

И.В. СКОРОХОД, кандидат физико-математических наук
В.В. ФАДЕИЧЕВ, главный инженер-гидротехник
Институт гидромеханики НАН Украины

О СУММАРНОМ ВЛИЯНИИ КОНЦЕНТРАЦИИ КРУПНЫХ ВОЗДУШНЫХ ПУЗЫРЕЙ И СТЕНОК ТРУБЫ НА СКОРОСТЬ ГРУППОВОГО ПОДЪЕМА ПУЗЫРЕЙ В ЖИДКОСТИ

Виконано аналіз відомих результатів експериментального дослідження швидкостей спливання повітряних бульбашок в наповненій водою вертикальній трубі. Запропоновано розрахункову формулу для визначення швидкості масового спливання крупних бульбашок з урахуванням сумарного впливу концентрації бульбашок та діаметра труби на величину цієї швидкості.

Ключові слова: бульбашка; швидкість спливання; концентрація бульбашок; діаметр труби.

Выполнен анализ известных результатов экспериментального исследования скоростей всплывания воздушных пузырей в наполненной жидкостью вертикальной трубе. Предложена расчетная формула для определения скорости массового всплывания крупных пузырей с учетом суммарного влияния концентрации пузырей и диаметра трубы на величину этой скорости.

Ключевые слова: пузырь; скорость всплывания; концентрация пузырей; диаметр трубы.

The analysis of the results of the pilot study was done for speeds floating air bubbles in the liquid-filled vertical pipe. The design formula is proposed for determining the velocity of massive floating of large bubbles by taking into account the overall effect of the concentration of bubbles and the pipe diameter on the value of this velocity.

Keywords: bubble; floating velocity; the concentration of bubbles; the diameter of the pipe.

В работе Р.М. Ладыженского [1] проведено исследование скорости всплывания одиночных воздушных пузырей объемом от 10 до 10⁴ мм³ в покоящейся воде. Движение пузыря описывается следующим образом.

Оторвавшись от источника (отверстия), пузырь имеет форму, близкую к шару, и можно предполагать, что в момент отрыва скорость его равняется нулю. На протяжении некоторого промежутка времени после отрыва пузырь

движется ускоренно, пока скорость его не достигнет некоторого значения, постоянного на всем остальном пути движения. В течение времени ускоренного движения происходит непрерывная деформация пузыря, которая сопровождается сплющиванием его. Из шара он превращается в сфероид вращения или принимает грибообразную форму или форму диска. Это связано с тем, что динамическое давление жидкости на лобовую поверхность пузыря превышает капиллярное давление, создаваемое поверхностным натяжением жидкости на экваториальном элементе поверхности. Деформация прекращается лишь в момент достижения равенства между динамическим давлением на лобовую поверхность пузыря и вышеуказанным капиллярным давлением. Начиная с этого момента, пузырь переходит в режим установившегося движения. Показано, в частности, что время ускоренного движения воздушного пузыря очень мало. Так, для сферических пузырей объемом 5мм³ это время длится не более 0,5 с.

В рассматриваемой работе скорость установившегося всплывания одиночных пузырей v_0 исследована экспериментально, а выражение для этой скорости получено методом размерностей и имеет вид

$$v_0 = \frac{R^{0,388} \cdot \sigma^{0,056} \cdot g^{0,5}}{\alpha^{0,5} \cdot \gamma_{\text{ж}}^{0,056} \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}} \right)^{0,5}}, \quad (1)$$

где R , м – радиус экваториального сечения сфероида, принимаемый за характерный масштаб длины; σ – поверхностное натяжение жидкости на границе раздела фаз; g – ускорение свободного падения; α – безразмерный параметр, значение которого равняется 0,02; $\gamma_{\text{ж}}$ – удельный вес окружающей жидкости; $\mu_{\text{ж}}, \mu_{\text{г}}$ – динамическая вязкость жидкости и газа.

Для воздушных пузырей, всплывающих в воде, физические константы σ , g , $\gamma_{\text{ж}}$ и $\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}}$ принимаются равными: 0,07357 н/м; $g = 9,81$ м/с²; $\gamma_{\text{ж}} = 9,81 \cdot 10^3$ кг/м³ и 55 соответственно. В данном случае выражение (1) приобретает вид:

$$v_0 = 1,555 R^{0,388}. \quad (2)$$

Установлено также, что отношение объема пузыря w к R^3 равняется :

$$\frac{w}{R^3} = 0,65. \quad (3)$$

Из (3) вытекает, что

$$R = 1,1544 w^{0,333}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (2), получим:

$$v_0 = 1,644 w^{0,1293}. \quad (5)$$

Формулы (2) – (5) справедливы для крупных пузырей диаметром $d > 5$ мм. Пузыри таких крупностей наиболее часто встречаются при эксплуатации промышленных эрлифтов. Под термином «диаметр пузыря» здесь и ниже будем подразумевать так называемый эквивалентный диаметр, равный диаметру шара, равновеликого по объему с пузырем.

Более детальное теоретическое и экспериментальное исследование установившегося свободного движения одиночного воздушного пузыря в жидкости проведено в монографии Л.В.Пороло [2]. Здесь приведены результаты экспериментальных исследований скоростей всплывания одиночного воздушного пузыря в воде в зависимости от его диаметра, не превышающего 25мм. Эта зависимость графически изображена на рис.1.

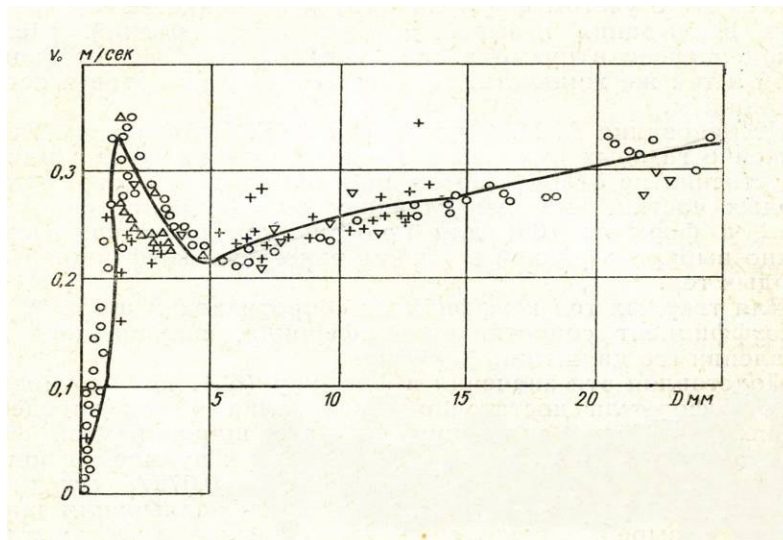


Рис. 1. Скорость всплывания воздушного одиночного пузыря в воде в зависимости от его диаметра (при давлении P=1атм)

Согласно рис. 1, для мелких пузырей диаметром d до 2 мм скорость всплывания их увеличивается с ростом диаметра, затем в пределах диаметров 2...5 мм она уменьшается, тогда как при $d \gtrsim 5$ мм снова возрастает, достигая якобы предельного значения 1/3 м/с. Уменьшение скорости подъема пузыря диаметром 2...5 мм связано с началом деформации пузыря и соответствующим увеличением сопротивления жидкости его движению. По достижении наибольшего значения коэффициента гидродинамического сопротивления движению деформированных (сплюснутых) пузырей скорость всплывания их начинает увеличиваться. При этом происходит переход от вязкого сопротивления к сопротивлению формы, т.е. к автомодельности относительно числа Рейнольдса $Re = \frac{v_0 d}{\nu}$, где ν – кинематическая вязкость жидкости. Увеличение скорости при $d \gtrsim 5$ мм происходит вследствие зигзагообразной траектории движения сплюснутого пузыря, и уменьшения в результате этого величины гидродинамического сопротивления.

Основываясь на рис.1, в [2] сделан вывод о том, что для пузырей диаметром $d \geq 25$ мм существует так называемая предельная скорость всплывания $(v_0)_{max} = 0,33$ м/с, величина которой не изменяется с ростом диаметра пузыря.

Для получения формулы, касающейся определения предельной скорости всплывания одиночных пузырей, используется обычное балансовое

уравнение трех сил, действующих на пузырь: силы поверхностного натяжения жидкости, градиента давления и силы сопротивления жидкости движению пузыря.

Сила поверхностного натяжения жидкости стремится сжать пузырь и придать ему шарообразную форму с минимальной поверхностью. Градиент давления жидкости вызывает подъемную силу (силу Архимеда) и стремится деформировать пузырь. Сила гидродинамического сопротивления создает дополнительное давление на лобовую поверхность пузыря, усиливая деформирующие действия градиента давления. Таким образом, форма всплывающего пузыря зависит от взаимодействия вышеуказанных трех сил.

Чем меньше размер пузыря, тем больше сила поверхностного натяжения жидкости и тем ближе форма пузыря приближается к сферической. С увеличением размеров пузыря действие силы поверхностного натяжения жидкости уменьшается, тогда как действие градиента давления возрастает, из-за чего пузырь приобретает форму, отличающуюся от формы шара. Наиболее распространенная форма воздушных пузырей, всплывающих в жидкости, близка к форме сплюснутых сфероидов.

На основе балансового уравнения вышеупомянутых трех сил и определенных преобразований в [2] получено выражение для предельной скорости всплывания $(v_0)_{max}$, м/с:

$$(v_0)_{max} = \sqrt[4]{\frac{4g\sigma(\rho_{ж}\beta - \rho)}{C_x^2 \rho_{ж}^2}}, \quad (6)$$

где $\rho_{ж}$, ρ – плотность жидкости, окружающей пузырь, и воздуха в пузыре; β – поправка на изменение объема всплывающего пузыря, связанное с изменением давления внутри пузыря; C_x – коэффициент гидродинамического сопротивления, величина которого для практических расчетов выбирается равной величине соответствующего коэффициента для твердых тел. Например, для автомоделной области коэффициент сопротивления шара $C_x=0,47$, а для сплюснутого сфероида – 0,6.

В [2] приведен пример расчета предельной скорости подъема воздушных пузырей шарообразной формы в воде при температуре 20°C ($\rho_{ж} = 998,2$ кг/м³, $\sigma = 0,07275$ Дж/м², $\rho = 1,2$ кг/м³, $\beta = 0,95$). В данном случае расчетное значение $(v_0)_{max} = 0,32$ м/с, тогда как для сплюснутых сфероидов $(v_0)_{max} = 0,294$ м/с.

Сделан вывод, что для технических расчетов можно принимать среднюю скорость всплывания одиночных пузырей, равной $\frac{1}{3}$ м/с.

Отметим, что существование предельной скорости всплывания пузырей диаметром $d \geq 25$ мм не подтверждается опытами Р.М. Ладыженского [1] и Уоллиса [3], из которых следует, что с дальнейшим ростом диаметра пузыря, начиная от 25 мм до 40 [1] и даже 80 мм [3], скорость v_0 непрерывно увеличивается.

В монографии С.С. Кутателадзе и М.А. Стыриковича [4] приведена, в частности, предложенная И.Г.Маленковым расчетная формула для определения скорости подъема крупных пузырей, диаметром более 5мм. В наших обозначениях она имеет вид:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\sigma}{d\rho_{ж}(1-\frac{\rho}{\rho_{ж}})} + \frac{gd}{2}(1-\frac{\rho}{\rho_{ж}})}, \quad (7)$$

Весьма детальное исследование динамики и теплообмена газового пузыря в жидкости проведено в монографии Н.А.Приходько[5]. Однако, по сравнению с полученными в [5] расчетными зависимостями для определения скорости всплывания пузыря, формулы (1) и (7) более простые и потому они удобны для практического использования.

Для определения достоверности формул (1) и (7) нами использован экспериментальный материал по измерению скорости подъема одиночных крупных пузырей в воде, соответствующий широкому диапазону изменения диаметра пузыря от 5 до 35 мм и больше. На рис.2 показана зависимость скорости v_0 от диаметра d для крупных пузырей. Точки на этом рисунке в совокупности соответствуют экспериментальным данным, заимствованным из [1], [2] и [3]. Причем, точки, соответствующие опытным данным, заимствованным из указанных работ, обозначены на рис. 2 одинаково.

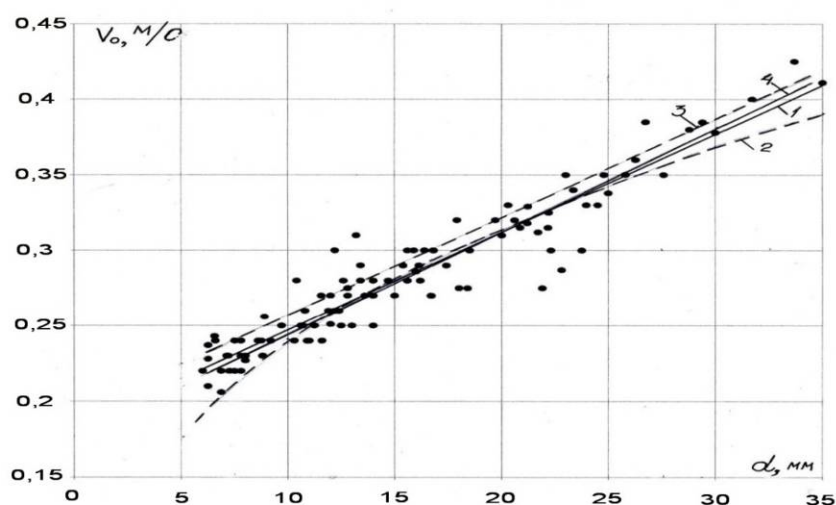


Рис.2. Зависимость скорости v_0 от d : точки – экспериментальные значения v_0 ; прямая 1- линейная аппроксимация; кривая 2 и прямая 3 – расчетные, полученные по соответствующим формулам (1) и (7); 4 – расчет по формуле (8)

Видно, что в диапазоне крупности пузыря от 15 до 25мм формула (1) хорошо описывает экспериментальные данные, тогда как вне этого диапазона крупностей расчетные значения скорости v_0 заметно отклоняется от прямой линии 1. Что касается прямой 3, то во всем диапазоне крупности пузыря от 5 до 35 мм она расположена несколько выше прямой линии 1 и почти параллельна ей. Однако, если сделать по оси абсцисс сдвигу диаметра d влево на величину $d_0 = 0,0016$ м, то

прямая 3 переходит в прямую 4, весьма близкую к экспериментальной прямой 1. В данном случае формулу (7) следует переписать в виде

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho_{\text{ж}}d(1-\frac{d_0}{d})(1-\frac{\rho}{\rho_{\text{ж}}})} + \frac{1}{2}gd(1-\frac{d_0}{d})(1-\frac{\rho}{\rho_{\text{ж}}})}, \quad (8)$$

Преобразуем формулу (8) к безразмерному виду, приняв в качестве масштаба скорости величину \sqrt{gd} . Разделив обе части уравнения (8) на \sqrt{gd} , получим

$$\bar{v}_0 = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho_{\text{ж}}gd^2(1-\frac{d_0}{d})(1-\frac{\rho}{\rho_{\text{ж}}})} + \frac{1}{2}(1-\frac{d_0}{d})(1-\frac{\rho}{\rho_{\text{ж}}})}, \quad (9)$$

где $\bar{v}_0 = \frac{v_0}{\sqrt{gd}}$ безразмерная скорость движения пузыря.

Выше рассмотрена скорость подъема одиночного воздушного пузыря в большом объеме жидкости, находящейся в сосуде, горизонтальные размеры которого намного больше характерного размера пузыря. Однако, если пузырь всплывает в сосуде конечных горизонтальных размеров, соизмеримых с размером пузыря, то скорость всплывания пузыря v оказывается меньше v_0 . В случае, когда пузырь всплывает в вертикальной трубе диаметром D , соотношение скоростей v/v_0 принято выражать в виде функции от d/D .

Согласно теории, описывающей уменьшение скорости всплывания пузыря в трубе за счет перетекания вытесняемой пузырем невязкой жидкости, соотношение v/v_0 равняется [4]:

$$\frac{v}{v_0} = 1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2. \quad (10)$$

Однако, в [4] отмечается, что экспериментальные данные показывают более сильное влияние стенок трубы, чем то, которое следует из формулы (10).

В работе Коллинза [6] приведены результаты экспериментального исследования подъема больших пузырей в трубе в условиях, когда можно пренебречь вязкостью жидкости. Полученные данные аппроксимируются функциями:

$$\frac{d}{D} < 0,125, \frac{v}{v_0} = 1; \quad (11)$$

$$0,125 < \frac{d}{D} < 0,6, \frac{v}{v_0} = 1,13e^{-\frac{d}{D}}; \quad (12)$$

$$\frac{d}{D} > 0,6, \frac{v}{v_0} = 0,496\left(\frac{d}{D}\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

Как отмечено в [2], движение воздушных пузырей в обычных неочищенных жидкостях существенно не отличаются от движения в таких же жидкостях твердых тел. С этим, например, связано то, что для практических расчетов коэффициент сопротивления для всплывающего пузыря выбирают обычно таким же, как и коэффициент сопротивления для аналогичного по форме твердого тела, что сделано, например, в [2].

Следовательно, если пузырь отождествить с твердым шаром, равновеликим по объему с пузырем, то в качестве функции от $\frac{d}{D}$ можно принять также функцию [7]

$$\frac{v}{v_0} = 1 - \left(\frac{d}{D}\right)^{4/3}, \quad (14)$$

аппроксимирующую экспериментальные данные по измерению скорости падения одиночных твердых шаров в наполненной жидкостью вертикальной трубе.

На рис.3 показаны графики функций (10), (11) – (13) и (14).

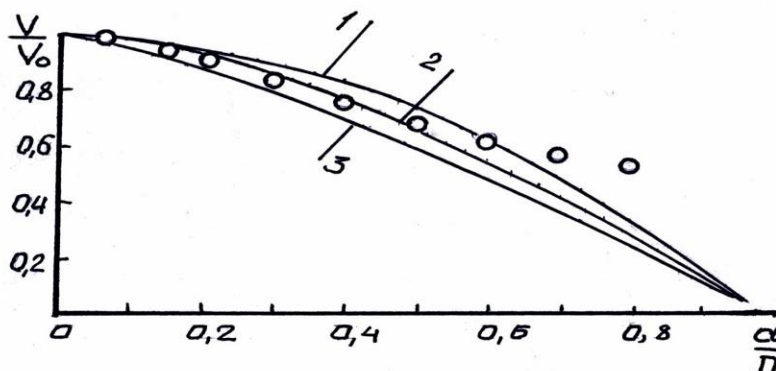


Рис. 3. Зависимость $\frac{v}{v_0}$ от $\frac{d}{D}$: 1, 2, 3 – расчетные кривые, полученные по формулам (10), (15) и (14) соответственно; точки – расчет по формулам (11) – (13)

На рис. 3 видно, что для значений $\frac{d}{D} < 0,5$ расчетные точки расположены практически посередине между кривыми 1 и 2. Следовательно, в интервале $0 < \frac{d}{D} < 0,5$ совокупность функций (11) – (13) можно приближенно заменить одной из зависимостей типа (10) и (14) при среднем значении показателя степени, равном 1,66, т.е. зависимостью

$$\frac{v}{v_0} = 1 - \left(\frac{d}{D}\right)^{1.66}. \quad (15)$$

Этой зависимости соответствует на рис.3 сплошная кривая 3. При $\frac{d}{D} > 0,5$ значения эмпирических функций (11) – (13) начинают отклоняться от кривой 3, стремясь к постоянному значению, что соответствует снарядному движению пузырей [6].

В случае массового всплывания пузырей в вертикальной трубе на величину скорости их подъема v влияние оказывает не только параметр $\frac{d}{D}$, но и объемная концентрация пузырей C . В данном случае концентрация служит мерой стеснения пузырей друг другом. В [8] экспериментально установлено, что это стеснение действует двояко: с одной стороны, оно ускоряет, а с другой, замедляет подъем пузырей. При этом наблюдается процесс слияния мелких и дробление крупных пузырей. Здесь уместно отметить также работу [9], в которой приведены результаты экспериментального исследования

скоростей падения твердых частиц в наполненной водой вертикальной трубе. В этой работе тоже обнаружен двойственный характер влияния объемной концентрации твердых частиц на скорость их падения. Показано, что характер влияния зависит от режима обтекания твердых частиц жидкостью. В случае ламинарного режима обтекания мелких частиц при $Re < 1$ и $\frac{d}{D} \ll 1$ скорость группового падения этих частиц уменьшается с увеличением концентрации, тогда как в переходном и особенно в турбулентном режиме обтекания эта скорость увеличивается. Уменьшение скорости падения мелких твердых частиц с увеличением концентрации теоретически обосновано в [10]. Что касается увеличения скорости при увеличении концентрации, то это явление физически обосновано в [9] следующим образом. В следе, образованном при турбулентном обтекании твердой частицы, статическое давление понижено, поэтому частицы, которые попадают в след соседних передних частиц, испытывают меньшее гидродинамическое сопротивление, что и приводит к увеличению их скорости падения. При этом передние частицы получают дополнительный импульс со стороны соседних задних частиц и сами начинают двигаться быстрее. Однако, если обтекаемые в турбулентном режиме твердые частицы расположены по горизонтали одна возле другой, то в данном случае концентрация уменьшает скорость их группового падения и тогда будем иметь:

$$\frac{v}{v_0} = (1 - c)^n, \quad (16)$$

где показатель степени n зависит от числа Re . В частности, для крупных твердых частиц, когда $Re \gg 10^3$, величина $n = 2$ [11].

Результаты экспериментальных исследований совместного влияния стенок трубы и объемной концентрации на величину скорости падения крупных твердых частиц, расположенных одна за другой по вертикали, приведены в [7]. В данной работе получена следующая зависимость для $\frac{v}{v_0}$:

$$\frac{v}{v_0} = [1 - (\frac{d}{D})^{4/3}] [1 + e^{-2,8\frac{d}{D}} \cdot th(7,65 \cdot c)]. \quad (17)$$

Область применения формулы (17) ограничена условиями: $Re_s \gg 500$, $\frac{d}{D} < 0,7$, $c \leq 0,3$.

Согласно формуле (17), при заданном значении параметра $\frac{d}{D}$ увеличение концентрации приводит к росту величины $\frac{v}{v_0}$.

В случае массового падения в вертикальной трубе твердых частиц, расположенных одна возле другой как по горизонтали, так и по вертикали, необходимо объединить формулы (16) и (17) в одну формулу, а именно:

$$\frac{v}{v_0} = [1 - (\frac{d}{D})^{4/3}] [(1 - c)^n] [1 + e^{-2,8\frac{d}{D}} \cdot th(7,65 \cdot c)]. \quad (18)$$

Полученная зависимость (18) учитывает упомянутый выше двойственный характер влияния концентрации на скорость группового падения твердых частиц, обтекаемых в турбулентном режиме.

В качестве примера, на рис.4 графически изображена расчетная, соответствующая формуле (18) кривая зависимости величины $\frac{v}{v_0}$ от c и параметра $\frac{d}{D}$.

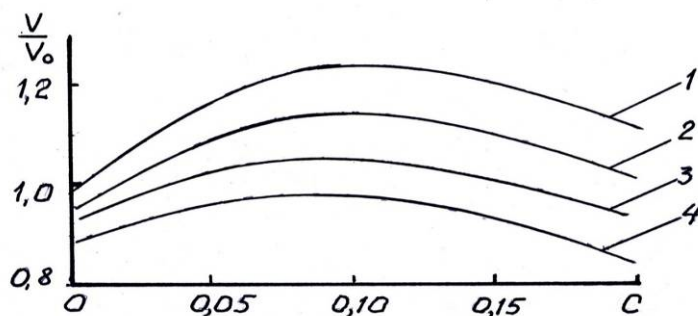


Рис. 4. Зависимость величины $\frac{v}{v_0}$ от c и параметра $\frac{d}{D}$:

$$1 - \frac{d}{D} = 0,05; 2 - \frac{d}{D} = 0,1; 3 - \frac{d}{D} = 0,15; 4 - \frac{d}{D} = 0,2$$

Согласно рис. 4, совместное влияние стенок трубы и объемной концентрации твердых частиц на величину $\frac{v}{v_0}$ оказывается несущественным. Следовательно, для практических расчетов скорости массового падения крупных твердых частиц в вертикальной трубе можно считать, что приближенно $v = v_0$.

Таким образом, проводя аналогию между всплыванием крупных пузырей и падением крупных твердых частиц в вертикальной трубе, формулу (18) можно рекомендовать для приближенной оценки величины $\frac{v}{v_0}$ в случае массового подъема пузырей в трубе.

Выводы

Получена расчетная зависимость для определения скорости всплывания в вертикальной трубе крупных пузырей, обтекаемых жидкостью в турбулентном режиме. Установлено, что увеличение объемной концентрации пузырей приводит вначале к возрастанию, а затем – к убыванию скорости подъема пузырей, тогда как уменьшение диаметра трубы лишь замедляет скорость всплывания. Однако, степень суммарного влияния концентрации и стенок трубы на скорость подъема пузырей незначительна и в данном случае эта скорость близка к скорости свободного всплывания одиночного пузыря в безграничной покоящейся жидкости.

Список литературы

1. *Ладыженский Р.М.* Исследование движения воздушного пузырька в воде при высоких значениях Re // Журнал прикладной химии, –Т. XXVII, №1. – 1954. – С.22-32.
2. *Пороло Л.В.* Воздушно-газовые подъемники жидкости. – М.: Машиностроение, 1969. – 160с.
3. *Уоллис Г.* Одномерные двухфазные течения. – М.: Мир, 1972, – 304с.
4. *Кутателадзе С.С., Стырикович М.А.* Гидродинамика газожидкостных смесей в трубах. – М.: «Энергия», – 1976. – 249с.
5. *Приходько М.А.* Гідродинаміка бульбашковихгазо-паро-рідинних систем, ІГМ НАН України, - 2007. – 437с.
6. *Collins R.J. Fluid Mech.* 28, part 1. – 1967. P.97-112.
7. *Кріль С.І., Скороход І.В., Фадеїчев В.В., Орлова Л.С.* Відносна швидкість руху рідинної і твердої фаз при гідротранспорті крупнодисперсних твердих матеріалів по вертикальних трубах // Науково-техн. збірник «Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки». –Вип.13, – 2009. – С.103-111.
8. *Меликян Р.А.* Всплывание единичных пузырей в среде жидкости // Журнал прикладной химии, - №12. – 1956. – С.1792-1802.
9. *Векслер А.Б.* К вопросу о гидравлической крупности и коэффициенте сопротивления наносов // Изв. ВНИИГ, 1971. – Т.96. – С.74-88.
10. *Кріль С.І., Берман В.П.* К вопросу о влиянии концентрации твердых частиц суспензии на скорость их седиментации // Прикладная гидромеханика, 2004. –6(78), №3. – С.41-47.
11. *Кріль С.И.* Напорные взвесенесущие потоки. –К.: Наук. думка, 1990. – 160 с.