

УДК 514.18

Скочко В. І.

*к.т.н., доцент, кафедра архітектурних конструкцій  
Київський національний університет будівництва і архітектури  
vladimir.and.friends@gmail.com, orcid.org/0000-0002-1709-2621*

## ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА КОРЕГУВАННЯ СІТЧАСТИХ СТРУКТУР, ПОБУДОВАНИХ ШЛЯХОМ ГЕОМЕТРИЧНОГО ФОРМОУТВОРЕННЯ

**Анотація:** розкриваються прикладні аспекти формоутворення, дослідження, корегування та подальшого розрахунку внутрішніх зусиль просторових сітчастих структур, на прикладі стрижневих конструкцій, що працюють в межах пружних деформацій без втрати стійкості.

**Ключові слова:** дискретні образи, неявні функції, сітчасті структури.

**Постановка проблеми.** При проектуванні сітчастих структур, що відіграють роль кроквяних конструкцій покриття (сіткові оболонки, або просторові ферми складної конфігурації) доцільно використовувати методи геометричного формоутворення, зокрема методи, що дозволяють одержати ескізні передпроектні рішення, на основі яких формуватиметься розрахункова модель. Одним із найбільш ефективних методів формоутворення стрижневих безмоментних конструкцій є статико-геометричний метод дискретної геометрії, який дозволяє врахувати особливості фактичних навантажень та забезпечити статичну рівновагу конструкції, що моделюється. Метод дозволяє визначити координати незафіксованих вузлів моделі, приймаючи наперед задані умовні параметри жорсткості стрижнів  $\aleph_{i,j}$ , що виражаються відношеннями абсолютних величин поздовжніх зусиль у цих стрижнях  $\bar{R}_{i,j}$  до їх довжин  $\delta_{i,j}$ :

$$\aleph_{i,j} = R_{i,j} / \delta_{i,j}, \quad (1)$$

та розв'язуючи рівняння статичної рівноваги відповідних вузлів, беручи до уваги величини сил  $\bar{\mathfrak{Z}}_i$ , що на них діють ззовні. Такі рівняння для деякого  $i$ -го вузла у найбільш узагальненій формі можна записати наступним чином:

$$\sum_{j=1}^n (s_j - s_i) \cdot \aleph_{i,j} + \bar{\mathfrak{Z}}_{s_i} = 0, \quad (2)$$

де:  $s$  – узагальнююче позначення координат ( $x$ ,  $y$  та  $z$ );  $n$  – кількість незафіксованих вузлів конструкції, з'єднаних із  $i$ -м вузлом.

Однак, в процесі формоутворення може виявитися, що одержана форма не задовільняє іншим вимогам, які висувуються до об'єкту проектування, а саме: об'ємно-планувальним вимогам, конструктивним, техніко-економічним, естетичним тощо. Так, наприклад, одержана в процесі формоутворення сітчаста

оболонка може бути занадто провисаючою (мати недопустимі прогини) під дією заданого зовнішнього навантаження, в результаті чого втрачатиметься корисний об'єм будівлі або загальна архітектурна концепція. Справа в тому, що управління формою сітчастої структури, як правило, здійснюється шляхом варіювання величин та напрямків зовнішніх сил  $\bar{S}_i$ , а тому робота одержаної форми не завжди відповідає характеру роботи реальної конструкції, що проектується. Визначення внутрішніх зусиль у стрижнях моделі – це окрема інженерна задача, в рамках вирішення якої може виявитися, що одержана конструкція взагалі не може зберігати свою форму під дією нормативних навантажень. Відтак важливим є створення ефективного способу вирішення водночас задачі формоутворення, розрахунку й корегування одержаної форми в рамках використання одного математичного апарату.

**Формулювання цілей та завдання публікації.** Зважаючи на вище зазначене, встановимо спосіб одержання бажаної форми сітчастої структури, що перебуває під дією заданого нормативного навантаження. Окрім того, визначимо підхід до аналізу властивостей і подальшого розрахунку сітчастої оболонки покриття, як дискретно представленої поверхні або частини каркасу.

**Огляд основних досліджень.** В роботах [1, 2] було одержано рівняння зв'язку між фізичними й геометричними параметрами досліджуваної сітчастої конструкції та скалярними і векторними параметрами польових структур, які визначають зрівноважений стан цієї конструкції. Це рівняння має форму:

$$\sum_{j=1}^n R_{i,j} \cdot \delta_{i,j} - \varphi_i + G_i = 0, \quad (3)$$

а, враховуючи вираз (1), може бути записане так:

$$\sum_{j=1}^n \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j}^2 - \varphi_i + G_i = 0, \quad (4)$$

де:  $\varphi_i$  – вузлове значення потенціалу формоутворюючих впливів (або незалежної цільової функції);  $G_i$  – деяка невизначена константа інтегрування.

На основі рівняння (4) в роботах [3 – 4] було одержано два види параметричних рівнянь стану ланок (стрижнів) сітчастої структури:

1) для стрижнів, що з'єднують два вільні вузли ( $S_a$  і  $S_b$ ):

$$\sum_{i=1}^{l-1} \delta_{a,i}^2 \cdot \aleph_{a,i} + \chi \cdot \delta_{a,b}^2 \cdot \aleph_{a,b} + \sum_{j=1}^{m-1} \delta_{b,j}^2 \cdot \aleph_{b,j} - (\varphi_a + \varphi_b) + B_{a,b} = 0, \quad (5)$$

2) для стрижнів, що з'єднують вільний і зафіксований вузли ( $S_a$  і  $S_{fix}$ ):

$$\sum_{i=1}^{l-1} \delta_{a,i}^2 \cdot \aleph_{a,i} + \chi \cdot \delta_{a,fix}^2 \cdot \aleph_{a,fix} - \varphi_a + (R_{x_{fix}} \cdot x_{fix} + R_{y_{fix}} \cdot y_{fix} + R_{z_{fix}} \cdot z_{fix}) + B_{a,fix} = 0, \quad (6)$$

де  $l$  і  $m$  – кількість вузлів суміжних із  $a$ -м та  $b$ -м (або  $fix$ -м);  $\chi$  – константа, величина якої залежить від топології моделі;  $\varphi_a$  і  $\varphi_b$  – вузлові потенціали (або

значення поля цільової функції);  $R_{s,fix}$  – проекції зусиль у ланках, що з'єднуються з зафіксованими вузлами;  $B_{a,b}$  і  $B_{a,fix}$  – константи, що є результатом інтегрування та додаткових математичних перетворень рівнянь типу (4).

Складаючи й розв'язуючи систему рівнянь типу (5) і (6) відносно умовних параметрів жорсткості  $\aleph_{ij}$ , водночас замінюючи фактичні вузлові потенціали  $\varphi_i$  на очікувані їх величини  $\varphi'_i$  (що представляють собою значення деякої досліджуваної функції  $\zeta(x, y, z)$ , властивості графіку якої й необхідно передати сітчастій структурі), одержується такий розподіл внутрішніх зусиль конструкції, при якому множина визначених її вузлів приймає форму шуканої поверхні  $\Omega$  функції  $\zeta(x, y, z)$ . Такий підхід, також, лежить в основі візуалізації графіків та поверхонь неявних функцій як на площині, так і в просторі [5 – 6].

**Основна частина.** Припустимо для початку, що в результаті застосування вище описаного підходу утворено деяку стрижневу конструкцію. Також вважатимемо, що сітка вузлів, які в результаті формоутворення стали належати поверхні  $\Omega$ , є регулярною сіткою II-го типу (з чотирикутними чарунками, див. рис. 1.а.). Тоді можна умовно виділити на сітці два сімейства кривих, які проходять у  $q$ -му та  $r$ -му напрямках та є дискретними аналогами координатних кривих  $u$  та  $v$ , що належать до двох сімейств ліній криволінійних координат при параметричному заданні функції:

$$\begin{cases} x = f_x(u, v), \\ y = f_y(u, v), \\ z = f_z(u, v), \end{cases} \quad \text{або} \quad s = f_s(u, v). \quad (7)$$

Якщо функція задана у формі (7), то дослідження її диференціальних характеристик значно спрощується, що в свою чергу дає можливість прогнозувати характер поведінки різних ділянок сітчастої структури, яка інтерпретує поверхню відповідної функції. Так, для визначення метричних властивостей поверхні, а також для встановлення значень її головних кривизн у різних точках, необхідно визначати компоненти першої та другої квадратичних форм [7], які в свою чергу містять перші та другі часткові похідні по параметрам  $u$  та  $v$ . Відповідно до [8] та [9], при дискретному заданні поверхні, похідні її функції по параметрам  $u$  та  $v$  можна замінити на скінченно-різницеві співвідношення наступним чином (тут для визначених  $w$  вузлів замість одинарної індексації « $i$ », будемо використовувати подвійну індексацію « $q,r$ »):

$$\frac{\partial s}{\partial u} \approx \frac{\Delta s}{\Delta q} = (s_{q+1,r} - s_{q-1,r}) / [(q+1) - (q-1)] = (s_{q+1,r} - s_{q-1,r}) / 2, \quad (8)$$

$$\frac{\partial s}{\partial v} \approx \frac{\Delta s}{\Delta r} = (s_{q,r+1} - s_{q,r-1}) / [(r+1) - (r-1)] = (s_{q,r+1} - s_{q,r-1}) / 2, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial u^2} \approx \frac{\Delta^2 s}{\Delta q^2} = \frac{(s_{q+1,r} - s_{q,r}) / [(q+1) - q] - (s_{q,r} - s_{q-1,r}) / [q - (q-1)]}{[(q+1) - q]/2 + [q - (q-1)]/2} =$$

$$= s_{q+1,r} - 2 \cdot s_{q,r} + s_{q-1,r},$$
(10)

$$\frac{\partial^2 s}{\partial v^2} \approx \frac{\Delta^2 s}{\Delta r^2} = \frac{(s_{q,r+1} - s_{q,r}) / [(r+1) - r] - (s_{q,r} - s_{q,r-1}) / [r - (r-1)]}{[(r+1) - r]/2 + [r - (r-1)]/2} =$$

$$= s_{q,r+1} - 2 \cdot s_{q,r} + s_{q,r-1},$$
(11)

$$\frac{\partial^2 s}{\partial u \partial v} \approx \frac{\Delta^2 s}{\Delta q \Delta r} = \frac{(s_{q+1,r+1} - s_{q-1,r+1}) / [(q+1) - (q-1)] - (s_{q+1,r-1} - s_{q-1,r-1}) / [(q+1) - (q-1)]}{(r+1) - (r-1)} =$$

$$= (s_{q+1,r+1} - s_{q-1,r+1} - s_{q+1,r-1} + s_{q-1,r-1}) / 4.$$
(12)

З урахуванням тотожностей (8) – (12) компоненти першої квадратичної форми приймуть наступний вид:

$$E = \left( \frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial u} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial u} \right)^2 \approx \left( \frac{\Delta x}{\Delta q} \right)^2 + \left( \frac{\Delta y}{\Delta q} \right)^2 + \left( \frac{\Delta z}{\Delta q} \right)^2,$$
(13)

$$F = \frac{\partial x}{\partial u} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u} \cdot \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial z}{\partial v} \approx \frac{\Delta x}{\Delta q} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta r} + \frac{\Delta y}{\Delta q} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta r} + \frac{\Delta z}{\Delta q} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta r},$$
(14)

$$G = \left( \frac{\partial x}{\partial v} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial v} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial v} \right)^2 \approx \left( \frac{\Delta x}{\Delta r} \right)^2 + \left( \frac{\Delta y}{\Delta r} \right)^2 + \left( \frac{\Delta z}{\Delta r} \right)^2.$$
(15)

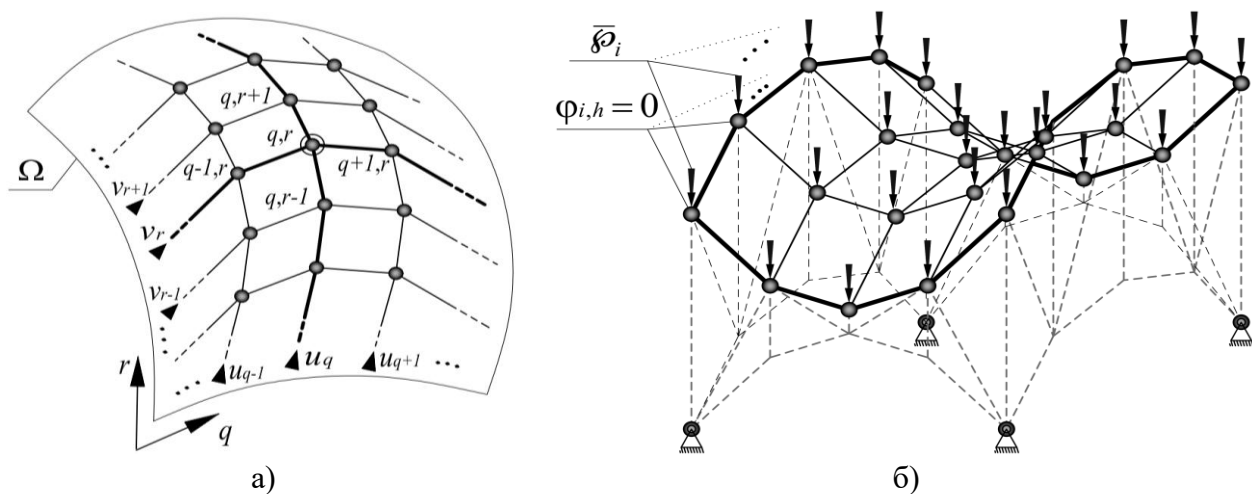


Рис. 1. Формоутворення сітчастих структур:

- а) дискретний каркас поверхні  $\Omega$  з регулярною сіткою II-го типу, що досліджується;
- б) формоутворення сітчастої структури, визначена множина вільних вузлів якої має задовільняти додатковим умовам та/або функціям  $\varphi_i$

Умовні позначення до рисунку 1.б: **————** – контур фрагмента сітчастої структури, що піддається формоутворенню; **———** – стрижні сітчастої структури, що належать до фрагменту, який формоутворюється з застосуванням рівнянь (29) – (31); **-----** – інші стрижні моделі; **●** – вільні вузли дискретного образу з множини  $w$ , координати яких мають задовільняти додатковим умовам та/або функціям  $\varphi_i$ ; **▲** – базові вузли моделі.

Компоненти другої квадратичної форми матимуть такий вигляд:

$$L = l \cdot (E \cdot G - F^2)^{-1/2}, \quad (16)$$

$$M = m \cdot (E \cdot G - F^2)^{-1/2}, \quad (17)$$

$$N = n \cdot (E \cdot G - F^2)^{-1/2}, \quad (18)$$

де:

$$l = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial u^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial u^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} \approx \begin{vmatrix} \frac{\Delta^2 x}{\Delta q^2} & \frac{\Delta^2 y}{\Delta q^2} & \frac{\Delta^2 z}{\Delta q^2} \\ \frac{\Delta x}{\Delta q} & \frac{\Delta y}{\Delta q} & \frac{\Delta z}{\Delta q} \\ \frac{\Delta x}{\Delta r} & \frac{\Delta y}{\Delta r} & \frac{\Delta z}{\Delta r} \end{vmatrix}, \quad (19)$$

$$m = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} \approx \begin{vmatrix} \frac{\Delta^2 x}{\Delta q \Delta r} & \frac{\Delta^2 y}{\Delta q \Delta r} & \frac{\Delta^2 z}{\Delta q \Delta r} \\ \frac{\Delta x}{\Delta q} & \frac{\Delta y}{\Delta q} & \frac{\Delta z}{\Delta q} \\ \frac{\Delta x}{\Delta r} & \frac{\Delta y}{\Delta r} & \frac{\Delta z}{\Delta r} \end{vmatrix}, \quad (20)$$

$$n = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} \approx \begin{vmatrix} \frac{\Delta^2 x}{\Delta r^2} & \frac{\Delta^2 y}{\Delta r^2} & \frac{\Delta^2 z}{\Delta r^2} \\ \frac{\Delta x}{\Delta q} & \frac{\Delta y}{\Delta q} & \frac{\Delta z}{\Delta q} \\ \frac{\Delta x}{\Delta r} & \frac{\Delta y}{\Delta r} & \frac{\Delta z}{\Delta r} \end{vmatrix}. \quad (21)$$

В результаті, використовуючи вирази (8) – (21), можна визначити величини головних кривизн  $k_1$  та  $k_2$ , розв'язуючи наступні рівняння:

$$k^2 - 2 \cdot H \cdot k + K = 0, \quad (22)$$

де  $H$  і  $K$  – це відповідно середня та гаусова кривизни поверхні, що визначаються за формулами:

$$H = (L \cdot G - 2 \cdot F \cdot M + E \cdot N) / [2 \cdot (E \cdot G - F^2)], \quad (23)$$

$$K = (L \cdot N - M^2) / (E \cdot G - F^2). \quad (24)$$

Аналізуючи величини головних кривизн  $k_1$  та  $k_2$ , можна охарактеризувати локальну стійкість поверхні покриття, що має дискретну форму, близьку до поверхні  $\Omega$ .

Використовуючи даний спосіб аналізу поверхонь неявних функцій шляхом переходу до їх дискретно-параметричного представлення, можна вирішувати й більш складні задачі, в тому числі будівельної механіки. Однак, такий підхід дає можливість не лише аналізувати поверхні неявних функцій, але й накладати додаткові умови на процес формоутворення дискретних образів у вигляді непланарних сітчастих структур. Задачу формоутворення з

накладанням додаткових умов можна сформулювати наступним чином.

1. Нехай існує деяка сітчаста структура, зі складу якої можна виділити  $w$  регулярних (на регулярній двовимірній сітці, див. рис. 1.а.) вузлів, координати кожного  $i$ -го з яких в результаті формоутворення повинні задовільняти деяким функціям та/або встановленим диференціальним вимогам  $\varphi_{i,h}$  так, що:

$$\varphi_{i,h} = \zeta_{i,h}(x_i, y_i, z_i) = 0, (h = \overline{1, t_i}), \quad (25)$$

де  $h$  – порядковий номер умови та/або функції  $\varphi_{i,h}$ , якій мають задовільняти координати  $i$ -го вільного вузла з множини вузлів  $w$ , вибраних для корегування їхнього положення;  $t_i$  – кількість накладених функцій та/або умов для  $i$ -го вузла.

2. Припустимо, що на етапі початкового формоутворення, параметри умовної жорсткості  $\aleph_{i,j}$  є сталими величинами й їх варіювання на цьому етапі не передбачається, а значить рівняння типу (5) та (6) використовувати недоцільно. В такому випадку, щоб отримати можливість впливати на положення вільних вузлів, необхідно вдатися до принципів знаходження умовних екстремумів з використанням невизначених коефіцієнтів Лагранжа  $\lambda_{i,h}$  [10]. Для введення відповідних коефіцієнтів, функцій та умов скористаємося рівнянням (4), яке й будемо розглядати в якості функції Лагранжа  $\mathfrak{R}_i$ . Запишемо це рівняння в більш узагальненій модифікованій формі, як  $\mathfrak{R}_i$ :

$$\mathfrak{R}_i = \sum_{j=1}^n \aleph_{i,j} \cdot \delta_{i,j}^2 \pm \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \varphi_{i,h} + G_i', \quad (26)$$

де  $G_i'$  – деяка невизначена константа, що враховуватиме введення додаткових функцій. Очевидно, на відміну від рівняння (4), в функції Лагранжа міститься не одна, а  $t_i$  цільових функцій.

3. Віднайдемо екстремуми функцій типу (26) в кожному  $i$ -му з  $w$  обраних вузлів сітчастої структури. Якщо в  $i$ -й точці виконуватимуться рівняння (25), то повинні бути справедливими й наступні рівняння:

$$\partial \mathfrak{R}_i / \partial \lambda_{i,h} = 0, (h = \overline{1, t_i}), \quad (27)$$

$$\partial \mathfrak{R}_i / \partial s_i = 0, (s_i = x_i, y_i, z_i). \quad (28)$$

Підставляючи до (27) і (28) функцію (26), одержимо відповідно (29) і (30):

$$\varphi_{i,h} = \zeta_{i,h}(x_i, y_i, z_i) = 0, (i = \overline{1, w}; h = \overline{1, t_i}), \quad (29)$$

$$\sum_{j=1}^n (s_j - s_i) \cdot \aleph_{i,j} + \wp_{s_i} = 0, (i = \overline{1, w}; s_i = x_i, y_i, z_i), \quad (30)$$

$$\text{де: } \wp_{s_i} = \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \mathfrak{S}_{s_i,h} = \sum_{h=1}^{t_i} \lambda_{i,h} \cdot \partial \varphi_{i,h} / \partial s_i, (i = \overline{1, w}; s_i = x_i, y_i, z_i). \quad (31)$$

4. З фізичної точки зору рівняння (29) – (31) описують стан статичної рівноваги сітчастої структури під дією градієнтного поля штучних умовних сил  $\mathfrak{S}_{i,h}$ , спричинених накладеними функціональними умовами  $\varphi_{i,h}$ , величина впливу яких на кожен  $i$ -й вузол визначається коефіцієнтами  $\lambda_{i,h}$ . Розв'язуючи систему із  $(3 \cdot w + \sum t_i)$  таких рівнянь відносно невідомих координат  $x_i, y_i, z_i$  та

коефіцієнтів  $\lambda_{i,h}$ , одержимо шукану форму моделі.

Якщо, наприклад, необхідно, щоб фрагмент сітки покриття представляв собою дискретну поверхню максимально наближену до мінімальної, то середня кривизна у кожній точці цієї поверхні має дорівнювати нулю:

$$H_i = 0, \quad (32)$$

тобто, враховуючи вираз (23), єдину функціональну умову  $\varphi_i$  (другий індекс  $h$  непотрібний, бо умова лише одна), для кожного  $i$ -го вузла можна записати так:

$$\varphi_i = L_i \cdot G_i - 2 \cdot F_i \cdot M_i + E_i \cdot N_i = 0, \quad (i = \overline{1, w}). \quad (33)$$

Тоді рівняння рівноваги (30) прийме наступну форму:

$$\sum_{j=1}^n (s_j - s_i) \cdot \aleph_{i,j} + \wp_{s_i} = 0, \quad (i = \overline{1, w}; s_i = x_i, y_i, z_i), \quad (34)$$

$$\text{де: } \wp_{s_i} = \lambda_i \cdot \mathfrak{F}_{s_i} = \lambda_i \cdot \partial(L_i \cdot G_i - 2 \cdot F_i \cdot M_i + E_i \cdot N_i) / \partial s_i, \quad (i = \overline{1, w}; s_i = x_i, y_i, z_i). \quad (35)$$

Слід звернути увагу, що система (33) – (34) має високу нелінійність у зв'язку з тим, що умова  $\varphi_i$  є функцією не лише від координат  $i$ -го вузла, але, враховуючи вирази (8) – (12), й від суміжних 4-х вузлів регулярної сітки параметрів  $u$  та  $v$ . Відтак, для успішного розв'язання даної системи необхідно дуже ретельно обирати ітераційні методи та розробляти відповідні математичні алгоритми, щоб забезпечити збіжність числення.

5. Припустимо тепер, що обрану множину  $w$  регулярних вузлів упорядковано в мінімальну сітку (дискретний образ поверхні). В такому випадку матеріалоемність відповідної ділянки сітки – мінімальна, однак, на практиці робота одержаної сітки під дією реальних навантажень може призвести до зміни її форми, а також до неочікуваного перерозподілу внутрішніх зусиль між стрижнями моделі. Окрім того, ті вузли, що слугували контурними при формоутворенні конкретної ділянки, можуть також бути фактично вільними й при реальних навантаженнях аналогічним чином змінювати положення, значно відхиляючи загальну форму моделі від очікуваної. Очевидно, що після початкового формоутворення необхідно вирішити зворотну задачу й розрахувати такі параметри умовної жорсткості  $\aleph_{i,j}$ , при яких одержана форма зберігатиметься за умови супротиву сітчастої конструкції реальним експлуатаційним навантаженням і працюватиме в межах пружних деформацій без втрати стійкості.

Для вирішення цієї задачі необхідно скласти та розв'язати систему рівнянь типу (5) та (6) відносно параметрів  $\aleph_{i,j}$ , приймаючи в якості вузлових цільових функцій  $\varphi_i$  довжини між поточними  $(x_i, y_i, z_i)$  та очікуваними  $(x'_i, y'_i, z'_i)$  положеннями відповідних вузлів на кожному етапі ітераційного числення:

$$\varphi_i = \left[ (x_i - x'_i)^2 + (y_i - y'_i)^2 + (z_i - z'_i)^2 \right]^{1/2}. \quad (36)$$

Очікувані значення цільових функції  $\varphi'_i$  в такому випадку слід

встановлювати рівними нулю:

$$\varphi'_i = 0. \quad (37)$$

При цьому цільові функції вже не повинні знаходитися у градієнтному зв'язку з проекціями вузлових зусиль, а натомість ці зусилля слід встановлювати рівними нормативним експлуатаційним навантаженням. Окрім того, в процесі реалізації ітераційного числення при розв'язанні системи рівнянь типу (5) та (6) в них слід вводити додаткові логічні оператори, які аналізуватимуть й при необхідності корегуватимуть характер досягнення очікуваних показників цільових функцій [11]. Це збільшує швидкість розв'язання та великою мірою дозволяє уникнути помилок, які можуть перешкоджати правильному розв'язанню даної задачі.

**Висновки.** Використання запропонованого алгоритму дозволяє не лише утворювати дискретні каркаси поверхонь, що задані неявними функціями, але й здійснювати формоутворення сітчастих структур, як реальних механічних будівельних систем, а саме безмоментних стрижневих конструкцій. Таке формоутворення може здійснюватися не лише за допомогою деякої функції-прообразу, графік або поверхню якої візуалізуватиме результуючий дискретний образ, але й шляхом задання локальних диференціальних або інших функціональних умов, які накладаються на окремі вільні вузли чи їх множини, визначаючи шукану форму всієї моделі. Окрім того, можливе одночасне задання і цільових функцій-прообразів, і додаткових умов формоутворення. Після формоутворення визначається такий розподіл внутрішніх зусиль  $R_{ij}$  (або параметрів  $\mathcal{N}_{ij}$ ) у стрижнях, при якому одержана форма моделі залишатиметься стійкою при дії на її вузли нормативних експлуатаційних навантажень. Якщо ж необхідно примусово змінити положення окремих вузлів моделі після початкового формоутворення, то це потрібно робити перед початком розрахунку внутрішніх зусиль.

Список використаних джерел:

1. *Скочко В. І.* Диференціальні закономірності між геометричними і фізичними параметрами сітчастих структур та полів, що їх врівноважують / *В. І. Скочко, Л. О. Скочко* // Основи і фундаменти. – К.: КНУБА, 2013. – Вип. 33. – с. 85-95.
2. *Kulikov P.* The Principles of Discrete Modeling of Rod Constructions of Architectural Objects / *P. Kulikov, O. Ploskiy, V. Skochko* // Lublin-Rzeszow, 2014. Motrol: Commission of Motorization and Energetics in Agriculture, Polish Academy of Sciences, vol. 16 (8), 3-10.
3. *Скочко В. І.* Рівняння параметрів стану та положення в'язей сітчастих структур / *В. І. Скочко, Л. О. Скочко* // Основи і фундаменти. – К.: КНУБА, 2013. – Вип. 34. – с. 47-56.
4. *Скочко В. І.* Рівняння параметрів стану та положення в'язі, що сполучає вільний та закріплений вузли сітчастої структури / *В. І. Скочко* // Містобудування та територіальне планування. – К.: КНУБА, 2014. – с. 521-527.