УДК 539.375

В.А. Баженов, д-р техн. наук
С.О. Пискунов, канд. техн. наук
О.С. Сахаров, д-р техн. наук
О.О. Шкриль, канд. техн. наук
Д.В. Богдан

ЕФЕКТИВНІСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ *J*-ІНТЕГРАЛА В ЗАДАЧАХ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Наведений алгоритм розв'язання задач пружнопластичності на основі МСЕ. Розглянута методика визначення *J*-інтеграла методом напружень та методом реакцій. Вірогідність розв'язання задач пружнопластичності доведена на тестовій задачі про згин компактного зразка. Проведено дослідження виконання умови інваріантності *J*-інтеграла і доведена вірогідність його визначення при пружнопластичному деформуванні на прикладі двох тестових задач.

Вступ. Розв'язання переважної більшості задач механіки руйнування вимагає застосування чисельних методів, зокрема методу скінченних елементів (МСЕ). При цьому невід'ємним етапом розв'язання задачі є обчислення параметрів механіки руйнування, найбільш універсальним з яких є *J*-інтеграл Черепанова-Райса [10, 11]. Як відомо, теоретично *J*-інтеграл є незалежним (інваріантним) від шляху інтегрування, тобто таким, величина якого не залежить від форми й розмірів контуру інтегрування та дорівнює нулю по будь-якому замкнутому контуру. В роботах [2,4] було показано, що безпосередня реалізація класичної формули для обчислення *J*-інтеграла із використанням величин напружень і градієнтів переміщень (метод напружень) дозволяє отримувати результати, що задовольняють умовам інваріантності , лише для обмеженого кола задач. Зважаючи на це, в згаданих роботах розроблений підхід, що орієнтований на скінченоелементне розв'язання задачі про напружено-деформований стан і ґрунтується на використанні для обчислення *J*-інтеграла величин вузлових реакцій і переміщень (метод реакцій). Його використання дозволило отримати інваріантні величини *J*-інтеграла в задачах пружного та, в часткових випадках, пружнопластичного деформування. Тому актуальним є подальше дослідження вірогідності значень *J*-інтеграла при появі та розвитку пружнопластичних деформацій.

Розв'язання задачі пластичності. При наявності незворотних деформацій пластичності зв'язок між напруженнями і деформаціями визначається на основі співвідношень теорії пластичного течіння [5, 6]. В цьому випадку прирощення повних деформацій $d\varepsilon_{ij}$ може бути подане сумою прирощень пружних деформацій $d\varepsilon_{ij}^{T}$ і прирощень деформацій пластичності $d\varepsilon_{ij}^{p}$:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{e} + d\varepsilon_{ij}^{p} . \quad (1)$$

При використанні співвідношень теорії пластичного течіння вважається, що матеріал є пластично-нестикуваним і змінення його об’єму є лінійно-пружним:

$$\varepsilon_{i(i)}^{p} = 0 , \quad \varepsilon_{i(i)} = \varepsilon_{i(i)}^{e} .$$

Прирощення пластичних деформацій визначається згідно з асоційованим законом :

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = \lambda_p \frac{\partial f_p}{\partial s^{ij}} = \lambda_p s_{ij} , \quad (2)$$

де $f_p = \frac{1}{2} s_{ij} s^{ij} - \left[\tau_s \left(\vartheta_p \right) \right]^2 = 0$ – поверхня текучості, що обмежує область пружних деформацій; $\tau_s \left(\vartheta_p \right)$ – межа текучості при чистому зсуві; $\vartheta_p = \int_{\varepsilon_{ij}^{p}} \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^{p} d\varepsilon^{ij\,p}}$ – параметр зміцнення Одквіста; $s_{ij} = \sigma^{ij} - \frac{1}{3} \delta_{kl} \sigma^{kl} g^{ij}$ – компоненти девіатора напружень; δ_{kl} – символ Кронекера.

Чисельне моделювання процесу пружнопластичного деформування здійснюється на основі крокового алгоритму. Вибір кроку за навантаженням Δp здійснюється виходячи з необхідності вірогідного моделювання процесу деформування, зокрема урахування впливу змінення фізико-механічних характеристик матеріалу, визначення рівня деформацій пластичності та розмірів зон пластичності. При цьому значення Δp суттєво залежать від механічних характеристик матеріалу (параметрів кривих пружнопластичного деформування) та характеру змінення зовнішнього навантаження.

На кожній ітерації n кроку m вектор прирощень невідомих амплітудних переміщень $\{ \Delta U \}_n^m$ системи нелінійних рівнянь МСЕ може бути поданий у вигляді [0]:

$$\{ \Delta U \}_n^m = \{ \Delta U \}_{n-1}^m + \beta \, [K]^{-1} \left(\{ Q \}^m - \{ R \}_n^m \right) , \quad (3)$$

де β – параметр релаксації ($1 \le \beta < 2$), $\{Q\}^m$ – вектор повних вузлових навантажень на кроці m; $[K]$ – матриця жорсткості, $\{R\}_n^m$ – вектор вузлових реакцій на ітерації n кроку m, обчислений за величинами повних напружень σ^{ij}:

$$\left(\sigma^{ij}\right)_n^m = \left(\sigma^{ij}\right)_{n-1}^m + \left(\Delta\sigma^{ij}\right)_n^m, \tag{4}$$

змінення яких відбуваються внаслідок прирощення зовнішнього навантаження і відповідного нелінійного деформування матеріалу.

Величини напружень, отримані після розв'язання задачі пружнопластичності в загальному випадку можуть перевищувати величину межі текучості матеріалу τ_s. Відповідно, після розв'язання задачі пружнопластичності в кожному скінченому елементі здійснюється перевірка умови наявності пластичного деформування:

$$\tau > \tau_s \tag{5}$$

де $\tau = \sqrt{s_{ij} s^{ij} / 2}$ – поточне значення інтенсивності дотичних напружень; s_{ij} – компоненти девіатора напружень.

При виконанні умови (5) у відповідних точках конструкції проводиться визначення напружено-деформованого стану, яке пов'язано із прирощенням миттєвих деформацій пластичності. З цією метою на початку кожної ітерації n кроку m прирощення напружень $\left(\Delta\sigma_{ij}\right)_n^m$ в (4) визначаються згідно з законом Гука за величиною прирощення повних деформацій. Дійсні значення напружень $\left(\overline{\sigma_{ij}}\right)_n^m$, що використовуються для визначення компонент вектора вузлових реакцій $\{R\}_n^m$, обчислюються за формулою:

$$\left(\overline{\sigma_{ij}}\right)_n^m = \frac{1}{3}\delta^{ij}\left(\sigma_{ij}\right)_n^m + \left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m = \left(\sigma_o\right)_n^m + \left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m, \tag{6}$$

де $\left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m$ – компоненти девіатора дійсних напружень, що враховують прирощення нелінійних деформацій пластичності.

Визначення компонент девіатора $\left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m$ при наявності деформацій пластичності здійснюється з урахуванням поточних значень межі текучості τ_s [12]:

$$\left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m = \left(s^{ij}\right)_n^m \frac{\tau_s}{\tau}. \tag{7}$$

Напруження, отримані за формулами (6), (7), використовуються для подальшого обчислення вектора вузлових реакцій і перевіряються за умовою збіжності ітераційного процесу, в разі виконання якої ітераційний процес визначення миттєвих деформацій пластичності припиняється. Далі проводиться обчислення дійсних значень прирощень деформацій пластичності $\left(\Delta\varepsilon_{ij}^p\right)_m$:

$$\left(\Delta\varepsilon_{ij}^p\right)_m = \left(1-\frac{\tau_s}{\tau_i}\right)\left(\overline{s_{ij}}\right)_m \Big/ G_1, \tag{8}$$

та повних величин деформацій пластичності:

$$\left(\varepsilon_{ij}^p\right)_m = \left(\varepsilon_{ij}^p\right)_{m-1} + \left(\Delta\varepsilon_{ij}^p\right)_m. \tag{9}$$

Умовою збіжності ітераційного процесу на кроці є нерівність:

$$\left(\{Q\}^m - \{R\}_n^m\right) \le \zeta \left\|\{Q\}^m\right\|, \tag{10}$$

де $\zeta = 10^{-4}....10^{-6}$ – параметр точності розв’язання системи нелінійних рівнянь, який може бути визначений на основі дослідження збіжності отримуваного розв’язку.

При реалізації алгоритму (10), зважаючи на незначну відмінність прирощень параметрів напружено-деформованого стану порівняно з їх повними значеннями на двох послідовних кроках за навантаженням, для підвищення ефективності запропонованого алгоритму та, відповідно, зменшення обсягу обчислювальних витрат було реалізовано підхід, що базується на застосуванні екстраполяції прирощень переміщень $\left\{\Delta\widehat{U}\right\}_1^m$ за їх величинами, отриманими на попередньому кроці $\left\{\Delta U\right\}^{m-1}$:

$$\left\{\Delta\widehat{U}\right\}_1^m = \left\{\Delta U\right\}^{m-1} \frac{\left\{\Delta Q\right\}^m}{\left\{\Delta Q\right\}^{m-1}}. \tag{11}$$

де $\left\{\Delta Q\right\}^m$ і $\left\{\Delta Q\right\}^{m-1}$ – прирощення навантаження даного і попереднього кроків.

За величиною отриманих переміщень обчислюються вузлові реакції $\{R\}_1^m$, які в подальшому використовуються в ітераційному процесі. Вірогідність і ефективність викладеного алгоритму показана в роботах [0,3].

Обчислення *J*-інтеграла за методом напружень. Загальна формула обчислення *J*-інтеграла має наступний вигляд:

$$J_k = \frac{1}{\Delta}\left(W n_k - \sigma^{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} n_j \right) dF \ , \tag{12}$$

де $W = \int\limits_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij}\, d\varepsilon_{ij}$ – величина повної енергії деформування:; $\sigma^{ij}, \varepsilon_{ij}$ – компоненти тензорів напружень і деформацій; n_k, n_j – проекції зовнішньої нормалі до поверхні інтегрування F на напрямок розвитку тріщини k і вісі місцевої системи координат x_j; u_i – переміщення.

При скінченоелементному обчисленні *J*-інтеграла розміри області в околі точки фронта тріщини визначаються параметрами дискретної моделі. Розглянемо контур для обчислення *J*-інтеграла в околі точки фронта тріщини. Контур охоплює вершину тріщини і проходить через центри СЕ на певній відстані від неї (рис.1).

В межах кожного скінченого елемента інтегрування здійснюється за віссю, вздовж якої контур перетинає СЕ. У межах тих СЕ, що містять кутові точки контуру, інтегрування проводиться за двома ділянками, довжина кожної з яких дорівнює $\Delta s_j / 2$ і відповідає напрямкам осей x_1 і x_2.

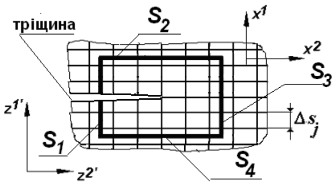

Рис. 1. Контур для обчислення *J*-інтеграла

Із врахуванням СЕ подання контуру формула обчислення *J*-інтеграла на основі величин напружень та градієнтів переміщень, визначених в центрі СЕ, набуде вигляду:

$$\begin{aligned} J = J(\sigma,\zeta) = \sum_{j=1}^{N_3}(W\,\Delta s)_j - \sum_{j=1}^{N_1}(W\,\Delta s)_j - \sum_{j=1}^{N_1}\left(n_i\ \sigma^{ik'}\ \zeta_{k'2'}\,\Delta s\right)_j - \\ - \sum_{j=1}^{N_2}\left(n_i\ \sigma^{ik'}\ \zeta_{k'2'}\,\Delta s\right)_j - \sum_{j=1}^{N_3}\left(n_i\ \sigma^{ik'}\ \zeta_{k'2'}\Delta s\right)_j \end{aligned} \ , \tag{13}$$

де N_1, N_2, N_3, N_4 – загальна кількість СЕ на ділянках S_1, S_2, S_3, S_4, крізь які проходить обраний для обчислення J-інтеграла контур; Δs_j – довжина відрізку контура в межах j-го СЕ.

Розв'язання двовимірних задач в пружній постановці показало, що для отримання вірогідних результатів в околі вершини тріщини достатньо використовувати СЕ із розмірами Δs_j в 10 разів меншими від довжини тріщини, а контур інтегрування повинен проходити в третьому від вершини тріщини СЕ [0,2].

Вірогідність такої методики визначення J-інтеграла в задачах пружнопластичного деформування було апробовано при розв'язанні задачі про деформування компактного зразка (рис. 2). Зразок виготовлений зі сталі 12Х2МФА, фізико-механічні характеристики якої $E = 2.05 \times 10^{11}$ Па, $\nu = 0.3$ [7]. Закон пластичного деформування має наступний вигляд :

$$\bar{\sigma} / \sigma_m = 1 + 0.645(\bar{\varepsilon}_p)^{0.388},$$

де $\sigma_m = 637$ МПа - межа текучості; $\bar{\sigma}$ - інтенсивність нормальних напружень; $\bar{\varepsilon}_p$ - інтенсивність деформацій.

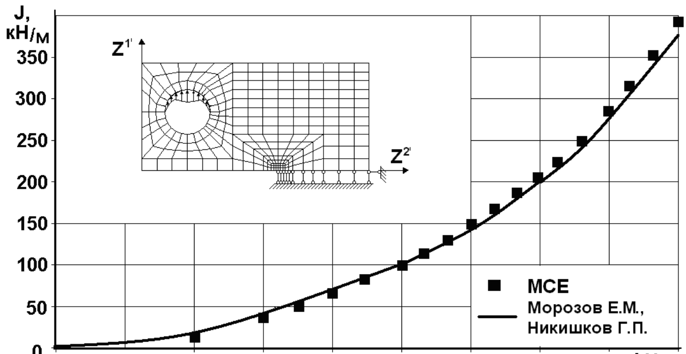

Рис. 2. Розподіл J-інтеграла в компактному зразку

Традиційно розрахунок компактного зразка здійснюється в умовах плоскої деформації. Дискретна модель, при якій досягається збіжність результатів визначення напружено-деформованого стану, показана на рис. 2 Отримані значення J-інтеграла при різних величинах навантажень збігаються з наведеними в [7].

Обчислення J-інтеграла за методом реакцій. В деяких роботах [8,9] зазначається, що при наявності пружнопластичних деформацій значення J-інтеграла, обчислені в дискретних моделях МСЕ, втрачають інваріантність. Зважаючи на це в роботі [2], шляхом подання величин енергії деформування і градієнтів переміщень через величини вузлових реакцій і переміщень був отриманий вираз дискретного аналога J-інтеграла.

Розглянемо фрагмент контура інтегрування в межах СЕ. Величина енергії деформування СЕ W, що обчислена вздовж позначеного на рис. 3 відрізка контуру Δs_j, дорівнює:

$$\left(W\,\Delta s\right)_j = -\frac{1}{2\left(\Delta z^{2'}\right)}\left\{u\right\}_j^T\left\{R\right\}_j, \tag{14}$$

де $\left\{u\right\}_j = \left\{\left\{u_{k'}\right\}_i\right\}, \left\{R\right\}_j = \left\{\left\{R_{k'}\right\}_i\right\}$ – вектори переміщень і вузлових реакцій j-го СЕ, компоненти яких показані на рис. 3: індекс i відповідає номерам вузлів у межах СЕ, i=1,2,3,4, індекс k' – напрямкам осей базисної системи координат $z^{k'}$.

Усереднені величини вузлових реакцій, що діють вздовж сторін 2-4 і 1-3 СЕ, з використанням величин напружень можуть бути представлені у вигляді:

$$R_{2-4}^{k'} = n_i\ \sigma^{ik'}\,\frac{\Delta s}{2}\ ,$$

$$R_{1-3}^{k'} = n_i\ \sigma^{ik'}\,\frac{\Delta s}{2}\ .$$

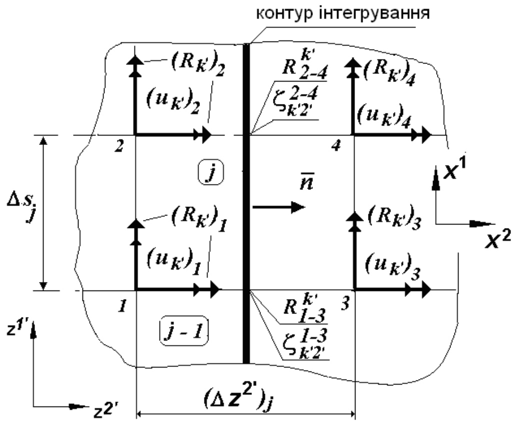

Рис. 3. Відрізок контуру інтегрування в межах i-го СЕ

В той же час ці величини можуть бути представлені з використанням вузлових реакцій СЕ:

$$R_{2-4}^{k'}=\frac{\left(R^{k'}\right)_2+\left(R^{k'}\right)_4}{2}\ ,\qquad R_{1-3}^{k'}=\frac{\left(R^{k'}\right)_1+\left(R^{k'}\right)_3}{2}\ .$$

Аналогічно можуть бути представлені величини градієнтів переміщень на сторонах 1-2 і 3-4 розглянутого СЕ:

$$\zeta_{k'2'}^{2-4}=\frac{\left(u_{k'}\right)_4-\left(u_{k'}\right)_2}{\Delta z^{2'}}\ ,\qquad \zeta_{k'2'}^{1-3}=\frac{\left(u_{k'}\right)_3-\left(u_{k'}\right)_1}{\Delta z^{2'}}\ .$$

З урахуванням введених позначень формула (13) для контурного інтеграла набуде вигляду:

$$J_{\Pi}=J\left(u,R\right)=\sum_{j=1}^{N_3}\frac{1}{2\left(\Delta z^{2'}\right)_j}\left\{u\right\}_j^T\left\{R\right\}_j-\sum_{j=1}^{N_1}\frac{1}{2\left(\Delta z^{2'}\right)_j}\left\{u\right\}_j^T\left\{R\right\}_j-$$
$$-\sum_{j=1}^{N_1}\left(R^{k'}\frac{\left(\left\{u_{k'}\right\}_3+\left\{u_{k'}\right\}_4\right)-\left(\left\{u_{k'}\right\}_1+\left\{u_{k'}\right\}_2\right)}{2\Delta z^{2'}}\right)_j-\sum_{j=1}^{N_2}\left(R^{k'}\frac{\left\{u_{k'}\right\}_4-\left\{u_{k'}\right\}_2}{2\Delta z^{2'}}\right)_j-$$
$$-\sum_{j=1}^{N_3}\left(R^{k'}\frac{\left(\left\{u_{k'}\right\}_3+\left\{u_{k'}\right\}_4\right)-\left(\left\{u_{k'}\right\}_1+\left\{u_{k'}\right\}_2\right)}{2\Delta z^{2'}}\right)\ ,\qquad (15)$$

Для зазначеного виразу в [2] була доведена його інваріантність для дискретної моделі, регулярної в напрямку зростання тріщини.

Результати дослідження збіжності величин *J*-інтеграла при пружнопластичному деформуванні. При розв’язанні тестових задач проведені дослідження збіжності величин *J*-інтеграла за характерним розміром контуру інтегрування при пружнопластичному деформуванні при його обчисленні методом напружень та методом реакцій. Розглянуто тестові приклади про розтяг прямокутної пластини з центральною тріщиною (рис. 4), і деформування прямокутної пластини з боковою тріщиною (рис. 7). Матеріал об’єктів – сталь 12Х2МФА [7], фізико-механічні характеристики якої наведені в попередньому прикладі. Дослідження проведені із використанням регулярних дискретних моделей, характерний розмір скінчених елементів складає 1/10 довжини тріщини. Для обчислення величини *J*-інтеграла обрані контури інтегрування, що являють собою квадрат з рівновіддаленими від вершини тріщини сторонами. Ця відстань характеризується кількістю СЕ N_e, через середину останнього з яких проходить контур інтегрування. Надалі величина N_e використовується для позначення таких П-подібних контурів інтегрування (П–контурів).

Розв'язання тестової задачі про розтяг пластини з центральною тріщиною проводилось до моменту появи у вершині тріщини пластичних деформацій у 7%. Внаслідок симетрії дискретна модель побудована для чверті пластини.

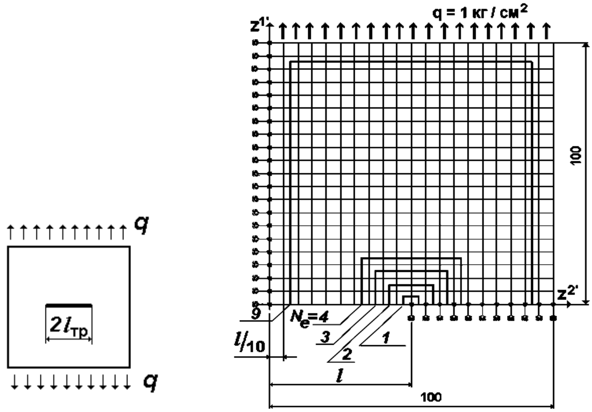

Рис. 4. Розрахункова схема і дискретна модель пластини
з центральною тріщиною

Аналіз результатів проведений шляхом співставлення абсолютних величин *J*-інтеграла та їх похибок, отриманих при різних розмірах контура інтегрування. Похибка δ обчислена по відношенню до значення *J*-інтеграла, отриманого на контурі при *Ne*=9. Результати розрахунку показали, що із розвитком пружнопластичних деформацій значення *J*-інтеграла не задовільняють умовам інваріантності. В той же час, при збільшенні контуру інтегрування вони прямують до однієї величини. На рис. 5 і рис. 6 наведені відповідні залежності при навантаженні q=5000кг/см, що відповідає рівню деформацій пластичності в 7%. Як можна побачити з результатів, метод реакцій досягає збіжності при меншій розмірності контуру інтегрування, ніж метод напружень (рис.7).

Аналогічні дослідження були проведені на задачі про пружнопластичне деформування квадратної пластини з боковим надрізом під впливом розтягуючого навантаження (рис.7).

При навантаженні *q*=2300 кг/см рівень пластичних деформацій в околі вершини тріщини складає 6,6%. Збіжність абсолютних значень *J*-інтеграла та похибка їх обчислення в залежності від розміру контура інтегрування при такому рівні пластичності наведено на рис. 8 і рис. 9.

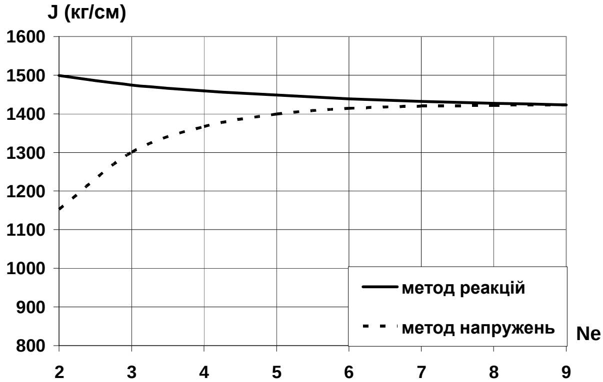

Рис. 5. Збіжність *J*-інтеграла за розміром контура інтегрування

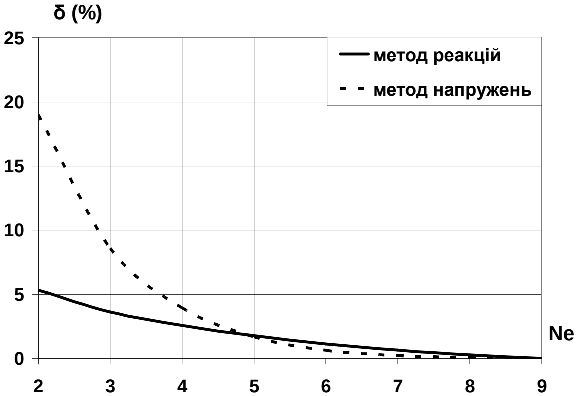

Рис. 6. Похибка *J*-інтеграл*а* за різних контурів інтегрування

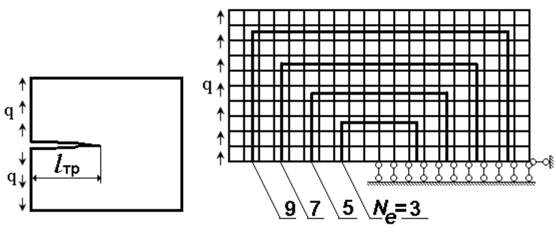

Рис. 7. Розрахункова схема і дискретна модель пластини
з боковим надрізом

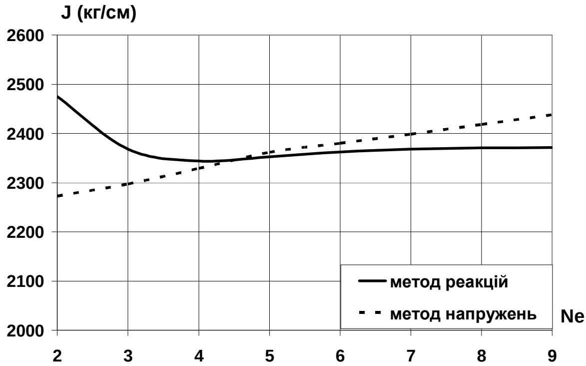

Рис.8. Збіжність *J*-інтеграла за розміром контура інтегрування

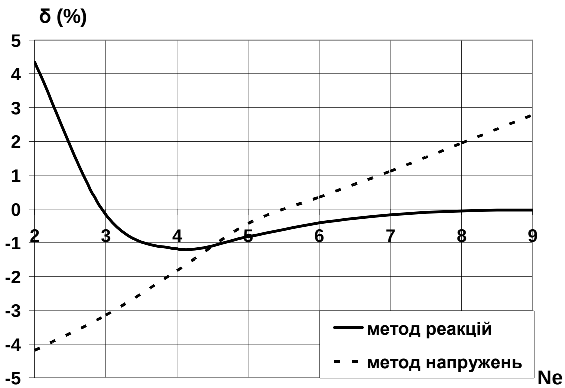

Рис.9. Похибка *J*-інтеграл*а* за різних контурів інтегрування

Як можна побачити з графіку, в цьому тестовому прикладі збіжність методу реакцій є кращою не лише за кількісними показниками: величини і похибка результатів методу реакцій стабілізуються в межах 1% вже при *Ne*=5, в той час як похибка результатів методу напружень навіть при *Ne*=9 не має тенденції до зменшення.

Необхідно відзначити, що ці результати аналізу збіжності і вірогідності узгоджуються із отриманими авторами в роботі [2], де при аналізі інваріантності результатів обчислення *J*-інтеграла в задачі про деформування тіла з боковою тріщиною було показано, що метод реакцій на відміну від методу напружень, дозволяє отримувати інваріантні розподілення *J*-інтеграла.

Таким чином, метод реакцій забезпечує кращу збіжність результатів ніж метод напружень, який, в окремих випадках не дозволяє досягти збіжності результатів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування просторових тіл. Монографія. – КНУБА, 2005. – 298 с.
2. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкриль О.О.* Метод реакцій для обчислення *J*- інтеграла в просторових нелінійних задачах механіки руйнування// Опір матеріалів і теорія споруд.– К.: КНУБА, 2006.- Вип. 79.- С. 3-17.
3. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Андрієвський В.П.* Алгоритм розв'язання просторової задачі термовязкопружнопластичності призматичних тіл з урахуванням пошкодженості// Опір матеріалів і теорія споруд.– К.: КНУБА, 2006.- Вип. 78.- С. 3-17.
4. *Баженов В.А., Гуляр А.И., Пискунов С.О., Сахаров А.С., Шкрыль А.А.* Метод определения инвариантного J-интеграла в конечно-элементных моделях призматических тел // Прикладная механика. 2008, 44, №12– с.70-82.
5. *Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В.* Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения // ПММ. – 1958. – 22, №1. – с.78-89.
6. *Коротких Ю.Г., Белевич С.М.* Основные уравнения термопластичности при сложном нагружении // Методы решения задач упругости и пластичности. – Горький, 1969. – с.134-141.
7. *Морозов Е.М., Никишков Г.П.* Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: Наука. – 1980. – 256 с.
8. *Носиков А.И., Горохов М.Ю., Семенов А.С., Мельников Б.Е.* Инвариантность *J*–интеграла для трещины в материале с негладкой диаграммой деформирования.// Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: Тр. VI Межд. конф. – С.-Петербург: СПбГТУ, 2005. – С. 350–359.
9. *Сиратори М., Миеси Т., Мацусита Х.* Вычислительная механика разрушения / Пер. с японск. – М.: Мир, 1986. – 334 с.
10. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640с.
11. *Rice J.* A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks // J. Appl. Mech. – 1968 P.379-386.
12. *Уилкинс М.Л.* Расчет упруго-пластических течений. – В кн.: Вычислительные методы в гидротехнике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.

Отримано 14.06.10

Баженов В.А., Пискунов С. О., Сахаров А.С., Шкрыль А.А., Богдан .Д. В.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ *J*-ИНТЕГРАЛА МЕТОДОМ РЕАКЦИЙ В ЗАДАЧАХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Приведен алгоритм решения задач упругопластичности на основе МКЭ. Рассмотрена методика вычисления J-интеграла методом напряжений и методом реакций. Достоверность решения задач упругопластичности доказана на тестовой задаче про изгиб компактного образца. Проведено исследование выполнения условия инвариантности J-интеграла и доказана вероятность его определения при упругопластическом деформировании на примере двух тестовых задач.

Bazhenov V., Piskunov S., Saharov A., Shkril' A., Bogdan D.

THE DETERMINE EFFICIENCY OF *J*-INTEGRAL BY THE REACTIONS METHOD IN ELASTOPLASTIC DEFORMATION PROBLEMS

An algorithm for solving of elastic-plastic problem based on the FEM was presented. The procedure of *J*-integral calculation applying the methods of stresses and reactions was considered. The reliability of elastic-plastic problem solving was proved by means of the test problem solution concerning a compact specimen under bending. The condition of invariance of *J*-integral was studied and probability of its determination under elastoplastic deformation was proved through the two worked examples of test problems.