

УДК 539.3

Пошивач Д. В.,

Київський національний університет будівництва і архітектури

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ЗВАРЕНОЇ ДВОТАВРОВОЇ БАЛКИ ПРИ ВИПАДКОВОМУ ПАРАМЕТРИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Методом Монте-Карло досліджується стійкість за імовірністю параметричних коливань звареної двотаврової балки під дією випадкового динамічного згинального навантаження. Побудовано границі стійкості за статистичною частотою таких коливань.

Ключові слова: параметричні коливання, випадкові коливання, динамічна стійкість, стійкість за імовірністю, метод Монте-Карло.

Динамічне поздовжнє навантаження на конструкцію не тільки змушує поздовжні коливання, але також є параметричним по відношенню до поперечних коливань. Коливання під дією параметричного навантаження, тобто параметричні коливання найчастіше не стабілізуються, а розвиваються шляхом згасання або необмеженого зростання. Постає питання про їхню динамічну стійкість. Дослідження динамічної стійкості полягає у визначенні зон стійкості в просторі амплітудного і частотного параметрів навантаження. При стохастичному навантаженні параметричні коливання є випадковим процесом. Їхня стійкість розуміється як стійкість за імовірністю стохастичної системи. Таке означення дозволяє дослідження стійкості методом Монте-Карло.

Для певного набору точок у просторі амплітудного і частотного параметрів навантаження проводиться дослідження стійкості коливань, що характеризуються відповідними параметрами. Для кожної з цих точок проводиться серія випробувань, що полягають у чисельному моделюванні випадкових коливань. За результатами серії випробувань з'ясовується статистична частота втрати стійкості. Між дослідженими точками може бути побудоване сімейство ліній, що з певною точністю відображають границі стійкості за імовірністю.

При розгляді реальних конструкцій постає питання про формування математичних моделей, придатних для дослідження методом Монте-Карло. Одним зі шляхів створення таких моделей може бути редукування скінченноелементних моделей конструкцій.

Розглядається сталева двотаврова зварена балка з поперечними ребрами (рис. 1), завантажена двома зосередженими силами $q(t)$, прикладеними у

площині стінки. Балка закріплена на кінцях в'язями, що перешкоджають лінійним переміщенням та повороту навколо поздовжньої осі. Динамічне змінювання навантаження змушуватиме згинальні коливання балки у площині стінки. Водночас, по відношенню до деформацій балки із цієї площини таке навантаження буде параметричним.

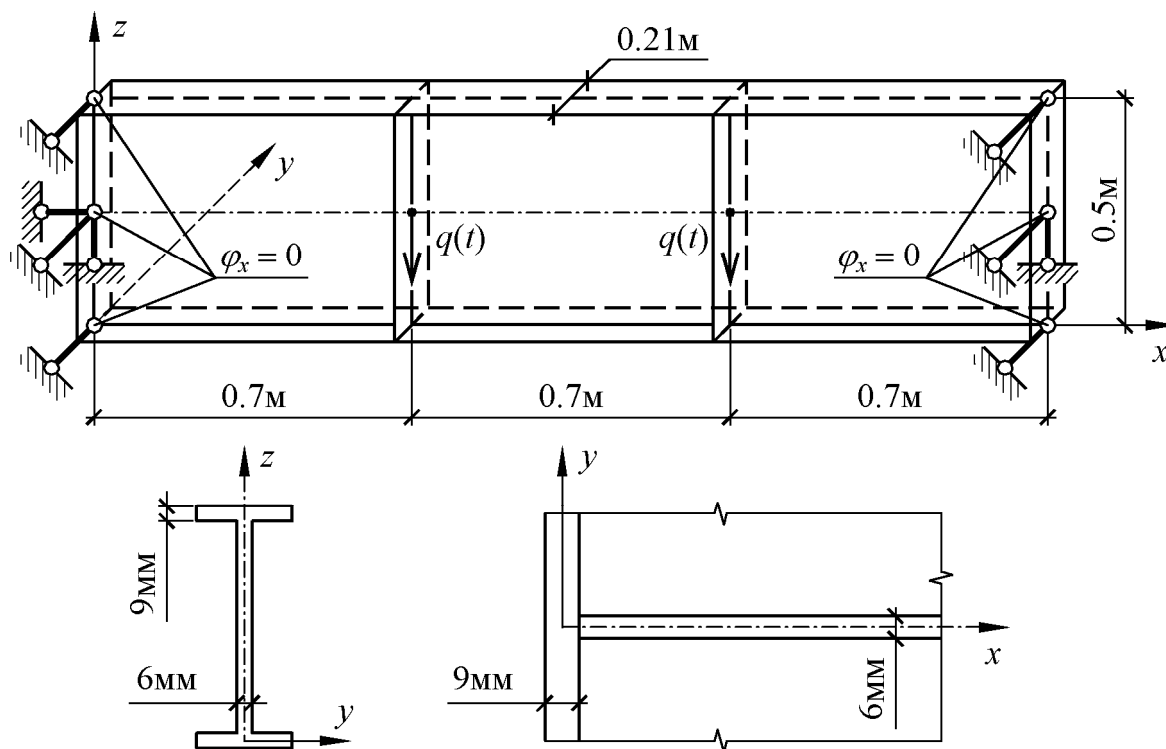


Рис. 1

Засобами програмного комплексу "NASTRAN 4" створено скінченноелементну модель балки, що складається з пластинчатих та стержньових елементів і містить 452 елементи й 500 вузлів. Визначені частоти та форми власних коливань конструкції. Визначено також критичне значення статичного навантаження $q_{cr} = 8.078 \cdot 10^5 \text{ Н}$.

Скінченноелементна модель підлягає редукуванню шляхом розкладання вектора вузлових переміщень по формах власних коливань. Рівняння динамічної рівноваги редукованої моделі після введення в нього доданків, що враховують сили опору рухові, матиме наступний вигляд:

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + [\mathbf{K} + \mathbf{G}q(t)]\mathbf{u}(t) = 0,$$

де $\mathbf{u}(t)$ — вектор узагальнених координат, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{G}$ — матриці відповідно демпфірування, жорсткості та геометричної жорсткості редукованої моделі.

У подальшому досліджуватиметься редукована модель, обмежена двома ступенями вільності, що відповідають першим формам власних коливань конструкції. Ці форми представляють собою переважно згинання балки із площини стінки та кручення навколо поздовжньої осі. Відповідні власні частоти дорівнюють $\omega_1 = 451.8 \text{ рад/с}$, $\omega_2 = 580.7 \text{ рад/с}$.

За допомогою методики, описаної в роботах [1, 2], отримано матриці жорсткості та геометричної жорсткості для редукованої моделі з двома ступенями вільності:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 204120 & 0 \\ 0 & 337200 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{с}^2},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{1,1} & g_{1,2} \\ g_{2,1} & g_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -7.017 \\ -7.000 & 0 \end{bmatrix} \frac{10^{-2}}{\text{Н} \cdot \text{с}^2}.$$

Відповідна матриця демпфірування при параметрі згасання $\xi = 0.02$ дорівнює

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2\xi\omega_1 & 0 \\ 0 & 2\xi\omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.07 & 0 \\ 0 & 23.22 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{с}}.$$

Динамічне навантаження виражається формулою

$$q(t) = q_0 \zeta(t), \quad (1)$$

де $\zeta(t)$ — випадкова функція, задана своєю однобічною спектральною щільністю

$$G_\zeta(\omega) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\alpha(\omega^2 + \theta^2)}{(\omega^2 - \theta^2)^2 + (2\alpha\omega)^2}, \quad (2)$$

де α — параметр кореляції, θ — характерна частота. Досліджується вплив амплітудного параметра навантаження q_0 і частотного — θ на стійкість параметричних коливань конструкції.

Навантаження як випадковий процес являється вузькосмуговим. Ширина його спектра характеризується величиною $\alpha_0 = \frac{2\alpha}{\omega_1 + \omega_2} = 10^{-6}$.

Стійкість за імовірністю параметричних коливань редукованої моделі досліджено чисельно методом Монте-Карло. Методику такого дослідження описано в роботах [3, 4]. На рис. 2 побудовано сімейство границь стійкості за

статистичною частотою в координатах

$$\eta = \frac{\theta}{\omega_1 + \omega_2}, \quad \mu = \frac{q_0}{q_{\text{cr}}}.$$

Досліджено точки у вузлах координатної сітки. Для кожної точки проведено серію з 20 випробувань. Білими маркерами позначені точки, де виявилися спостережені лише стійкі реалізації переміщень, тобто статистична частота втрати стійкості дорівнює 0, чорними — жодної стійкої реалізації — частота дорівнює 1. Суцільними ламаними лініями показані границі стійкості за статистичною частотою, відповідні до значень 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1. Ці границі побудовані шляхом лінійної інтерполяції між сусідніми вузлами сітки.

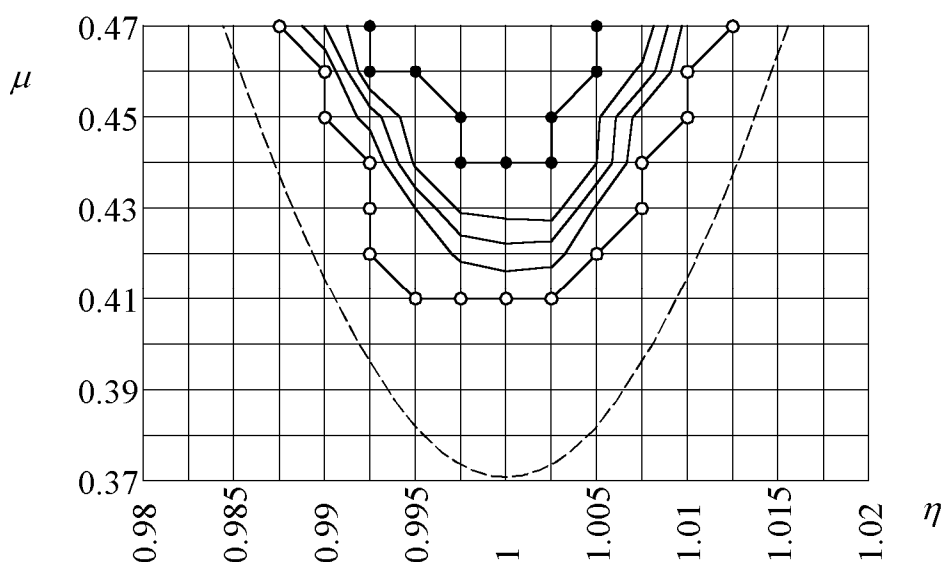


Рис. 2

Отримані результати демонструють збіжність з відомою аналітичною формулою наближеної теорії для випадку детермінованого гармонічного навантаження. Вузкосмуговий випадковий процес, визначений формулами (1), (2), має подібність до простого гармонічного процесу $q(t) = q_0 \cos(\theta t)$, для котрого в довіднику [5] наведено наступне рівняння границі комбінаційного головного параметричного резонансу сумарного типу:

$$\eta = 1 \pm \frac{1}{2} \sqrt{g_{12}g_{21} \left(\frac{q_{\text{cr}}}{2\omega_1\omega_2} \right)^2 \mu^2 - 4\xi^2}, \quad (3)$$

де g_{12} , g_{21} — коефіцієнти матриці геометричної жорсткості. Крива, побудована за формулою (3), показана на рис. 2 штриховою лінією.

Література

1. Гоцуляк Є. О., Дехтярюк Є. С., Лук'янченко О. О., Борисенко В. Г. Методика редукування рівнянь в задачах параметричних коливань конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. — Вип. 74. — К.: КНУБА, 2004.
2. Гоцуляк Є. О., Дехтярюк Є. С., Лук'янченко О. О., Борисенко В. Г. Побудова редукованих рівнянь динамічної стійкості плоскої форми згину пружних систем // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. — Вип. 77. — К.: КНУБА, 2005.
3. Пошивач Д. В. Чисельний аналіз динамічної стійкості кругової циліндричної оболонки при випадковому параметричному збудженні // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. — Вип. 71. — К.: КНУБА, 2002. — С. 115-124.
4. Гончаренко М. В., Пошивач Д. В. Дослідження умов динамічної стійкості пружних систем при стохастичному параметричному впливі // Вібрації в техніці та технологіях. — 2006, №2 (44). — С. 14-19.
5. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. — Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В. В. Болотина. — М.: Машиностроение, 1978. — 352 с.

Annotation

Probability stability of parametric oscillations of a welded flange beam under stochastic dynamic bending load is investigated with Monte Carlo simulation method. The statistical frequency stability boundaries are built for such oscillations.

Аннотация

Методом Монте-Карло исследуется устойчивость по вероятности параметрических колебаний сварной двутавровой балки под действием случайной динамической изгибающей нагрузки. Построены границы устойчивости по статистической частоте таких колебаний.