

УДК 539.3

М.О. Соловей, д-р техн. наук
О.П. Кривенко, канд. техн. наук
О.С. Дубина

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РОЗВ'ЯЗКІВ У ЗАДАЧАХ СТІЙКОСТІ ГНУЧКИХ СФЕРИЧНИХ ПАНЕЛЕЙ СТАЛОЇ ТОВЩИНИ ПРИ ДІЇ РІВНОМІРНОГО ТИСКУ

Наведено порівняння результатів розрахунку нелінійного деформування та втрати стійкості сферичних круглих у плані панелей різної сталої товщини, що отримані за моментною схемою скінченних елементів та за програмним комплексом ЛПРА.

Вивчення властивостей нелінійних скінченноелементних методик, для яких необхідно досліджувати вплив на збіжність і точність розв'язків великої кількості параметрів, що впливають на напружено-деформований стан (НДС) оболонок, звичайно виконується на наборі відповідних тестових задач [1]. Визначення необхідного набору тестів являє собою окрему проблему, яка незважаючи на її практичну важливість, висвітлена у літературі недостатньо. Це пов'язано зі складністю нелінійної задачі: математичними та обчислювальними труднощами її розв'язування, трудомісткістю аналізу нелінійного деформування та втрати стійкості оболонок різноманітної форми при дії різних термосилових навантажень.

Робота присвячена подальшому обґрунтуванню достовірності розв'язків, що отримані за скінченноелементною методикою дослідження нелінійного деформування та стійкості тонких пружних оболонок [1-5]. Методика базується на геометрично нелінійних співвідношеннях тривимірної теорії термопружності та положеннях моментної схеми скінченних елементів (МССЕ). Завдяки такому підходу на основі єдиної методологічної бази отримана можливість дослідження тонких пружних оболонок з різноманітними геометричними особливостями за товщиною та неоднорідностями матеріалу при термосилових навантаженнях. Моделювання оболонки виконується універсальним просторовим скінченним елементом (СЕ), який дозволяє розглядати тонкі оболонкові конструкції як тривимірні тіла. Нелінійний розв'язок отримується за допомогою комбінованого алгоритму, який поєднує кроковий метод продовження розв'язку за параметром із ітераційною процедурою Ньютона–Канторовича на кожному кроці навантаження.

Достовірність методики обґрунтовувалася великою кількістю чисельних досліджень збіжності та точності лінійних і нелінійних

розв'язків для різних класів задач. Наприклад, дослідження [3] присвячені аналізу розв'язків у задачі згину пластини та порівнянню їх з результатами, що були отримані за методиками інших авторів і за багатьма програмними комплексами. В [3–5] наведені системні порівняння розв'язків для пологих панелей. У цих роботах з'ясовані можливості застосування нелінійного процесора програмного комплексу (ПК) ЛІРА при розв'язанні геометрично нелінійних задач стійкості тонких оболонок лінійно- та ступінчасто-змінної товщини.

У даному дослідженні для порівняння та підтвердження достовірності отриманих за МССЕ результатів були виконані розрахунки нелінійного деформування та втрати стійкості пологих сферичних панелей різної сталої товщини із застосуванням ПК ЛІРА [6]. Задачі стійкості для гладких пологих осесиметричних панелей сталої товщини є класичними в геометрично нелінійній теорії оболонок. На цьому типі оболонок внаслідок особливостей їх геометричної форми та НДС досліджуються та тестуються в осесиметричній та неосесиметричній постановках нелінійні задачі, методи й алгоритми їх розв'язання, чому присвячена численна література.

У геометрично нелінійному процесорі ПК ЛІРА застосовується кроковий алгоритм, у якому на кожному кроці навантаження відслідковується вироджуваність матриці лінеаризованої системи розв'язувальних рівнянь. Навантаження, при якому ця матриця вироджується, приймається за критичне. Таким чином, розв'язування задачі нелінійного деформування реалізується лише або до точки розгалуження, або до точки верхнього критичного навантаження. Дослідження закритичного стану конструкції непередбачене. При розрахунку за ПК ЛІРА скінченноелементна модель оболонки (СЕМО) моделювалася двома типами нелінійних оболонкових СЕ сталої товщини: у полюсі використовувався трикутний СЕ № 342, на інших ділянках – чотирикутний СЕ № 344.

Розглядалися пологі сферичні панелі обертання сталої товщини, що жорстко затиснуті вздовж контуру та навантажені рівномірним нормальним тиском інтенсивністю q (рис. 1). Приймалися наступні дані: вихідна (“базова”) товщина $h^* = 0.01 \text{ м}$, радіус серединної поверхні $R = 1002.5h^*$, радіус опорного контуру $a = 100h^*$, модуль пружності $E = 19.6 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$. Діапазон зміни товщини оболонки визначався з досліджень [1,2,7], де з метою пошуку раціональніших законів розподілу товщини (з точки зору витрати матеріалу) досліджувався вплив на стійкість оболонок різних варіантів сталої та лінійно-змінної за меридіаном товщини. Порівнювалися

оболонки з трьома законами лінійної зміни товщини, що мали однаковий об'єм V . У першому варіанті “базова” товщина панелі була зафіксована у центрі, а товщина на контурі змінювалася. У другому, навпаки, “базова” товщина була зафіксована на контурі панелі, а товщина у центрі змінювалася. У третьому способі товщина панелі була сталою:

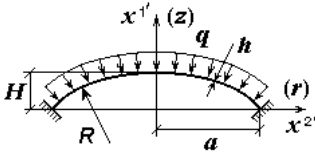


Рис. 1

$$h(\bar{r}) = h^* b_V, \quad (1)$$

де $b_V = h_V / h^*$ – безрозмірний параметр, що чисельно характеризує відмінність сталої товщини панелі h_V від “базової” h^* .

Товщина панелі h_V , як функція об'єму оболонки V , визначалася за співвідношенням

$$h_V \approx V / (2\pi H R). \quad (2)$$

Для першого способу в [8] виконано порівняльний аналіз розв'язків з результатами Б.Я. Кантора [9], а в [3] – з результатами, що були отримані в ПК ЛІРА. Для другого способу результати досліджень наведені в [4]. На розглянутих конструкціях порівняння результатів розрахунків продемонструвало гарний збіг нелінійних розв'язків у докритичній області та в момент втрати стійкості.

Порівняння розв'язків для оболонок сталої товщини (1) – (2) за МССЕ та ПК ЛІРА наведено на рис. 2 – рис. 4 та в таблиці з використанням безрозмірних параметрів $\bar{q} = q / E \cdot (a / h^*)^4$ та $\bar{u}^1 = u^1 / h^*$, де u^1 – прогин центра панелі в декартовій системі координат x^i . За розрахункову СЕМО прийнято чверть оболонки з сіткою 20×20 СЕ.

На діаграмах “навантаження – прогин центра панелі” спостерігається практично повний збіг розв'язків у докритичній області. Верхня критична точка, що отримана в ПК ЛІРА, позначена зірочкою “*”. Для панелі при $b_V = 1$ ПК ЛІРА визначив точку розгалуження розв'язку $\bar{q} = 94.9$ як критичну. За МССЕ точці розгалуження відповідає величина $\bar{q} = 94.4$, а величина верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^e = 115.3$. В точці розгалуження розбіжність розв'язків за величинами навантаження $\bar{q}^*$ і переміщення $\bar{u}_{кр}^{1*}$ центра панелі становить +0.53 і +1.48% відповідно. В [1] для цієї панелі наведено порівняння результатів, отриманих за МССЕ та Б.Я. Кантором [9]. Відмічено практично повний збіг розв'язків за усією

діаграмою “навантаження – прогин” при незначному розбігу в 3.3% за величиною верхнього критичного навантаження.

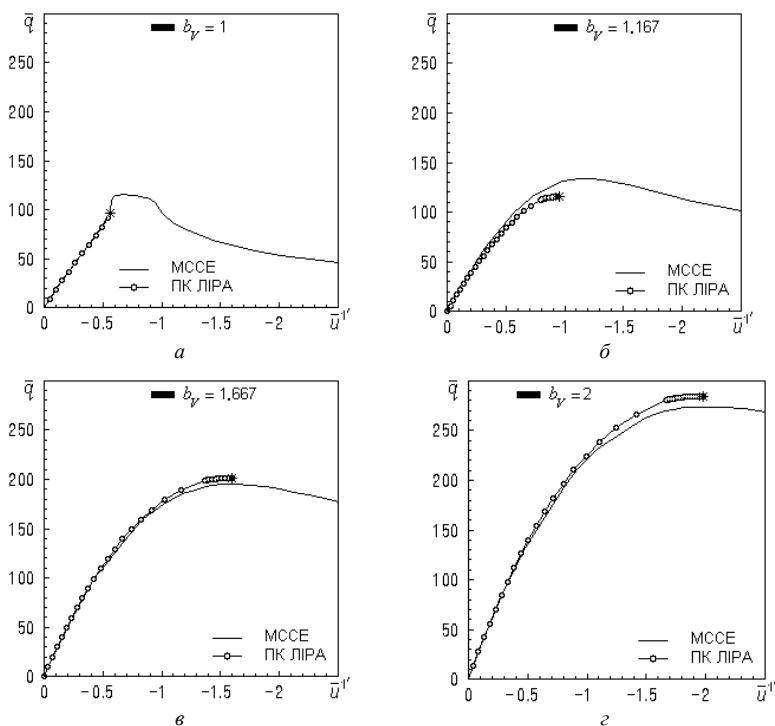


Рис. 2. Діаграми “навантаження – прогин центра панелі”

Виконано порівняння форм деформування оболонок (форм перерізу середньої поверхні вздовж радіусу) в момент, коли навантаження досягає значення $\bar{q}^*$, для $b_V = 1$ (рис. 3, а) та $\bar{q}_{кр}^6$ для $b_V = 1.167, 1.667, 2$ (рис. 3, б–г). Вихідна форма панелі зображена штрих пунктирною лінією та має позначку $\bar{q} = 0$. Спостерігається повний збіг форм при усіх значеннях параметра b_V . Для панелей з параметром $b_V = 1$ на рис 3, а продемонстрована відмінність форм деформування, що отримані за МССЕ в точці розгалуження ($\bar{q}^*$) та у верхній критичній ($\bar{q}_{кр}^6$). Найбільші прогини для цієї панелі при $\bar{q} = \bar{q}_{кр}^6$ мають місце посередині меридіану з утворенням кільцевої вм'ятини. Зі зростанням товщини

панелі ($b_V \geq 1.167$) найбільш деформована область зміщується у полюс оболонки (рис. 4, б) [1].

Таблиця

Порівняння розв'язків МССЕ і ПК ЛПА в особливих точках								
$b_V = 1$			$b_V = 1.167$		$b_V = 1.667$		$b_V = 2$	
$\bar{q}^*$	$\bar{u}_{кр}^{1*}$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{u}_{кр}^{1e}$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{u}_{кр}^{1e}$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{u}_{кр}^{1e}$
МССЕ								
94.4	0.539	115.3	134.2	1.151	194.8	1.515	274.0	2.138
ПК ЛПА								
94.9	0.547	—	115.5	0.948	201.2	1.599	284.8	2.025
$\Delta, \%$								
0.53	1.48	—	-13.93	-17.64	3.29	5.54	3.94	5.29

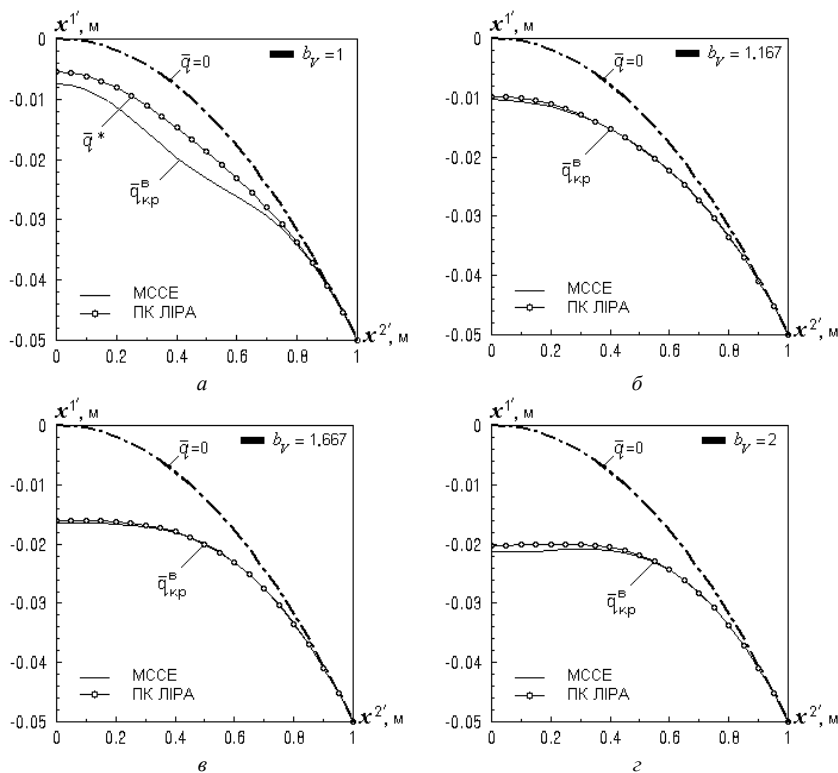


Рис. 3. Порівняння форм деформування

Практично повний збіг розв'язків у докритичній області підтверджує можливість застосування ПК ЛПА при розв'язанні геометрично нелінійної задачі стійкості пологих сферичних оболонок різної сталої товщини. ПК ЛПА може використовуватись як інструмент для зіставлення розв'язків при проведенні подібних досліджень.

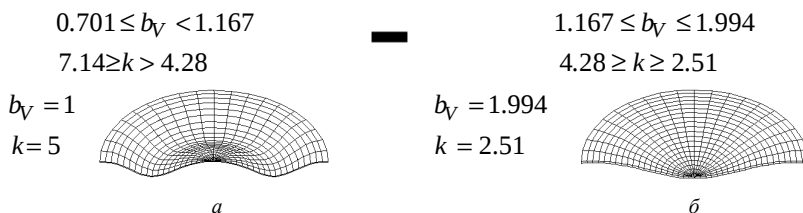


Рис. 4. Форми втрати стійкості оболонок при зміні параметра b_V

Зазначимо існуючі у ПК ЛПА обмеження:

- 1) неможливість розрізнити точку розгалуження та точку верхнього критичного навантаження;
- 2) неможливість дослідження закритичної поведінки оболонок.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
2. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих неоднородных оболочек при термосиловых нагрузках // Прикладная механика, 2009. – Т. 45. – № 9. – С. 3-40.
3. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Калашніков О.Б.* Порівняльний аналіз результатів розрахунків стійкості тонких пружних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2009. – Вип. 83. – С. 63-73.
4. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Калашніков О.Б., Тамілко О.А.* Порівняльний аналіз стійкості осесиметричних оболонок лінійно-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2010. – Вип. 84. – С. 89-95.
5. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Міщенко О.О.* Порівняльний аналіз нелінійного деформування та стійкості гранованих оболонок ступінчато-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2010. – Вип. 86. – С. 131-139.
6. *ЛИРА 9.2. Руководство пользователя. Основы. Учебное пособие. / Е.Б. Стрелец-Стрелецкий, Ю.В. Гензерский, М.В. Лазнюк, Д.В. Марченко, В.П. Титок.* – К.: «Факт», 2005. – 146 с.
7. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Аналіз стійкості гладких лінійно-змінної та гранованих ступінчато-змінної товщини пологих сферичних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 72. – С. 83-96.

8. *Баженев В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Устойчивость пологих оболочек вращения линейно-переменной толщины // *Авиационно-космическая техника и технология.* - 2004. - N 2 (10). - С. 18-25.
9. *Кантор Б.Я.* Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. – К.: Наукова думка, 1974. - 136 с.

Стаття надійшла до редакції 01.07.2011 р.

Соловей Н.А., Кривенко О.П., Дубина А.С.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ УСТОЙЧИВОСТИ ГИБКИХ СФЕРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ РАВНОМЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

Приведено сравнение результатов расчета нелинейного деформирования и потери устойчивости сферических круглых в плане панелей разной постоянной толщины, полученных по моментной схеме конечных элементов и с помощью программного комплекса ЛИРА.

Solovey M.O., Kryvenko O.P., Dubyna O.S.

COMPARATIVE ANALYSIS OF APPROACHES TO STABILITY OF FLEXIBLE SPHERICAL PANELS WITH CONSTANT THICKNESS AT UNDER ACTION OF UNIFORM PRESSURE

Comparison of results for problems of nonlinear deformation and the loss of stability by spherical panels with round configuration in plan and different constant thickness has been investigated. These results have been received by the moment scheme of finite elements and by the program complex Lira.