

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА МАССОПЕРЕНОСА С УЧЕТОМ ЭНЕРГОЭФЕКТИВНОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ОТСТОЙНИКЕ

Днепропетровский государственный аграрный университет

На базе построенной 2D численной модели выполнен расчет вертикального отстойника с перегородкой. Модель основывается на численном интегрировании уравнения конвективно-диффузионного переноса примеси и модели потенциального течения. Приводятся результаты вычислительного эксперимента.

Введение. Вертикальные отстойники широко используются в настоящее время в системах водоотведения. Актуальной проблемой является разработка эффективных методов расчета этих сооружений. Сейчас для расчета вертикальных отстойников применяются либо балансовые (нуль – мерные) модели [1], одномерные кинематические модели транспорта загрязнителя [2,3], либо рекомендации СНиПа. Оба класса перечисленных моделей не позволяют учесть при проведении расчетов геометрическую форму отстойника и другие конструктивные особенности. Расчет гидродинамики течения в данных в моделях также не осуществляется.

Целью данной работы является разработка численной модели массопереноса в вертикальном отстойнике, позволяющей учитывать при моделировании геометрическую форму отстойника.

Математическая модель процесса массопереноса. Для расчета транспорта загрязнителя в вертикальном отстойнике используется осредненное по ширине сооружения уравнение переноса примеси [6]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial (v - w)C}{\partial y} + kC = \text{div}(\mu \text{grad} C), \quad (1)$$

где C – концентрация загрязнителя в воде; u, v , – компоненты вектора скорости течения; $\mu = (\mu_x, \mu_y)$ – коэффициенты диффузии; t – время; w – скорость оседания загрязнителя; k – коэффициент, учитывающий процессы агломерации и т.п. в отстойнике.

Отметим, что при использовании модели (1) компоненты вектора скорости течения сточных вод в отстойнике должны удовлетворять уравнению неразрывности.

Стенки отстойника и различные непроницаемые объекты внутри него (перегородки и т.п.) являются граничными линиями тока. В построенной численной модели на этих границах реализуется граничное условие вида

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0,$$

где n – единичный вектор внешней нормали к твердой поверхности.

На входной границе (граница входа потока сточных вод в отстойник) ставится условие:

$$C|_{\text{граница}} = C_E,$$

где C_E – известное значение концентрации загрязнителя.

На выходной границе расчетной области в численной модели ставится «циклическое» (мягкое) граничное условие вида

$$C(i+1, j) = C(i, j),$$

где i, j – номер разностной ячейки.

В начальный момент времени полагается $C=0$ в расчетной области. Задача транспорта загрязнителя в отстойнике решается на установление решения.

Для практического использования модели (1) транспорта загрязнителя в вертикальном отстойнике необходимо рассчитать поле скорости потока внутри сооружения. Для решения этой гидродинамической задачи используется модель потенциального течения. В этом случае моделирующее уравнение имеет вид [5]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0. \quad (2)$$

где P – потенциал скорости.

Для данного уравнения ставятся следующие граничные условия [5]:

- на твердых стенках отстойника, перегородках внутри него: $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$, где n

– единичный вектор внешней нормали к твердой границе;

- на входной границе (область втекания сточных вод в отстойник):

$\frac{\partial P}{\partial n} = V_n$, где V_n – известное значение скорости втекания;

- на выходной границе расчетной области (область выхода осветленных вод из отстойника) $P = P^*(x = const, y) + const.$ (условие Дирихле)

Если поле потенциала скорости определено, то компоненты вектора скорости потока сточных вод в отстойнике рассчитываются зависимостями [2]

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial P}{\partial y},$$

Метод решения. Для численного интегрирования уравнения транспорта загрязнителя в отстойнике используется попеременно – треугольная разностная схема [4]. Численный расчет реализуется на прямоугольной разностной сетке. Значение концентрации загрязнителя рассчитывается в центрах разностных ячеек.

Разностные соотношения данной схемы в операторном виде записываются так [4]:

- на первом шаге расщепления $k = n + 0,5$:

$$\frac{C_{ij}^k - C_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ C^k + L_y^+ C^k) = \frac{1}{4}(M_{xx}^+ C^k + M_{xx}^- C^k + M_{yy}^+ C^n + M_{yy}^- C^n)$$

- на втором шаге расщепления $k = n + 0,5$; $c = n + 0,25$:

$$\frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- C^k + L_y^- C^k) = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c)$$

- на третьем шаге расщепления $k = n + 0,75$; $c = n + 0,5$:

$$\frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ C^k + L_y^- C^k) = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^c + M_{xx}^+ C^k + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c)$$

- на четвертом шаге расщепления $k = n + 1$; $c = n + 0,75$:

$$\frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- C^k + L_y^+ C^k) = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^c + M_{yy}^+ C^k)$$

В данных выражениях использованы следующие обозначения разностных операторов

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^+ C}{\partial x} &\approx \frac{u_{i+1,j}^+ C_{ij}^{n+1} - u_{ij}^+ C_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^+ C^{n+1} \\ \frac{\partial u^- C}{\partial x} &\approx \frac{u_{i+1,j}^- C_{i+1,j}^{n+1} - u_{ij}^- C_{ij}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^- C^{n+1} \\ \frac{\partial v^+ C}{\partial y} &\approx \frac{v_{i,j+1}^+ C_{ij}^{n+1} - v_{ij}^+ C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^+ C^{n+1} \\ \frac{\partial v^- C}{\partial y} &\approx \frac{v_{i,j+1}^- C_{i,j+1}^{n+1} - v_{ij}^- C_{ij}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^- C^{n+1} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) &\approx \tilde{\mu}_x \frac{C_{i+1,j}^{n+1} - C_{ij}^{n+1}}{\Delta x^2} - \tilde{\mu}_x \frac{C_{ij}^{n+1} - C_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} = M_{xx}^- C^{n+1} + M_{xx}^+ C^{n+1} \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) &\approx \tilde{\mu}_y \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - C_{ij}^{n+1}}{\Delta y^2} - \tilde{\mu}_y \frac{C_{ij}^{n+1} - C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta x^2} = M_{yy}^- C^{n+1} + M_{yy}^+ C^{n+1} \end{aligned}$$

и т.д. В приведенных обозначениях принято $v = v-w$.

Пояснение к данным разностным операторам представлено в работе [4].
Неизвестное значение концентрации загрязнителя на каждом шаге расщепления определяется по явной формуле «бегущего счета».

Для численного интегрирования уравнения (2) используется метод установления решения по времени. Поэтому, численно интегрируется уравнение эволюционного типа

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}, \quad (3)$$

где t - фиктивное время.

При $t \rightarrow \infty$ решение уравнения (3) будет стремиться к «установлению», т.е. к решению уравнения (2).

Для численного интегрирования уравнения (3) используется неявная схема суммарной аппроксимации [7]. В этом случае разностные уравнения на каждом дробном шаге имеют вид:

$$\frac{P_{i,j}^{n+0,5} - P_{i,j}^n}{\Delta t} = \left[\frac{-P_{i,j}^{n+0,5} + P_{i-1,j}^{n+0,5}}{\Delta x^2} \right] + \left[\frac{-P_{i,j}^{n+0,5} + P_{i,j-1}^{n+0,5}}{\Delta y^2} \right],$$

$$\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+0,5}}{\Delta t} = \left[\frac{P_{i+1,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] + \left[\frac{P_{i,j+1}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} \right].$$

Отметим, что значение потенциала скорости $P_{i,j}$ в центре каждой разностной ячейки, на каждом шаге расщепления, определяется по явной формуле – методу бегущего счета [7].

В численной модели компоненты вектора скорости определяются по формулам:

$$u_{ij} = \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta x}; \quad v_{ij} = \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta y}.$$

Компоненты вектора скорости водной среды рассчитываются на гранях разностных ячеек (контрольных объемов), что позволяет построить консервативную разностную схему для уравнения транспорта загрязнителя. При решении эволюционного уравнения (3) задается поле потенциала скорости для «начального» момента фиктивного времени.

Кроме рассмотренного метода условной аппроксимации в разработанном коде также применяется метод Либмана [7] для численного интегрирования уравнения (2). В этом случае аппроксимирующее уравнение имеет вид:

$$\frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0$$

Тогда неизвестное значение потенциала в центре разностной ячейки определяется так:

$$P_{i,j} = \left[\frac{P_{i+1,j} + P_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1} + P_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right] / A,$$

где:

$$A = \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right).$$

В разработанном коде расчет по методу Либмана реализован в отдельной подпрограмме.

Особенностью моделирования массопереноса в вертикальных отстойниках является необходимость проведения численного интегрирования уравнений модели в области сложной геометрической формы. Для формирования геометрической формы отстойника на прямоугольной разностной сетке, с учетом возможности размещения в нем перегородок и т.п., применяется метод маркирования [4]. Это дает возможность быстро формировать любую геометрическую форму отстойника, без каких либо

налагаемых на нее ограничений.

Практическая реализация модели. На основе рассмотренной численной модели создан код “Settler- 2”, реализованный на алгоритмическом языке FORTRAN. Данный код построен на модульном принципе.

Разработанная численная модель была использована для моделирования процесса массопереноса в модифицированном вертикальном отстойнике с перегородкой. Для иллюстрации возможностей разработанной численной модели рассматриваются два варианта отстойника: отстойник с вертикальной перегородкой (рис. 1,2) и отстойник с вертикальной перегородкой и горизонтальной пластиной, расположенной в восходящей части сооружения (рис.3). При проведении расчета для отстойника первого типа варьируется длина вертикальной перегородки. На рисунках стрелками показано место, где происходит вход и выход потока из отстойника. Цель моделирования – оценка эффективности очистки сточных вод в отстойниках рассматриваемого типа.

Расчет выполнен при таких параметрах: скорость потока на входе в отстойник 1,9 м/ч; коэффициент диффузии $0.7 \text{ м}^2/\text{ч}$; $w=0.2 \text{ м/ч}$; $k=0$; длина отстойника 5м; глубина 3.6м. Концентрация загрязнителя во входящем в отстойник потоке равна 100ед (в безразмерном виде).

Рассмотрим результаты вычислительного эксперимента. На рис.1

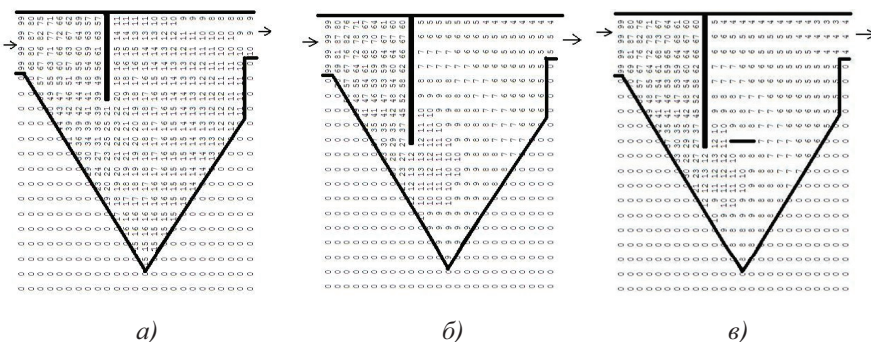


Рис.1. Распределение концентрации загрязнителя в вертикальном отстойнике:

a – длина вертикальной перегородки 1,2м; *б* – длина вертикальной перегородки 1,8м; *в* – длина вертикальной перегородки 1,8м, длина горизонтальной пластины 0,6м

представлены расчетные значения концентрации загрязнителя в отстойниках рассматриваемой конструкции. Значение концентрации представлено в безразмерном виде: каждое число – это величина концентрации в процентах от величины входной концентрации. Такое представление результатов вычислительного эксперимента позволяет оперативно анализировать прогнозную информацию по оценке величины концентрации в любой части отстойника. Однако отметим, что вывод на печать результатов расчета здесь осуществляется по формату печати «целых» чисел, т.е. дробная часть числа не выдается на печать. Это значит, что если, например, в какой-то точке расчетное

значение концентрации составляет «8,78%» от концентрации на входе в отстойник, то на печать будет выведено «8». Такой подход используется для удобства проведения быстрого анализа. Для детального анализа программа расчета выдает значение концентрации по формату «действительных» чисел.

Как видно из представленных результатов, величина концентрации на выходе из каждого отстойника (что представляет основной интерес при расчете, т.к. это эффективность очистки) составит:

- для отстойника с вертикальной перегородкой длиной 1,2 м – 9%;
- для отстойника с вертикальной перегородкой длиной 1,8 м – 5%;
- для отстойника с вертикальной перегородкой и горизонтальной пластиной (длина вертикальной перегородки 1,8 м, длина горизонтальной пластины 0,6 м) – 4%.

Таким образом, увеличение длины перегородки для отстойника первого типа всего на 0,6м позволило снизить величину концентрации загрязнителя в выходном потоке практически вдвое. Это позволяет сделать вывод о сильном влиянии «геометрического воздействия» на процесс массопереноса.

Отметим, что для расчета одного варианта задачи потребовалось 15 с компьютерного времени. Таким образом, для решения многопараметрической задачи массопереноса в области сложной геометрической формы – в вертикальном отстойнике, требуются незначительные временные затраты при использовании разработанной численной модели.

Выводы. В работе представлена новая численная (CFD) модель для расчета процесса массопереноса в канализационных вертикальных отстойниках. Модель дает возможность рассчитывать поле скорости в вертикальных отстойниках без ограничения на их геометрическую форму. На основе построенной численной модели разработан специализированный код, который может быть использован как инструмент решения комплекса задач, возникающих при проектировании и реконструкции вертикальных отстойников. Дальнейшее совершенствование рассмотренной в работе модели необходимо проводить в направлении адаптации её к моделированию трехмерного процесса массопереноса в отстойниках.

Литература

1. Таварткиладзе И. М., Кравчук А. М., Нечипор О. М. Математическая модель расчета вертикальных отстойников с перегородкой. // Водоснабжение и санитарная техника Выпуск №1, ч. 2, 2006 г., с. 39-42.

2. Олейник А. Я., Калугин Ю. И., Степовая Н. Г., Зябликов С. М. Теоретический анализ процессов осаждения в системах биологической очистки сточных вод. //Прикладная гидромеханика. 2004 г. Том 6 (78), №4. с.62-67.

3. Степова Н. Г., Калугин Ю. И., Олійник О. Я. До розрахунку вертикального відстійника з урахуванням форми його нижньої частини. // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравлики. 2010 г., Випуск №14, с.145 -151.

4. Згуровский М. З. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М. З. Згуровский, В. В. Скопечкий, В. К. Хрущ, Н. Н. Беляев. – К.: Наук. думка, 1997. – 368 с.

5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1978. – 735 с.

6. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982. – 320 с.

7. Самарский А. А. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1983. – 616 с.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ МАСОПЕРЕНОСУ З УРАХУВАННЯМ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ В ВЕРТИКАЛЬНОМУ ВІДСТІЙНИКУ

М.М. Біляєв, Е.К. Нагорная, П.В. Хорсев, С.С. Тищенко

На базі розробленої 2D чисельної моделі виконано розрахунок вертикального відстійнику з перешкодою всередині нього. Модель базується на чисельному інтегруванні рівняння конвективно-дифузійного переносу домішки та моделі потенційного руху. Наводяться результати обчислювального експерименту.

THE PROCESS MODELLING OF MASSCHANGING WITH NOTING OF ENERGY EFFICIENCY IN VERTICAL RESERVOIR

N. Belyaev, E. Nagornyyak, P. Horsev, C. Tishenko

The 2D numerical model was developed and used to simulate the pollutant transfer in the vertical settler. The model is based on the numerical integration of the K-gradient transport model and the model of the potential flow. The results of numerical experiment are presented.