

---

**• ТЕПЛООБМІН, ТЕПЛОПОСТАЧАННЯ,  
ГАЗОПОСТАЧАННЯ**

---

УДК 631.22.628.8

**Е. С. Малкін, докт. техн. наук, проф.,  
І. Е. Фуртат, канд. техн. наук, доцент,**

**Н. В. Чепурна, асистент**

**Київський національний університет  
будівництва і архітектури**

**АНАЛІТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОЛІВ ШВИДКОСТЕЙ  
І ТЕМПЕРАТУР ПОВІТРЯ В ТЕПЛИЦЯХ  
З ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНИМ МІКРОКЛІМАТОМ**

Для розрахунку кліматичних умов теплиці за межами камер з децентралізованим кліматом (які в подальшому будемо називати робочими камерами) і для розрахунку системи опалення цієї теплиці необхідно знати розподілення температур та швидкості руху повітря в об'ємі теплиці. У разі використання технології децентралізованого мікроклімату задача визначення цього розподілу зводиться до розгляду розвитку термогравітаційних повітряних фонтанів в приміщенні за межами робочих камер. Рішення задач розрахунку параметрів повітряного фонтану над джерелом теплоти вирішена в роботі [1]. Але в разі використання камер з децентралізованим мікрокліматом розташованих над пристроями загального опалення вирішення такого завдання ускладнюється тим фактором, що після першої зони розвитку повітряного фонтану (над пристроями системи опалення), яка відповідає рішенням [1], на другій частині струмини вона відчуває вплив джерела теплоти (робочої камери). Таке завдання не розглядалося. Метою даної роботи є вирішення цього завдання.

Розглянемо поперечний переріз повітряного термогравітаційного фонтану над трубами системи опалення та робочою камерою у приміщенні теплиці (рис. 1).

Вісь вертикального фонтану прямолінійна; гравітаційні сили проявляються в зміні швидкості температури й інших параметрів повітря струмені.

Енергетичним ресурсом фонтана (струмини нагрітого повітря, що піднімається) є кінетична та теплова енергія, що підводиться до нього.

При сильному підігріві та малій швидкості витікання повітряний фонтан набуває схожості з конвективним потоком, який піднімається над джерелом тепла.

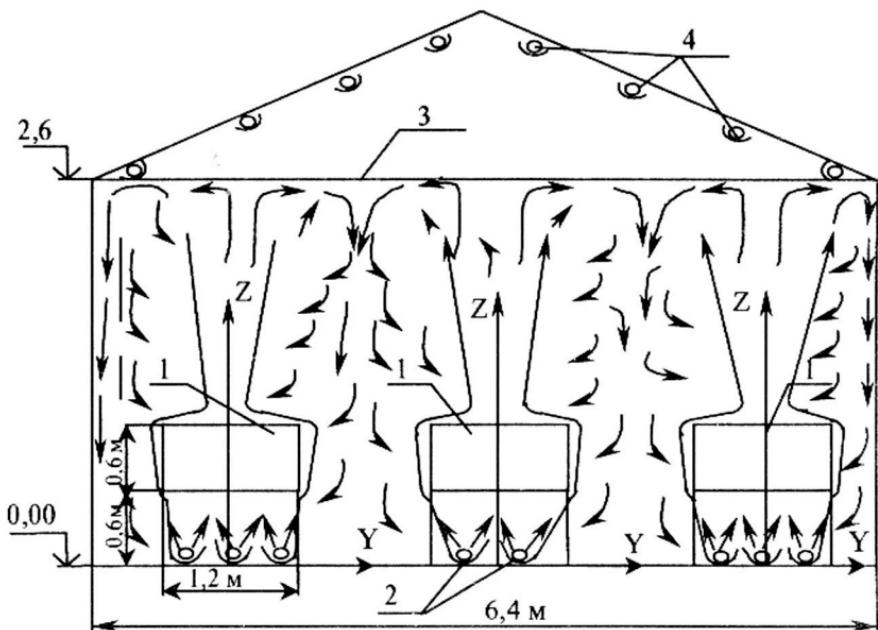


Рис. 1. Схема розповсюдження конвективного потоку:  
1 – робочі камери з мікрокліматом; 2 – труби системи опалення теплиці;  
3 – шторний екран; 4 – випромінювачі періодичної дії (для таяння снігу)

У граничному випадку при відсутності початкового імпульсу ( $I_o = 0$ ) розглядається природний конвективний потік над тепловим джерелом.

Позначимо тепlopродуктивність джерела теплоти  $Q_o$ .

Для аналітичного вираження профілів швидкостей і температур у перерізах конвективних потоків використаємо гіперболічні функції, справедливі для плоских потоків вільної і вимушененої конвекції [2].

$$w = w_z ch^{-2} \lambda;$$

$$\vartheta = \vartheta_z c h^{-1} \lambda,$$

де:  $w$  – швидкість в довільній точці фонтана з координатами  $y$  та  $z$ ;  
 $w_z$  – швидкість всередині поперечного перерізу на рівні  $z$  ( $y=0$ );  
 $\vartheta$  – надлишкова температура в довільній точці фонтана з координатами  $y$  та  $z$ ,  $\vartheta = t - t_\infty$ ;  $\vartheta_z$  – надлишкова температура у всередині поперечного перерізу на рівні  $z$  ( $y=0$ ),  $\vartheta_z = t_z - t_\infty$ ;  $\lambda$  – полярна координата,  $\lambda = \frac{y}{cz}$ ;  $c$  – дослідна константа, яка згідно з [1] дорівнює 0,04.

В основу аналізу покладені наступні припущення:

1. Джерела теплоти (труби системи опалення та тепловіддаючі поверхні робочих камер) моделюються, як концентричні джерела теплоти.

2. Швидкість і температура повітряного потоку по осі  $x$  не змінюються.

3. В першій зоні (від труб системи опалення до робочої камери) тепловий потік дорівнює тепловіддачі труб системи опалення під робочою камерою, що розглядається:

$$Q_o = Q_{c.o},$$

а в другій зоні тепловий потік дорівнює сумі теплового потоку в першій зоні та тепловіддачі робочої камери:

$$Q_o = Q_{c.o} + Q_{p.k}.$$

4. Тепловий потік в поперечних перерізах фонтана в кожній зоні постійний та дорівнює тепловому потоку на початку витікання, тобто

$$Q_z = Q_o = const. \quad (1)$$

5. Приріст кількості руху маси переміщеного повітря, що переміщується між двома поперечними перерізами дорівнює діючій між цими перерізами під'ємної (архимедової) сили, тобто

$$dI_z = dP_z. \quad (2)$$

Визначимо значення окремих членів у рівняннях (1) та (2).

Тепловий потік (конвективний) у поперечному перерізі на висоті  $z$ :

$$Q_z = \int_0^{\infty} \rho w h d f,$$

де  $\rho$  – середня густина повітря;  $h$  – питома енталпія,  $h = C_p$ ;  $C_p$  – ізобарна теплоємність.

$$Q_z = \int_0^{\infty} \rho w C_p \vartheta d f; \quad d f = 2l dy.$$

$$\begin{aligned} Q_z &= 2 \rho_{\infty} C_p l \vartheta_z w_z \int_0^{\infty} c h^{-3} \left( \frac{y}{c z} \right) dy = 2 \rho_{\infty} C_p l \vartheta_z w_z c z \int_0^{\infty} c h^{-3} \left( \frac{y}{c z} \right) d \left( \frac{y}{c z} \right) = \\ &= 2 \rho_{\infty} C_p l \vartheta_z w_z c z \left[ \frac{1}{2} \frac{sh \left( \frac{y}{c z} \right)}{ch^2 \left( \frac{y}{c z} \right)} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{2} arctg \left[ sh \left( \frac{y}{c z} \right) \Big|_0^{\infty} \right] \right] = \\ &= \frac{\pi \rho_{\infty} C_p l \vartheta_z w_z c z}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $l$  – довжина робочого блоку;  $\rho_{\infty}$  – густина поза повітряної струмини.

Кількість руху масової витрати повітря, яке переміщається через  $z$ :

$$\begin{aligned} I_z &= mw = \rho Vw = \rho_{\infty} \int_0^{\infty} w df \quad w = \rho_{\infty} \int_0^{\infty} w^2 2l dy = 2 \rho_{\infty} l w_z^2 \int_0^{\infty} c h^{-4} \left( \frac{y}{c z} \right) dy = \\ &= 2 \rho_{\infty} l w_z^2 c z \int_0^{\infty} c h^{-4} \left( \frac{y}{c z} \right) d \left( \frac{y}{c z} \right) = 2 \rho_{\infty} w_z^2 l c z \left[ -\frac{1}{3} th^3 \left( \frac{y}{c z} \right) \Big|_0^{\infty} + th \left( \frac{y}{c z} \right) \Big|_0^{\infty} \right] = \\ &= \frac{4}{3} \rho_{\infty} w_z^2 l c z. \end{aligned} \quad (4)$$

Приріст кількості руху по висоті:

$$dI_z = d\left(\frac{4}{3}\rho_\infty w_z^2 l c z\right) = \frac{4}{3}\rho_\infty l c d\left(w_z^2 z\right) = \frac{4}{3}\rho_\infty l c \left(2w_z dw_z z + w_z^2 dz\right) = \\ = \frac{4}{3}\rho_\infty l c w_z \left(2z dw_z + w_z dz\right). \quad (5)$$

Під'ємна сила дорівнює:

$$dP_z = \left( \int_0^\infty (\rho_\infty - \rho) g df \right) dz.$$

Використовуючи коефіцієнт об'ємного розширення,

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

або в кінцевих різницях:

$$\beta = -\frac{1}{\rho_\infty} \frac{\rho_\infty - \rho}{\vartheta},$$

маючи  $\rho_\infty - \rho = \beta \rho_\infty \vartheta$ .

Для газів  $\beta$  знаходимо з рівняння стану:  $\frac{P}{\rho} = RT$ , звідки

$$\rho = \frac{P}{RT}.$$

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{P}{R} \left( -\frac{1}{T^2} \right),$$

$$\beta = -\frac{RT}{P} \cdot \frac{P}{R} \left( -\frac{1}{T^2} \right) = \frac{1}{T},$$

приймаємо  $\beta = \frac{1}{T_\infty}$ .

Тоді:

$$\begin{aligned}
 dP_z &= \left( \int_0^\infty \beta \rho_\infty \vartheta g df \right) dz = \left( \int_0^\infty \frac{\rho_\infty \vartheta_z c h^{-1} \left( \frac{y}{c z} \right) g 2l dy}{T_\infty} \right) dz = \\
 &= \left( \frac{2 \rho_\infty \vartheta_z g l c z}{T_\infty} \int_0^\infty c h^{-1} \left( \frac{y}{c z} \right) d \left( \frac{y}{c z} \right) \right) dz = \\
 &= \frac{2 \rho_\infty \vartheta_z g l c z}{T_\infty} \arctg \left( sh \frac{y}{c z} \right) \Big|_0^\infty dz = \frac{\pi \rho_\infty \vartheta_z g l c z}{T_\infty} dz \quad (6)
 \end{aligned}$$

Використовуючи вирази (1) – (6), отримуємо систему рівнянь для визначення  $w_z$  та  $\vartheta_z$ :

$$\begin{cases} \frac{\pi c \rho_\infty C_p l \vartheta_z w_z z}{2} = Q_0, \\ \frac{4}{3} \rho_\infty l c w_z (2z dw_z + w_z dz) = \frac{\pi \rho_\infty g l \vartheta_z c z}{T_\infty} dz; \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{\pi c \rho_\infty C_p l \vartheta_z w_z z}{2} = Q_0, \\ w_z (2z dw_z + w_z dz) = \frac{3 \pi g \vartheta_z z}{4 T_\infty} dz. \end{cases} \quad (8)$$

З першого рівняння системи (7) виразимо  $\vartheta_z$  та підставимо в друге:

$$\begin{aligned}
 \vartheta_z &= \frac{2Q_0}{\pi c \rho_\infty C_p l w_z z}, \\
 w_z (2z dw_z + w_z dz) &= \frac{3 \pi g z}{4 T_\infty} \cdot \frac{2Q_0}{\pi c \rho_\infty C_p l w_z z} dz.
 \end{aligned}$$

Маємо

$$w_z (2z dw_z + w_z dz) = \frac{3}{2} \frac{Q_0 g}{T_\infty c \rho_\infty C_p l} \frac{dz}{w_z}. \quad (9)$$

Позначивши  $\frac{3}{2} \frac{Q_0 g}{T_\infty c \rho_\infty C_p l} = A$  та розділимо рівняння на

$(2w_z \cdot z) dz$ , перенесемо всі члени рівняння вліво отримаємо:

$$\frac{dw_z}{dz} + \frac{w_z}{2z} - \frac{A}{2z w_z^2} = 0. \quad (10)$$

Рівняння Бернуллі має вигляд:

$$w_z' + P(z)w_z + Q(z)w_z^{-2} = 0,$$

$$\text{де } w_z' = \frac{dw_z}{dz}; \quad P(z) = \frac{1}{2z}; \quad Q_z = \frac{A}{2z}.$$

Приведемо його до лінійного рівняння, розділивши всі члени на  $w_z^{-2}$ , маємо

$$w_z^2 w_z' + P(z)w_z^3 + Q(z) = 0, \quad (11)$$

позначивши  $w_z^3 = v_z \Rightarrow 3w_z^2 w_z' = v_z'$ ,

$$\text{звідки } w_z' = \frac{v_z'}{3w_z^2}.$$

$$w_z^2 \frac{v_z'}{3w_z^2} + P(z)v_z + Q(z) = 0. \quad (12)$$

Стандартне лінійне рівняння має вигляд:

$$v_z' + P_1(z)v_z + Q_1(z) = 0$$

$$P_1 = 3P; \quad Q_1 = 3Q$$

$$P_1 = 3/2z; \quad Q_1 = 3A/2z$$

рішення такого рівняння запишемо у вигляді:

$$v_z = u_z e^{-\int P_1(z) dz}, \quad (13)$$

де  $e^{-\int P_1(z)dz}$  – рішення відповідно до однорідного рівняння.

$$e^{-\int P_1(z)dz} = e^{-\int \frac{3}{2} z dz} = e^{-\frac{3}{2} \ln z} = e^{\ln z^{-\frac{3}{2}}} = z^{-\frac{3}{2}},$$

$$v_z = u_z z^{-\frac{3}{2}},$$

$$v_z' = u_z' z^{-\frac{3}{2}} + u_z \left(-\frac{3}{2}\right) z^{-\frac{5}{2}}. \quad (14)$$

Підставляємо в лінійне рівняння

$$u_z' z^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} u_z z^{-\frac{5}{2}} + \frac{3}{2z} u_z z^{-\frac{3}{2}} - \frac{3A}{2z} = 0; \quad (15)$$

$$u_z' z^{-\frac{3}{2}} - \frac{3A}{2z} = 0; \quad (16)$$

$$du_z = \frac{3A}{2z} \cdot z^{3/2} dz;$$

$$u_z = \frac{3}{2} A \int_0^\infty z^{1/2} dz = \frac{3}{2} A \cdot \frac{z^{3/2}}{3/2} = A z^{3/2}; \quad (17)$$

$$v_z = A z^{3/2} \cdot z^{-3/2} = A;$$

$$w_z^3 = A = \frac{3Q_o g}{2T_\infty c \rho_\infty C_p l},$$

тоді

$$w_z = \sqrt[3]{\frac{3Q_o g}{2T_\infty c \rho_\infty C_p l}}. \quad (18)$$

$$\vartheta_z = \frac{2Q}{\pi c \rho_\infty C_p l z} \cdot \sqrt[3]{\frac{2T_\infty c \rho_\infty C_p l}{3Q_o g}} = \frac{1}{z} \cdot \sqrt[3]{\frac{16Q_o^2 T_\infty}{3g \pi^3 c^2 \rho_\infty^2 C_p^2 l^2}}. \quad (19)$$

$$\text{Якщо позначити } q_0 = \frac{Q_o}{l}, \quad \left[ \frac{Bm}{m} \right],$$

де  $q_0$  – лінійна густина теплового потоку джерела, отримаємо:

$$\begin{cases} w_z = \sqrt[3]{\frac{3q_0 g}{2T_\infty c \rho_\infty C_p}}, \\ \vartheta_z = \sqrt[3]{\frac{16q_0^2 T_\infty}{3g c^2 C_p^2 \rho_\infty^2}} \cdot \frac{1}{\pi z}. \end{cases} \quad (20)$$

Отже, використовуючи ці залежності можна знайти розподілення швидкостей та надлишкових (а значить і дійсних) температур у всіх точках:

$$\begin{cases} w = \sqrt[3]{\frac{3q_0 g}{2T_\infty c \rho_\infty C_p}} \cdot ch^{-2}\left(\frac{y}{cz}\right), \\ \vartheta = \sqrt[3]{\frac{16q_0^2 T_\infty}{3g c^2 C_p^2 \rho_\infty^2}} \cdot \frac{1}{\pi z} \cdot ch^{-1}\left(\frac{y}{cz}\right). \end{cases} \quad (21)$$

Результати розрахунків полів швидкостей і надлишкових температур для середнього ряду робочих камер з мікрокліматом зводимо в таблицях 1, 2.

Методику інженерного розрахунку систем опалення теплиці з камерами децентралізованого мікроклімату на основі вищенаведених рішень повітряного термогравітаційного фонтана і охолоджених струміні, що опускаються вздовж огорожень, буде наведено у наступній роботі.

Таблица I

Поле швидкостей при  $T_{\infty} = 285 \text{ K}$ 

$\frac{z}{r}$	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
3,0	0,76	0,74	0,68	0,60	0,50	0,41	0,32	0,25	0,19	0,14	0,10	0,021	0,001	0	0	0	0	0
2,9	0,76	0,74	0,68	0,59	0,45	0,39	0,30	0,23	0,17	0,12	0,09	0,017	0,001	0	0	0	0	0
2,8	0,76	0,74	0,67	0,58	0,48	0,37	0,29	0,21	0,16	0,11	0,08	0,015	0,001	0	0	0	0	0
2,7	0,76	0,73	0,67	0,57	0,46	0,36	0,27	0,20	0,14	0,10	0,07	0,011	0	0	0	0	0	0
2,6	0,76	0,73	0,66	0,55	0,44	0,34	0,25	0,18	0,13	0,09	0,06	0,009	0	0	0	0	0	0
2,5	0,76	0,73	0,65	0,54	0,42	0,32	0,23	0,16	0,12	0,08	0,05	0,007	0	0	0	0	0	0
2,4	0,76	0,73	0,64	0,53	0,41	0,30	0,21	0,15	0,10	0,07	0,05	0,006	0	0	0	0	0	0
2,3	0,76	0,73	0,63	0,51	0,39	0,28	0,19	0,13	0,088	0,06	0,04	0,005	0	0	0	0	0	0
2,2	0,76	0,72	0,62	0,49	0,37	0,26	0,18	0,12	0,076	0,05	0,03	0,003	0	0	0	0	0	0
2,1	0,76	0,72	0,61	0,47	0,34	0,24	0,16	0,10	0,06	0,04	0,03	0,002	0	0	0	0	0	0
2,0	0,76	0,72	0,60	0,45	0,32	0,21	0,14	0,09	0,054	0,03	0,02	0,002	0	0	0	0	0	0
1,9	0,76	0,71	0,58	0,43	0,29	0,19	0,12	0,07	0,044	0,03	0,016	0,001	0	0	0	0	0	0
1,8	0,76	0,71	0,57	0,41	0,27	0,16	0,10	0,06	0,035	0,02	0,012	0,001	0	0	0	0	0	0
1,7	0,76	0,70	0,55	0,38	0,24	0,14	0,08	0,05	0,027	0,015	0,008	0,001	0	0	0	0	0	0
1,6	0,76	0,69	0,53	0,35	0,21	0,12	0,07	0,04	0,02	0,01	0,006	0	0	0	0	0	0	0
1,5	0,76	0,68	0,50	0,32	0,18	0,10	0,05	0,03	0,015	0,008	0,004	0	0	0	0	0	0	0
1,4	0,76	0,67	0,47	0,29	0,16	0,08	0,04	0,02	0,01	0,005	0,002	0	0	0	0	0	0	0
1,3	0,76	0,66	0,44	0,25	0,13	0,06	0,03	0,01	0,006	0,003	0,001	0	0	0	0	0	0	0
1,2	0,76	0,64	0,41	0,21	0,10	0,05	0,02	0,009	0,004	0,002	0,0007	0	0	0	0	0	0	0
1,1	0,73	0,60	0,35	0,17	0,07	0,03	0,01	0,01	0,002	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0
1,0	0,73	0,58	0,31	0,13	0,05	0,02	0,007	0,003	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,9	0,73	0,55	0,26	0,10	0,03	0,01	0,004	0,001	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,8	0,73	0,51	0,21	0,07	0,02	0,006	0,002	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,7	0,73	0,46	0,15	0,07	0,01	0,002	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,6	0,73	0,39	0,10	0,02	0,004	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0,73	0,31	0,05	0,005	0,001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,4	0,73	0,21	0,02	0,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,3	0,73	0,10	0,004	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0,73	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73

Таблиця 2

Поле наддишкових температур при  $T_{\infty} = 285\text{ K}$

## **Висновки**

1. Найбільший градієнт температур спостерігається по центру робочої камери (по осі  $z$ ).
2. В зоні над робочими камерами градієнт температур незначний і не перевищує  $3^{\circ}\text{C}$  безпосередньо по осі  $z$ , а зворотний градієнт спостерігається через  $0,3\text{ м}$  від осі  $z$ .
3. Середня температура повітря, яке підходить до шторного екрану на  $1,5\text{--}2^{\circ}\text{C}$  вище температури повітря у робочій зоні теплиці.
4. По мірі віддалення від осі  $z$  температура повітря фактично дорівнює температурі в робочій зоні теплиці. Таке положення стосується і температури охолодженого при контакті з шторним екраном потоку повітря, що надходить до внутрішньої поверхні зовнішніх огорожень. Це призводить до значного зменшення тепловтрат в порівнянні з тим варіантом, коли опалювальні прилади розташовані безпосередньо біля зовнішніх огорожень з двох причин:
  - зменшення різниці між температурою біля огороження та зовнішньою температурою повітря;
  - зменшення швидкості повітряного потоку вздовж зовнішніх огорожень.
5. Швидкість повітряного потоку незначна та не перевищує  $0,76\text{ м/с}$  по осі  $z$  над робочими камерами.
6. В загальному об'ємі теплиці середня швидкість не перевищує  $0,3\text{ м/с}$ .

## **Використана література**

1. Шепелев И. А. Аэродинамика воздушных потоков в помещениях. – М.: Стройиздат, 1978. – 145 с.
2. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. – М.: Гос. изд-во физ-мат. лит, 1960. – 715 с.
3. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1981. – 416 с.
4. Талиев В. Н. Аэродинамика вентиляции. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с.
5. Малкін Е. С., Фуртат І. Е., Чепурна Н. В. Аналітичні дослідження полів швидкостей і температур повітря над робочими камерами у теплицях з децентралізованим мікрокліматом / Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка. – 2004. Випуск 19. – С. 63–67.