

УДК 519.21

канд. ф-м. наук, доц. Наголкіна З.І.,
Київський національний університет будівництва і архітектури**СТОХАСТИЧНІ РІВНЯННЯ В ЗАДАЧАХ
НАДІЙНОСТІ БУДІВЕЛЬНИХ СПОРУД.**

Досліджуються деякі наближення розв'язку стохастичного рівняння, що моделює процеси тепло-масопереносу з випадковим збуренням, які виникають в задачах надійності будівельних конструкцій.

Ключові слова. Будівельні конструкції, рівняння тепло-масопереносу, випадкові фактори, стохастичне рівняння, функціональний простір, замкнений оператор, еволюційна сім'я операторів, розрішаючий оператор, наближений розв'язок.

Сучасні будівельні споруди і конструкції включають в себе багато елементів і складових з різноманітним характером взаємодії. При оцінюванні надійності і довговічності об'єктів необхідно оцінювати фактори впливу атмосферних явищ, які мають випадковий характер. Негативний вплив метеорологічних процесів призводить до структурної деградації будівельних матеріалів і зміни їх фізико-хімічних властивостей. Під впливом випадкових коливань і сонячної радіації змінюється температура елементів конструкцій відкритих будівель і споруд, що в свою чергу викликає їх деформацію і переміщення. Саме мінливість в часі і складна взаємодія з навколишнім середовищем обумовлює необхідність моделювати динаміку деякої фізичної характеристики у вигляді стохастичного диференціального рівняння. Як відомо [1] процеси переносу речовини і тепла описуються відповідно рівняннями в частинних похідних

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho(\Delta v) \quad (1)$$

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T \quad (2)$$

В правих частинах (1) і (2) знаходяться замкнені необмежені оператори. Будемо розглядати їх в найбільш загальному вигляді. Це дає можливість досліджувати відповідні диференціальні рівняння методами теорії полугруп і еволюційних операторів. А саме

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x(t) \quad (3)$$

$x(t)$ - деяка фізична характеристика процесу (відповідно до рівнянь (1) або (2) це концентрація, або температура). Вплив випадковості будемо враховувати, як адитивну неоднорідність. В такому випадку рівняння, що описує процес, буде стохастичним

$$dx(t) = A(t)x(t)dt + a(t, x(t))dt + b(t, x(t))dw(t) + \int_H f(t, x(t), z)q(dz)dt \quad (4)$$

При цьому $a(t, x)$ характеризує знесення, $b(t, x)$ - дифузю, $f(t, x, z)$ - стрибкоподібну компоненту випадкового збурення. Нехай виконуються наступні умови: H - функціональний простір Гільберта, $A(t)$ - замкнений не випадковий оператор з областю визначення D_A , яка не залежить від t і породжує сім'ю сильно неперервних еволюційних операторів $U(t, \tau)$, які задовольняють оцінці

$$\|U(t, \tau)x\| \leq e^{\alpha(t-\tau)}\|x\| \quad (5)$$

Тоді розв'язок рівняння (3) має вигляд $x(t) = U(t, s)x(s)$. При виконанні стандартних умов [2] існує єдиний з точністю до стохастичної еквівалентності розв'язок стохастичного рівняння, яке безпосередньо описує випадкове збурення процесу. Таким рівнянням є:

$$\xi(t) = \xi(t_0) + \int_{t_0}^t a(s, \xi(s))ds + \int_{t_0}^t b(s, \xi(s))dw(s) + \int_{t_0}^t \int_H f(s, \xi(s), z)\Pi(dz)ds \quad (6)$$

Цей розв'язок породжує сім'ю стохастичних еволюційних операторів за формулою $\xi(t) = S(t, s, \xi(s)) = S(t, s) \circ \xi(s)$. Згідно з теорією еволюційних рівнянь розв'язок неоднорідного рівняння (4) має вигляд

$$x(t) = U(t, t_0)x_0 + \int_{t_0}^t U(t, s)a(s, x(s))ds + \int_{t_0}^t U(t, s)b(s, x(s))dw(s) + \int_{t_0}^t \int_H U(t, s)f(s, x(s), z)\Pi(dz)ds$$

Це рівняння породжує сім'ю стохастичних еволюційних операторів за формулою $x(t) = V(t, s, x(s)) = V(t, s) \circ x(s)$. Розглянемо розбиття відрізка $[t_0, \theta]$ точками $t_0, t_1, \dots, t_k, t_{k+1}, \dots, t_n = \theta$. На кожному елементарному відрізку $[t_k, t_{k+1}]$ розв'яжемо відповідні рівняння та розглянемо добуток розрішаючих операторів $U(t_{k+1}, t_k)S(t_{k+1}, t_k) \circ x(t_k)$. Має місце наступна теорема.

Теорема. В умовах існування єдиного розв'язку стохастичного рівняння (6) і при виконанні (5), існує єдиний з точністю до стохастичної еквівалентності

розв'язок диференціального рівняння (4), який допускає представлення у вигляді

$$x(t) = p - \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=0}^n U(t_{k+1}, t_k) S(t_{k+1}, t_k) \circ x(t_k) \quad (7).$$

Доведення цієї теореми базується на перевірці умов еквівалентності двох мультиплікативних представлень [3]. Розв'язок вигляду (7) можна інтерпретувати, як наближений. Оскільки це представлення дає змогу покроково розв'язувати не повне рівняння, а окремо – його детерміновану і випадкову частини, що в свою чергу полегшує дослідження.

Література.

- [1]. Лыков А.В. Тепломассообмен (справочник). М., Энергия, 1971. – 560 с.
- [2]. Гихман И.И., Скороход А.В. Теория. случайных процессов, т. 3. Изд. Наука, М, 1973г.
- [3]. Белопольская Я.И., Наголкина З.И. О мультипликативных представлениях решений нелинейных стохастических уравнений, сб: Вероятностные распределения в бесконечномерном пространстве, К., Наукова думка, 1978.

Аннотация.

Исследуются некоторые приближенные решения стохастического уравнения, которое моделирует процессы тепломассопереноса со случайным возмущением, возникающие в задачах надежности строительных конструкций.

Annotation.

Some approximate solutions of the heat and mass transfer equation with random fluctuations are considered. This equation uses in the reliability assessments of the building constructions.