УДК 621.875

В.С. Ловейкін, д.т.н., проф. НУБіПУ;
Д.А. Паламарчук, асистент (КНУБА, Київ)

МЕТОД МІНІМІЗАЦІЇ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ В ШАРНІРНО-ЗЧЛЕНОВАНІЙ СТРІЛОВІЙ СИСТЕМІ КРАНА ПІД ЧАС ЗМІНИ ВИЛЬОТУ

АНОТАЦІЯ. В статті розглянуто метод мінімізації коливань вантажу в шарнірно-зчленованій врівноваженій стріловій системі крана, який дозволяє звести до мінімуму розгойдування вантажу в процесі зміни вильоту.
Ключові слова: оптимізація, виліт, стрілова система, привід, кран.

АННОТАЦИЯ. В статье рассмотрен метод минимизации колебаний груза в шарнирно-сочлененной уравновешенной стреловой системе крана, который позволяет свести к минимуму раскачивания груза в процессе изменения вылета.
Ключевые слова: оптимизация, вылет, стреловая система, привод, кран.

SUMMARY. In the article the method of minimizing vibration load in the hinge-jointed counterbalanced jib system that minimizes the buildup of cargo in the process of changing speed.
Key words: optimization, start, jib system, drive, crane.

Вступ

При зміні вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи на ділянках перехідних процесів виникають значні коливання вантажу на гнучкому підвісі. Ці коливання спричиняють виникнення динамічних навантажень на елементи стрілової системи: стрілу, хобот, відтяжку, механізми приводу та врівноваження, що призводить до швидкого виходу з ладу елементів кінематичних пар та ланок стрілової системи, а також зменшення продуктивності перевантажувальних операцій.

Однією з причин виникнення розгойдування вантажу є нелінійна залежність між кутом повороту стріли та горизонтальним переміщенням кінцевої точки хобота, тобто, при рівномірному обертанні стріли навколо її нижнього шарніру ($\dot{\alpha} = const$) кінцева точка хобота рухається нерівномірно [1, 2]. Також причиною виникнення коливань вантажу є режим руху привідного механізму зміни вильоту стрілової системи [3, 4].

Постановка задачі

Аналізуючи взаємне переміщення кінцевої точки хобота та підвішеного до неї вантажу, можна зробити висновок, що нерівномірність руху кінця хобота по горизонталі можна розглядати як деякий рух, що складається із кількох процесів розгону та гальмування [5]. Причому тривалість цих процесів залежить від інерційних і геометричних характеристик стрілової системи.

Тому постає задача знаходження такого режиму руху механізму зміни вильоту, що забезпечував би мінімальне відхилення вантажу від вертикалі.

Виклад основного матеріалу

Для побудування динамічної моделі приймемо таку стрілову систему, в якій кінцева точка хобота рухається в межах встановленої точності по горизонтальній лінії, яка проходить горизонтально на відстані H від нижнього шарніру стріли, а вантажний канат *7* паралельній до повздовжньої вісі відтяжки *3* (рис. 1).

При розгляді цієї стрілової системи прийнято такі припущення [6]: ланки стрілової системи вважати абсолютно жорсткими, в яких не виникають внутрішні пружні коливання; рух стрілової системи та вантажу відбувається лише у вертикальній площині; вся стрілова система та вантаж повністю врівноважені триланковою системою врівноваження.

Для цієї динамічної моделі за узагальнені координати прийнято кут повороту стріли α та лінійне переміщення вантажу x вздовж вісі X.

Для прийнятої динамічної моделі запишемо диференціальні рівняння руху стрілової системи, основою яких є рівняння Лагранжа другого роду [7]:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} - \dfrac{\partial T}{\partial \alpha} = Q_{\alpha}; \\ \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \dfrac{\partial T}{\partial x} = Q_{x}, \end{cases} \tag{1}$$

де t – час; α, x – узагальнені координати стрілової системи; $\dot{\alpha}, \dot{x}$ – швидкості зміни узагальнених координат; Q_{α}, Q_{x} – узагальнені сили, що відповідають узагальненим координатам відповідно α та x; T – кінетична енергія стрілової системи.

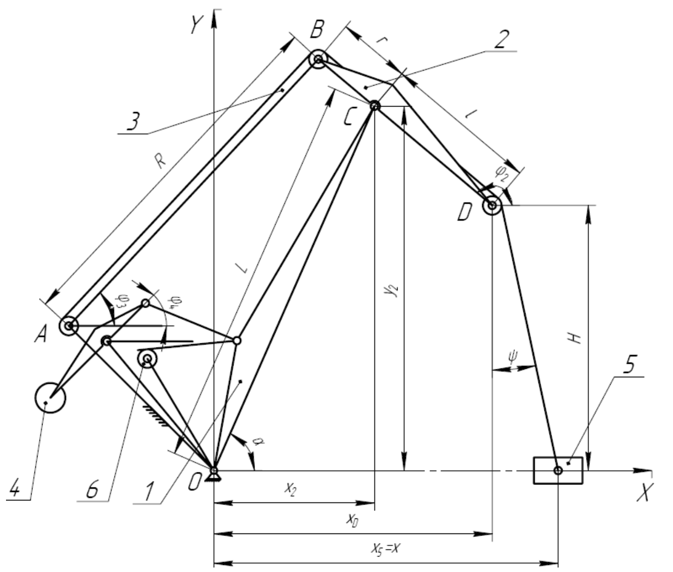

Рис.1. Динамічна модель стрілової системи крана

Кінетичну енергію стрілової системи знайдемо за виразом

$$\begin{aligned} T = \frac{1}{2}J_1\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2\right) + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}_2^2 + \\ + \frac{1}{2}J_3\dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\varphi}_4^2 + \frac{1}{2}J_5\dot{\varphi}_5^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2, \end{aligned} \tag{2}$$

де J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 – моменти інерції відносно вісей обертання відповідно стріли, хобота, відтяжки, рухомої противаги та ротора електродвигуна, при цьому вважаємо, що центр мас хобота співпадає з кінематичною парою *C*; m, m_2 – маси відповідно вантажу і хобота; $\dot{\alpha}, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_4, \dot{\varphi}_5$ – кутові швидкості відповідно стріли, хобота, відтяжки, коромисла рухомої противаги і ротора електродвигуна; $\dot{x}, \dot{x}_2, \dot{y}_2$ – лінійні складові швидкостей центрів мас вздовж вісей *X* і *Y* відповідно вантажу та хобота.

Узагальнені сили визначаються за принципом можливих переміщень і для розглянутої динамічної моделі, з урахуванням вище наведених припущень мають вигляд:

$$\begin{cases} Q_{\alpha} = M\dfrac{\partial \varphi_5}{\partial \alpha} + mg\dfrac{x - x_D}{H}\dfrac{\partial x_D}{\partial \alpha}; \\ Q_x = -mg\dfrac{x - x_D}{H}, \end{cases} \tag{3}$$

де M – рушійний момент на валу електродвигуна; $\dfrac{\partial \varphi_5}{\partial \alpha}$, $\dfrac{\partial x_D}{\partial \alpha}$ – оператори передачі руху першого порядку [8], відповідно для ротора електродвигуна та кінцевої точки хобота; x, x_D – горизонтальні координати відповідно вантажу та кінцевої точки хобота; H – відстань, на якій розміщена горизонтальна лінія руху кінцевої точки хобота відносно нижнього шарніру стріли.

Підставивши вирази (2) та (3) у рівняння Лагранжа другого роду (1), та провівши з ними деякі алгебраїчні перетворення, отримаємо диференціальні рівняння руху стрілової системи під час зміни вильоту вантажу:

$$\begin{cases} J_0\ddot{\alpha} + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial J_0}{\partial \alpha}\dot{\alpha}^2 = M\dfrac{\partial \varphi_5}{\partial \alpha} + mg\dfrac{x - x_D}{H}\dfrac{\partial x_D}{\partial \alpha}; \\ m\ddot{x} = -mg\dfrac{x - x_D}{H}, \end{cases} \tag{4}$$

де J_0 – момент інерції всієї стрілової системи без вантажу, приведений до вісі повороту стріли.

До систем (3) і (4) входить складова $x - x_D$, яка відображає різницю між горизонтальними координатами вантажу та точки *D* хобота.

Використовуючи систему рівнянь (4) знайдемо такий режим руху вантажу, при якому на всій ділянці зміни вильоту забезпечується найменша різниця між горизонтальною швидкістю вантажу та швидкістю точки *D* хобота, тобто:

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\dot{x} - \dot{x}_D\right| \to min. \tag{5}$$

Оскільки значення виразу (5) можуть бути як менші від нуля так і більші, то знайдемо суму квадратів відхилення швидкостей $\dot{x}$ і $\dot{x}_D$.

Вказану суму знайдемо, проінтегрувавши квадрат різниці швидкостей на всій ділянці зміни вильоту:

$$\Delta\dot{x}^2 = \int_0^{t_1} \left(\dot{x} - \dot{x}_D\right)^2 dt = \frac{H^2}{g^2}\int_0^{t_1} \dddot{x}^2 dt, \quad (6)$$

де t_1 – тривалість руху стрілової системи.

Умовою мінімуму функціоналу (6) є рівняння Ейлера-Пуассона [8], яке з урахуванням підінтегральної функції виразу (6) набуває вигляду:

$$\frac{\partial\dddot{x}^2}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\dddot{x}^2}{\partial\dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2}\frac{\partial\dddot{x}^2}{\partial\ddot{x}} - \frac{d^3}{dt^3}\frac{\partial\dddot{x}^2}{\partial\dddot{x}} = 0. \quad (7)$$

Продиференціювавши складові вирази рівняння (7), отримаємо диференціальне рівняння: $\overset{VI}{x} = 0.$ (8)

Проінтегрувавши рівняння (8) за часом, отримаємо систему рівнянь

$$\overset{V}{x} = B_1;\ \overset{IV}{x} = B_1 t + B_2;\ \dddot{x} = \frac{1}{2}B_1 t^2 + B_2 t + B_3;$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{6}B_1 t^3 + \frac{1}{2}B_2 t^2 + B_3 t + B_4; \quad (9)$$

$$\dot{x} = \frac{1}{24}B_1 t^4 + \frac{1}{6}B_2 t^3 + \frac{1}{2}B_3 t^2 + B_4 t + B_5;$$

$$x = \frac{1}{120}B_1 t^5 + \frac{1}{24}B_2 t^4 + \frac{1}{6}B_3 t^3 + \frac{1}{2}B_4 t^2 + B_5 t + B_6,$$

де $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ – постійні інтегрування, які визначаються із крайових умов руху.

Для забезпечення рівних швидкостей руху вантажу та кінцевої точки хобота на початку та в кінці зміни вильоту крайові умови повинні мати такий вигляд:

$$t = 0, x = x_0, \dot{x} = \ddot{x} = 0; t = t_1, x = x_1, \dot{x} = \ddot{x} = 0.$$

За таких крайових умов постійні інтегрування

$$B_1 = 720\frac{x_1 - x_0}{t_1^5};\ B_2 = -360\frac{x_1 - x_0}{t_1^4};$$

$$B_3 = 60\frac{x_1 - x_0}{t_1^3};\ B_4 = B_5 = 0;\ B_6 = x_0. \quad (10)$$

Після підстановки цих постійних інтегрування в залежності (9) знайдемо такий режим руху вантажу, що забезпечує мінімальне середньоквадратичне відхилення між швидкостями вантажу та кінцевою точкою хобота на всій ділянці руху:

$$x = x_0 + \left(x_1 - x_0\right)\left(10 - 15\bar{t} + 6\bar{t}^2\right)\bar{t}^3;$$

$$\dot{x} = 30\frac{x_1 - x_0}{t_1}\left(1 - 2\bar{t} + \bar{t}^2\right)\bar{t}^2;$$

$$\ddot{x} = 60\frac{x_1 - x_0}{t_1^2}\left(1 - 3\bar{t} + 2\bar{t}^2\right)\bar{t}; \quad (11)$$

$$\dddot{x} = 60\frac{x_1 - x_0}{t_1^3}\left(1 - 6\bar{t} + 6\bar{t}^2\right),$$

де t_1 – час руху вантажу; $\bar{t}$ – відносний час руху стрілової системи $0 \le \bar{t} \le 1$.

Причому: $\bar{t} = \dfrac{t}{t_1}$, (12)

де t – значення часу в дану мить $0 \le t \le t_1$.

За допомогою другого рівняння системи (4) встановимо взаємозв'язок між знайденим режимом руху вантажу (11) та механізмом зміни вильоту стрілової системи. Швидкість точки D хобота знайдемо за допомого другого рівняння системи (4):

$$\dot{x}_D = \dot{x} + \frac{H}{g}\dddot{x}. \quad (13)$$

Крім того, горизонтальну швидкість точки D можна знайти, враховуючи кінематичні співвідношення між ланками стрілової системи:

$$\begin{cases} x_D = L\cos\alpha + l\cos\varphi_2; \\ H = L\sin\alpha - l\sin\varphi_2, \end{cases} \quad (14)$$

де L, l – довжина відповідно стріли і хобота; φ_2 – кут нахилу хобота до горизонту в даному положенні стрілової системи.

Із першого рівняння системи (14) знайдемо:

$$\cos\varphi_2 = \frac{x_D - L\cos\alpha}{l};$$

$$\sin\varphi_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{x_D - L\cos\alpha}{l}\right)^2}. \quad (15)$$

Підставивши отримані вирази (15) у друге рівняння системи (14), отримаємо:

$$H = L\sin\alpha - l\sqrt{1 - \left(\frac{x + \frac{H\ddot{x}}{g} - L\cos\alpha}{l}\right)^2}. \quad (16)$$

Згрупуємо подібні члени та піднесемо обидві сторони рівняння до квадрату:

$$\left(L\,sin\,\alpha - H\right)^2 = l^2\left[1 - \left(\frac{x + \frac{H\ddot{x}}{g} - L\,cos\,\alpha}{l}\right)^2\right]. \tag{17}$$

Розкладемо ліву та праву частини виразу (17), як квадрат різниці двох складових:

$$L^2\left(1 - cos^2\alpha\right) - 2HL\sqrt{1 - cos^2\alpha} + H^2 =$$

$$= l^2 - \left(x + \frac{H\ddot{x}}{g}\right)^2 + 2L\,cos\,\alpha\left(x + \frac{H\ddot{x}}{g}\right) - L^2 cos^2\alpha. \tag{18}$$

Замінимо в останньому рівнянні $cos\,\alpha$ на z та $\left(x + \frac{H\ddot{x}}{g}\right)$ на x_D, провівши деякі алгебраїчні перетворення отримаємо квадратне рівняння із невідомим z:

$$H^2 + x_D^2 - l^2 + L^2 - 2x_D L z - 2HL\sqrt{1 - z^2} = 0. \tag{19}$$

Розв'язавши рівняння (19), отримаємо:

$$z_{1,2} = \frac{x_D L\left(H^2 + x_D^2 - l^2 + L^2\right)}{2\left(H^2 + x_D^2\right)L^2} \pm \frac{\sqrt{H^2 L^2\left[-\left(H^2 + x_D^2 - l^2\right)^2 + 2\left(H^2 + x_D^2 + l^2\right)L^2 - L^4\right]}}{2\left(H^2 + x_D^2\right)L^2}. \tag{20}$$

Аналізуючи обидва значення z видно, що дійсним розв'язком рівняння (19) буде:

$$z = \frac{x_D L\left(H^2 + x_D^2 - l^2 + L^2\right)}{2\left(H^2 + x_D^2\right)L^2} - \frac{\sqrt{H^2 L^2\left[-\left(H^2 + x_D^2 - l^2\right)^2 + 2\left(H^2 + x_D^2 + l^2\right)L^2 - L^4\right]}}{2\left(H^2 + x_D^2\right)L^2}, \tag{21}$$

оскільки лише цей розв'язок забезпечує корінь z, що відповідає поставленим умовам задачі.

Кутова координата стріли α, що відповідає оптимальному режиму руху вантажу, визначається як

$$\alpha = arccos\,z. \tag{22}$$

Проведемо дослідження оптимального руху вантажу для стрілової системи крана МАРК 40 [10] з такими характеристиками:

– мінімальний виліт $S_{min} = 7{,}4\,м$;

– максимальний виліт $S_{max} = 30\,м$;

– середня швидкість зміни вильоту $V = 1{,}05\,м/с$;

– час зміни вильоту від мінімального до максимального $t = 22с$;

– довжина стріли $L = 25{,}76\,м$;

– довжина хобота $l = 10{,}16\,м$;

– довжина підвісу вантажу $H = 14{,}7\,м$;

– маса стріли $m_1 = 12650\,кг$;

– маса хобота (в зборі з контрхоботом) $m_2 = 5423\,кг$;

– маса відтяжки $m_3 = 3114\,кг$;

– маса противаги $m_4 = 13525\,кг$;

– середня вантажопідйомність крана на основному гаку $m = 20000\,кг$.

Для дослідження руху вантажу під час зміни вильоту побудуємо графіки залежності переміщення, швидкості і прискорення від часу (рис. 2).

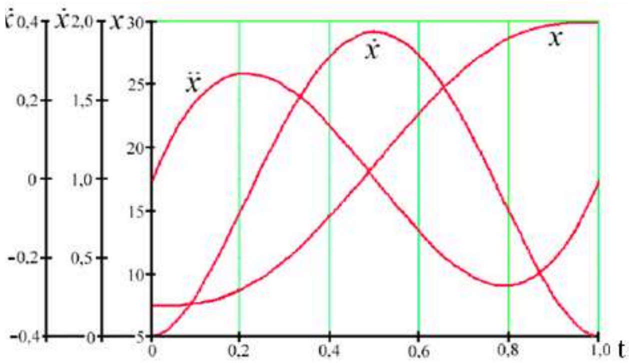

Рис.2. Графіки зміни координати, швидкості та прискорення вантажу

Також побудуємо графіки залежності переміщення, швидкості та прискорення від часу і для кінцевої точки хобота *D* (рис. 3).

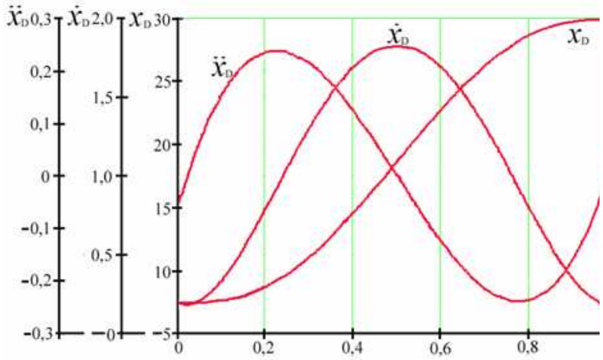

Рис.3. Графіки зміни координати, швидкості та прискорення точки *D* хобота

Для того, щоб проаналізувати на скільки відхиляється вантаж від заданого положення в кожен момент часу, побудуємо графік $\Delta x = f(t)$, який є відображенням різниці $\Delta x = x - x_D$ між горизонтальною координатою вантажу x та горизонтальною координатою точки D (рис. 4).

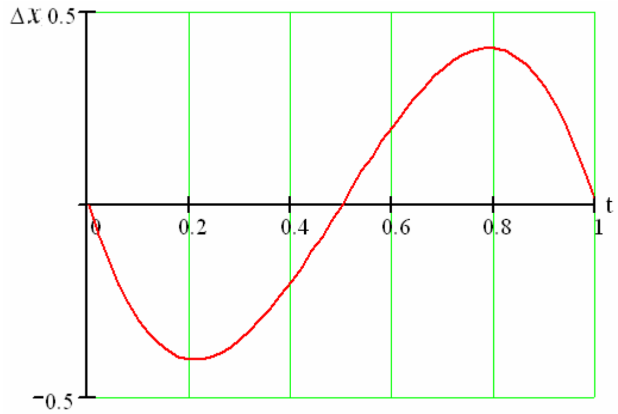

Рис.4. Графік зміни відхилення Δx в процесі руху стрілової системи

Проаналізуємо також різницю $\Delta \dot{x} = \dot{x} - \dot{x}_D$ між швидкістю вантажу та горизонтальною швидкістю точки D хобота. Для цього побудуємо графік $\Delta \dot{x} = f(t)$ (рис. 5).

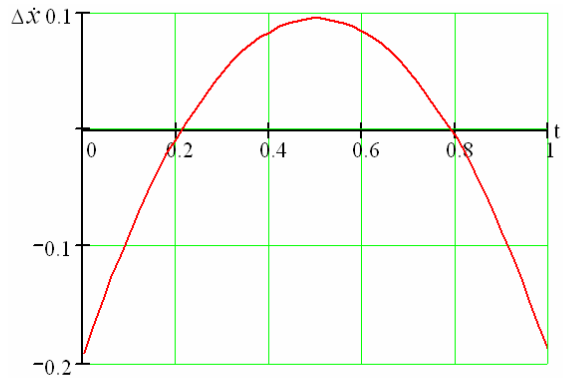

Рис.5. Графік зміни відхилення $\Delta \dot{x}$ в процесі руху стрілової системи

Проаналізуємо різницю $\Delta \ddot{x} = \ddot{x} - \ddot{x}_D$ між прискоренням вантажу та горизонтальним прискоренням точки D. Для цього побудуємо графік $\Delta \ddot{x} = f(t)$ (рис. 6).

За допомогою рівності (22) побудуємо графік зміни кута нахилу стріли α залежно від часу, тобто $\alpha = f(t)$ (рис. 7).

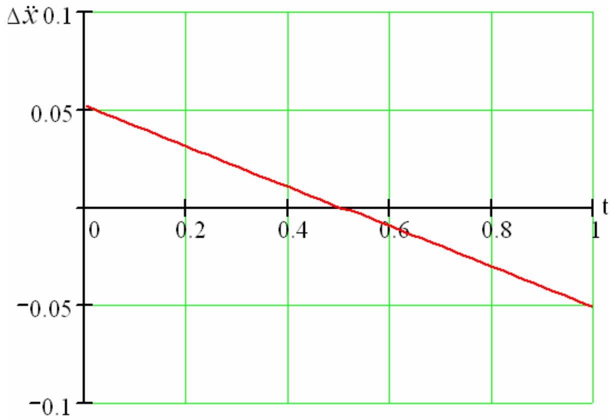

Рис.6. Графік зміни відхилення $\Delta \ddot{x}$ в процесі руху стрілової системи

Графіки (рис. 2-7) побудовані при зміні вильоту від мінімального значення S_{min} до максимального S_{max}.

Продиференціювавши вираз (22) за часом, отримаємо залежність для визначення кутової швидкості руху стріли в

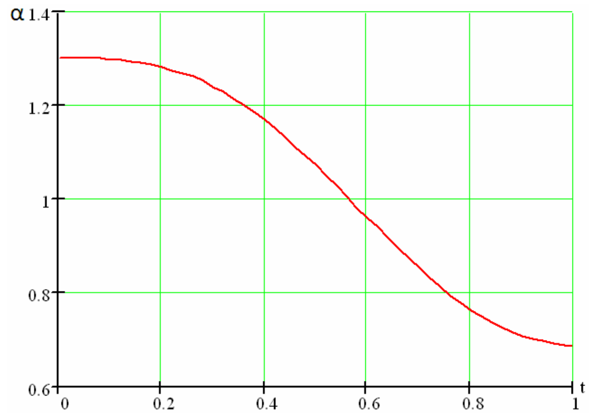

Рис.7. Графік зміни кутової координати стріли α в процесі руху стрілової системи

кожен момент часу

$$\dot{\alpha} = -\frac{\dot{z}}{\sqrt{1-z^2}}, \tag{23}$$

де $\dot{z}$ – вираз (21) продиференційований за часом.

Використовуючи вираз (23) побудуємо графік зміни кутової швидкості стріли при зміні вильоту вантажу від мінімального значення до максимального (рис.8).

Для більш повного дослідження руху стрілової системи також знайдемо кутове прискорення стріли при збільшенні вильоту.

Для цього продиференціюємо вираз (23) за часом:

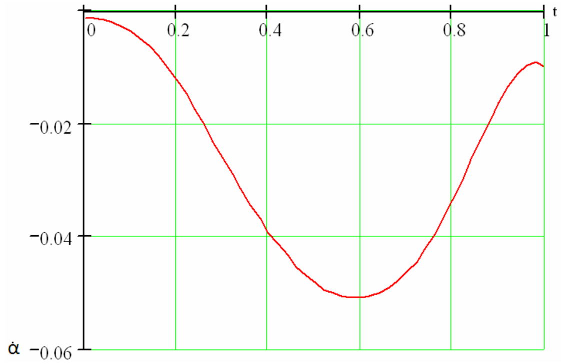

Рис.8. Графік зміни кутової швидкості стріли $\dot{\alpha}$ в процесі руху стрілової системи

$$\ddot{\alpha} = -\frac{\ddot{z}}{\sqrt{1-z^2}} - \frac{\dot{z}^2 z}{\left(1-z^2\right)^{\frac{3}{2}}}, \qquad (24)$$

де $\ddot{z}$ – друга похідна від виразу (21) за часом.

Використовуючи вираз (24) побудуємо графік зміни кутового прискорення стріли залежно від відносного часу (рис. 9). При цьому зміна вильоту стрілової системи відбувається від мінімального значення до максимального.

Висновки. В результаті проведених досліджень було встановлено режим руху шарнірно-зчленованої стрілової системи, який забезпечує мінімальні коливання вантажу на всій ділянці руху при зміні вильоту вантажу від мінімального значення до максимального. Також було встановлено закони руху стріли, за яких можливе забезпечення мінімального коливання вантажу.

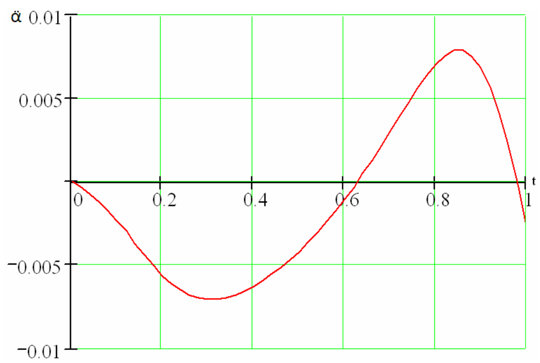

Рис.9. Графік зміни кутового прискорення стріли $\ddot{\alpha}$ в процесі руху стрілової системи

Однак, отриманий закон руху не може бути реалізований на практиці, оскільки неможливо забезпечити потрібні початкові умови руху вантажу. Тому, що згідно графіків (рис. 2-3, 5), потрібно, щоб на початку руху вантаж мав швидкість 0,191 м/с, вектор якої спрямований в сторону протилежну до напрямку руху стрілової системи, що неможливо.

Тому для знаходження законів руху стрілової системи, які б забезпечували найменші коливання вантажу, потрібна мінімізація різниці прискорень і ривків вантажу та кінцевої точки хобота.

Література

1. *Ланг А.Г.* Портальные краны / А.Г.Ланг, В.С.Майзель. – Москва, Ленинград : Машгиз, 1953. – 208 с.
2. *Ланг А.Г.* Портальные краны / А.Г.Ланг, И.С.Мазовер, В.С.Майзель. – Москва, Ленинград : Машгиз, 1962. – 284с.
3. *Ловейкин В.С.* Динамический анализ стреловых систем кранов с горизонтальным перемещением груза при изменении вылета: дис. кандидата тех. наук : 05.05.05 / Ловейкин Вячеслав Сергеевич. – К., 1982. – 268 с.
4. *Ловейкін В.С.* Оптимізація режиму зміни вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи крана / В.С.Ловейкін, Д.А.Паламарчук // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – 2008. – №72. С. 21…27.
5. *Комаров М.С.* Динамика грузоподъемных машин / М.С.Комаров. – Москва, Киев : Машгиз, 1962. – 268 с.
6. *Ловейкин В.С.* Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин : [учеб. пособие] / В.С.Ловейкин. – К. : УМК ВО, 1990. – 168 с.
7. *Яблонский А.А.* Курс теоретической механики. В 2 ч. Ч. 2. Динамика : [учеб. пособие] / А.А.Яблонский, В.М.Никифорова. – М. : Высшая школа, 1977. – 430 с.
8. *Горский Б.Е.* Методика составления операторов передачи движения / Б.Е.Горский, В.С.Ловейкин // Горные, строительные и дорожные машины. – 1979. – №28. – С. 99…105.
9. *Цлаф Л.Я.* Вариационное исчисление и интегральные уравнения / Л.Я.Цлаф. – Санкт-Петербург : Лань, 2005. – 192 с.
10. *Святославский А.* Украинские «Марки» для украинских портов / А.Святославский // Транспорт. – 2004. – №22. – С. 11…15.

Рецензент: М.Г. Діктерук, к.т.н., доц. (КНУБА, Київ)

Отримано: 26.11.2010 р.
Отримано: 26.11.2010