

УДК 621. 647.4

В.С. Ловейкін, д.т.н., проф. (НУБПУ, Київ);
Д.О. Міщук, асистент (КНУБА, Київ)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ ВИЛЬОТУ ВАНТАЖУ МАНІПУЛЯТОРОМ З ГІДРОПРИВОДОМ

АНОТАЦІЯ. В статті розглянуто побудову математичної моделі маніпулятора з гідроприводом та виконано розв'язок зворотної задачі кінематики із встановленням зв'язку між кінематичними залежностями привідної ланки маніпулятора та вантажозахоплювальним пристроєм. Визначені кінематичні залежності руху вантажу при типовому режимі роботи маніпулятора.

Ключові слова: маніпулятор, кінематичний аналіз, динаміка маніпулятора.

АННОТАЦИЯ. В статье рассмотрено построение математической модели манипулятора с гидроприводом и выполнено решение обратной задачи кинематики с определением связи между кинематическими зависимостями приводящего звена манипулятора и грузозахватным устройством. Определены кинематические зависимости движения груза при типичном режиме работы манипулятора.

Ключевые слова: манипулятор, кинематический анализ, динамика манипулятора.

SUMMARY. The paper considers construction of a mathematical model robot arm with hydraulic drive and made to solve the inverse kinematics problem with definition of relationship between a kinematics dependencies resulting manipulator and handling devices. Determined kinematics movement of goods in a typical operation the manipulator.

Key words: manipulator, the kinematics analysis, dynamics manipulator.

Постановка проблеми

Маніпулятори з гідроприводом виконують переміщення робочого органа або вантажу з одного положення простору в інше в межах зони обслуговування за довільною чи наперед заданою траєкторією. У ряді випадків закон руху робочого органа на різних ділянках траєкторії задається технологічними умовами, а тому повинен програмуватися відповідно [1]. Це передбачає розробки математичної моделі дослідження.

Побудова математичної моделі маніпулятора з гідроприводом є невід'ємною частиною його кінематичного та динамічного досліджень. На цих етапах виконується: стикування геометричних характеристик модулів ступенів рухомості, що проектуються та маніпулятора в цілому з робочим простором та робочою зоною; визначаються можливості маніпулятора з точки зору кінематики та динаміки при виконанні тих чи інших технологічних операцій; враховуються негативні фактори. Результати таких досліджень використовують для корегування конструкторських рішень, прийнятих на попередніх етапах проектування. Крім того, вони необхідні в подальшому

при проектуванні системи керування маніпулятора [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Відомі [1]...[5] методи побудови математичних моделей маніпуляторів для їх кінематичного та динамічного досліджень. Стрілова система маніпулятора в таких математичних моделях здебільшого представлена як голономна механічна система, а геометричні центри ланок співпадають з їх центрами ваги.

Серед відомих досліджень математичного моделювання маніпуляторів не повною мірою розкрито зв'язок між кінематикою руху вантажу, що переміщується маніпулятором та кінематикою узагальнених координат. Зокрема, не відомо яким чином змінюється прискорення вантажу (характер зміни функції прискорення та максимальні його значення) при керуванні маніпулятором за типовими режимами руху.

Ціль статті

На прикладі конкретної кінематичної схеми маніпулятора з гідроприводом розглянути розв'язок оберненої задачі кінема-

тики та дослідити зв'язок між змінами кінематичних характеристик вантажу, що переміщується та узагальненими координатами.

Виклад основного матеріалу

Розглянуто типову схему маніпулятора з гідроприводом, яка є розповсюдженою на машинах для лісотехнічних робіт [6] (рис.1).

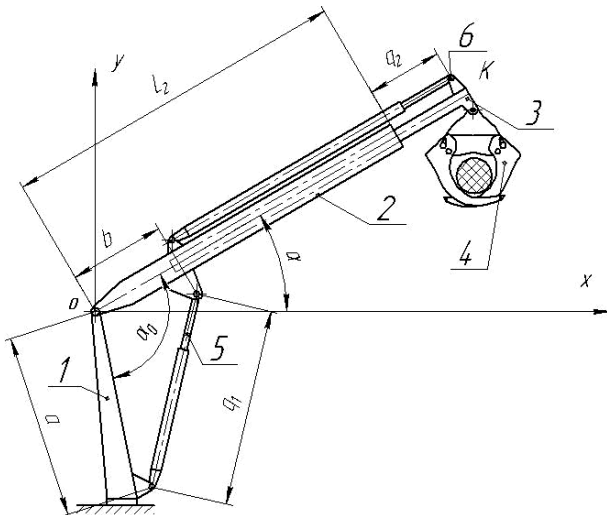


Рис. 1. Розрахункова схема гідроманіпулятора: 1 – стояк; 2 – стріла ; 3 – висувна рукоять; 4 – вантажозахоплювальний орган з вантажем; 5 – гідроциліндр підйому стріли; 6 – гідроциліндр переміщення висувної рукояті

Елементами моделі маніпулятора є нерухомий стояк 1; підйомна стріла 2 (яка здійснює обертальний рух); висувна балка 3 (здійснює складний плоскопаралельний рух); вантаж та вантажозахоплювальний пристрій 4 (що також знаходиться в складному русі). Рух стрілової системи маніпулятора забезпечується гідроциліндрами підйому 5 і переміщенням висувної рукояті 6.

Запропонована модель маніпулятора має два ступеня вільності в площині зміни вильоту вантажу, які визначаються положенням поршнів привідних гідрониліндрів. За узагальнені координати маніпулятора прийнято кут підйому стріли α та координату положення штоку привідного гідроциліндра приводу висувної рукояті q_2 (хід поршня).

Досліджуємо процес зміни вильоту вантажу даним гідроманіпулятором в площині зміни вильоту XOY (рис.1).

Для проведення аналізу та дослідження конструктивних параметрів, кінематичних та енергетичних характеристик представленого маніпулятора з гідроприводом в запропонованій моделі прийняті припущення, що ланки маніпулятора абсолютно жорсткі, люфти та тертя в кінематичних парах відсутні, центри ваги ланок співпадають з їхніми геометричними центрами, а маси гідроциліндрів підйому стріли та переміщення висувної балки включено до мас стійки та підйомної стріли відповідно.

Масу вантажозахоплювального пристрою та вантажу зведено до точки їхнього підвісу (точка K) та визначено їхнє положення, яке для даної схеми маніпулятора буде визначатися залежностями:

$$\begin{cases} x_4 = (L_2 + q_2) \cos(\alpha); \\ y_4 = (L_2 + q_2) \sin(\alpha), \end{cases} \quad (1)$$

де L_2 - довжина стріли ($L_2=1,8\text{м}$).

Використовуючи отримані вирази положення вантажозахоплювального органа, розв'язано зворотну задачу положень стрілової системи маніпулятора. Враховуючи обмеження на узагальнені координати та границі зміни тригонометричних функцій, буде:

$$\begin{cases} q_2 = -L_2 + \frac{x_4^2}{\sqrt{x_4^2 + y_4^2}} + \frac{y_4^2}{\sqrt{x_4^2 + y_4^2}}; \\ \alpha = \text{ArcCos}\left(\frac{x_4}{\sqrt{x_4^2 + y_4^2}}\right). \end{cases} \quad (2)$$

Як видно із системи (2), що для розв'язку зворотної задачі положень, необхідно задавати координати x_4 та y_4 . Враховуючи обмеження на узагальнені координати, які обумовлені геометричними характеристиками стрілової системи гідроманіпулятора, визначено границі їх зміни.

Зміна положення штоку привідного гідроциліндра висувної рукояті буде залежить від його геометричної характеристики - ходу поршня. Прийнято, що хід поршня циліндра переміщення висувної рукояті знаходиться в межах $q_2 = 0 \dots 2\text{м}$ [7].

Кут підйому стріли виразимо через параметри гідроциліндра підйому:

$$\alpha = \text{ArcCos}\left(\frac{a^2 + b^2 - q_1^2}{2 \cdot a \cdot b}\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right), \quad (3)$$

де a та b – розміри встановлення гідроциліндра підйому стріли маніпулятора ($a = 1,44\text{м}$, $b = 0,29\text{м}$); φ - кут відхилення стояка від вертикалі ($\varphi = 17^\circ$).

Як видно з виразу (3), кутова координата має обмеження на геометричні характеристики стрілової системи маніпулятора. Відповідно залежності (3), встановлено, що координата переміщення штоку підйомного гідроциліндра повинна задовольняти залежність:

$$0^\circ \leq \text{ArcCos}\left(\frac{a^2 + b^2 - q_1^2}{2 \cdot a \cdot b}\right) \leq 180^\circ. \quad (4)$$

Із залежності (4) знайдено межі зміни координати q_1 , тобто:

$$(a - b) \leq q_1 \leq (a + b), \quad (5)$$

або для заданих геометричних розмірів стріли гідроманіпулятора: $q_{1\text{min}} = 1,15\text{м}$ та $q_{1\text{max}} = 1,73\text{м}$. Границі зміни кутової координати α для даного проміжку переміщення підйомного гідроциліндра будуть:

$$-1,274\text{рад} \leq \alpha \leq 1,579\text{ рад}. \quad (6)$$

На рис. 2 представлено графік зміни кута повороту стріли залежно від зміни узагальненої координати.

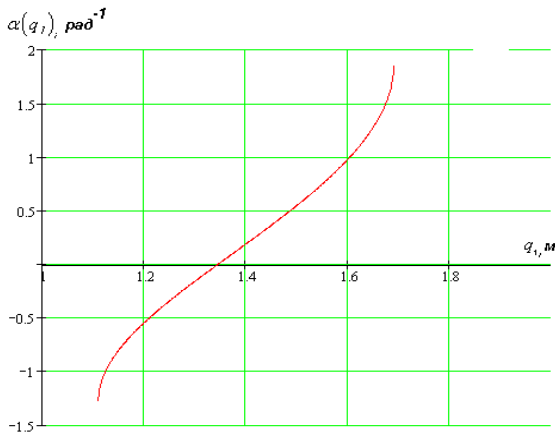


Рис. 2. Залежність зміни кутової координати стріли маніпулятора залежно від лінійного переміщення штоку підйомного гідроциліндра

Враховуючи обмеження на прийнятні узагальнені координати, положення точки захвату маніпулятора також буде мати обмеження по переміщенню:

$$(L_2 + q_2) \cos(\alpha_{\text{max}}) \leq x_4 \leq (L_2 + q_2), \quad (7)$$

$$(L_2 + q_2) \sin(\alpha_{\text{min}}) \leq y_4 \leq (L_2 + q_2). \quad (8)$$

При цьому між координатами положення захвату буде зберігатися залежність з обмеженням

$$-\sqrt{(L_2 + q_4)^2 - x_4^2} \leq y_4 \leq \sqrt{(L_2 + q_4)^2 - x_4^2}.$$

За системою (1) із обмеженнями (7) та (8) побудовано робочу зону маніпулятора, що досліджується (рис. 3).

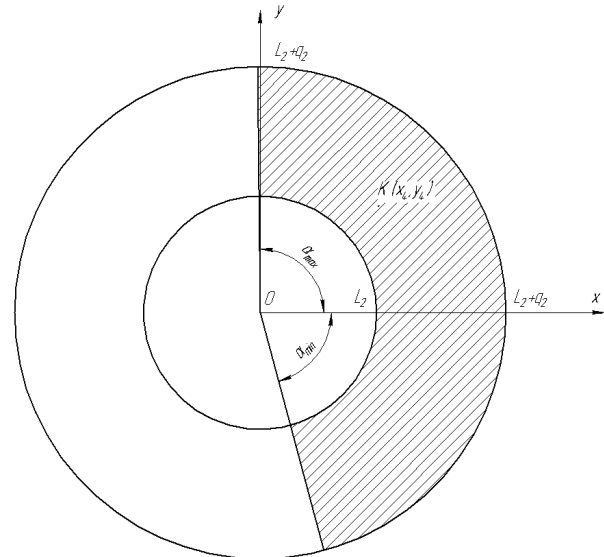


Рис. 3. Робоча зона маніпулятора

Розглянемо лінійне переміщення вантажозахоплювального пристрою маніпулятора. В такому випадку залежність між координатами положення вантажозахоплювального пристрою буде визначатися залежністю:

$$\frac{x_4 - x_{4n}}{x_{4k} - x_{4n}} = \frac{y_4 - y_{4n}}{y_{4k} - y_{4n}} \quad (10)$$

або

$$y_4 = (x_4 - x_{4n}) \frac{y_{4k} - y_{4n}}{x_{4k} - x_{4n}} + y_{4n}, \quad (11)$$

де $x_{4n}, y_{4n}, x_{4k}, y_{4k}$ - початкове та кінцеве положення вантажу.

Підставивши вираз (11) у залежності (2), отримаємо характеристики зміни узагальнених координат маніпулятора, які необхідно реалізувати для забезпечення переміщення вантажу за заданою траєкторією.

Розглянемо переміщення точки K з положення A в положення B по прямій лінії (найкоротшому шляху) (рис. 4 а). Відповідно, переміщення за складною криволінійною траєкторією руху можна організувати

за рахунок почергового переміщення по простим прямолінійним ділянкам (рис.4 б).

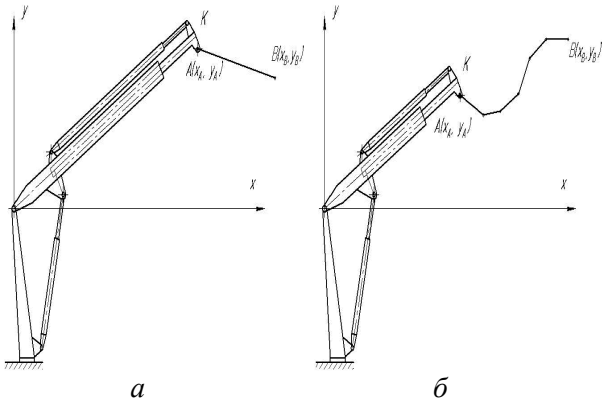


Рис. 4. Траєкторії переміщення вантажу
а – по прямій лінії; б – по складній траєкторії

Початкове положення точки K визначаємо виходячи із залежностей (1). Прийmemo $\alpha_n = 0.5$ рад, $q_2 = 0$ м. Тоді $x_{4n} = 1,755$ м, $y_{4n} = 0,958$ м.

Змодельуємо переміщення вантажу в положення за координатами $x_{4k} = 2$ м, $y_{4k} = 3,22$ м, які задовольняють умови (7)...(10). Закон переміщення захоплювача маніпулятора на площині в такому випадку буде визначатися залежністю:

$$y_4 = (x_4 - 2) \cdot 9,23 + 0,958. \quad (13)$$

Тоді зміна прийнятих узагальнених координат стрілової системи маніпулятора буде визначатися наступними залежностями:

$$\begin{cases} q_2 = -L_2 + \frac{x_4^2 + ((x_4 - 2)9,23 + 0,958)}{\sqrt{x_4^2 + ((x_4 - 2)9,23 + 0,958)^2}}, \\ \alpha = \text{ArcCos}\left(\frac{x_4}{\sqrt{x_4^2 + ((x_4 - 2)9,23 + 0,958)^2}}\right). \end{cases} \quad (14)$$

На рис. 5 представлені графіки зміни прийнятих узагальнених координат гідроманіпулятора та координати переміщення вантажозахоплювального пристрою під час

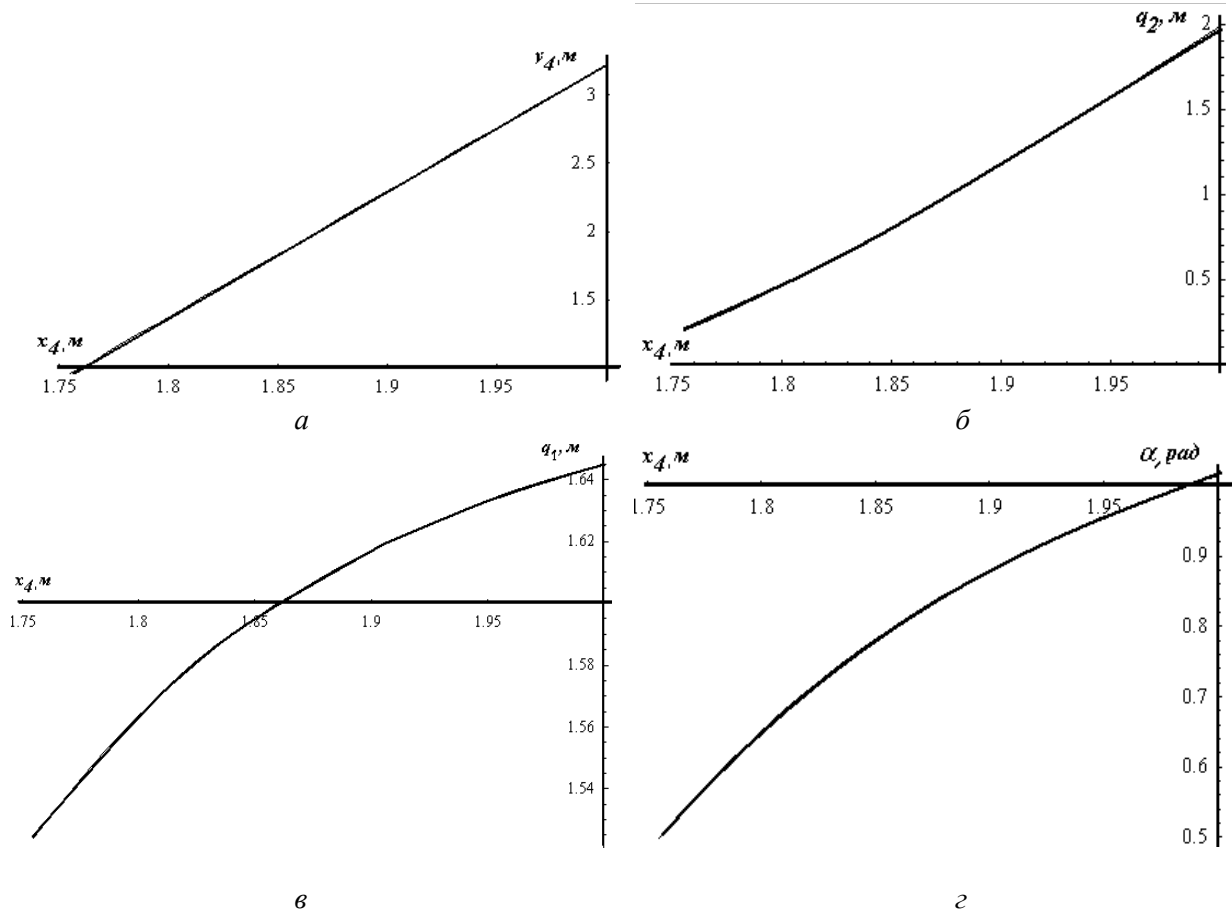


Рис. 5 Графічні залежності переміщення вантажозахоплювального пристрою (а), штоку гідропідсилювача переміщення висувної рукояті (б) та підняття стріли (в) й кута підйому (з) стріли гідроманіпулятора

його переміщення по траєкторії прямої лінії.

На приведених графіках бачимо, що при прямолінійному переміщенні вантажозахоплювального пристрою гідроманіпулятора, зміна лінійних узагальнених координат відбувається за нелінійними законами. Причому переміщення за координатою $q_1=1,53...1,64\text{м}$, а по $q_2=0...2\text{м}$.

Визначимо, як будуть змінюватися кінематичні характеристики вантажозахоплювального пристрою з вантажем при їх переміщенні з початкового положення в кінцеве, якщо закони зміни узагальнених координат будуть проходити за типовими процесами.

Типовий процес руху для механізмів приводу гідроманіпулятора складається з трьох фаз: фази розгону із постійним прискоренням; фази усталеного руху із постійною усталеною швидкістю; фази гальмування.

Досліджуємо процес переміщення узагальнених координат за визначеними переміщеннями: $q_1=1,53...1,64\text{м}$, $q_2=0...2\text{м}$. Для того щоб забезпечити рівномірний рух вантажу, прийемо, що час зміни положень за двома узагальненими координатами дорівнюють поміж собою. Припустима швидкість руху штоку гідроциліндра підйому стріли $0,0044\text{м/с}$, а гідроциліндра висувної рукояті – $0,08\text{м/с}$. Тобі будемо мати час циклу:

$$t_{wi} = \frac{q_{ik} - q_{in}}{V_{iy}}, \quad (15)$$

де q_{ik}, q_{in} – початкове та кінцеве положення узагальненої координати; V_{iy} – стала швидкість руху за даною координатою. Відповідно для даних положень будемо мати: $t_{w1} = 2,75\text{с}$, $t_{w2} = 25\text{с}$. Так як час переміщення повинен бути однаковим, а збільшити швидкість гідроциліндра висувної рукояті неможливо, тож скорегуємо швидкість гідроциліндра підйому стріли. За часу переміщення 25с , швидкість штоку гідроциліндра підйому буде $0,0044\text{м/с}$.

Задамо закони зміни кінематичних характеристик прийнятих узагальнених координат:

$$v_i(t) = \begin{cases} V_{yi} \cdot t, \text{ при } 0 < t \leq t_{\text{ниск}}, \\ V_{yi}, \text{ при } t_{\text{ниск}} < t < (t_{w1} - t_{\text{зальм.}}), \\ V_{yi} - (t - (t_{w1} - t_{\text{зальм.}}))V_{yi} \text{ при} \\ (t_{w1} - t_{\text{зальм.}}) < t < t_{\text{зальм.}} \end{cases} \quad (16)$$

Виконавши графічне інтегрування, отримаємо закони зміни переміщень за даними узагальненими координатами та побудовано графіки зміни кінематичних характеристик за координатами q_1 та q_2 (рис.6).

З виразу (1) та (3) визначаємо швидкості та прискорення вантажозахоплювального пристрою гідроманіпулятора:

$$\dot{x}_4 = \frac{(L_2 + q_2) \sin(-\alpha) \dot{q}_1}{\lambda} + \cos(\alpha) \dot{q}_2; \quad (17)$$

$$\dot{y}_4 = \frac{\cos(\alpha) q_1 (L_2 + q_2) \dot{q}_1}{\lambda} + \sin(\alpha) \dot{q}_2; \quad (18)$$

$$x_4 = \frac{q_1^2 (a^2 + b^2 - q_1^2) (L_2 + q_2) \sin(\alpha) \dot{q}_1^2}{2a^3 b^3 \sqrt{\left(1 - \frac{(a^2 + b^2 - q_1^2)^2}{4a^2 b^2}\right)^3}} - \frac{(L_2 + q_2) \cos(\alpha) q_1^2 \dot{q}_1^2}{\lambda^2} - \frac{(L_2 + q_2) \sin(\alpha) \dot{q}_1^2}{\lambda} - \frac{2q_1 \sin(\alpha) q_1^2 \dot{q}_2^2}{\lambda} - \frac{(L_2 + q_2) \sin(\alpha) q_1 \dot{q}_1}{\lambda} + \cos(\alpha) \dot{q}_2; \quad (19)$$

$$y_4 = -\frac{(L_2 + q_2) \cos(\alpha) q_1^2 \dot{q}_1^2 (a^2 + b^2 - q_1^2)}{2a^3 b^3 \sqrt{\left(1 - \frac{(a^2 + b^2 - q_1^2)^2}{4a^2 b^2}\right)^3}} - \frac{(L_2 + q_2) \cos(\alpha) \dot{q}_1^2}{\lambda} - \frac{(L_2 + q_2) \sin(\alpha) \dot{q}_1^2}{\lambda} - \frac{\sin(\alpha) (L_2 + q_2) q_1^2 \dot{q}_2^2}{\lambda^2} + \frac{2 \cos(\alpha) q_1 \dot{q}_1 \dot{q}_2}{\lambda} + \frac{(L_2 + q_2) \cos(\alpha) q_1 \dot{q}_1}{\lambda} + \sin(\alpha) \dot{q}_2, \quad (20)$$

$$\text{де } \lambda = ab \sqrt{1 - \frac{(a^2 + b^2 - q_1^2)^2}{4a^2 b^2}}.$$

Повна швидкість та прискорення точки підвісу вантажу та вантажозахоплювального пристрою буде

$$V_4 = \sqrt{\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2}, \quad W_4 = \sqrt{\ddot{x}_4^2 + \ddot{y}_4^2}. \quad (21)$$

Результати розрахунку за виразами (21) із використанням залежностей (16)...(20) приведено на рис. 7 (а, б).

Із графіків видно, що абсолютна швидкість вантажу в кінці етапу переміщення досягає значення $0,12\text{м/с}$, а прискорення – $0,22\text{м/с}^2$. Відносно перевищення швидкості вантажу від швидкостей штоків привідних

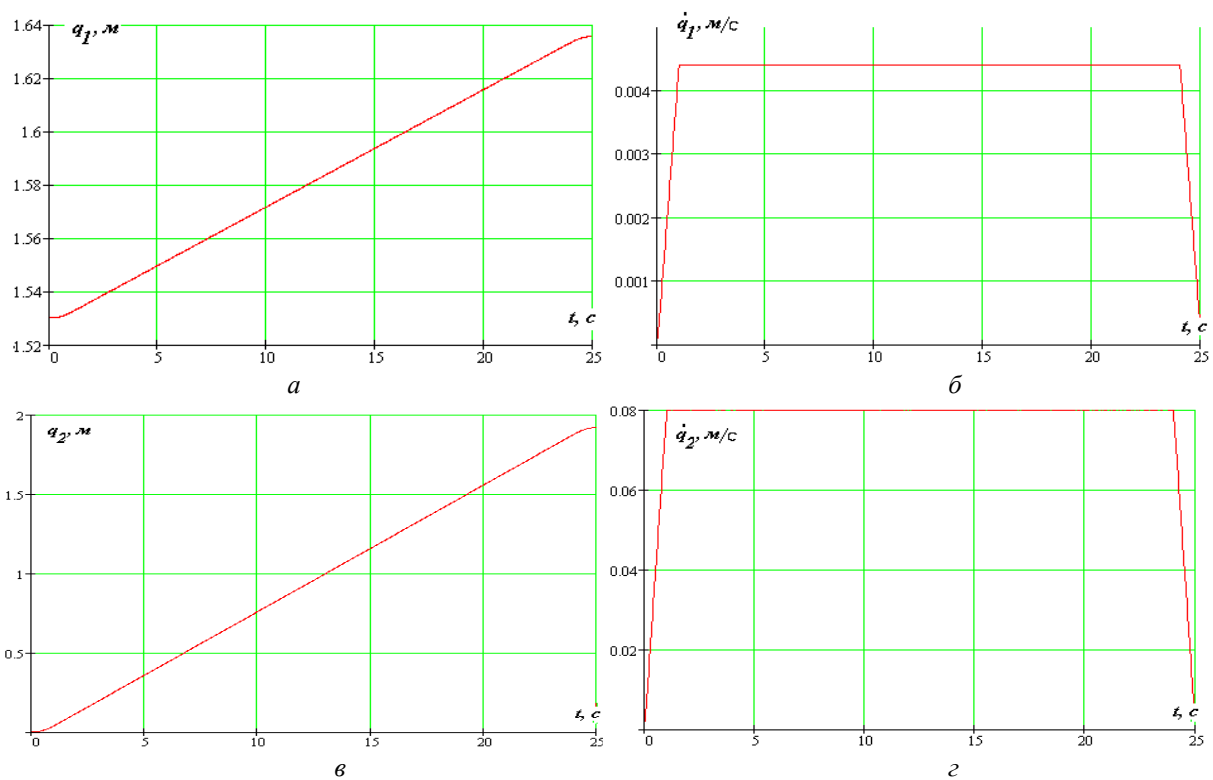


Рис. 6. Графіки зміни переміщення (а), (в) та швидкості (б), (г) штоків привідних гідроциліндрів гідроманіпулятора

гідроциліндрів буде 2999% та 142% відповідно для підйомного та висувного гідроциліндрів. Відносне перевищення за прискореннями буде 5400% та 175% за відповідними координатами. Таке відносне перевищення швидкості та прискоренню за координатою підйомного гідроциліндра показує, що збільшення кінематики руху за цією координатою призведе до миттєвого зростання кінематичних характеристик руху вантажу, що є негативним явищем, бо воно призводить до збільшення інерційних навантажень на механізми приводу стрілової системи гідроманіпулятора.

Зважаючи на те, що швидкість підйомного гідроциліндра була перерахована для типового процесу і дорівнює 0,0044м/с (4.4мм/с), яку в дійсності на маніпуляторах з гідроприводом забезпечити досить складно, бачимо що дана ланка системи потребує більш детального дослідження динаміки руху з визначення її оптимальних режимів руху. Із розрахунків видно, що максимальне абсолютне прискорення вантажу 0,22м/с призводить до утворення інерційного навантаження, що для вантажу 1000кг буде 220Н (22кг).

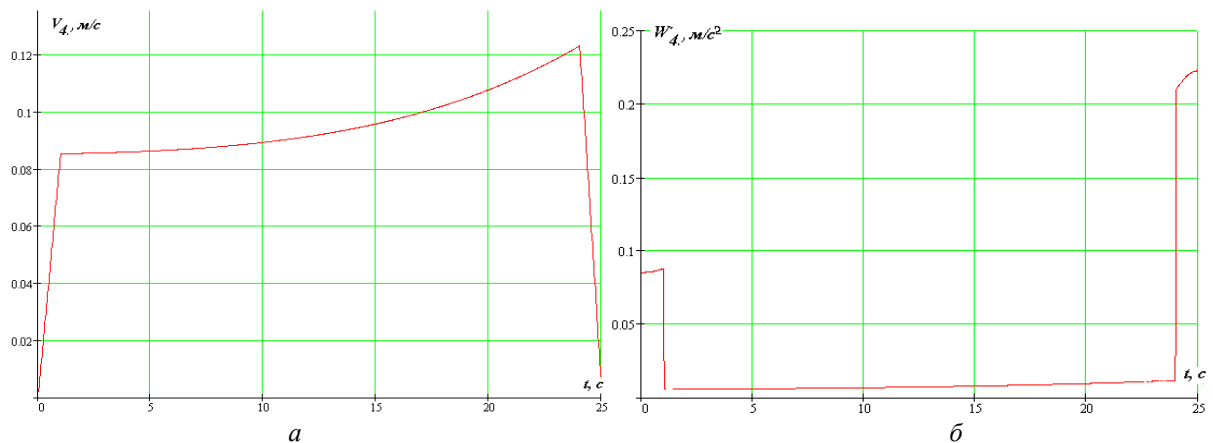


Рис. 7. Графіки зміни абсолютної швидкості (а) та абсолютного прискорення (б) вантажозахоплювального пристрою та вантажу при типовому процесі переміщення за узагальненими координатами

Відзначимо також те, що прискорення точки підвісу вантажу буде змінюватися стрибкоподібно, а це створюватиме коливання в металокопункції стрілової системи гідроманіпулятора.

Висновки

В процесі математичного моделювання зміни вильоту вантажу за кінематичними параметрами були встановлені залежності між переміщенням, швидкістю та прискоренням точки підвісу вантажу та привідними узагальненими координатами стрілової системи гідроманіпулятора. Отримані в результаті дослідження співвідношення, надають можливість оцінити кінематику зміни руху вантажу, а також синтезувати програмні переміщення вантажу в площині зміни його вильоту.

Література

1. *Спину Г.А.* Промышленные роботы. Конструирование и применение / Г.А. Спину / Киев «Выща школа», 1991 – 331 с.;
2. *Смольников Б.А.* «Проблемы механики и оптимизации роботов» / Б.А. Смольников / Москва «Наука», 1991 – 231 с.;
3. *Заблонский К.И.* «Оптимальный синтез схем манипуляторов промышленных роботов» / К.И. Заблонский, Н.Т.Монашко, Б.М.Щецин / Киев «Техника», 1989 – 148 с.;
4. *Кобринский А.А.* «Манипуляционные системы роботов» / А.А. Кобринский, А.Е. Кобринский / Москва «Наука», 1985 – 343 с.;
5. «*Манипуляционные системы роботов*» / Под общей ред. Е.П. Попова / Москва «Машиностроение» 1989 – 472 с.;
6. *Бербюк В.Е.* «Динамика и оптимизация робототехнических систем» / В.Е. Бербюк / Киев. Наукова думка, 1989 – 188 с.;
7. *Кириченко М.Ф.* Оптимизация манипуляционных роботов / М.Ф. Кириченко, Ю.В. Крак, Р.О. Сорока / Київ, «Либідь», 1990. – 144 с.
8. *Белецкий В.В.* «Двуногая ходьба» / В.В. Белецкий / – М.: Наука, 1984. – 150 с.;
9. *Лелянов Б.Н.* Математическая модель многосвязного объекта типа «робот-манипулятор» / Б.Н. Лелянов, Е.А. Шелянок – Хабаровск: Электронное научное издание – Ученые заметы ТОГУ, 2011. Том 2, №1. С.10-15.
10. *Борисенко Л.А.* Теория механизмов, машин и манипуляторов / Борисенко Л.А / Минск: Новое знание; М.: ИНФА – М, 2011. – 285 с.

Рецензент: В.Б. Яковенко д.т.н. проф.
(КНУБА, Київ)

Отримано: 10.09.2012 р.