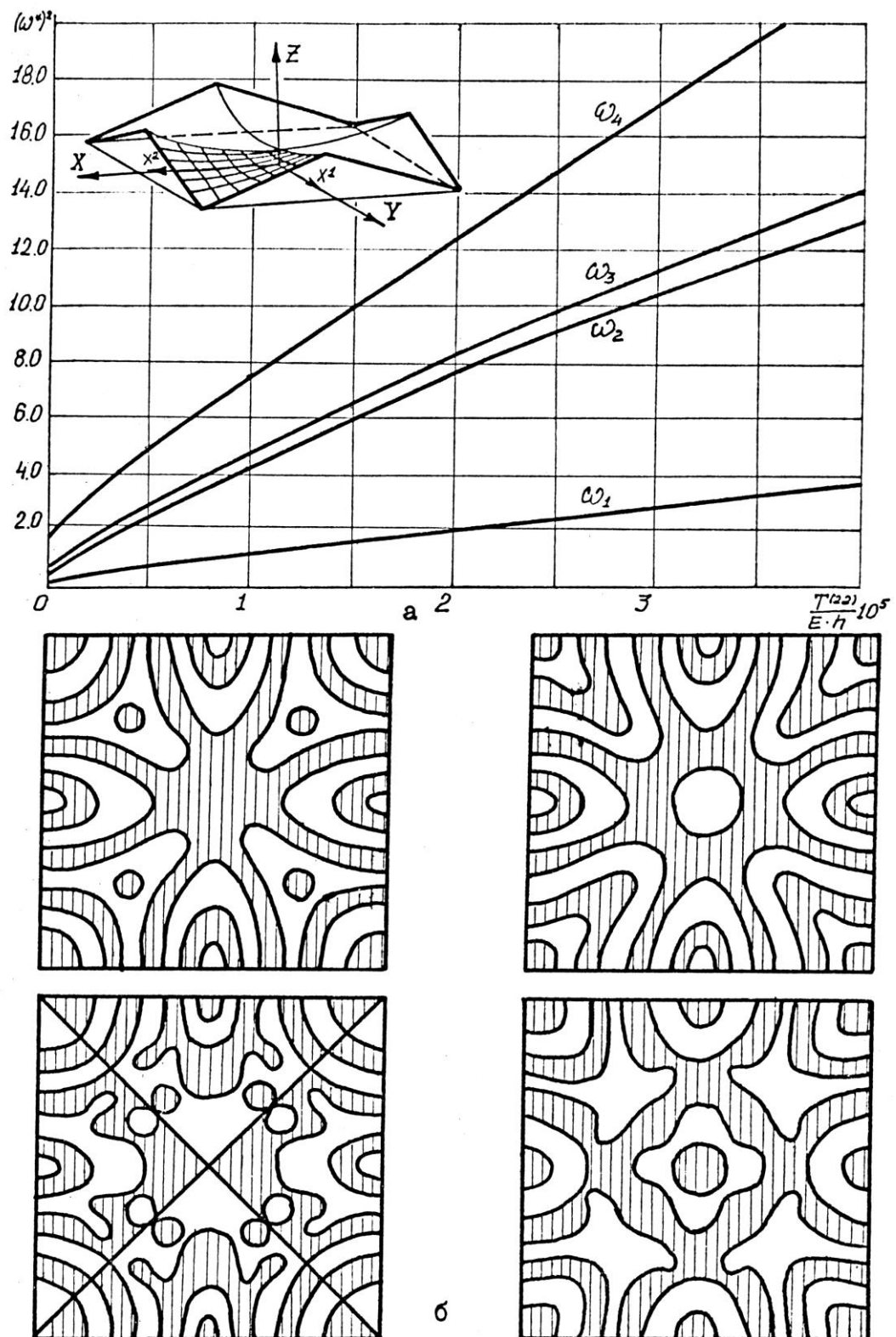


Рис. 6. Квадратна в плані оболонка з контуром, утвореним вісьмома відрізками прямих (защемлення).

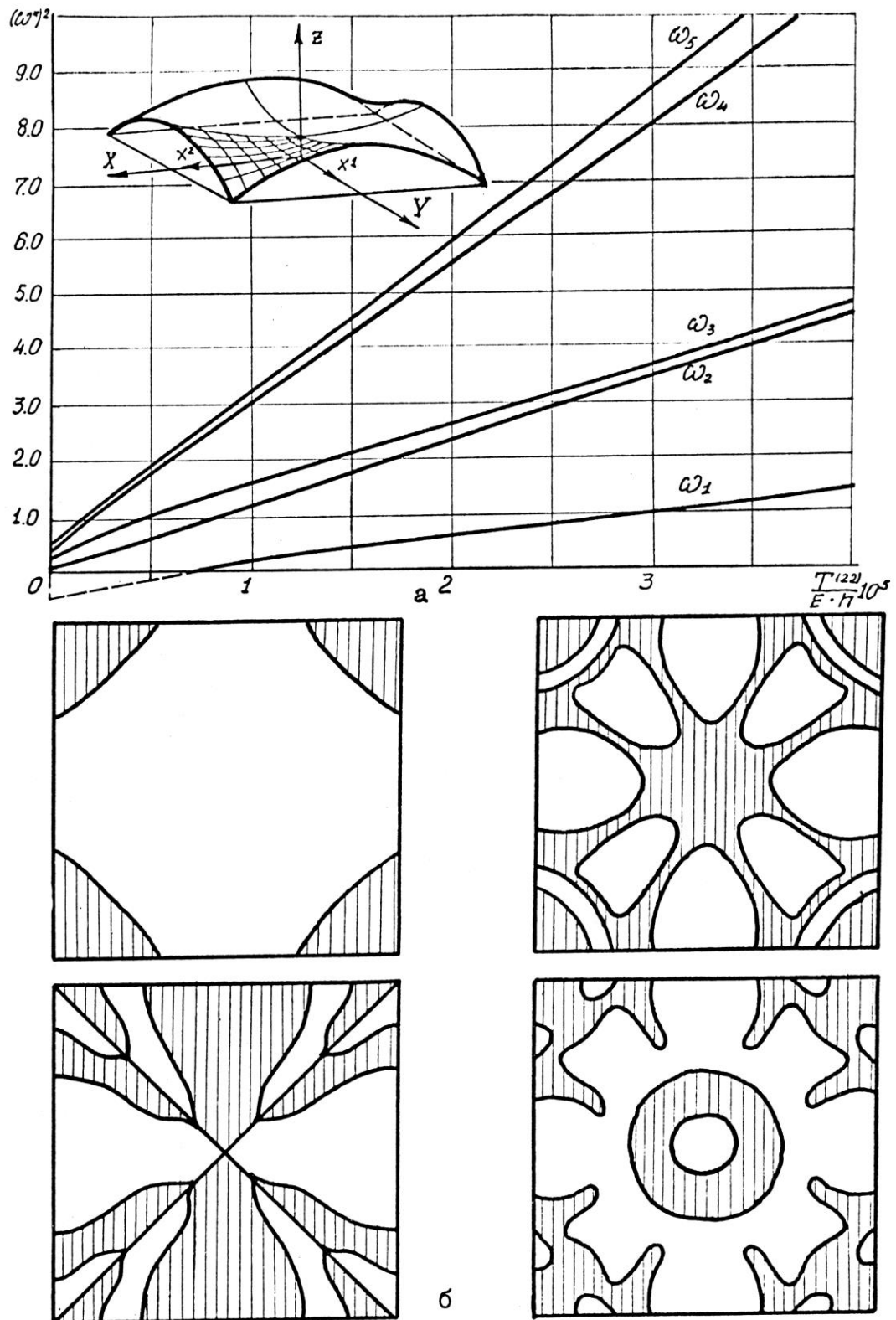


Рис. 7. Квадратна в плані оболонка з контуром, утвореним чотирма дугами кіл (змінне закладення).

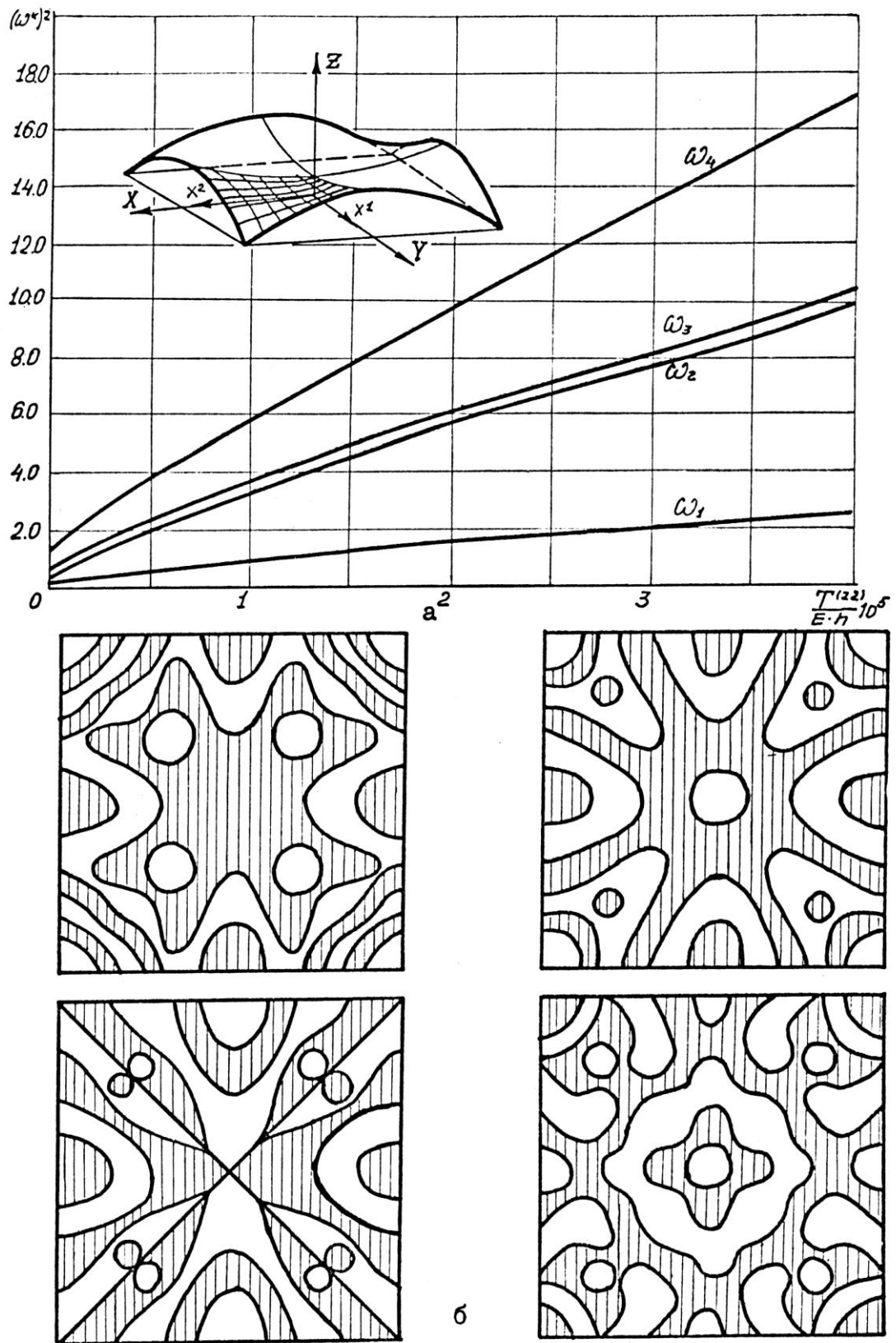


Рис. 8. Квадратна в плані оболонка з контуром, утвореним чотирма дугами кіл (заземлення).

визначення динамічних характеристик при деякому множині значень параметру натягу. При цьому припускається, що шукана мінімальна поверхня має однозначну нормальну проекцію на площину, що параметризується в загальних криволінійних координатах x^1, x^2 . Для дискретизації континуальної системи використовується метод криволінійних сіток, що володіє покращеною збіжністю рішень порівняно з традиційними схемами методу кінцевих різниць, а також можливістю параметризації поверхні за допомогою дискретного набору значень координат. Застосування методу редукції базису дозволило значно знизити розмірність задачі на власні коливання, що потребує багато шагової корекції матриці жорсткості. Вирішені приклади дозволяють позитивно оцінити універсальність та ефективність розробленої методики.

Література

1. Гоцуляк Е.О., Кошевой А.П. Собственные колебания растянутых оболочек, образованных минимальными поверхностями /Киев. инж.-строит. Ин-т. – Киев, 1987, - 41с.: Деп. В УкрНИИНТИ 16.12.87, №3165 – Ук 87.
2. Є.О. Гоцуляк, О.П. Кошевий, Ю.А. Морсков. Чисельне моделювання оболонок утворених мінімальними поверхнями //Прикладна геометрія та інженерна графіка. -2001.- №69. - С.47-51.
3. Є.О. Гоцуляк, О.П. Кошевий, Ю.А. Морсков. Чисельне дослідження стану оболонок утворених мінімальними поверхнями //Містобудування та територіальне планування. -2009.- №35. - С.116-121.
4. Кошевий О.П., Кошевий О.О. Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування. -2015.-№55. - С. 215-227
5. Гоцуляк Е.А., Ермишев В.Н., Заблодский С.В. Применение метода редукции базиса к решению линейных задач устойчивости оболочек // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Сб. науч. трудов / Горьковский ун-т. - Горький, 1985. - С. 51-58.

Аннотация

В статье рассмотрены численное исследование собственных колебаний оболочек образованных минимальными поверхностями. Рассмотрен расчет собственных колебаний оболочек с круглым в плане косинусоидальным контуром, а также собственные колебания оболочек минимальных поверхностей на квадратном в плане контуре, при различных условиях закрепления контура. Сделаны выводы по универсальности данной методики.

Annotation

The article is considered numeral research own vibrations of shells which create by minimal surfaces. Analyzed the calculation own vibrations of shell with round plan and the cosine circuit, and also shell with square plan. Accounted different condition of circuit fixation. It was concluded the universality of this methodology.