УДК 624.044:624.012.45

П.В. Войтенко

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПЛИТИ ПЕРЕКРИТТЯ У ВУЗЛІ ОПИРАННЯ НА КОЛОНУ

На основі співвідношень для просторового скінченного елемента розроблено та удосконалено методи чисельного розрахунку залізобетонних конструкцій в умовах об'ємного багатовісного напруженого стану із врахуванням пластичних характеристик матеріалів.

Вступ

Метою даної роботи є розробка та удосконалення ефективних чисельних методів розрахунку залізобетонних конструкцій в об'ємному багатовісному напруженому стані з врахуванням пластичних характеристик матеріалів.

Однією з тенденцій сучасного будівництва є збільшення корисних площ приміщень і, як наслідок, збільшення величини робочих прольотів каркасів будівель. Це призводить до збільшення відстані між несучими елементами та, відповідно, збільшення навантажень на них. В зонах опирання плит перекриття на колони виникає значна концентрація, як вертикальних та зсувних напружень, так і згинальних моментів, для сприйняття яких збільшують товщину плити та зменшують розрахункові прольоти шляхом встановлення на колонах капітелей [1]. А саме, передбачено виконання перекриття у вигляді нерозрізної монолітної залізобетонної плити; при розмірах чарунки плити більш ніж 6000х6000 *мм*, товщину плити рекомендується приймати не менше 200 *мм*; при відстанях між опорами плити більш ніж 7200 *мм*, плиту перекриття рекомендується підсилювати капітелями або балками.

З встановленням капітелей збільшується площа опирання плити перекриття на колону, тим самим формується більш жорсткий вузол сполучення, і в розрахунковій моделі зменшується проліт плити на величину капітелі. Це дозволяє, не зменшуючи корисну площу, конструктивними методами підвищити жорсткість всього перекриття, а отже, зменшити величини згинальних моментів та забезпечити їх рівномірне розподілення по ширині плити. Зі збільшенням площі опирання перекриття підвищується міцність на продавлювання.

1. Вихідні співвідношення для просторового скінченного елемента

Робота залізобетонних елементів, на відміну від бетонних, має ряд характерних особливостей. Якщо бетон, з деяким наближенням, можна

© Войтенко П.В.

вважати однорідним ізотропним матеріалом до моменту появи в ньому тріщин, то залізобетон є структурно неоднорідним анізотропним матеріалом. Характеристики анізотропії проявляються за наявності в залізобетоні двох матеріалів з різними деформативними характеристиками.

В залізобетонному елементі без тріщин бетон і арматура працюють спільно і зусилля в такому елементі дорівнюють сумі зусиль в бетоні $\{\sigma_b\}$ та арматурі $\{\sigma_s\}$:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_b\} + \{\sigma_s\}. \tag{1}$$

Тоді матрицю жорсткості залізобетону можна отримати як суму відповідних пружно-пластичних характеристик бетону і арматури:

$$\mathbf{D}_{hs}(\Delta) = \mathbf{D}_{h}(\varepsilon) + \mathbf{D}_{s}(\Delta \varepsilon).$$
(2)

Матриця жорсткості арматури $\mathbf{D}_{s}(\Delta \varepsilon)$ формується з врахуванням коефіцієнтів армування f_{i} та модулів пружності E_{si} відповідно у кожному *i*-му напрямку армування (*i*=*x*,*y*,*z*):

$$\mathbf{D}_{s}(\varepsilon) = \mathrm{d}s(\mathrm{i}\mathrm{j}) = \mathrm{E}_{s\mathrm{i}} \cdot f_{\mathrm{i}}.$$
(3)

Для формування матриці жорсткості бетону $\mathbf{D}_{b}(\varepsilon)$ на *n*-ому кроці навантаження з врахуванням попередніх навантажень, тобто відомого вектора напружень { σ_s }, визначаються необхідні параметри нелінійності дилатаційної моделі. Для ділянок тривісного розтягу ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \ge 0$) чи ділянок розтяг-розтяг-стиск ($\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 \ge 0$, $\sigma_3 < 0$; $\sigma_0 \ge 0$) матрицю жорсткості бетону $\mathbf{D}_{b}(\varepsilon)$ сформовано у вигляді:

$$\mathbf{D}_{b} = \frac{E_{b}(1-v_{b})}{(1+v_{b})(1-v_{b})} \begin{bmatrix} 1 & \frac{v_{b}}{1-v_{b}} & \frac{1}{2(1-v_{b})} & \frac{1-2v_{b}}{2(1-v_{b})} & \frac{1-2v_{b}}{2(1-v_{b})} & \frac{1-2v_{b}}{2(1-v_{b})} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де *E_b*, *v_b* – дотичний модуль пружності бетону та коефіцієнт пластичних деформацій, які визначають за формулами:

$$E_b = 9K_t \cdot G_t / (3K_t + G_t); \ v_b = (3K_t - 2G_t) / [2(3K_t + G_t)].$$
(5)

На першому етапі розрахунку характеристикам E_b , v_b задаються початкові значення: $E_b = E_0$, $v_b = v_0$.

Дотичні модулі K_t (об'ємний) і G_t (зсувний) обчислюються:

$$K_{t} = \frac{K_{0}H_{0}\sigma_{0}}{\left[H_{0}(k_{11} + k_{11}^{*})\sigma_{0} + K_{0}k_{12}^{*}T\right]},$$

$$G_{t} = \frac{G_{0}H_{0}T}{\left[H_{0}(k_{22} + k_{22}^{*})T + G_{0}k_{12}^{*}T\right]},$$

$$H_{t} = \frac{H_{0}}{\left[(k_{12} + k_{12}^{*})\right]},$$
(6)

де коефіцієнти $k_{11}, k_{22}, k_{12}, k^*_{11}, k^*_{22}, k^*_{12}$ дорівнюють:

$$k_{11} = 1 + L_{\mu\sigma}\sigma_0^2; \ k_{12} = M_{\mu\sigma}\sigma_0^5 T^5; \ k_{22} = 1 + N_{\mu\sigma}T^5; k_{11}^* = 2L_{\mu\sigma}\sigma_0^2; \ k_{12}^* = 5M_{\mu\sigma}\sigma_0^5 T^5; \ k_{22}^* = 5N_{\mu\sigma}T^5.$$
(7)

В (7) $L_{\mu\sigma}$, $M_{\mu\sigma}$, $N_{\mu\sigma}$ – коефіцієнти нелінійності для тривісного стику, які визначаються за параметром навантаження *R* та коефіцієнтами $\bar{q}_{\mu\sigma}$, $\bar{S}_{\mu\sigma}$, що залежать від типу напруженого стану (параметр Лоде-Надаі $\mu\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$):

$$L_{\mu\sigma} = \frac{\overline{q}_{\mu\sigma} - 1}{\overline{\sigma}^2}, \quad M_{\mu\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2\overline{\sigma}_0^2 \cdot \overline{T}^6}, \quad N_{\mu\sigma} = \frac{\overline{S}_{\mu\sigma} - 1}{\overline{T}^5} - \frac{3\overline{\sigma}_0^2 \cdot (\overline{q}_{\mu\sigma} - 1)}{4\overline{T}^7}.$$
 (8)

При розтягу дилатаційні ефекти в бетоні не проявляються і, відповідно, складові, що характеризують взаємний вплив, дорівнюють нулю ($k_{12}=0$), а співвідношення (6) матимуть вигляд:

$$K_{t} = K_{0} / (k_{11} + k_{11}^{*}); \quad G_{t} = G_{0} / (k_{22} + k_{22}^{*}).$$
(9)

Для ділянок тривісного стиску ($\sigma_1 \le 0$, $\sigma_2 \le 0$, $\sigma_3 < 0$) матрицю пружності бетону формуємо за іншими принципами. По-перше створимо матрицю піддатливості бетону $B_t(\Delta \sigma)$ за загальною схемою дилатаційної моделі, із врахуванням сумісного впливу об'ємних та зсувних складових. Матриця $B_t(\Delta \sigma)$, розміром шість на шість елементів, повністю заповнена, а для отримання матриці пружності бетону знайдемо обернену матрицю. Обернення виконаємо стандартним методом виключень Гауса-Жордана з перекомпонуванням вихідної матриці в одиничну, вибором вирішального елемента та перевіркою стійкості розв'язку лінеаризованої системи рівнянь. Процес обчислення проходить цілком стійко, оскільки кожний основний елемент b_{ij} характеризує, безпосередньо, піддатливість конструкції, а отже відмінний від нуля. Але, так як головні елементи матриці $B_t(\Delta \sigma)$ мають порядок $n \ 10^{-6}$, то при визначенні детермінанта матриці $det[B_t(\Delta \sigma)]$ чи оберненні може відбутися втрата значущих цифр. Це ніяк не відобразиться на процесі обчислення, але може внести деяку похибку в вихідну матрицю. Щоб цього уникнути, помножимо первісну матрицю піддатливості бетону на масштабний коефіцієнт $\mathbf{B}_t(\Delta\sigma)\cdot k$, де $k=10^6$. Тоді, після обернення, матриця пружності бетону $\mathbf{D}_b(\varepsilon)$ матиме вигляд:

$$\mathbf{D}_{b} = k \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{33} & b_{34} & b_{35} & b_{36} \\ b_{44} & b_{45} & b_{46} \\ b_{55} & b_{56} \\ b_{66} \end{bmatrix} \cdot k \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}^{-1}$$
(10)

Маючи матриці пружності арматури (3) і бетону (10) чи (4), в відповідності з (2), отримаємо композитну матрицю пружності залізобетону $\mathbf{D}_{bs}(\Delta \varepsilon)$.

Інший шлях отримання матриці пружності залізобетонного елемента $\mathbf{D}_{bs}(\Delta \varepsilon)$, котрий реалізований в програмних комплексах, грунтується на теорії анізотропного тіла [2]:

$$\mathbf{D}_{bs} = \frac{E_b(1-\nu_b)}{(1-\nu_b)(1-2\nu_b)} \begin{vmatrix} \frac{E_{xx}^*}{E_b} & a & a \\ & \frac{E_{yy}^*}{E_b} & a \\ & \frac{E_{zz}^*}{E_b} \\ & \frac{G_{xx}^*}{G_b} & a \\ & & \frac{G_{xy}^*}{G_b} & b \\ & & & \frac{G_{yy}^*}{G_b} & b \\ & & & & \frac{G_{zz}^*}{G_b} & b \\ & & & & \frac{G_{zz}$$

де $a = v_b / (1 - v_b); b = (1 - 2v_b) / (2 - 2v_b).$

Модуль пружності E_{ii}^* і модуль зсуву G_{ii}^* визначимо як:

$$E_{ii}^{*} = E_{b} \left[1 + (n_{i} - 1)f_{i} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i} + (1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i} + (1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i} + (1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i} + (1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i} + (1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i} + (1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i} + (1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i} + (1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i}})^{2} \cdot f_{i+1}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i+1})^{2} \cdot f_{i+1}}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i+1})^{2} \cdot f_{i+1}}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1})^{2} \cdot f_{i+1}}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i+1}})^{2} \cdot f_{i+1}}}} + \frac{(1 - \frac{1}{n_{i+1}}) \cdot f_{i+1}}}{1 - \sqrt{(1 - \frac{1}{n_{i+1$$

$$+\frac{(1-\frac{1}{n_{i+2}})\cdot f_{i+2}}{1-\sqrt{(1-\frac{1}{n_i})^2\cdot f_i + (1-\frac{1}{n_{i+2}})^2\cdot f_{i+2}}}\right],$$

$$G_{ii}^* = G_b \left[1+\frac{(1-\frac{1}{m_i})\cdot f_i + (1-\frac{1}{m_{i+1}})\cdot f_{i+1}}{1-\sqrt{(1-\frac{1}{m_i})^2\cdot f_i + (1-\frac{1}{m_{i+1}})^2\cdot f_{i+1}}}\right],$$
(12)

де коефіцієнти приведення *n_i*, *m_i* жорстких характеристик для анізотропного тіла [2]

$$m_i = E_{si} / E_b, \quad m_i = G_{si} / G_b, \quad i = x, y, z.$$
 (13)

Пружні характеристики для сталі E_s , G_s приймаються у відповідності з прийнятою діаграмою роботи металу. Для бетону знаходяться змінні дотичні характеристики E_b , G_b , v_b на кожному кроці збільшення навантаження у відповідності з (5).

Для визначення об'ємного напружено-деформованого стану різних бетонних та залізобетонних конструкцій, особливо складних конструктивних вузлів, потрібні скінченні елементи, реалізація яких в постановці МСЕ розроблена в роботах [3, 4, 5] і базується на теоретичних передумовах таких авторів в цій

області, як М.Айронс, Дж.Аргіріс, К.Бате, Е.Вільсон, Т.Гелен, О.Зенкевич, Дж.Оден, Г.Стренг та інші.

Для опису об'ємного напружено-деформованого стану приймемо довільно орієнтований в просторі гексаедр з трьома ступенями вільності *u*, *v*, *w* у вузлі (рис. 1).

Нелінійне матричне розв'язуюче рівняння МСЕ на кожному *n*-му кроці навантаження має вигляд:



Рис. 1. Орієнтація об'ємного ізопараметричного скінченного елемента в просторі

$$\left[K\left(\{\Delta q\}\right)\right]_{n} \cdot \left\{\Delta q\right\}_{n} = \left\{\Delta P\right\}_{n},\tag{14}$$

де $K(\{\Delta q\})$ – матриця жорсткості системи на *r* скінченних елементів, $K(\{\Delta q\}) = \sum_{i=1}^{r} K_i, \{\Delta q\}$ – вектор збільшення вузлових переміщень, $\{\Delta P\}$ - вектор збільшення зовнішнього навантаження.

Використаний при такому підході простий кроковий метод, хоч і має деяку похибку, але при вирішенні фізично нелінійних задач, є найбільш стійким.

Після утворення тріщини в об'ємному елементі з повної матриці \mathbf{D}_{bs} виключаються жорсткісні характеристики зруйнованого бетону в напрямку головного розтягуючого напруження σ_1 . При крихкому руйнуванні бетону, його жорсткісні характеристики обнуляються і зусилля сприймає арматура. Досягнувши зусиль,що перевищують межу міцності, в арматурі фіксується її розрив чи зминання. В даному випадку відповідні стовпці і рядки матриці жорсткості арматури $\mathbf{D}_{bs}(\Delta \varepsilon)$ обнуляються.

2. Розрахунок вузла опирання плити перекриття на колону

Як правило такий вузол опирання розраховують аналітичним методом та з використанням програмних комплексів. При аналітичному розрахунку капітель розглядається як консольно-закріплена плита з усіма прикладеними навантаженнями, без урахування спільної роботи конструкції в цілому. Розрахунок капітелей зводиться до розрахунку на головні напруження розтягу по периметру всіх точок перелому контуру капітелі.

При розрахунку капітелі за допомогою програмних комплексів, основним способом моделювання є збільшення товщини в плоских скінченних елементах по всій її площині. Використання жорстких вставок дозволяє створити ексцентриситет між нульовими лініями плити та капітелі, що наближує модель до реальної. При розрахунку колони використовуємо стрижневі скінченні елементи, а в точці опирання значні зусилля, які не відповідають реальним. виникають Для пі€ї похибки. просторовими виправлення колону змодельовано скінченними елементами, що дозволяє розподілити зусилля по всьому контуру опирання плити. Щоб найточніше змоделювати сумісну роботу плити перекриття з капітеллю та колоною, використано просторову модель, яка дозволяє в повній мірі відтворити роботу реальної конструкції.

В дослідженні змодельовано та отримано результати для розглянутих варіантів розрахункових схем вузла опирання плити перекриття на колону. Модель створена для нескінченої в плані плити перекриття, товщиною 250 *мм*, з кроком колон 8х8*м*, перерізом 500х500*мм*. По гранях плити задані умови симетрії, що дозволяє, розглядаючи фрагмент, врахувати нескінченний в плані масив плити з колоною в центрі. Грунтову основу задано у вигляді пружних елементів в вузли сітки опором 4905 $\kappa H/m^2$. Навантаження на плиту перекриття складає 6.4 $\kappa H/m^2$, на колону прикладено навантаження 4900 κH , також враховується власна вага конструкцій. Розрахунки всіх варіантів виконано в лінійній постановці.



Рис. 2. Розрахункові схеми першої групи варіантів з плитою та колоною в плоскій постановці: а) схема плити без капітелі та з капітеллю без різниці між нейтральними вісями; б) плита з капітеллю та різницею між нейтральними осями

Перша група варіантів розрахункової схеми представлена у вигляді плити, що утворена плоскими скінченними елементами (СК) та опирається на колону, яка, у свою чергу, змодельована стрижневими елементами (рис. 2). Скінченні елементи пластин мають жорсткісні характеристики, які відповідають бетону класу ВЗО ($E=19.6 \Gamma \Pi a$, $R_o=25 \kappa H/m^2$, h=0.25 m), елементам колони задані, також, характеристики бетону класу ВЗО ($E=19.6 \Gamma \Pi a$, $R_o=25 \kappa H/m^2$, bxh=0.5x0.5 m).

На рис. 3 представлено результати розрахунку варіанту плити з плоских СЕ без урахування капітелі та колоною з стрижневих СЕ. Максимальний згинальний момент відносно осей X та У знаходиться в межах -33,3 – +4,3 *кН/м*. Розрахункове армування плити складає: верхнє вздовж осей x та y в зоні опирання колони 62.8 cm^2/m , в прольоті 10.1 - 50.9 cm^2/m ; нижня арматура в середині прольоту 12.7 cm^2 . Відповідно до рис. 3,*а* максимальне армування в межах 24.5 - 62.8 cm^2/m знаходиться в радіусі 750 *мм* від центру колони.

Результати розрахунку моделі плити з капітеллю утворених плоскими СЕ та зі стрижневих СЕ колони зображені на рис. 4. Відповідно до ізополів згинальних моментів при використанні капітелі максимальні згинальні моменти концентруються в її межах і складають -42.1 - + 14 m/m, в прольоті плити в межах -14 – +3.51 m/m. Введення в модель капітелі дозволяє зменшити верхнє армування в плиті до 7.69 - 24.5 cm^2 , в той час як армування в капітелі досягає 50.9 cm^2 . Нижня арматура в прольоті плити складає 12.7 cm^2 .



Рис. 3. Результати розрахунку для плити та колони без капітелі з плоских СЕ



Рис. 4. Результати розрахунку для плити з капітеллю с плоских CE без зміщення нейтральних осей та колони зі стрижневих CE

Використання моделі зі зміщенням нейтральних осей між плитою і капітеллю (рис. 5) дозволяє створити ексцентриситет за рахунок якого досягається наближеність до роботи реальної конструкції. В даному випадку максимальні згинальні моменти складають від +3.46 m/m в прольоті та до -39 m/m в зоні опирання на колони. Максимальне верхнє армування знаходиться в межах 5.66 - 40.2 cm^2 , нижнє – 1.41 - 10.1 cm^2 . Як видно з ізополів армування та згинальних моментів в кутах примикання плити та капітелі виникають локальні концентрації напружень, що потребують значного підвищення армування і додаткового розрахунку на продавлювання.

В другій групі варіантів (рис. 6) розглянуто скінченно-елементну модель плити перекриття з плоских СЕ опертої на колону змодельовану з просторових СЕ. Це дозволяє відтворити реальну картину розподілу напружень по всьому периметру колони у вузлі опирання. Жорсткісні характеристики плити ідентичні попередній групі варіантів. Об'ємним



Рис. 5. Результати розрахунку для плити з капітеллю с плоских CE зі зміщення нейтральних осей та колони зі стижневих CE

На рис. 7 зображено результати розрахунку для плити з плоских СЕ без капітелі. По всій площині плити згинальні моменти змінюються від +4.32 *m/м* в прольоті, до -17.3 *m/м* в зоні опирання на колону. Армування верхньої зони плити перекриття в прольоті складає 5.66 cm^2 та в зоні опирання на колону змінюється в межах від 10.1 до 40.2 cm^2 . Максимальне нижнє армування складає 12.7 cm^2 .



Рис. 6. Розрахункові схеми другої групи варіантів для плити перекриття з плоских СЕ та колоною з об'ємних СЕі: а) схема плити без капітелі та з капітеллю без зміщення нейтральних осей; б) плита з капітеллю та зі зміщенням нейтральних осей

Результати розрахунку варіанту плити перекриття з капітеллю без зміщення нейтральних осей зображені на рис. 8. В цій моделі згинальні моменти знаходяться в межах -24.8 - +3.5 m/m. Згідно ізополів їх розподілу, максимальні значення згинальних моментів знаходяться в капітелі, те саме можна сказати про картину ізополів армування. Максимальне армування складає 40.2 cm^2 в капітелі, в зоні опирання на колоною та в кутах примикання до плити перекриття. В областях переходу між капітеллю та плитою, по периметру опирання, виникають зони концентрації напружень, які потребують додаткового армування.

Загалом армування плити знаходиться в межах 5.66 - 30.8 cm^2 . Нижнє армування плити складає 7.69 - 12.7 cm^2 .





Рис. 7. Результати розрахунку для плити з плоских СЕ без капітелі та колони з об'ємних СЕ



Рис. 8. Результати розрахунку для плити з капітеллю без зміщення нейтральних осей з плоских CE та колони з об'ємних CE

Результати розрахунку третього варіанту розрахункової схеми плити перекриття зі зміщенням нейтральних осей плити та капітелі опертих на колону з об'ємних СЕ зображено на рис. 9. Згинальні моменти в прольоті плити складають +3.45 *m/м*, в зонах примикання капітелі та опирання на колону знаходяться в межах +3.7 - (-22.2) *m/м*. Максимальне верхнє армування знаходиться в межах від 3.93 *см*², по площі плити, та до 24.5 *см*², за рахунок ексцентриситету між плитою та капітелію, в зоні примикання капітелі з плитою та опирання на колону.

В третій групі варіантів розглядається просторова модель вузла опирання плити перекриття з капітеллю на колону з об'ємних СЕ (рис. 10). Їх характеристики: $E=19.6 \Gamma\Pi a$, $R_0=25 \kappa H/m^2$, $\nu=0.2$. Розрахунок проводиться в лінійній постановці.

На рис. 11 представлено ізополя напружень N_x в окремих об'ємних найбільш напружених СЕ плити перекриття без капітелі. Групи елементів 20405, 20425, 23385 розташовані біля кутових елементів та граней колони відповідно вздовж бічної грані плити перекриття та колони, група 24051 розташована в середині прольоту.





Рис. 9. Результати розрахунку плити з капітеллю з плоских CE зі зміщення нейтральних осей та колони з об'ємних CE



Рис. 10. Розрахункові схеми третьої групи варіантів з плитою та колоною з об'ємних СЕ: а) схема плити без капітелі; б) плита з капітеллю

При розрахунку просторової моделі на основі виведених співвідношень з використанням програмних комплексів ми отримуємо результати у вигляді головних та дотичних напружень. Щоб провести порівняння з попередніми варіантами розрахункових схем, потрібно результати розрахунку звести до однієї системи зусиль. Для даної задачі напруження, за виведеними формулами, переведені в згинальні моменти.

Обчислення максимальних згинальних моментів виконується за формулою:

$$M = (|N_1| + |N_2| + \dots)^* d_z * z * l,$$
(2.1)

де N_1 , N_2 – напруження у відповідних стиснутих чи розтягнутих елементах; d_z - товщина скінченного елемента; z – відстань від

відповідного напруження в крайньому СЕ до нейтральної осі; *l* – ширина ділянки плити.



Рис. 11. Ізополя напружень в елементах по товщині плити перекриття без капітелі

Відповідно до формули 1, максимальні розтягуючі моменти в плиті перекриття будуть дорівнювати:

група елементів 20405:

 $M = (1730.4 + 415.8 + 69.7)m/m^2 * 0.05m*0.1082m*1m = 11.988(m*m);$

- група елементів 20425:

 $M = (1855.8 + 641.1 + 44.8)m/m^2 * 0.05m * 0.1043m * 1m = 13.255(m * m);$

група елементів 23385:

 $M = (899.3 + 415.9)m/m^2 * 0.05m * 0.0987m * 1m = 6.49(m * m);$

група елементів 24051:

 $M = (645.2 + 318.1)m/m^2 * 0.05m * 0.0988m * 1m = 4.76(m*m).$

Ізополя напружень в найбільш навантажених елементах плити перекриття з капітеллю зображено на рис. 12. Групи елементів 21865 та 25590 вибираються в зоні опирання біля кута колони та по бічній грані відповідно, елементи 15675 групи розташовані на межі переходу капітелі в плиту перекриття, 25705 група розташована в прольоті плити.



Рис. 12. Изополя напружень в скінченних елементах плит із капітеллю по товщині

Розрахунок максимальних моментів виконується відповідно (15):

група елементів 21865:

M=(595.8+348.6+230.1+133.4+47.6+25.7)*m*/*м*²*0.05*м**0.2714*м**1*м*= 18.74(*m***м*); група елементів 25590:

 $M = (912.1 + 388.9 + 278.7 + 184.9 + 107.6)m/m^2 * 0.05m * 0.2355m * 1m = 22.04(m*m);$

група елементів 15675:

 $M = (1227.4 + 383.5 + 9.03)m/m^2 * 0.05m * 0.1007m * 1m = 8.16(m*m);$

група елементів 25705:

 $M = (333.4 + 137.6) \ m/m^2 * 0.05m * 0.085m * 1m = 2.002(m*m).$

Висновки

Проведене дослідження напружено-деформованого стану плити перекриття різними методами моделювання вузла опирання плити перекриття на колону виявило недоліки та переваги кожного з них. В моделі плити з плоскими скінченними елементами максимальні згинальні моменти в прольоті плити майже не відрізняються в усіх поставлених задачах першої та другої групи варіантів. Включення колони з просторових СЕ дозволяє збільшити площу опирання колони і, як видно з розрахунку, дозволяє зменшити згинальні моменти на 45%.

Включення капітелі в розрахункову схему збільшує згинальний момент, проте це пов'язано зі збільшенням жорсткості елементів. Зміщення нейтральних осей плити та капітелі дозволяє зменшити згинальний момент на 8-9%, а отже і розрахункове армування, за рахунок виникнення додатніх моментів. Такий спосіб моделювання плоскими СЕ найбільш точно відповідає роботі реальної конструкції і відрізняється від схеми з просторових СЕ менше ніж на 5%.

Результати розрахунку задачі на основі дискретної моделі, утвореної з просторових СЕ показали, що такий метод моделювання повністю описує роботу реальної конструкції в лінійній постановці, в порівнянні з плоскими СЕ, для яких застосовують теорію тонких плит, щоа не зсувні деформації та зминання враховує в зонах концентрації вертикальних зусиль і потребує розрахунку додаткового на продавлювання. Для виконання більш точного розрахунку складних ділянок конструкцій, таких як розглянутий вузол опирання плити перекриття, моделювання просторовими СЕ є необхідним.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1. ДБН. В.2.2-24:2009 Проектування висотних житлових і громадських будівель
- 2. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. –М.:Наука, 1977. -416с.
- 3. Кудашов С.М., Козачевський А.И. К решению трехмерной задачи теории упругости железобетона методом конечных элементов // Изв. вузов. Строительство и архитектура.-1979. - №3.- С. 112-116.
- Кудашов В.И. Математическое моделирование процессов нелинейного деформирования и разрушения железобетонных сосудов высокого давления при термосиловом

нагружении // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения : Всесоюзн. межвузов. сб. / Горьковск. ун-т. – 1987. – С.60-68

- Кудашов В.И., Устинов В.П. Расчет пространственных железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности и трещинообразования // Строительная механика и расчет сооружений. -1981. - №4. – с. 6-10
- 6. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. -М.: Стройиздат, 1996. -416 с.:ил. –ISBN 5-274-01682-0
- 7. Голышев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетона.-К.: Основа, 2009.-432 с.
- 8. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций.-К.: Факт, 2007.-394с.

Стаття надійшла до редакції 10.10.2011 р.

Войтенко П.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛИТЫ ПЕРЕКРЫТИЯ В УЗЛЕ ОПИРАНИЯ НА КОЛОНУ

На основе соотношений для пространственного конечного элемента разработано и усовершенствовано методы численного расчета железобетонных конструкций в условиях объемного многоосного напряженного состояния с учетом пластических характеристик материалов.

Voitenko P.V.

RESEARCH OF THE INTENSE-DEFORMED STATE OF FLOOR SLAB IN KNOT LEANING ON THE COLUMN

On the basis of relation for a spatial finite element is developed and improved methods of numerical calculation of ferro-concrete constitution in the conditions of multiaxial tension taking into account plastic characteristics of materials.