

УДК 539.3

Баженів В.А. д-р техн. наук  
Кривенко О.П. канд. техн. наук  
Соловей М.О. канд. техн. наук

## СТІЙКІСТЬ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ЛІНІЙНО-ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

Підвищення загальної жорсткості та несучої спроможності гнучкої оболонки можна отримати за рахунок раціонального розподілу матеріалу (маси оболонки) в її об'ємі. Цей ефект досягається, наприклад, в оболонках зі змінною товщиною [1].

Огляд досліджень по теорії та методам розрахунку лінійних задач статички оболонок змінної товщини можна знайти в монографії Я.М.Григоренка та А.Т.Василенка [2]. Вплив законів розподілу гладко-змінної товщини на несучу спроможність гнучких оболонок мало досліджений [3-5]. Це пояснюється ускладненнями, які вносить у розробку геометрично нелінійних методів розрахунку на стійкість наявність змінної товщини.

За скінченноелементною методикою [6-8] у роботах [1, 9, 10] чисельно досліджений вплив на стійкість пологих сферичних панелей законів лінійного розподілу товщини за меридіаном. Виконувалися пошук раціональних форм та оцінка способів підвищення несучої спроможності тонких пологих оболонок при дії тиску. Методика розроблена на основі геометрично нелінійних співвідношень теорії термопружності з використанням моментної схеми скінченних елементів [7].

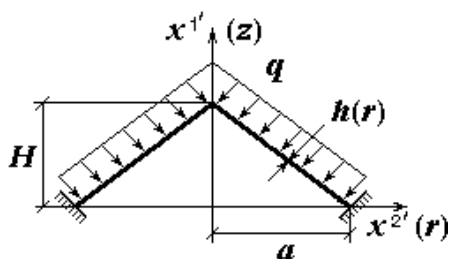


Рис. 1. Конічна панель змінної товщини

У продовження досліджень впливу лінійно-змінної товщини на стійкість гнучких оболонок у даній роботі наведені результати для пологих оболонок іншої геометричної форми – осесиметричних конічних панелей (рис. 1). Отримані розв'язки порівняні з результатами роботи Б.Я.Кантора [5]. В ній геометрично нелінійна задача

теорії пологих оболонок розв'язана в осесиметричній постановці

варіаційним методом з використанням гіпотези прямих нормалей. Математична модель панелі представлена як пластина з початковим прогином.

Результати досліджень подані з використанням наступних безрозмірних параметрів панелі, які прийняті в [5]:

$$\bar{q} = \frac{q}{E} \cdot \left( \frac{a}{h_{\bar{r}=0}} \right)^4, \quad \bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_r}{E} \left( \frac{a}{h_{\bar{r}=0}} \right)^2, \quad \bar{u}^1 = \frac{u^1}{h_{\bar{r}=0}},$$

$$\bar{r} = \frac{r}{a}, \quad \bar{h}(\bar{r}) = \frac{h(\bar{r})}{h_{\bar{r}=0}}, \quad k = \frac{H}{h_{\bar{r}=0}}, \quad (1)$$

де  $r$  – радіальна координата точки у плані (рис. 1);  $a$  – радіус опорного контуру;  $h(\bar{r})$  – функція товщини;  $h_{\bar{r}=0}$  – товщина в центрі;  $h_{\bar{r}=1}$  – товщина на краю;  $H$  – стріла підйому;  $k$  – параметр, що характеризує пологість панелі;  $E, \nu$  – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона;  $\sigma_r$  – радіальна компонента тензора напруження;  $u^1$  – переміщення в декартовій системі координат  $x^1$ .

Розглянута стійкість кінцевих панелей жорстко затиснутих за контуром (рис. 1) з лінійно-змінним розподілом товщини

$$h(\bar{r}) = h_{\bar{r}=0} [1 + (b_0 - 1)\bar{r}], \quad (2)$$

де безрозмірний параметр  $b_0 = h_{\bar{r}=1}/h_{\bar{r}=0}$  задає ступінь змінності товщини панелі за меридіаном. Значенню параметра  $b_0=1$  відповідає панель зі сталою товщиною  $h_{\bar{r}=0}$ .

Оболонки навантажуються зовнішнім рівномірно розподіленим нормальним тиском інтенсивністю  $q$ . Прийняті наступні вихідні данні:  $E = 19.6 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu=0.3$ ,  $a=1$  м,  $h_{\bar{r}=0}=0.01$  м,  $k=5$ ,  $H=0.05$  м. Розглядалися пологі панелі з величинами геометричних параметрів, для яких згідно до [5] характерне осесиметричне нелінійне деформування з утворенням осесиметричних ум'ятин. Тому за розрахункову модель для МСЕ була прийнята чверть кінцевої панелі з рівномірним розподілом скінченних елементів вздовж радіусу та за колом. Дослідження збіжності розв'язків для панелі сталої товщини показало, що достатньою є сітка  $12 \times 12$  СЕ. Враховуючи можливість появи складних осесиметричних форм деформування для оболонок змінної товщини за розрахункову прийнята більш густа сітка  $20 \times 20$  СЕ.

Порівняння нелінійних розв'язків проведене в діапазоні зміни параметра  $1 \leq b_0 \leq 2$ , оскільки для нього існують розв'язки в [5]. Ця зміна параметра  $b_0$  відповідає потовщенню оболонки від центра до краю.

На всіх ділянках діаграм “навантаження-прогин у центрі панелі” (рис. 2) спостерігається гарний збіг з розв'язками [5]. У табл. 1 наведене чисельне порівняння розв'язків у верхній та нижній критичних точках. Маємо малий процент розходжень по величинам критичних навантажень  $\bar{q}_{kp}^e$  і  $\bar{q}_{kp}^H$  (від -4.2% до 5.7%) та відповідним величинам переміщень  $\bar{u}_{kp}^{I\prime e}$  і  $\bar{u}_{kp}^{I\prime H}$  у центрі панелі (від -11.9% до 8.9%).

На рис. 3 показана еволюція форми втрати стійкості оболонки при зміні величини параметра  $b_0$ . Для порівняння вихідна форма панелі зображена штрих-пунктирною лінією. Потовщення оболонки на краю панелі при збільшенні величини  $b_0$  веде до зміщення найбільш деформованої частини панелі (вм'ятини) від краю до центру. При цьому прогин у центральній частині оболонки менший ніж у вм'ятині.

На рис. 4 наведений розподіл безрозмірних величин згинних  $\bar{\sigma}_{r3}$  і мембранних  $\bar{\sigma}_{rm}$  напружень для кінчної панелі з параметрами  $k=5$  і  $b_0=1.5$  у різні моменти деформування: до втрати стійкості при  $\bar{u}^{I\prime}=1$ ; після втрати стійкості при  $\bar{u}^{I\prime}=6$ ; у позакритичній області при  $\bar{u}^{I\prime}=8$ . Згинні напруження добре співпадають з результатами роботи [5] вздовж усього радіуса оболонки (окрім центра), а мембранні – на більшій його частині (2/3 радіуса). Розходження мембранних напружень у центральній частині панелі та згинних напружень в її центрі можна пояснити різною точністю моделювання особливої точки – злому серединної поверхні в центрі кінчної оболонки.

Порівнюючи результати розрахунків для оболонок сферичної та кінчної форм (табл. 2), які отримані при однакових вихідних даних і значеннях параметра товщини  $b_0$ , можна зробити наступні висновки:

1. Об'єми (маса) матеріалу оболонок різної форми однаково суттєво зростають за рахунок зміни параметра  $b_0$  (у порівнянні з панеллю сталєї товщини): для  $b_0=1.5$  на 33.3%, для  $b_0=2$  на 66.7%. При цьому об'єм панелі практично не залежить від форми її серединної поверхні – розходження об'ємів сферичної та кінчної оболонок не більше 0.15%.

2. Для оболонок сталої товщини ( $b_0=1$ ) більш ефективною є сферична панель – величина верхнього критичного навантаження перевищує відповідне навантаження для конічної панелі у 2.2 рази.

3. При збільшенні параметра змінності товщини  $b_0$  суттєво підвищується ефективність конічної панелі – при  $b_0=2$  величина  $\bar{q}_{кр}^6$  для конічної панелі в 1.2 рази більше ніж для сферичної.

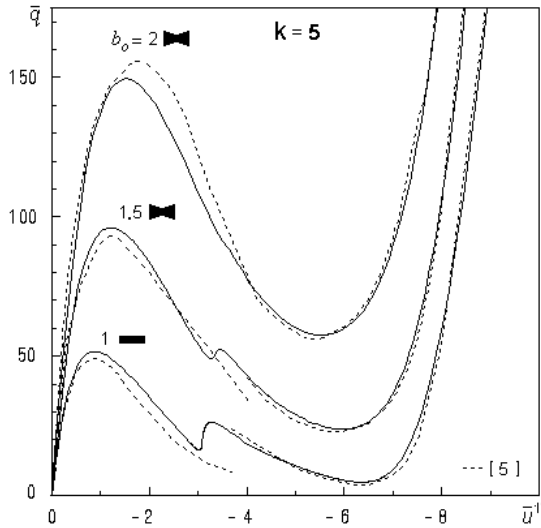


Рис. 2. Діаграми "навантаження-прогин у центрі" конічної панелі

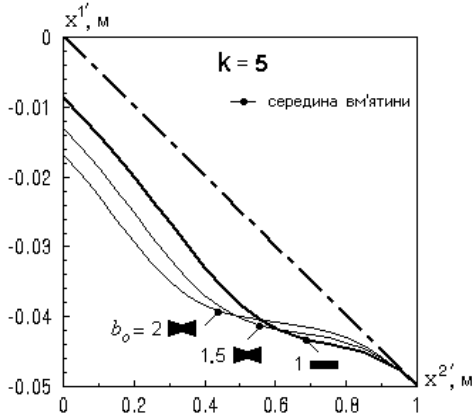


Рис. 3. Еволюція форм втрати стійкості оболонок при зміні параметра  $b_0$

Таблиця 1

Порівняння розв'язків у верхній та нижній критичних точках для конічних панелей лінійно-змінної товщини ( $k=5$ )

| $b_0$                |              | 1      | 1.5    | 2      |
|----------------------|--------------|--------|--------|--------|
| $\bar{q}_{kp}^e$     | MCE          | 51.72  | 96.14  | 149.50 |
|                      | [5]          | 49.0   | 93.0   | 156.0  |
|                      | $\Delta, \%$ | 5.6    | 3.4    | -4.2   |
| $\bar{u}_{kp}^{1'e}$ | MCE          | -0.875 | -1.225 | -1.541 |
|                      | [5]          | -0.940 | -1.125 | -1.750 |
|                      | $\Delta, \%$ | -6.9   | 8.9    | -11.9  |
| $\bar{q}_{kp}^H$     | MCE          | 4.86   | 23.86  | 57.61  |
|                      | [5]          | 4.6    | 23.2   | 55.1   |
|                      | $\Delta, \%$ | 5.7    | 2.8    | 4.6    |
| $\bar{u}_{kp}^{1'H}$ | MCE          | -6.353 | -5.969 | -5.547 |
|                      | [5]          | -6.37  | -5.80  | -5.25  |
|                      | $\Delta, \%$ | -0.3   | 2.9    | -5.7   |

Таблиця 2

Порівняння об'ємів  $V$  і  $\bar{q}_{kp}^e$  для сферичних і конічних панелей лінійно-змінної товщини ( $k=5$ )

| $b_0$ | Форма панелі               |                  |                            |                  | Порівняння   |                           |
|-------|----------------------------|------------------|----------------------------|------------------|--------------|---------------------------|
|       | сферична [1]               |                  | конічна                    |                  | $\Delta(V),$ | $\Delta(\bar{q}_{kp}^e),$ |
|       | $V, \text{м}^3 \cdot 10^6$ | $\bar{q}_{kp}^e$ | $V, \text{м}^3 \cdot 10^6$ | $\bar{q}_{kp}^e$ | %            | %                         |
| 1.0   | 31461.88                   | 115.3            | 31422.84                   | 51.72            | -0.12        | -55.1                     |
| 1.5   | 41954.40                   | 102.1            | 41895.80                   | 96.14            | -0.14        | -5.8                      |
| 2.0   | 52446.96                   | 126.2            | 52368.76                   | 149.50           | -0.15        | 18.4                      |

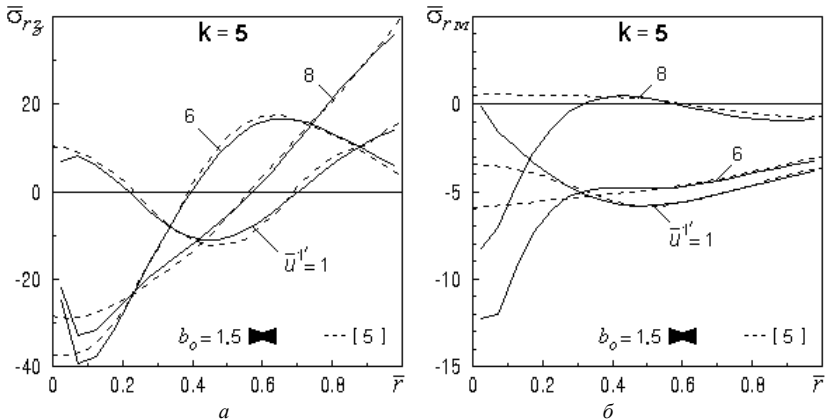


Рис. 4. Розподіл згинних і мембранних напружень у різні моменти деформування.

1. Соловей М.О., Кривенко О.П. Аналіз стійкості гладких лінійно-змінної та гранованих ступінчато-змінної товщини пологих сферичних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА, 2003 р. - Вип. 72. - С. 83-96.
2. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. - Киев: Наук. думка, 1981. - 544 с. (Методы расчета оболочек. Т. 4.).
3. Гуляев В.И., Баженов В.А., Гоцуляк В.А. Устойчивость нелинейных механических систем. - Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1982. - 255 с.
4. Валишвили Н.В. Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. - М.: Машиностроение. - 1976. - 278 с.
5. Кантор Б.Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек - Киев: Наукова думка, 1971. - 136 с.
6. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Нелінійні рівняння деформування тонких багатопшарових оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. - К.: КДТУБА, 1998. - Вип. 64. - С. 116-127.
7. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Співвідношення моментної схеми скінченних елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА, 1999. - Вип. 66. - С. 22-25.
8. Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П. Нелинейные уравнения МКЭ в задачах устойчивости неоднородных оболочек // Математическое моделирование в механике сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов: Доклады XVII Международной конференции. - СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. С. 40-44.
9. Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П. Устойчивость пологих оболочек вращения линейно-переменной толщины // Авиационно-космическая техника и технология. - 2004. - N 2 (10). - С. 18-25.
10. Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П. Вплив змінної товщини на стійкість пологих панелей при дії рівномірного тиску // Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки. Збірник наукових праць. - Випуск 4(27). - Дніпропетровськ: "Сист. тех.", 2003. - С. 15-20.

Надійшло до редакції 05.12.2006 р.