

ЕВОЛЬВЕНТНО-ЕВОЛЮТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ В ГЕОМЕТРИЧНІЙ МОДЕЛІ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ НАВИВКИ

Національний технічний університет України “КПІ”

У статті розглянуті аспекти моделювання технологічного процесу виробництва деталей методом навивки композитів на базі різних поверхонь Монжа.

Ключові слова: навивка, композити, різні поверхні Монжа, евольвентно-еволютне перетворення, оправка.

Постановка проблеми. Формування виробів з композитних матеріалів передбачає роботу з оправками різних геометричних форм. Економічні показники виробничого процесу залежать від оптимальної комбінації таких параметрів намотки, як ширина композитної стрічки, траєкторія руху та форма напрямних елементів намотувального станка. Вдосконалення параметрів моделей процесу намотки для отримання покращених виробничих показників і визначає мету даного дослідження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання створення моделей технологічного процесу виробництва деталей з композитних матеріалів було розглянуто кількома авторами, наприклад в роботі [1] було запропоновано новий намотувальний станок, в якому траєкторія руху стрічки визначалась за допомогою системи напрямних приладів, запрограмованих в залежності від сигналів камер спостереження. В роботі [2] розглядалось питання покращення намотувального процесу для поверхонь обертання, використовуючи різні схеми армування на різних шарах в залежності від кінцевого призначення та бажаних характеристик виробу.

Основний матеріал дослідження. Розглянемо процес накладання плоскої композитної стрічки, що знаходиться в натягу, на деяку поверхню, Δ' (рис.1). Один кінець стрічки заданою шириною, закріплений на поверхні Δ' , а інший на неї намотується. Тоді лінія АВ, що на виході філь'єри намотувального пристрою, описує поверхню Δ , яка є різьбовою поверхнею Монжа [3,4]. АВ – її профіль, вісь обертання в кожному мить змінює своє положення і збігається з твірною Δ' . Таким чином, Δ' є еволюта поверхні Δ . Поверхня Δ має дві групи ліній кривини: меридіани m (наприклад, АВ, CD на рис. 1), і криві АС, BD, які є ортогональні траєкторії точок ходу. Еволюти LFK і ERS – геодезичні лінії Δ' .

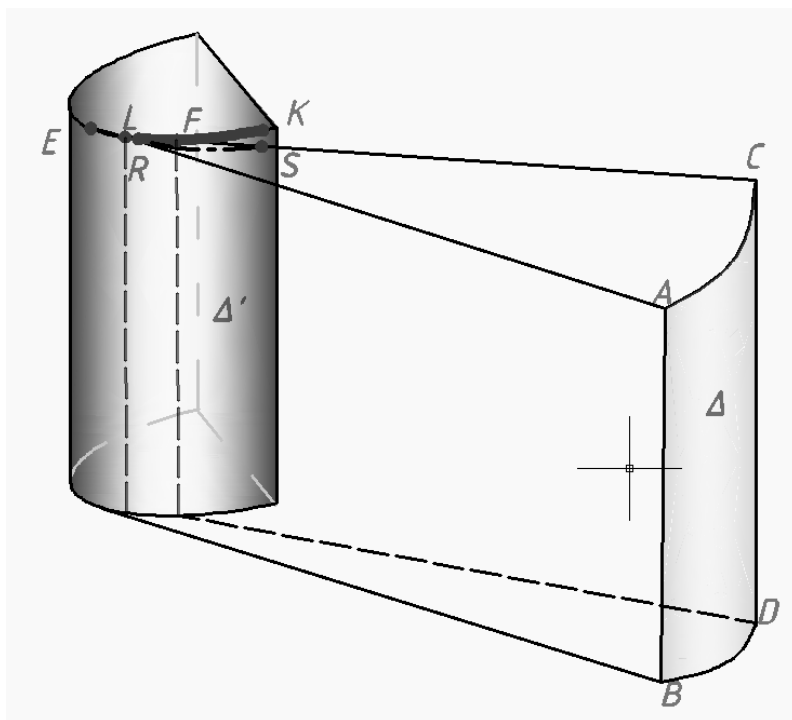


Рис.1 Різьбова поверхня Монжа.

В процесі навивки композитної стрічки на базову поверхню оправки укладальник з системою напрямних роликів рухається по різьбовій поверхні, для якої поверхня оправки є еволютною.

Для моделювання напрямної поверхні руху укладальника намотувального станка постає задача математичного завдання евольвентної поверхні через її лінії кривини за допомогою евольвентно-еволютного перетворення [5].

Одиничний вектор дотичної кривої описується наступним рівнянням:

$$\hat{t}(t) = \frac{x'(t)e_1 + y'(t)e_2}{\sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)}}, \quad (1)$$

де e_1 та e_2 – одиничні орти, або в полярній системі координат:

$$\hat{t}(\varphi) = \frac{(r'(\varphi)\cos\varphi - r(\varphi)\sin\varphi)e_1 + (r'(\varphi)\sin\varphi + r(\varphi)\cos\varphi)e_2}{\sqrt{r'^2(\varphi) + r^2(\varphi)}}, \quad (2)$$

де $r = r(\varphi)$, $\varphi \in [\alpha, \beta]$.

Кривина кривої, заданої в полярній системі координат:

$$\hat{k}(\varphi) = \frac{r^2(\varphi) + 2r'{}^2(\varphi) - r(\varphi)r''(\varphi)}{(r^2(\varphi) + r'{}^2(\varphi))^{3/2}} \quad (3)$$

Різьбова поверхня задається за допомогою (1):

$$\begin{aligned} x_{ev} &= x(t) - \frac{x'(t)}{\sqrt{x'{}^2(t) + y'{}^2(t)}} \int \sqrt{x'{}^2(t) + y'{}^2(t)} dt, \\ y_{ev} &= y(t) - \frac{y'(t)}{\sqrt{x'{}^2(t) + y'{}^2(t)}} \int \sqrt{x'{}^2(t) + y'{}^2(t)} dt, \end{aligned} \quad (4)$$

де t – параметр, x_{ev} , y_{ev} – координати точок меридіану різьбової поверхні, який відповідає траєкторії накладання композитної стрічки по еволютній поверхні оправки.

При завданні кривої в полярній системі координат, враховуючи рівняння одиничного вектора дотичної (2) та рівняння кривини (3), отримуємо наступні вирази:

$$\begin{aligned} x_{ev} &= \frac{(r'{}^2(\varphi) - r(\varphi)r''(\varphi))r(\varphi)\cos\varphi - (r^2(\varphi) + r'{}^2(\varphi))r'(\varphi)\sin\varphi}{r^2(\varphi) + 2r'{}^2(\varphi) - r(\varphi)r''(\varphi)}, \\ y_{ev} &= \frac{(r'{}^2(\varphi) - r(\varphi)r''(\varphi))r(\varphi)\sin\varphi + (r^2(\varphi) + r'{}^2(\varphi))r'(\varphi)\cos\varphi}{r^2(\varphi) + 2r'{}^2(\varphi) - r(\varphi)r''(\varphi)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Висновки та перспективи подальших досліджень. Процеси формування поверхонь оправок та поверхонь-напрямних для руху системи укладання композитної стрічки як частини станка навивки, пов'язані між собою та мають однакову геометричну природу. Це взаємне відношення визначається евольвенто-еволютним перетворенням, та дозволяє вдосконалювати апарат моделювання технологічного процесу навивки.

Література

1. Аюшев Т.В. Геометрические вопросы адаптивной технологии изготовления конструкций намоткой из волокнистых композиционных материалов. – Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2005. – 212 с.
2. Куценко Л.М. Поверхні обертання зі змінної уздовж осі кривиною меридіанів та їх зміцнення шляхом намотування кевларової

нитки/Л.М.Куценко, С.Ю.Руденко//Міжвузівський збірник "Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво . – Вип. 6. – Луцьк:ЛНТУ, 2011 р. - с. 148-153.

3. *Выгодский М.Я.* Дифференциальная геометрия. – М.: Гос. изд-во технико-теор. л-ры, 1949. – 511с.

4. *Ванин В.В.* Эвольвентно-эволютные модели в упорядоченных потоках: дис. доктора техн. наук:15.01.01/В.В.Ванин; КПИ. – К., 1996. – 415с.

5. *Андреев Г.Н.* Дополнительные главы геометрии. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей: Учебное пособие. – М.: МГИУ, 2007. – 183с.

ЭВОЛЬВЕНТНО-ЭВОЛЮТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА НАВИВКИ

В. В. Ванин, Г. П. Грязнова

В статье рассмотрены аспекты моделирования технологического процесса производства деталей методом навивки композитов на базе резных поверхностей Монжа.

INVOLUTE-EVOLUTE TRANSFORMATION IN GEOMETRICAL MODEL OF WINDING TECHNOLOGICAL PROCESS

V. V. Vanin, G. P. Gryaznova

The article considers the aspects of modeling of composites winding technological process of spare parts production based on the carved Monge surfaces.