

УДК 681.31

Мінаєва Ю.І.,

Київський національний університет будівництва і архітектури

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ФОРМУВАННЯ ПОРТФЕЛЮ ЦІННИХ ПАПЕРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДІВ ІЄРАРХІЧНОЇ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ

Розглядаються питання розв'язання задачі формування портфелю цінних паперів за допомогою методів ієрархічної кластеризації. Показано можливість використання для вирішення такої задачі методів найбільш віддаленого та найбільш наближеного сусідів та дендрограм. Наведено приклад.

Проблема формування і оптимізації інвестиційних портфелів цінних паперів (ІПЦП) є однією з найбільш гострих і найменш вирішених у сучасній економіці, хоча її рішення присвячена величезна кількість робіт видатних економістів – лауреатів Нобелівських премій.

Відомо з численних публікацій, що сучасні економісти піддають критиці портфельну теорію Марковіца. Це пояснюється двома причинами: закони розподілу економічних показників не відносяться до нормального розподілу і дисперсія, яка обчислюється як міра ризику, наприклад, для показникового закону або для закону з важкими “хвостами”. Друга причина полягає в тому, що недостатньо враховується невизначеність, характерна для практичної більшості економічних показників.

Але теорія портфелю може бути досліджена і іншими методами, заснованими на класифікації. Слід зазначити, що класифікація може бути виконана різними способами, а саме:

- за допомогою нейронних мереж;
- нейро-нечітких мереж;
- ієрархічної кластеризації.

Аналіз емпіричних даних статистики фінансових ринків, зроблений провідними економістами світу, показує, що властивості процесу руху ринкових цін суперечать базовій гіпотезі статистичної фінансової математики про випадкове блукання.

Встановлено, що на ринки впливають зовнішні політичні, макроекономічні та ін. події, що призводять до таких явищ, як кризи і буми (досягнення цінами екстремальних значень), зміна трендів, стрибки міжринкових кореляцій, розподіл динаміки цін є далеким від нормального.

Перша проблема, що виникає при створенні можливих сценаріїв функціонування ринку – це ідентифікація подій за історичними даним.

Друга проблема – це класифікація і агрегування історичних прецедентів в *узагальнені кластери* в змісті деякого логіко-імовірносного критерія “близькості”.

Явище кластеризації екстремальних значень полягає в тому, що аномально часто екстремальні відхилення впливають один за одним на відносно короткому відрізку часу. Концептуальні моделі багато в чому спираються на *експертні* оцінки; такі моделі слугують єдиним інструментом особливо для ситуації повної відсутності статистичних даних про об'єкт керування.

Існує декілька загальновизнаних парадигм формування портфелю цінних паперів. Одна з них була формалізована Г.Марковіцем у процедурі диверсифікації портфеля на підставі відомої моделі математичного програмування.

Згідно з моделлю Марковіца, якщо портфель моделюється багатовимірною випадковою величиною очікуваної прибутковості його активів, то можна виділити параметри середньої прибутковості, розрахункового відхилення від середнього (ризик) і побудувати кореляційну матрицю стохастичного взаємного зв'язку активів портфеля.

Слід зазначити, що модель формування ПЦП, запропонована Марковіцем, може ефективно застосовуватись для стабільних ринків.

Задача оптимізації фондового портфеля розглядається в двох аспектах: а) задача максимізації прибутковості портфеля при фіксованому рівні його ризику; б) задача мінімізації ризику портфеля при фіксованій необхідній середній прибутковості портфеля.

ПЦП описаний системою статистично пов'язаних випадкових величин з нормальними законами розподілу. Тоді, відповідно до теорії випадкових величин, очікувана прибутковість портфеля r знаходиться за формулою

$$r = \sum_{i=1}^N x_i \times r_i \quad (1)$$

стандартне відхилення портфеля σ -

$$\sigma = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \times x_j \times \rho_{ij} \times \sigma_i \times \sigma_j \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Задача керування таким портфелем описується наступним чином: знайти такий вектор $x = \{x_i\}_{i=1}^N$ що максимізує цільову функцію r при заданому обмеженні на рівень ризику σ :

$$\left\{ \begin{array}{l} r \rightarrow \max \\ \sigma = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \times x_j \times \rho_{ij} \times \sigma_i \times \sigma_j \right)^{\frac{1}{2}} \\ \sigma = \text{const} \leq \sigma_M \\ \sum_{i=1}^N x_i = 1 \end{array} \right. \quad (3)$$

де σ_M – ризик паперу з максимальною середньочікуваною прибутковістю.

Головними недоліками цієї моделі є слабкість гіпотези про статистичність випадкових процесів, і як наслідок, використання кореляції між ЦП. Так як немає статистичності випадкових процесів доходу по ЦП, то немає і статистичного зв'язку між цими випадковими процесами.

В умовах кризи перед утримувачами інвестиційних портфельів постає питання: *якої ж стратегії дотримуватись?* Останнім часом у зв'язку з кризою голова Ради керуючих Фінансової Резервної Системи Америки Бен Бернанке висловився дуже лаконічно, але досить переконливо: “ власник активів має сидіти тихо” і додамо - чекати разом з ринком підвищення ефективності свого портфеля. В умовах кризи переважна більшість інвесторів втрачає свої кошти, одиницям вдається опинитись у виграші, в той же час між ними є група інвесторів, яка залишається при своїх вкладеннях, не втративши коштів, але і не вигравши.

В даний час така стратегія є досить слушною, ми можемо сказати, що в цьому випадку портфель такого інвестора є подібним до самого ринку.

Але головне питання полягає в тому, коли саме інвестор може спокійно чекати зростання ринку.

Ми можемо сказати, що коли інвестор твердо впевнений у тому, що його портфель є певною копією ринку, яка коливається, спадає і зростає разом з ринком, він може спокійно очікувати зростання на ринку. Інакше інвестор має пересвідчитись у надійності стратегії інвестування. Для цього треба знати, що являє собою ринок сьогодні.

Запропонований метод полягає в тому, щоб визначити стан ринку цінних паперів (ЦП), визначити, наскільки є подібним портфель власника активів до стану ринку, і у разі відсутності подібності сформувати такий ПЦП, який би був подібним до ринку за своїм станом. Для цього пропонується використання методів ієрархічної кластеризації.

Запропоновано при використанні ієрархічних дерев враховувати функції належності (ФН) (при їх наявності, тобто при використанні нечітких

множин(НМ)), або приймати рішення за умов відсутності інформації про ФН. Оптимізація портфеля в розглядається в ракурсі кластеризації масивів фінансових даних (ФД) і виявлення на них притаманних їм структур.

Особлива увага приділялась розробці методів моделювання ринку на основі кластеризації з метою виділення такої підмножини ЦП, що практично точно повторює стан ринку і яка може вважатись *портфелем*, при цьому стан підмножини (портфеля) і всієї множини однаково піддаються як падінням так і зростанню ринка.

Основна особливість сучасних економічних процесів в інформаційному плані - багатовимірність, тобто неможливість зведення до одного аспекту чи характеристики всього процесу, неможливість прямого виміру істотних характеристик.

Кластер-аналіз, як відомо, - це спосіб угруповання багатовимірних об'єктів, заснований на представленні результатів окремих спостережень точками придатного геометричного простору з наступним виділенням груп як «згустків» цих точок. Він є одним з основних методів вилучення знань з даних, дозволяє істотно впливати на ефективність економічних процесів.

Запропоновано нову постановку задачі вибору портфеля цінних паперів (ЦП): виконати кластеризацію ринку ЦП таким чином, щоб визначити мінімальну підмножину (в змісті кількості ЦП) - $0S$, що має структурні властивості, аналогічні властивостями вихідної множини.

Множину 0S можна вважати раціональним портфелем, прийнято, що ринок складається з ЦП двох типів чи 2 окремих областей – S^1 і S^2 , що відповідають низькоризиковим і високоризиковим ЦП, кожний ЦП може бути заданий сукупністю параметрів, $S_i = \{s_{ij}\}$, $j=1, 2, \dots$, наприклад, {прибутковість, ризик, вартість}.

Алгоритм полягає в наступних кроках :

- 1) Побудова дендрограми, яка буде характеризувати стан фінансового ринку. Для цього можливе використання методу ближнього та найбільш віддаленого сусідів.
- 2) Побудова дендрограми ПЦП аналогічним методом .
- 3) Визначення фрактальної розмірності дендрограми, побудованої для фінансового ринку, і фрактальної розмірності дендрограми, побудованої для ПЦП.
- 4) Порівняння фрактальних розмірностей отриманих дендрограм.

Якщо отримані розмірності є близькими, то інвестор може продовжувати очікувати разом з ринком, якщо ж визначені фрактальні розмірності суттєво відрізняються одна від одної (більше, ніж на 10%), то необхідно проведення реструктуризації портфеля.

Розглянемо детальніше крок1, крок2: спочатку будується дендрограма для фінансового ринку, потім з отриманого дерева видаляються еквівалентні гілки, тобто гілки, що мають однакові ранги. Потім обчислюється фрактальна розмірність для даної дендрограми. Максимальна кількість видалених гілок має бути такою, щоб фрактальна розмірність модифікованої дендрограми була б майже однаковою з початковою.

Слід зазначити, що дана процедура виконується за методом найбільш наближеного і найбільш віддаленого сусідів. Загальна частина дендрограми, яка залишиться незмінною для обох дендрограм, і буде являти собою ПЦП.

Формула обчислення відстані між кластерами використовується як один з параметрів в алгоритмах кластерного аналізу. Відстань найближчого сусіда є відстань між найближчими об'єктами кластерів:

$$q_{\min}(w_i, w_j) = \min d(x_i, x_j), x_i \in w_i, x_j \in w_m \quad (4)$$

Відстань далекого сусіда – відстань між найбільш віддаленими об'єктами кластерів:

$$q_{\max}(w_i, w_j) = \max d(x_i, x_j), x_i \in w_i, x_j \in w_m \quad (5)$$

Класифікаційні процедури ієрархічного типу призначені для одержання наочного представлення про *стратифікаційну* структуру всієї досліджуваної сукупності об'єктів. Ці процедури засновані на послідовному об'єднанні кластерів (агломеративні процедури) і на послідовній розбивці (дивізімні процедури).

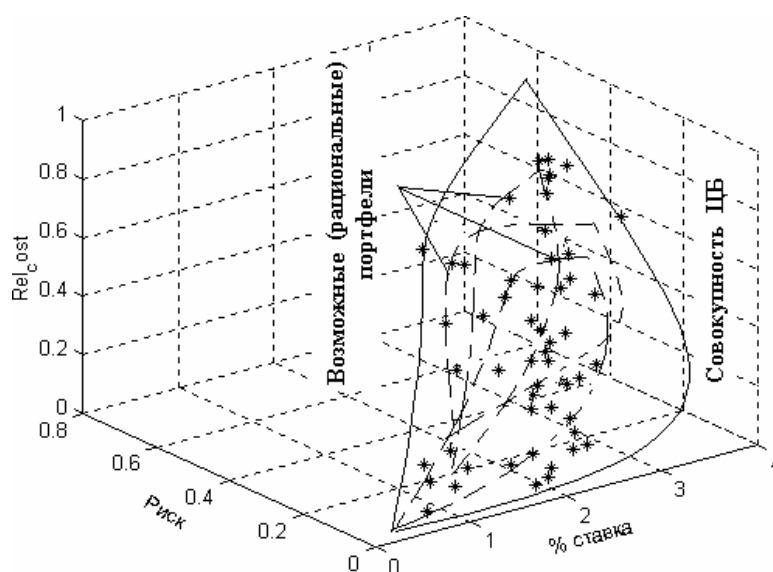


Рис.1. Множина ЦП у координатах “прибутковість, ризик”.

На рис.2 і рис.3 наведені приклади побудованих дендрограм, які характеризують ринок і портфель цінних паперів. Для побудови діаграм використовувався метод ближнього сусіда.

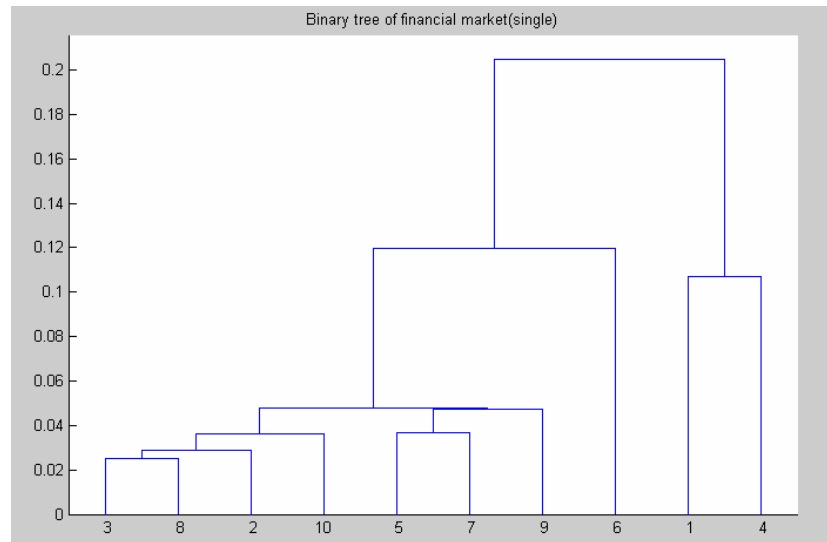


Рис. 2. Дендрограма початкової множини - фінансового ринку.

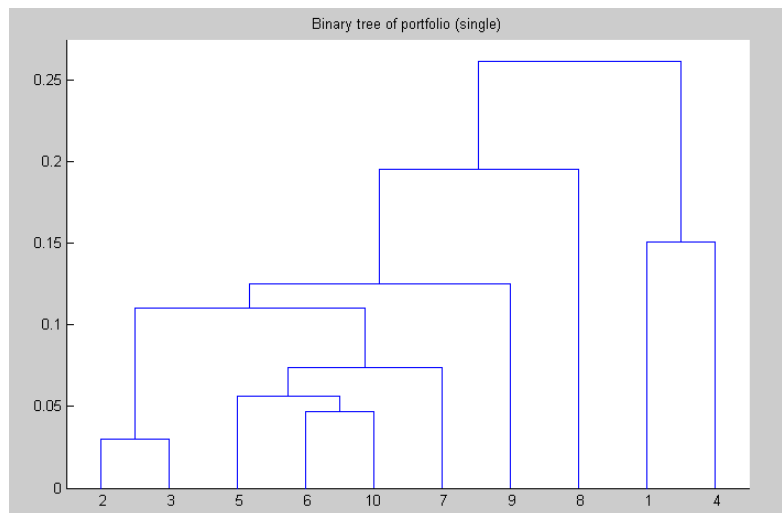


Рис. 3. Модифікована дендрограма – мінімальний портфель.

На рис.4 і рис.5 відповідно наведені приклади побудованих дендрограм, що побудовані методом віддаленого сусіда, і які характеризують ринок і портфель цінних паперів.

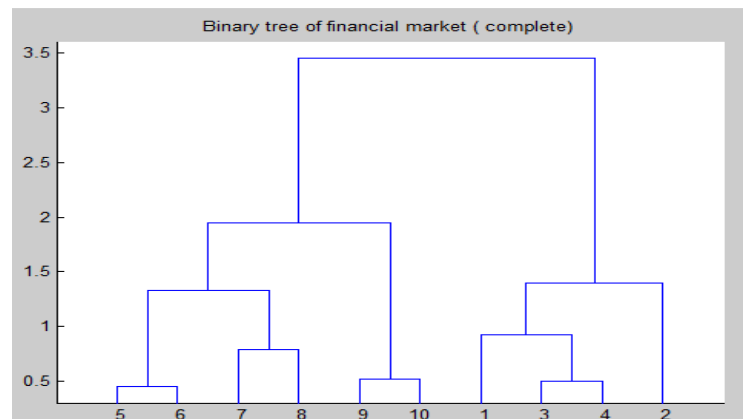


Рис. 4. Дендрограма початкової множини - фінансового ринку;
метод найбільш віддаленого сусіда.

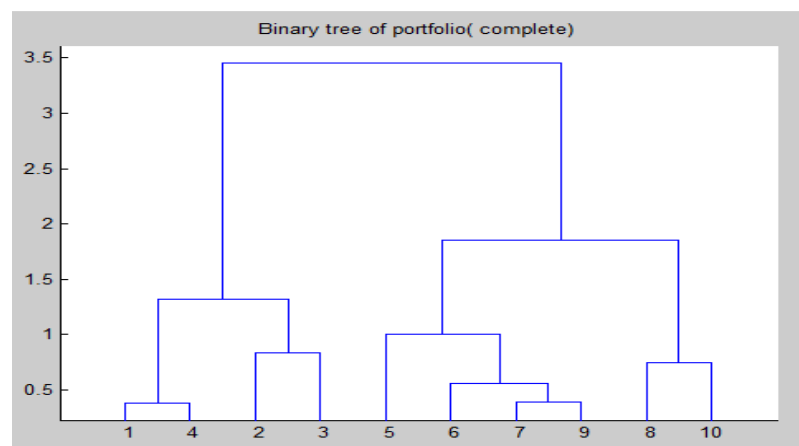


Рис. 5. Модифікована дендрограма – мінімальний портфель; метод найбільш віддаленого сусіда.

На рис.6 наведені початкова множина та підмножина-портфель, утворена шляхом модифікації дендрограми, створеної на підставі початкової множини.

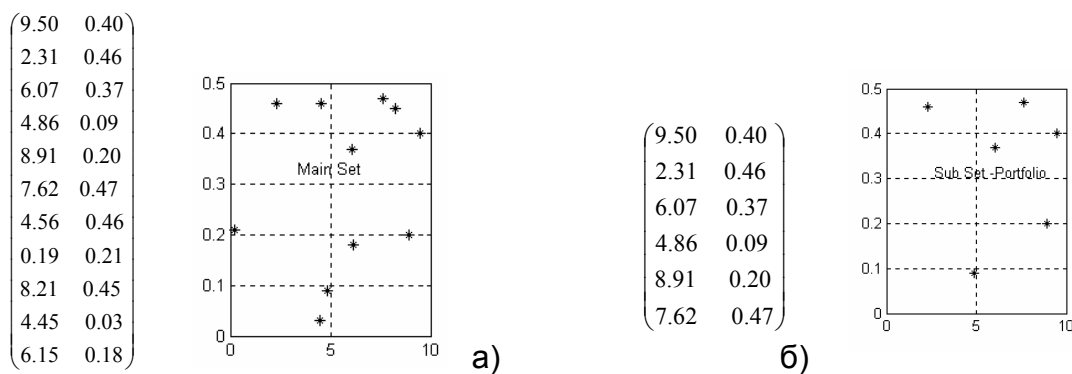


Рис.6. Приклад створення портфеля як структурованої підмножини: а) початкова множина; б) модифікована підмножина – мінімальний портфель

Висновки :

1. В час економічної кризи для вирішення задачі формування портфелю цінних паперів використання моделі Марковіца не є ефективним. Виникає потреба у розробці моделей, які б могли забезпечити створення ПЦП, що повторюватиме поведінку ринку.
2. Основна особливість сучасних економічних процесів в інформаційному плані - багатовимірність, тобто неможливість зведення до одного аспекту чи характеристики всього процесу, неможливість прямого виміру істотних характеристик.
3. Запропонований метод формування портфелю цінних паперів, який дозволяє визначити стан ринку ЦП і сформувати такий ПЦП, який би був подібним до ринку за своїм поведінням.
4. Виконані дослідження дозволили зробити висновок, що невизначеність не впливає принципово на вибір портфеля, якщо його вибирати за умови, що портфель повинний бути таким, щоб він адекватно повторював стан і поведінку ринку – тобто однаково адекватно повторював коливання ринку (в т.ч. невизначеність).

Список літератури

1. Markowitz H. Portfolio Selection // Journal of Finance, vol.VII, №1, March 1952. - Режим доступу: <http://cowles.econ.yale.edu/P/cp/p00b/p0060.pdf>
2. Недосекин А. О. Оптимизация фондового портфеля: новый век - новые идеи. Режим доступу: : http://sedok.narod.ru/s_files/PF_Article_4.zip
3. Мінаєва Ю.І. Застосування нейронних мереж для формування портфеля цінних паперів. Системний аналіз та інформаційні технології: Матеріали XI Міжнародної науково-технічної конференції (26-30 травня 2009р., Київ). – К.: ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ», 2009. – 616 с.
4. Мандель И. Д. Кластерный анализ. - М.: Финансы и статистика. 1988. - 176 с.
5. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility, Fuzzy Sets and Systems 1 (1978) P. 3-28.
6. Dubois D., Prade H. Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty, Plenum Press, New York, 1988.

Аннотация

Рассматриваются вопросы решения задачи формирования портфеля ценных бумаг с помощью методов иерархической кластеризации. Показана возможность использования для такой задачи методов дальнего и ближнего соседа.

Abstract

The questions of deciding the portfolio selection by using methods of hierarchical clustering are considered. Shown possibility of deciding this task with methods of nearest neighbor and further neighbor. Example of deciding is bring.